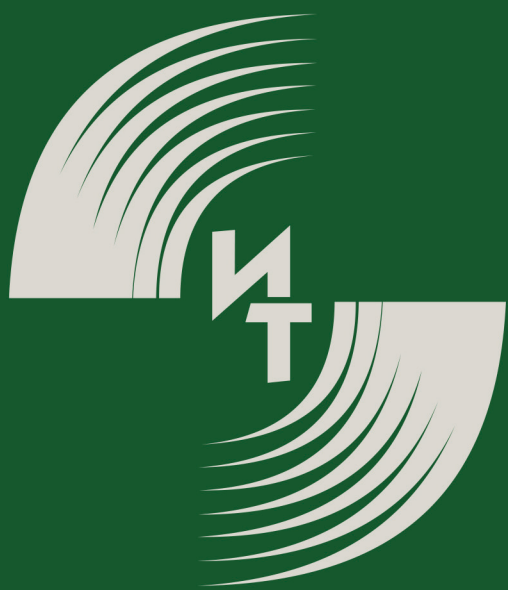




**ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА
2022
№4**



Всемирный
день метрологии

РСТ
ВНИИМС

Метрология в эпоху цифровизации



Bureau
International des
Poids et
Mesures



20 Мая 2022
www.worldmetrologyday.org

© BIPM-OIML 2022

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА 2022 №4 апрель

Ежемесячный
научно-технический
журнал

Основан в 1939 г.

С 1958 г. переводится
на английский язык
под названием
«Measurement Techniques»
издательством
Springer Nature
www.springer.com/11018

УЧРЕДИТЕЛИ

Федеральное агентство
по техническому регулированию
и метрологии

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт метрологии
им. Д. И. Менделеева»

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт оптико-физических
измерений»

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт физико-технических и
радиотехнических измерений»

ФГБУ «Всероссийский
научно-исследовательский
институт метрологической
службы»

МОО «Метрологическая академия»

СОДЕРЖАНИЕ

■ ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ЭТАЛОНЫ

- О. В. Каминский, А. В. Мыльников, И. В. Могилев, В. А. Тищенко.** Государственный первичный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2020..... 3
- С. Т. Паринов, О. А. Клезович, А. А. Смирнов.** Государственный первичный эталон единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц ГЭТ 158-2020..... 8

■ ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

- С. Ф. Левин.** О формате представления неопределённостей при решении измерительных задач..... 14
- Р. З. Хайруллин.** Многошаговый алгоритм построения статистических оценок на основе байесовского подхода в измерительных задачах 23

■ ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

- А. М. Райцин, М. В. Улановский.** Основы идентификации пространственных распределений интенсивности лазерных пучков 30

■ МЕХАНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

- Ж. А. Даев, Г. Е. Шопанова.** Применение машины опорных векторов для моделирования коэффициента истечения расходомеров переменного перепада давлений 37

■ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

- Д. Рано, А. А. Елизаров, А. А. Скуридин, Э. А. Закирова.** Геометрический метод определения фазового сдвига при отражении электромагнитной волны от конформной метаповерхности чувствительного элемента 43
- В. В. Давыдов, Н. С. Мязин, Р. В. Давыдов.** Ядерно-магнитный расходомер-релаксометр для контроля расхода и состояния теплоносителя в первом контуре ядерного реактора подвижного объекта..... 49

■ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

- А. А. Костоглов, И. В. Калиенко, А. С. Корнев, С. В. Лазаренко.** Синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей на основе построения полиномиальных математических моделей радиолокационных измерений..... 59

■ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

- П. И. Каландаров.** Высокочастотный влагомер для измерения влажности зерна и зернопродуктов..... 65



ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Izmeritel'naya Tekhnika

Главный редактор

В. Н. Крутиков

Редакционная коллегия:

И. В. Емельянова

(зам. гл. редактора)

В. И. Белоцерковский

С. И. Донченко

Л. К. Исаев

А. Д. Козлов

Е. П. Кривцов

А. Ю. Кузин

С. В. Медведевских

В. В. Окрепилов

В. Н. Храменков

И. А. Шайко

В. В. Швыдун

Научные редакторы *Грачева И. Л., Федяева М. В.*
Корректор *Бучная М. В.*
Иллюстрации *Бабаев И. Н.*
Компьютерная вёрстка *Номт С. А.*
Реклама, распространение и подписка *Керсова Л. А.*
Тел.: +7(495)430-28-02, kersova@vniims.ru

Сдано в набор: 18.03.2022.
Подписано в печать: 27.04.2022.
Формат 60х90 1/8. Бумага мелованная. Печать офсетная.
Усл. п.л. 9,0. Уч.-изд. л. 11,5. Тир. 200 экз. Зак. 22-28г.
Свободная цена.

Отпечатано в ООО «Типография «Миттель Пресс»,
127254, Москва, ул. Руставели, 14, с. 6, оф. 7.

Издание зарегистрировано Роскомнадзором
Свидетельство о регистрации: ПИ № ФС77-21572
от 15.07.2005.

Издатель: ФГБУ «ВНИИМС».

Адрес редакции и издателя: 119361, Москва,
ул. Озёрная, 46, ФГБУ «ВНИИМС».

Тел.: +7(495)781-48-70

E-mail: izmt@vniims.ru

Сайт: www.izmt.ru

Редакция не несёт ответственности за содержание
рекламных материалов.

Точка зрения редакции может не совпадать с позицией
авторов.

Полное или частичное воспроизведение материалов
допускается с письменного разрешения редакции.

При перепечатке материалов ссылка на журнал
«Измерительная техника» обязательна.

Все поступившие в редакцию материалы подлежат
рецензированию.

Материалы, переданные в редакцию, не возвращаются.

Требования к оформлению статей размещены на сайте
www.izmt.ru

Знаком информационной продукции не маркируется.

CONTENTS

■ STATE STANDARDS

- O. V. Kaminsky, A. V. Mylnikov, I. V. Mogilev, V. A. Tishenko.** The state primary standard of the frequency deviation unit GET 166-2020 3
- S. T. Parinov, O. A. Klezovich, A. A. Smirnov.** State primary standard for electric field strength unit within frequency range 0–20 kHz GET 158-2020 8

■ GENERAL PROBLEMS OF METROLOGY AND MEASUREMENT TECHNIQUES

- S. F. Levin.** On the format of the representation for uncertainties in solving measurement problems..... 14
- R. Z. Khayrullin.** Multi-step algorithm for constructing statistical estimates based on the Bayesian approach in measuring tasks 23

■ OPTICOPHYSICAL MEASUREMENTS

- A. M. Raitsin, M. V. Ulanovskii.** Bases for identification of spatial distribution of intensity laser beams..... 30

■ MECHANICAL MEASUREMENTS

- Z. A. Dayev, G. E. Shopanova.** Modelling of the discharge coefficient of differential pressure flowmeters by the support vector machine 37

■ ELECTROMAGNETIC MEASUREMENTS

- D. Rano, A. A. Yelizarov, A. A. Skuridin, E. A. Zakirova.** Geometric method for determining the phase shift in the reflection of an electromagnetic wave from a conformal metasurface of a sensing element..... 43
- V. V. Davydov, N. S. Myazin, R. V. Davydov.** Nuclear-magnetic flowmeter-relaxometer for control to expenditure and condition transparent liquids of coolant in first circuit of nuclear reactor a moving object 49

■ RADIO MEASUREMENTS

- A. Kostoglotov, I. V. Kalienko, A. S. Kornev, S. V. Lazarenko.** Synthesis of algorithms for compensating systematic errors based on the construction of polynomial mathematical models of radar measurements..... 59

■ PHYSICOCHEMICAL MEASUREMENTS

- P. I. Kalandarov.** High-frequency moisture meter for grain and grain products..... 65

Государственный первичный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2020

Олег Викторович Каминский¹, Александр Вячеславович Мыльников^{2✉}, Иван Владимирович Могилев³,
Владимир Александрович Тищенко⁴

1, 2, 3, 4 Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений,
г. п. Менделеево, Московская обл., Россия

¹kaminsky@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5458-0042>

²lab203@vniiftri.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0002-4861-2415>

³mogilev@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7371-6937>

⁴otd200@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-001-6559-5170>

Аннотация. Описаны характеристики Государственного первичного эталона единицы девиации частоты ГЭТ 166-2020, методы и средства измерений девиации частоты. Для воспроизведения единицы девиации частоты реализован метод прямого цифрового синтеза сигнала. Данный метод исключает некоторые источники погрешностей измерений девиации частоты, что позволяет значительно расширить диапазоны несущих и модулирующих частот, а также увеличить в 10 раз максимальное воспроизводимое значение единицы девиации частоты без увеличения неисключённой систематической погрешности. В состав ГЭТ 166-2020 включены современные средства измерений на основе цифрового анализа сигнала – анализатор сигналов и цифровой запоминающий осциллограф, с помощью которых можно передавать единицу девиации частоты эталонным средствам измерений. Применение указанных средств измерений существенно расширяет возможности ГЭТ 166-2020. Область применения ГЭТ 166-2020 охватывает измерители модуляции, генераторы сигналов, измерительные приёмники, анализаторы спектра/сигналов, измерители фазового дрожания, анализаторы фазовых шумов, генераторы и анализаторы цифровых видов модуляции. Приведены экспериментальные результаты исследований ГЭТ 166-2020. Оценены частные составляющие погрешностей измерений четырёх независимых методов измерений, некоторые из составляющих погрешностей исключены или многократно уменьшены. Сопоставлены полученные каждым из методов результаты измерений. Сходимость результатов измерений единицы девиации частоты в пределах $\pm(0,02...0,05) \%$.

Ключевые слова: частотная модуляция, эталон, компаратор, калибратор, погрешность, единица девиации частоты, генератор сигналов, анализатор спектра

Для цитирования: Каминский О. В., Мыльников А. В., Могилев И. В., Тищенко В. А. Государственный первичный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2020 // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 3–7. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-3-7>

The state primary standard of the frequency deviation unit GET 166-2020

Oleg V. Kaminsky¹, Aleksandr V. Mylnikov^{2✉}, Ivan V. Mogilev³, Vladimir A. Tishenko⁴

1, 2, 3, 4 Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering, Mendeleevo, Moscow region, Russia

¹kaminsky@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5458-0042>

²lab203@vniiftri.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0002-4861-2415>

³mogilev@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7371-6937>

⁴otd200@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-001-6559-5170>

Abstract. The article provides a description of specifications of the State primary standard of the frequency deviation, methods and means for measurement frequency deviation, which used at standard. A direct digital signal synthesis method has been implemented to reproduce the frequency deviation unit. This method is devoid of a number of sources of errors in measuring frequency deviation and allows you to significantly expand the ranges of carrier and modulating frequencies, as well as increase the maximum reproducible value of the frequency deviation unit by 10 times without increasing the non-excluded systematic error. The primary standard includes modern measuring instruments based on digital signal analysis - a signal analyzer and a digital storage oscilloscope, which allow transmitting a unit of frequency deviation to reference measuring instruments and significantly expand the capabilities of the primary standard. Are given experimental investigations results of improved standard. The scope of application of the State Primary Standard of the Frequency Deviation Unit GET 166-2020 is considered, covering modulation meters, signal generators, measuring

receivers, spectrum/signal analyzers, phase jitter meters, phase noise analyzers, generators and analyzers of digital modulation types. Experimental results of studies of GET 166-2020 are presented. The partial components of the measurement errors of the four independent measurement methods used are estimated, some of the components of the errors are excluded or reduced many times. Comparison of the measurement results by each of the methods used indicates the convergence of the measurement results of the frequency deviation unit within $\pm(0.02...0.05) \%$.

Keywords: frequency modulation, reference, comparator, calibrator, error, frequency deviation units, signal generator, spectrum analyzer

Введение. Государственный специальный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 105-76 создан в СССР в 1976 г. [1]. Одновременно введён в действие ГОСТ 8.232-77 «ГСИ. Государственный специальный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений девиации частоты». В 2004 г. для обеспечения единства измерений на территории страны создан Государственный первичный специальный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2004 [2, 3] и поверочная схема для средств измерений (СИ) девиации частоты ГОСТ Р 8.607-2004 «ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений девиации частоты». В 2005 г. с применением ГЭТ 166-2004 поверено более 30 СИ, а в настоящее время количество поверяемых рабочих эталонов и высокоточных СИ приближается к 150.

За последнее десятилетие появились анализаторы сигналов и спектра с функцией измерения девиации частоты, анализаторы сигналов посадки и навигации, анализаторы фазовых шумов. Кроме того, получены экспериментальные результаты, подтверждающие возможность передачи единицы девиации частоты анализаторам цифровой модуляции (типа QAM, QPSK, BPSK).

Качественно изменился и парк поверяемых рабочих эталонов и высокоточных СИ. Рабочие эталоны пополнились

поверочными установками РЭДЧ-2 [4], измерителями модуляции СКЗ-50, СКЗ-50/1 [5], Boonton 8201, анализаторами спектра N9040B, R&S FSW8/13/26, R&S FSV7/13/30/40, эталонными установками K2-85 [6], калибраторами K2-101, SMBV-AM-FM, измерительными приёмниками FSMR, анализаторами спектра, SPN9026A, источникам опорными Fluke 96040A, Fluke 96270A и др. Технические характеристики новых СИ заметно превосходят характеристики ранее используемых. Заметно расширен диапазон несущих частот, увеличена точность измерений, диапазон измеряемых значений девиации частоты ряда приборов превысил 1 МГц, что больше максимального значения, воспроизводимого ГЭТ 166-2004.

Отношение между пределами допускаемой погрешности воспроизведения девиации частоты установок РЭДЧ-1, РЭДЧ-2 и неисключённой систематической погрешностью (НСП) ГЭТ 166-2004 составило менее 2:1. Это сдерживало дальнейшее увеличение точности поверочных установок аналогичного типа. Таким образом, увеличение точности ГЭТ 166-2004 стало актуальным.

Пути совершенствования и возможности модернизации ГЭТ 166-2004 на основе современных методов измерений изложены в [7]. В 2018 г. определены задачи по усовершенствованию ГЭТ 166-2004. Приказом Росстандарта от 6 мая 2020 г. № 864 «Об утверждении Государственного первичного эталона единицы девиации частоты» усовершенствованный эталон утверждён как Государственный первичный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2020.

Цель настоящей работы – описание возможностей ГЭТ 166-2020 и его метрологических характеристик (расширение диапазонов несущих и модулирующих частот, воспроизводимых значений девиации частоты, повышение точности).

Состав ГЭТ 166-2020. Эталон состоит из трёх калибраторов и двух компараторов девиации частоты для различных диапазонов частот. Функции калибраторов выполняют калибратор частотной и фазовой модуляции K2-96, генератор сигналов сложной/произвольной формы 81160A и эталонный калибратор-компаратор, который одновременно является компаратором. Вторым компаратором служит анализатор сигналов SPN 9026A. ГЭТ 166-2020 также содержит частотомер ЧЗ-64, осциллограф цифровой запоминающий HDO9404R-MS, персональную электронно-вычислительную машину (ПЭВМ) и вспомогательное оборудование. Внешний вид ГЭТ 166-2020 представлен на рисунке.

Метрологические характеристики ГЭТ 166-2020. В табл. 1 приведены диапазон воспроизводимых эталоном пиковых значений девиации частоты Δf ,



Внешний вид первичного эталона ГЭТ 166-2020

Appearance of the primary standard GET 166-2020

Таблица 1

Диапазоны девиации частоты и модулирующих и несущих частот

Δf , кГц	F_m , кГц	f_0 , МГц
0,01–100,00	0,02–20,00	5
0,01–1000,00	0,02–200,00	50
0,01–10000,00 ($\Delta f \leq 0,2f_0$)	0,02–1000,00 ($F_m \leq 0,05f_0$)	0,09–250
1,0–10000	0,02–200,00	500; 1000; 2000; 4000

диапазон частот модулирующих сигналов F_m и несущие частоты f_0 .

ГЭТ 166-2020 обеспечивает воспроизведение девиации частоты со средним квадратическим отклонением S_0 результатов измерений, не превышающим $1 \cdot 10^{-4}$ при десяти независимых наблюдениях. НСП Θ является суммой мультипликативной составляющей Θ_m и аддитивной составляющей Θ_a . Значения Θ_m , Θ_a в зависимости от характеристик воспроизводимых частотно-модулированных сигналов приведены в табл. 2.

Принцип действия ГЭТ 166-2020. Каждый из калибраторов эталона воспроизводит частотно-модулированный сигнал с заданной девиацией частоты Δf . Все параметры сигнала устанавливает оператор, вводя данные с помощью персонального компьютера. К выходу калибратора подключают измеритель модуляции, например СКЗ-50, и единицу девиации частоты передают подключённому СИ. Если СИ представляет собой калибратор, например К2-101, К2-38, К2-85, то единица девиации частоты передаётся через эталонный компаратор. Для этого СИ в виде калибратора подключают к входу компаратора. Компаратор поочередно измеряет воспроизводимое эталонное значение Δf с девиацией частоты Δf_1 , сформированной поверяемым (калибруемым) СИ.

Два калибратора (эталонный калибратор-компаратор и калибратор К2-96) основаны на методе электронно-счётного частотомера, но различаются по диапазону несущих частот. Калибратор К2-96 содержит встроенный генератор модулирующего сигнала, который работает на любой произвольной частоте рабочего диапазона 20 Гц – 1 МГц, в то время как встроенный генератор модулирующего сигнала эталонного калибратора-компаратора воспроизводит значение девиации частоты на фиксированных частотах: 20; 30; 55; 400 Гц, 1; 6; 20; 30; 60; 100; 200 кГц. Кроме того, калибратор К2-96 имеет встроенный умножитель несущей частоты, позволяющий расширить диапазон воспроизводимых несущих частот. Дополнительные несущие частоты: 100; 250; 500; 1000; 2000; 4000 МГц.

Некоторые первичные эталоны [8, 9], а также ряд рабочих эталонов, построены на базе цифрового анализа сигналов. Цифровой синтез для эталонов девиации частоты ранее не применялся.

Особенностью калибратора в виде генератора сигналов сложной/произвольной формы 81160А является принцип действия, основанный на методе прямого цифрового синтеза.

Метод прямого цифрового синтеза. Суть метода прямого цифрового синтеза заключается в том, что выходной сигнал задаётся в виде цифрового массива данных, который преобразуется быстродействующим цифроаналоговым преобразователем в частотно-модулированный сигнал с заданными значениями параметров f_0 , F_m , Δf . Генератор сигналов 81160А имеет 14-разрядный преобразователь с тактовой частотой 2,5 ГГц, это позволяет воспроизводить частотно-модулированные сигналы в широких диапазонах несущих и модулирующих частот с достаточно низким уровнем искажений и шумов.

Таблица 2

Значения Θ_m , Θ_a в зависимости от характеристик воспроизводимых частотно-модулированных сигналов

f_0 , МГц	F_m , кГц	Θ_m , %	Θ_a , Гц
0,09–50	0,02–20,0	0,03	10
0,09–50	20–200	0,05	50
0,09–50	200–1000	0,05	250
50–250	20–200	0,05	50–250
500	20–200	0,05	600
1000	20–200	0,05	1000
2000	20–200	0,05	1800
4000	20–200	0,05	3000

Цифровой анализ. Используемый в ГЭТ 166-2020 компаратор в виде анализатора сигналов SPN9026А позволил одновременно расширить следующие диапазоны:

измеряемых значений девиации частоты 10 Гц – 10 МГц;
несущих частот 9 кГц – 26 ГГц (измерение девиации частоты);

модулирующих частот 20 Гц – 1,0 МГц.

Высокоскоростной цифровой запоминающий осциллограф HDO9404R-MS необходим для реализации метода экстремальных значений периода частотно-модулированного сигнала – независимого метода измерения девиации частоты, позволяющего подтвердить объявленную точность эталона и контролировать его стабильность.

Экспериментальные исследования. Для подтверждения метрологических характеристик ГЭТ 166-2020 проведены следующие исследования: анализ НСП Θ ; исследование составляющих погрешностей в расширенных диапазонах значений девиации частоты и несущих и модулирующих частот; сопоставление результатов измерений четырёх реализованных независимых методов измерения девиации частоты; исследование предельных возможностей новых цифровых методов синтеза и анализа частотно-модулированных сигналов.

При исследовании составляющих погрешностей сравнивали технические характеристики аналоговых и цифровых калибраторов девиации частоты. Первые результаты свидетельствовали о значительном вкладе шумовой составляющей цифровых калибраторов в НСП. Поэтому первоначально не предполагалось использовать калибратор на основе генератора сигналов сложной/произвольной формы 81160А для воспроизведения малых значений девиации частоты [7]. Однако в дальнейшем экспериментально доказано, что его шумовая составляющая меньше, чем шумовая составляющая аналогового калибратора К2-96.

Результаты исследований. Шумовую составляющую калибраторов девиации частоты измеряли анализатором сигналов, который имеет опцию аналоговой демодуляции и очень низкий уровень собственных фазовых шумов. Результаты измерений приведены в табл. 3 (СКЗ – среднее квадратическое значение). В полосах частот фильтров 0,3–600 кГц,

0,3–1000 кГц уровень шумов генератора 81160А больше, чем уровень шумов калибратора К2-96. Подробные исследования чистоты спектра генератора показали наличие паразитной составляющей сигнала 284 кГц, значение девиации составляет 22 Гц. Уровень паразитных составляющих достаточно мал, и он учитывается при нормировке аддитивной составляющей НСП Θ_a .

Составляющие погрешностей при воспроизведении единицы девиации частоты анализировали и ранее на основе результатов исследований первого в СССР эталона единицы девиации частоты ГЭТ 105-76 [10] и рабочих эталонов [11], опыта создания ГЭТ 166-2004 [2] и результатов, полученных при изучении цифровых методов синтеза и анализа частотно-модулированных сигналов.

Три составляющие погрешности (погрешность коэффициента деления делителя Δ_k , погрешность, вызванная гармоническими составляющими модулирующей частоты Δ_r , методическая погрешность Δ_m) существенно увеличиваются с увеличением модулирующей частоты. Именно поэтому погрешность Θ_m ГЭТ 166-2004 изменялась в диапазоне 0,05–0,15 % с увеличением модулирующей частоты. Предпринятые усовершенствования позволили в два раза уменьшить Θ_m ГЭТ 166-2020. В частности, уменьшена методическая погрешность Δ_m и погрешность Δ_d дискретности отсчёта частотомера в результате применения запоминающего цифрового осциллографа, временная разрешающая способность которого в 10000 раз превосходит разрешающую способность частотомера ЧЗ-64 из состава ГЭТ 166-2004. Методическая погрешность уменьшена примерно в 1000 раз. Это также позволило применять указанный метод для более высоких модулирующих частот (1 МГц).

Доминирующей составляющей для методов электронно-счётного частотомера и нулей функции Бесселя является погрешность Δ_r , обусловленная гармоническими составляющими модулирующей частоты. Источниками Δ_r являются гармоники

в сигнале модулирующего генератора и нелинейность модулятора. Независимые исследователи отмечают малый уровень гармоник частотно-модулированного сигнала генераторов, использующих метод прямого цифрового синтеза [12]. Как показали исследования [7], частотно-модулированный сигнал генератора сигналов 81160А имеет низкий уровень гармоник (менее 0,03 % при существовавшем в эталонном калибраторе-компараторе допуске до 0,2 %). Полностью исключена погрешность Δ_k , так как отсутствует делитель в генераторе сигналов 81160А. При измерении методом нулей функции Бесселя заметно уменьшились погрешности сопутствующей амплитудной модуляции $\Delta_{a,m}$, изменений модулирующей $\Delta_{m,c}$ и промежуточной $\Delta_{п,ч}$ частот за время измерения в результате применения генератора сигналов 81160А, имеющего кварцевый опорный генератор и анализатора сигналов SPN9026А, реализующего цифровой анализ сигнала.

Калибратор в виде генератора сигналов сложной/произвольной формы 81160А имеет диапазоны значений девиации частоты и модулирующих частот достаточные для сличений результатов измерений с любым из трёх других применяемых методов измерений. Метод электронно-счётного частотомера имеет необходимую точность измерения девиации частот только в диапазоне значений $\Delta f = 500 \cdot 10^3 \dots 2 \cdot 10^6$ Гц, метод измерения экстремальных значений периода частотно-модулированного сигнала – в диапазоне 1–10 МГц, а метод нулей функции Бесселя – только при фиксированных отношениях $\Delta f/F_m = 2,40; 5,52; \dots$. В ходе исследования характеристик ГЭТ 166-2020 доказана высокая сходимость результатов измерений используемыми методами. Относительная разность Δ (в процентах) между девиацией частоты Δf , установленной в генераторе 81160А, и измеренным различными методами значением Δf_i приведена в табл. 4 (НФБ – метод нулей функции Бесселя, ЭСЧ – метод электронно-счётного частотомера, Тэкст – метод измерения экстремальных значений периода частотно-

модулированного сигнала). Относительная разность Δ по модулю не превышает объявленного значения НСП Θ .

Поверочная схема утверждена приказом Росстандарта № 233 от 01.02.2022 г. «Об утверждении Государственной поверочной схемы для средств измерений девиации частоты».

Заключение. Государственный первичный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2020 разработан на основе новейших цифровых технологий с использованием опыта разработок предыдущих эталонов и поверочных установок на основе аналоговых устройств.

Таблица 3

Уровни частотных шумов, Гц, на несущей частоте 50 МГц

Тип калибратора	Значение	Полоса частот фильтров, кГц						
		0,3–3	0,3–20	0,3–200	0,3–600	0,3–1000	0,3–2000	0,3–3000
81160А	Пиковое	6,2	9,3	26,8	134	280	660	1286
	СКЗ	0,77	1,03	5,4	30,7	50,1	122	227
К2-96	Пиковое	11,5	7,1	36,7	118	260	716	1430
	СКЗ	0,95	1,6	7,0	24,1	52,1	138	260

Таблица 4

Относительная разность значений Δ , %, измеренная различными методами

Δf , МГц	Метод	F_m , кГц										
		0,03	0,09	0,4	1,0	6,0	20	30	60	100	200	500
1–10	Тэкст	0,013	0,008	–0,014	–0,010	–0,015	0,018	0,007	0,002	–0,006	–0,002	–0,006
	НФБ	–	–	–	–	–	–	–	–0,022	–0,021	–0,020	–0,022
0,1–1	НФБ	–	–	–	–0,022	–0,022	–0,023	–0,022	–0,021	–0,021	–0,020	0,025
	ЭСЧ	–0,024	–0,023	–0,024	–0,024	–0,022	–0,024	0,024	–0,008	–0,026	0,008	–0,048

Точность созданного эталона достаточна для передачи единицы всем известным и вновь разрабатываемым СИ девиации частоты, а расширенные диапазоны частот охватывают как уже созданные, так и перспективные СИ.

Возможности ГЭТ 166-2020 в области единства измерений девиации частоты позволят обеспечить потребности страны в ближайшие 5–7 лет. Вместе с тем общее развитие цифровой модуляции требует новых подходов к прослеживаемости параметров сигналов сложных типов модуляции к ГЭТ 166-2020.

Список источников

1. Шпаньон П. А., Павленко Ю. Ф., Райхман А. Ф. и др. Государственный специальный эталон единицы девиации частоты // Измерительная техника. 1977. № 3. С. 3–6.
2. Мыльников А. В., Тищенко В. А. Государственный специальный эталон единицы девиации частоты // Измерительная техника. 2005. № 1. С. 36–39.
3. Государственный специальный эталон единицы девиации частоты ГЭТ 166-2004 // В кн.: Российская Метрологическая Энциклопедия / Под ред. акад. В. В. Окрепилова. Том 1. СПб: ИИФ «Лики России», 2015. С. 566.
4. Болмусов Ю. Д., Мартынов В. А. Новые рабочие эталоны коэффициента амплитудной модуляции и девиации частоты высокочастотных колебаний // Метрология в радиоэлектронике: материалы XI науч.-техн. конф., Менделеево, 19–21 июня 2018 г., ФГУП «ВНИИФТРИ», т. 2. С. 184–190.
5. Болмусов Ю. Д., Мартынов В. А., Конов А. Ю., Поляков В. Е., Кожеватов Г. К., Чернов Д. Ю. Измерители модуляции нового поколения // Метрология в радиоэлектронике: Тез. докл. X науч.-техн. конф., Москва, 20–22 июня 2016 г., ФГУП «ВНИИФТРИ». С. 298–301.
6. Болмусов Ю. Д., Мартынов В. А., Скворцов Е. Л. Эталонные установки К2-83 и К2-85 для поверки и калибровки измерителей амплитудной и частотной модуляции // Вестник метролога. 2007. № 3. С. 32–36.
7. Могилев И. В., Мыльников А. В. Первичный эталон единицы девиации частоты. Новые возможности и перспективы // Измерительная техника. 2019. № 1. С. 3–7. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-1-3-7>
8. Маневич В. З., Селин Л. Н. Государственный первичный специальный эталон единицы импульсного электрического напряжения с длительностью импульса $4 \cdot 10^{-11}$ – $1 \cdot 10^{-5}$ с // Измерительная техника. 2011. № 12. С. 6–11.
9. Платонов Ф. А., Ахромеева Е. О., Бабарыкин В. А., Пруго А. В., Безденежных С. В., Каминский О. В., Стальнова К. А. Государственный первичный эталон единицы коэффициента гармоник в диапазоне 0,001–100 % для сигналов с основной гармоникой в диапазоне частот 10–200000 Гц ГЭТ 188-2010 // Измерительная техника. 2016. № 3. С. 3–6.
10. Павленко Ю. Ф., Шпаньон П. А. Измерение параметров частотно-модулированных колебаний. М.: Радио и связь, 1986, 77 с.

11. Болмусов Ю. Д., Мартынов В. А., Скворцов Е. Л., Куваева Н. В. Рабочий эталон единицы девиации частоты // Законодательная и прикладная метрология. 2002. № 3. С. 22–25.

12. Зенькович А. В., Балло В. Л., Добровольский В. Б. Измерение нелинейных искажений частотно-модулированных сигналов прямого цифрового синтеза // Измерительная техника. 2018. № 4. С. 43–48.

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-4-43-48>

References

1. Span'on P. A., Pavlenko Y. F., Raikhman, A. F. et al., *Measurement Techniques*, 1977, vol. 20, pp. 1249–1252. <https://doi.org/10.1007/BF00817542>
2. Myl'nikov A. V., Tishchenko, V. A., *Measurment Techniques*, 2005, vol. 48, pp. 42–48. <https://doi.org/10.1007/s11018-005-0097-x>
3. The state special standard of the unit of frequency deviation GET 166-2004, in book: *Russian Metrological Encyclopedia*, Ed. by the RAS academician V. V. Okrepilov, vol. 1, St. Petersburg, IIF "Liki Rossii" Publ., 2015, p. 566. (In Russ.)
4. Bolmusov Yu. D., Martynov V. A., New working standards of the amplitude modulation coefficient and frequency deviation of high-frequency oscillations, *Metrology in radio electronics: materials of the XI Scientific and Technical conf.*, Mendeleev, June 19–21, 2018, FSUE "VNIIFTRI", vol. 2, pp. 184–190. (In Russ.)
5. Bolmusov Yu. D., Martynov V. A., Konnov A. Yu., Polyakov V. E., Kozhevato G. K., Chernov D. Yu. New generation modulation meters, *Metrology in radio electronics: Abstracts of Papers X Scientific-Technical Conference*, Moscow, June 20–22, 2016, FSUE "VNIIFTRI", pp. 298–301. (In Russ.)
6. Bolmusov Yu. D., Martynov V. A., Skvortsov E. L. Reference installations K2-83 and K2-85 for verification and calibration of amplitude and frequency modulation meters. *Vestnik Metrologa*, no. 3, 2007, pp. 32–36. (In Russ.)
7. Mogilev, I.V., Myl'nikov, A.V., *Measurment Techniques*, 2019, vol. 62, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01577-2>
8. Manevich V. Z., Selin L. N., *Measurment Techniques*, 2012, vol. 54, pp. 1319–1326. <https://doi.org/10.1007/s11018-012-9890-5>
9. Platonov F. A., Akhrameeva E. O., Babarykin V. A., Pruglo A. V., Bezdenzhnykh S. V., Kaminskii O. V., Stal'nova K. A., *Measurement Techniques*, 2016, vol. 59, pp. 203–208. <https://doi.org/10.1007/s11018-016-0943-z>
10. Pavlenko Yu. F., Shpanyon P. A., *Measurement of the parameters of frequency-modulated oscillations*, Moscow, Radio and Communications, 1986, p. 77. (In Russ.)
11. Bolmusov Yu. D., Martynov V. A., Skvortsov E. L., Kuvaeva N. V. Working standard of the frequency deviation unit, *Zakonodatel'naya i prikladnaya metrologiya*, no. 3, 2002, pp. 22–25. (In Russ.)
12. Zen'kovich A. V., Ballo V. L., Dobrovol'skii V. B., *Measurment Techniques*, 2018, vol. 61, pp. 377–383. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1437-y>

Статья поступила в редакцию 16.02.2022; одобрена после рецензирования 28.02.2022; принята к публикации 11.03.2022.
The article was submitted 16.02.2022; approved after reviewing 28.02.2022; accepted for publication 11.03.2022.

Научная статья

УДК 621.3.095.3

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-8-13>

Государственный первичный эталон единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц ГЭТ 158-2020

Сергей Тимофеевич Паринов^{1✉}, Олег Анатольевич Клезович², Алексей Александрович Смирнов³

^{1, 2, 3} Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, г. п. Менделеево, Московская обл., Россия

¹stp_50@vniiftri.ru✉, <https://orcid.org/0000-0003-4584-2001>

²allejeek@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1768-3621>

³smirnov_aa@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6724-2819>

Аннотация. Описаны состав и характеристики Государственного первичного эталона единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц ГЭТ 158-2020. Нижняя граница частотного диапазона воспроизведения переменного электрического поля в соответствии с нормативными требованиями расширена с 20 Гц до 5 Гц, верхняя граница диапазона воспроизведения напряжённости электрического поля составляет 4000 В/м. Неисключённая систематическая погрешность ГЭТ 158-2020 составляет 1,4 %, обеспечено нулевое значение электрического потенциала в центре полеобразующей системы. Рассмотрены связанные с симметричной конфигурацией эталона особенности оценки составляющих неисключённой систематической погрешности и погрешности передачи единицы напряжённости электрического поля, в том числе обусловленные взаимодействием измерительных антенн с электродами полеобразующих систем. Разработан и прошёл обсуждение проект Государственной поверочной схемы для средств измерений напряжённости электрического поля, учитывающий все тенденции развития данного вида измерений.

Ключевые слова: первичный эталон, напряжённость электрического поля, полеобразующая система, показатель точности, поверочная схема

Для цитирования: Паринов С. Т., Клезович О. А., Смирнов А. А. Государственный первичный эталон единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц ГЭТ 158-2020 // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 8–13. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-8-13>

State primary standard for electric field strength unit within frequency range 0–20 kHz GET 158-2020

Sergej T. Parinov^{1✉}, Oleg A. Klezovich², Aleksej A. Smirnov³

^{1, 2, 3} Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering, Mendeleevo, Moscow region, Russia

¹stp_50@vniiftri.ru✉, <https://orcid.org/0000-0003-4584-2001>

²allejeek@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1768-3621>

³smirnov_aa@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6724-2819>

Abstract. The composition and characteristics of the State primary standard of the unit of electric field strength in the frequency range of 0–20 kHz GET 158-2020 are described. The lower limit of the frequency range for reproducing an alternating electric field, in accordance with regulatory requirements, has been expanded from 20 Hz to 5 Hz; the upper limit of the range for reproducing the electric field strength has been expanded to 4000 V/m. The NSP of the standard is 1.4 %, the zero value of the electric potential in the center of field-forming system is provided. The peculiarities of estimation of the components of the non-excluded systematic error and the error of transferring the unit of electric field strength, related to the symmetric configuration of the standard, are discussed, including those due to the interaction of measuring antennas with the electrodes of field-forming system. A draft of the State verification scheme for electric field strength measuring instruments was developed and discussed, taking into account all the trends in the development of this type of measurement.

Keywords: primary standard, electric field strength, field-forming system, accuracy indicators, verification scheme

Введение. Средства измерений (СИ) напряжённости электрического поля (НЭП) находят широкое применение в таких областях, как энергетика, электроника, взрывоопасные производства, разведка и добыча полезных ископаемых, производство электронных приборов, измерительная техника, научные исследования, контроль условий труда и

параметров окружающей среды [1–2]. Это влечёт необходимость нормативного регулирования и метрологического обеспечения измерений НЭП [3].

Уже в первых нормативных документах 1970 гг. НЭП классифицирована как опасный производственный фактор. К 1990 г. нормативная база содержала основные требования

к рабочим и образцовым СИ (ГОСТ Р 51070-97 «Измерители напряжённости электрического и магнитного полей. Общие технические требования и методы испытаний»), в Государственный реестр средств измерений было включено более 20 типов СИ НЭП.

Для метрологического обеспечения измерений НЭП постановлением № 10 от 19.06.1996 г. Госстандарта России введены в действие Государственный первичный эталон единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц ГЭТ 158-96 и Государственная поверочная схема (ГПС) (ГОСТ Р 8.564-96 «ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц»).

Возглавлявший ГПС ГЭТ 158-96 состоял из генератора электрического поля ГЭП 0-20 и компаратора электрического поля КЭП 0-20 [4]. После введения в действие ГЭТ 158-96 и ГПС наблюдалось бурное развитие приборного парка. Измерители напряжённости электростатического поля (НЭСП) представлены измерителями НЭСП в свободном пространстве (0,3–200 кВ/м) и её нормальной составляющей вблизи заземлённой проводящей поверхности (1–800 кВ/м). Измерители напряжённости переменного электрического поля представлены специализированными измерителями НЭП промышленной частоты (0,1–100 кВ/м), а также широкополосными измерителями НЭП (5–500 В/м). Помимо направленных измерителей НЭП классифицированы также изотропные (трёхкоординатные) измерители НЭП. В настоящее время парк СИ составляет около 30000 единиц 48 типов, пределы допускаемой относительной погрешности Δ_0 которых составляют от 5 до 25 %.

Введение в эксплуатацию ГЭТ 158-96 повлекло значительный рост типов рабочих эталонов – генераторов электрического поля. При разработке ГЭТ 158-96 приоритетным было обеспечение наивысшей точности, а расширение диапазона воспроизведения НЭП реализовывалось на уровне эталонов 1-го разряда. Разработаны рабочие эталоны 1-го разряда РЭНЭП-00 и РЭНЭП-50, обеспечивающие расширение диапазона воспроизведения НЭСП соответственно 2–200 кВ/м и 2–100 кВ/м на частоте 50 Гц, а также рабочие эталоны 2-го разряда П1-10, П1-11, П1-12, П1-21, П1-23, П1-24, П1-27. В настоящее время парк рабочих эталонов 2-го разряда (поверочных установок) включает в себя около 100 единиц 26 типов.

ГЭТ 158-96 участвовал в сличениях, в том числе международных. Сличение ГЭТ 158-96 с Государственным первичным эталоном единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0,0003–1000 МГц ГЭТ 45-2011 показало, что при НЭП $E=10$ В/м на частотах 0,3; 10; 20 кГц относительная разность δE между воспроизводимыми эталонами значениями НЭП составляла 0,9; 0,9; 0,4 % соответственно. Результаты международных сличений ГЭТ 158-96 при НЭП 1000 В/м на частоте 50 Гц подтвердили удовлетворительное совпадение с опорным значением [5].

Эталон единицы НЭП эксплуатируются в 18 национальных метрологических институтах зарубежных стран. По показателям точности и воспроизводимым частотам их можно разделить на две группы: первая группа имеет неопределённости

воспроизведения НЭСП 0,5–1,5 %, НЭП воспроизводится на фиксированной частоте или в диапазоне частот 10–10³ Гц в пределах 1–30·10³ В/м; вторая группа – неопределённости воспроизведения НЭСП 0,7–1,7 дБ (8–22 %), НЭП воспроизводится в диапазоне частот 10–50·10³ Гц в пределах 1–10³ В/м (BIPM: [сайт]. URL: <https://www.bipm.org/kcdb/cmcs/quick-search>). В целом для эталонов национальных метрологических институтов стран мира характерно уменьшение как точности, так и верхних границ диапазона воспроизведения НЭП при увеличении верхних границ частотного диапазона.

ГЭТ 158-96 по показателям точности не входил в первую группу, отличался от большинства эталонов ведущих стран по нижней границе частотного диапазона воспроизведения переменного электрического поля и по верхней границе диапазона воспроизводимых значений НЭП. Кроме того, для ГЭТ 158-96 имели место ограничения, связанные с ненулевым значением потенциала в рабочем объёме.

Таким образом, для этого вида измерений к концу 2010-х гг. стали характерны такие тенденции, как повышение точности, расширение диапазонов воспроизведения и измерений НЭП, переход к более низким частотам при измерениях напряжённости переменного электрического поля, что нашло отражение в нормативной базе. В частности, нижняя граница частотного диапазона измерений напряжённости переменного электрического поля расширена от 20 до 5 Гц, а верхняя граница диапазона измерений НЭП при специальной оценке условий труда – от 200 до 1000 кВ/м.

Развитие уровня техники в Российской Федерации и за рубежом повлекло необходимость совершенствования ГЭТ 158-96, которое было выполнено во ВНИИФТРИ в 2018–2020 гг. Приказом Росстандарта Российской Федерации № 2197 от 23.12.2020 г. утверждён Государственный первичный эталон единицы НЭП в диапазоне частот от 0 до 20 кГц ГЭТ 158-2020.

Целями совершенствования ГЭТ 158-96 являлись расширение диапазона воспроизведения НЭСП и НЭП от 2000 до 4000 В/м, расширение нижней границы частотного диапазона воспроизведения НЭП от 20 до 5 Гц, повышение точности позиционирования измерительных антенн, обеспечение нулевого значения электрического потенциала в рабочем объёме, а также уточнение выражений для оценивания показателей точности. Значение 4000 В/м одновременно удовлетворяет требованиям как обеспечения наивысшей точности, так и допустимой погрешности передачи единицы в область значений НЭП порядка 800–1000 кВ/м, увеличивающейся при увеличении отношения верхних границ диапазонов воспроизведения первичного и подчинённых эталонов.

Методы совершенствования ГЭТ 158-96. Достижение этих целей при наивысшем уровне точности методами, основанными на применении только калибраторов напряжения, затруднительно, так как невозможна синхронизация калибраторов напряжения в требуемом диапазоне частот. Поэтому при совершенствовании ГЭТ 158-96 дополнительно применён метод двухканального усиления посредством каскадно-включённых балансных прецизионного генератора, точного усилителя и эталонного измерителя напряжений.

Технические и экономические преимущества указанного метода обоснованы в [6].

На рис. 1 приведена структурная схема ГЭТ 158-2020, включающего в себя ГЭП 0-20, КЭП 0-20 и систему контроля позиционирования антенн. ГЭП 0-20 содержит трёхканальный источник прецизионных напряжений, полеобразующую систему, задающий генератор со сверхнизким уровнем искажений DS360 и измерители напряжений – эталонные цифровые мультиметры Fluke 8508A. Канал электростатики (частота 0 Гц) включает в себя два калибратора Fluke 5502E. Канал 5–3500 Гц состоит из двух точных высоковольтных

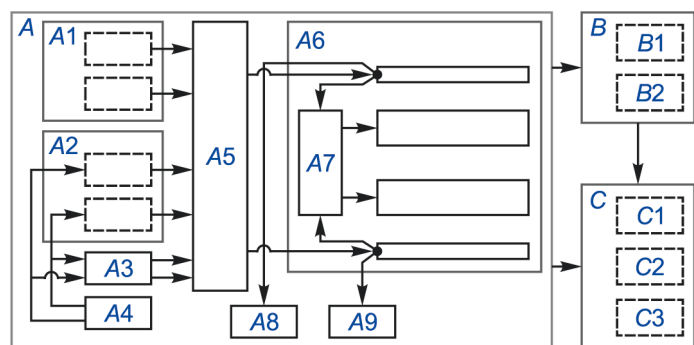


Рис. 1. Структурная схема ГЭТ 158-2020:

A – ГЭП 0-20; A1 – канал электростатики (частота 0 Гц); A2 – канал 5–3500 Гц; A3 – высокочастотный канал 3,5–20 кГц; A4 – задающий генератор; A5 – блок коммутации БК-1; A6 – полеобразующая система; A7 – делитель напряжений; A8, A9 – эталонные измерители напряжений; B, B1, B2 – КЭП 0-20, КЭП-05, ЭИЭП-0/50 соответственно; C – система контроля позиционирования; C1 – видеоканал; C2 – осветитель; C3 – ноутбук

Fig. 1. Block diagram of GET 158-2020:

A – electric field generator GEP 0-20; A1 – channel of electrostatics (frequency 0 Hz); A2 – channel from 5 to 3500 Hz; A3 – high-frequency channel from 3.5 to 20 kHz; A4 – the master generator; A5 – switching unit; A6 – field-forming system; A7 – voltages divider; A8, A9 – reference voltage meters; B, B1, B2 – KEP 0-20, KEP-05, EIEP-0/50; C – positioning control system; C1 – video channel; C2 – illuminator; C3 – laptop

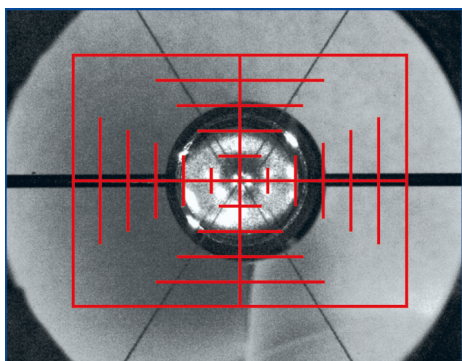


Рис. 2. Скриншот системы контроля позиционирования; в центре – дипольная измерительная антенна, косое перекрестье – физический центр КПЭ1, прямоугольная маркерная сетка индицирует положение центра КПЭ1

Fig. 2. Positioning control system screenshot. In the center there is a dipole measuring antenna, the oblique crosshair is the physical center of the KPE1, a rectangular marker grid indicates the position of the center of the KPE1

усилителей Trek 609E-6. Высокочастотный канал 3,5–20 кГц включает в себя двухканальный усилитель высокого напряжения Т+А РА3100 HV. Сигналы каналов коммутируются, балансируются в блоке коммутации БК-1, также согласующем импедансы в диапазоне частот 3,5–20 кГц. Нулевое значение потенциала в центре рабочего объема достигается за счёт балансной структуры ГЭП 0-20 и симметричности сигналов.

В качестве полеобразующей системы использован эталонный экранированный плоский конденсатор КПЭ1 специальной конструкции, обеспечивающей высокую однородность электрического поля в рабочем объёме. Однородность поля повышают четыре дополнительных полуцилиндрических электрода, питающихся посредством симметричного частотно-компенсированного делителя ДН1-1 из состава КПЭ1.

Воспроизводимой в свободном пространстве физической величиной электростатического поля является модуль вектора НЭСП в рабочем объёме полеобразующей системы, а переменного (изменяющегося во времени по гармоническому закону) электрического поля – среднеквадратическое значение модуля вектора НЭП линейно поляризованного электрического поля. Воспроизведение единицы НЭП в свободном пространстве, как производной величины, прослеживается к Государственному первичному эталону длины – метра ГЭТ 2-2021 и Государственному первичному эталону единицы электрического напряжения ГЭТ 13-2001 [7, 8].

Модуль электрического поля определяется по формуле

$$E = KU, \quad (1)$$

где E – модуль НЭП в центре КПЭ1; K – коэффициент преобразования; U – напряжение, подводимое к конденсатору.

Значение K определяется конструкцией и геометрическими размерами конденсатора. Для состоящей из двух бесконечных пластин идеальной модели плоского конденсатора K равно величине, обратной расстоянию H между пластинами конденсатора, а электрическое поле между пластинами однородно. В реальных конденсаторах конечных размеров электрическое поле всегда неоднородно. Кроме того, имеет место принципиально неустранимое возмущение распределения НЭП, обусловленное электрическим взаимодействием измерительных антенн с пластинами конденсатора. Поэтому в случае конструкции полеобразующей системы конечных размеров, реализованной в КПЭ1, выражение (1) можно представить в следующем виде:

$$E = U/H + \delta E, \quad (2)$$

где δE характеризует отличие распределения поля в реальной конструкции конечных размеров от невозмущённого распределения поля в идеальном бесконечном плоском конденсаторе; в случае воспроизведения электростатического поля $U = (U_1 - U_2)$, U_1 , U_2 – разнополярные постоянные напряжения на пластинах конденсатора; в случае воспроизведения переменного электрического поля $U = (U_1 + U_2)$, U_1 , U_2 – среднеквадратические значения противофазных переменных напряжений на пластинах конденсатора.

Компаратор КЭП 0-20, обеспечивающий передачу единицы НЭП подчинённым эталонам на частотах 0; 5–20000 Гц, включает в себя компаратор электрического поля «Экофизика» КЭП-05 и эталонный измеритель электрического поля ЭИЭП-0/50.

Система контроля позиционирования включает в себя осветитель, видеоканал на основе малогабаритной USB камеры MU9PM, ноутбук и обеспечивает повышение точности установки антенн путём определения и индикации координат центра рабочего объёма, а также контроль отклонений позиции измерительной антенны от центра с разрешением более 75 dpi (рис. 2).

Метрологические характеристики ГЭТ 158-2020. Результаты исследований метрологических характеристик ГЭТ 158-2020 показали, что применённые технические решения в совокупности обеспечили, помимо достижения целей совершенствования, дополнительное улучшение показателей точности и расширение нижней границы частотного диапазона ГЭП 0-20 от 20 Гц до 1 Гц.

Границы неисключённой систематической погрешности (НСП) воспроизведения напряжённости электрического поля Θ_0 , выраженные в процентах, при доверительной вероятности $P=0,99$ определяются по формуле

$$\Theta_0 = \pm 1,4 \sqrt{\sum_{i=1}^5 \Theta_{0i}^2},$$

где Θ_{01} , Θ_{02} , Θ_{03} , Θ_{04} , Θ_{05} – составляющие погрешности, обусловленные соответственно неоднородностью электрического поля в рабочей зоне КПЭ1, неточностью геометрии КПЭ1, неточностью определения напряжения на входе КПЭ1, неточностью формулы (2), используемой для расчёта напряжённости поля в центре КПЭ1, частотной характеристикой делителя напряжения.

Выражение для оценки Θ_{04} ранее найдено в результате решения квазистатической задачи с учётом размеров пластин, дополнительных электродов, взаимного расположения последних и граничных условий [9]. Однако следует отметить, что приведённое в [9] выражение для оценки Θ_{04} соответствует только несимметричному возбуждению эталонного конденсатора и потому неприменимо для реализованной в ГЭТ 158-2020 симметричной системы питания КПЭ1. Решение соответствующей задачи с новыми краевыми условиями приводит к следующему выражению для оценки Θ_{04} , выраженной в процентах:

$$\Theta_{04} = 200[a_0 + b_0(\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (3)$$

где a_0 , b_0 – коэффициенты, определяемые геометрией КПЭ1; φ_1 , φ_2 – безразмерные потенциалы дополнительных электродов КПЭ1 [9].

Значения Θ_{0i} в полосе рабочих частот составляют: $\Theta_{01}=0,6\%$, $\Theta_{02}=0,069\%$, $\Theta_{03}=0,016\%$, $\Theta_{04}=0,09\%$, $\Theta_{05}=0,8\%$, причем на частоте 0 Гц $\Theta_{05}=0$. Основной вклад в НСП вносят составляющие, обусловленные неоднородностью электрического поля в рабочей зоне КПЭ1 и частотной характеристикой делителя. Соответственно, на частоте 0 Гц $\Theta_0=0,9\%$, во всей полосе рабочих частот $\Theta_0=1,4\%$.

Передача единицы подчинённым эталонам производится методом сличения с помощью компаратора, а передача

единицы СИ – методом прямых измерений. Погрешность передачи зависит в том числе и от геометрических характеристик как вышестоящего эталона, так и СИ. Целесообразно обсудить подробнее характер этой зависимости, обусловленной электрическим взаимодействием антенн типичных компараторов и СИ с наиболее распространёнными полеобразующими системами.

Анализ электрического взаимодействия антенны с элементами плоского конденсатора конечных размеров выполнен в [10] методом вычисления в квазистатическом приближении полного электрического поля, включающего поле антенны. Согласно [10] выраженное в процентах значение обусловленной электрическим взаимодействием погрешности δE_{B3} можно записать как

$$\delta E_{B3} = 100(d/(2H))^3 k(h), \quad (4)$$

где d – поперечный размер антенны; $k(h)$ – коэффициент, зависящий от $h=2H/D$, h – безразмерное отношение расстояния между пластинами конденсатора и поперечного размера пластин D .

Полученную в [10] зависимость $k(h)$ с достаточной для практических расчётов точностью больше 1 % выразим в виде

$$k(h) = \delta_0 [\alpha_0 - \exp(h-h_{01}) - \alpha_2 h^2 (h-h_{02})]. \quad (5)$$

Соответственно, с учётом (4) получим

$$\delta E_{B3} = 100 \delta_0 (d/(2H))^3 [\alpha_0 - \exp(h-h_{01}) - \alpha_2 h^2 (h-h_{02})]. \quad (6)$$

Выражение (6) позволяет сравнивать между собой разные полеобразующие системы с произвольными h . Приведённая выше погрешность выражения (5) обеспечивается при следующих параметрах: $0,25 \leq h \leq 2,5$, $\delta_0 = 4,808$, $\alpha_0 = 1,0018$, $\alpha_2 = 0,0045$, $h_{01} = 6,01$, $h_{02} = 2,25$.

Оценки составляющей погрешности передачи δE_{B3} , обусловленной электрическим взаимодействием, для типичных условий применения выполнены с помощью выражения (6), параметр H выбирали из интервала $150 \text{ мм} \leq H \leq 500 \text{ мм}$:

$H = 500 \text{ мм}$ соответствует полеобразующим системам ГЭТ 158-2020, установки для воспроизведения электрического поля КЭП-65, установки для воспроизведения напряжённости электрического поля промышленной частоты П1-12/3 (рег. № 25593-13), образцовой установки электрического поля УЭП-01;

$H = 250 \text{ мм}$ соответствует полеобразующим системам эталонов 1-го и 2-го разрядов: П1-23 (рег. № 442247-10 и др.), П1-24 (рег. № 47327-11 и др.), П1-21 (рег. № 41399-09 и др.);

$H = 200 \text{ мм}$ соответствует полеобразующей системе калибратора напряжённости электростатического поля КНЭП-1М (рег. № 52593-13);

$H = 150 \text{ мм}$ соответствует полеобразующей системе калибратора напряжённости электростатического поля КНЭП-200 (рег. № 52594-13).

В расчётах использованы приведённые в описаниях типа геометрические размеры и данные производителей. В качестве типичных компараторов НЭП в свободном пространстве выбраны

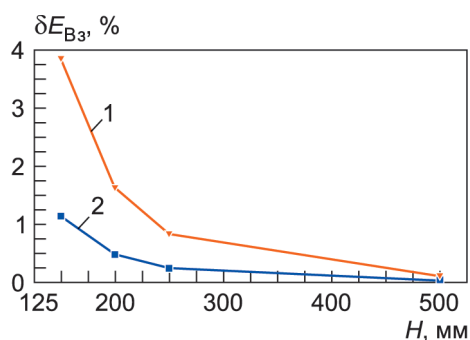


Рис. 3. Зависимость δE_{B3} от расстояния H между основными электродами полеобразующей системы:

1 – передача единицы НЭП в свободном пространстве СИ СТ-01; 2 – передача единицы НЭП в свободном пространстве посредством компаратора ЭСПИ-301

Fig. 3. Dependence δE_{B3} on the distance H between the main electrodes of the field-forming system:

1 – transfer of the unit of electric field strength in free space to the measuring instrument ST-01; 2 – transfer of the unit of electric field strength in free space by means of comparator ESPI-301

ЭСПИ-301 (пер. № 17401-98) и его аналоги, в качестве типичного поверяемого СИ был выбран СТ-01 (пер. № 17400-98).

Результаты расчётов δE_{B3} с использованием выражения (6) приведены на рис. 3. Значение δE_{B3} существенно зависит от параметра H . При $H=500$ мм значение δE_{B3} пренебрежимо мало по сравнению с НСП ГЭТ 158-2020 (то же справедливо для полеобразующих систем подобных рабочих эталонов с $H=500$ мм), однако составляет примерно 15 % от пределов допустимой погрешности для разрядных эталонов с $H=250$ мм. Для эталонов с малогабаритными полеобразующими системами при $H=200$ мм значение δE_{B3} становится сравнимо с их допустимой погрешностью, а при $H=150$ мм значение δE_{B3} существенно превышает последнюю.

Полученные данные подтверждают обоснованность конструкций полеобразующих систем с $H \geq 250$ мм, чего нельзя заключить применительно к воспроизведению НЭП в свободном пространстве посредством конструкций, где $H < 250$ мм.

В разработанном проекте ГПС, учитывающем как современный уровень, так и перспективу развития данного вида измерений (рис. 4), введён дополнительно уровень вторичных эталонов и расширен диапазон измерений, что полностью обеспечивает текущие и перспективные потребности промышленности при разработке, испытаниях и аттестации рабочих эталонов и средств измерений НЭП.

Характеристики ГЭТ 158-2020 приведены в таблице.

Заключение. Нижняя граница (5 Гц) частотного диапазона воспроизведения единицы напряжённости переменного электрического поля ГЭТ 158-2020 в полной мере отвечает требованиям как современных федеральных законов и подзаконных актов, действующих в Российской Федерации и регулирующих этот вид измерений, так и принципам стратегии ВРМ (ССЕМ МБМВ “ССЕМ strategic plan v5/3 26/03/2014”).

Обеспечен нулевой потенциал в центре рабочего объёма, что создало условия для улучшения показателей точности эталона.

Государственная поверочная схема для средств измерений напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц

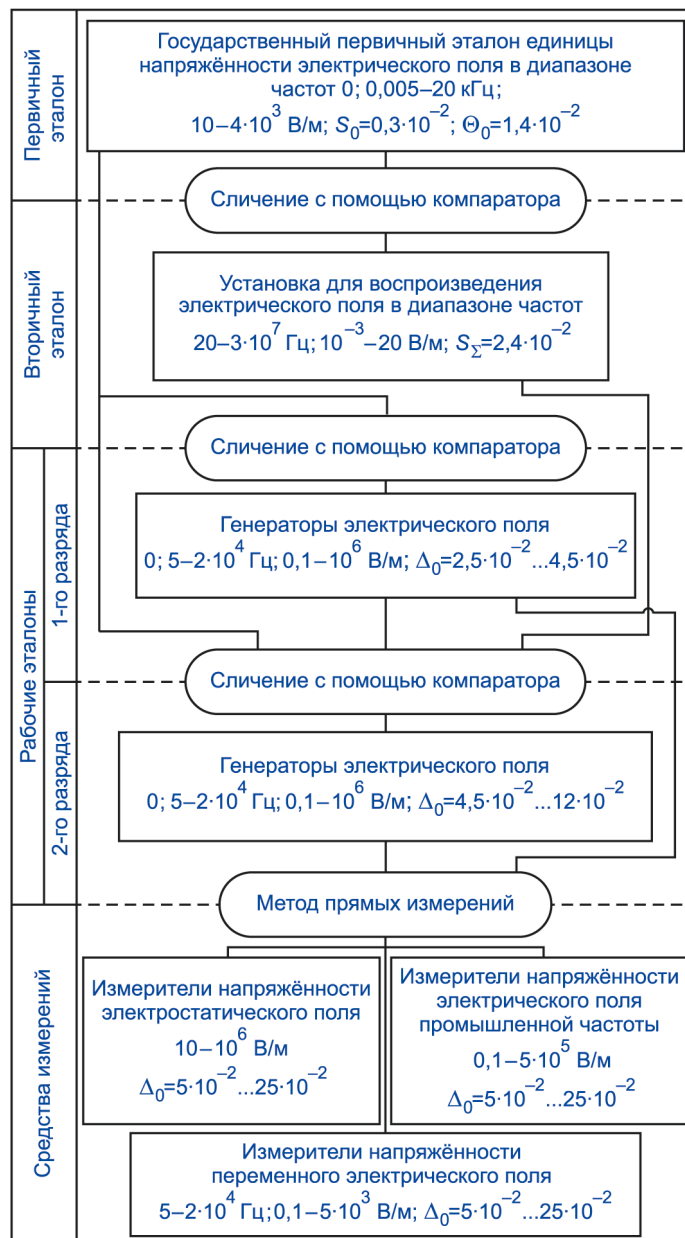


Рис. 4. Проект ГПС, разработанной в 2021 г.

Fig. 4. Project of State verification scheme developed in 2021

За счёт этого и применения более точных СИ границы НСП ГЭТ 158-2020 в диапазоне частот 10–20 кГц уменьшены с 2,6 до 1,4 %. В результате по показателям точности ГЭТ 158-2020 относится к первой группе эталонов ведущих стран.

ГЭТ 158-2020 по нижней границе частотного диапазона воспроизведения единицы напряжённости переменного электрического поля превзошёл возможности эталонов ведущих стран мира. Верхняя граница диапазона воспроизведения единицы НЭП ГЭТ 158-2020 составляет 4000 В/м. По этому параметру ГЭТ 158-2020 уступает в настоящее время лишь эталонам

Метрологические характеристики ГЭТ 158-2020

Характеристика	Значение
Диапазон частот, Гц	0; 5–20000
Диапазон воспроизведения (нулевой потенциал в рабочем объеме), В/м	10–4000
СКО* на частотах 0; 5–20000 Гц (при независимых измерениях $n=5$) S_0 , %	0,3
НСП ($P=0,99$) на частотах: 0 Гц, %	0,9
5–20000 Гц, %	1,4
Стандартная неопределённость по типу А ($n=5$), %	0,3
по типу В, %	0,6
Суммарная стандартная неопределённость, %	0,7
Расширенная неопределённость (коэффициент охвата $k=2$), %	1,4
Межаттестационный интервал, лет	5
Нестабильность в интервале 5 лет, %	0,1

*СКО - среднее квадратическое отклонение.

четырёх национальных метрологических институтов мира. Увеличение верхней границы диапазона воспроизведения НЭП улучшило условия передачи единицы в область больших значений порядка 800–1000 кВ/м.

Разработан проект Государственной поверочной схемы для средств измерений НЭП на частотах 0 Гц и 5–20 кГц, что стимулирует рост парка рабочих эталонов и СИ. Нижняя граница (1 Гц) частотного диапазона воспроизведения единицы напряжённости ГЭП 0-20 обеспечивает модернизационный потенциал ГЭТ 158-2020.

В результате утверждения ГЭТ 158-2020 на обозримую перспективу обеспечены единство измерений, соответствие измерений низкочастотных электрических полей современным требованиям законодательства, испытания и сертификация продукции в соответствии с национальными нормами, контроль уровней НЭП согласно стандартам системы безопасности труда и санитарным нормам, а также защита отечественного рынка эталонов и СИ (доля импорта среди типов СИ составляет менее 30 %).

Список источников

1. Матков В. Н., Куликов В. И., Шервуд Л. Я. Статическое электричество в промышленности. М.: ИМИДЖ, 1992. 48 с.
2. Куликов В. Д. Исследование механизма электрического пробоя ионных кристаллов в наносекундном диапазоне // ЖТФ. 2003. Т. 73. № 12. С. 26–30.
3. Тищенко В. А., Токатлы В. И., Лукьянов В. И. Электромагнитная безопасность при работе с компьютерами: проблемы, предложения, прогнозы // Законодательная и прикладная метрология. № 3. 2000. С. 24–28.
4. Тищенко В. А., Токатлы В. И., Лукьянов В. И. Государственный специальный эталон единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот 0–20 кГц // Измерительная техника. 1997. № 2. С. 3–5.

5. Eckardt H., Lippoldt R., *Metrologia*, 2003, vol. 40, no. 1A, 01002. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/40/1a/01002>

6. Паринов С. Т. Основные направления совершенствования Государственного специального эталона единицы напряжённости электрического поля в диапазоне частот от 0 до 20 кГц ГЭТ 158-96 // Метрология в радиоэлектронике. Материалы XI Всероссийской научно-технической конференции. Т. 2. Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2018, С. 278–288.

7. Акимова Т. П., Захаренко Ю. Г., Кононова Н. А., Федорин В. Л., Фомкина З. В., Чекирда К. В. Государственный первичный эталон единицы длины – метра ГЭТ 2-2021 // Измерительная техника. 2021. № 10. С. 3–7. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-10-3-7>

8. Александров В. С., Катков А. С., Телитченко Г. П. Новый Государственный первичный эталон и Государственная поверочная схема для средств измерений постоянного электрического напряжения и электродвижущей силы // Измерительная техника. 2002. № 3. С. 6–9.

9. Тищенко В. А., Токатлы В. И., Лукьянов В. И. Теория эталонного экранированного конденсатора // Измерительная техника. 2007. № 7. С. 37–39.

10. Тищенко В. А., Токатлы В. И. О калибровке сферической антенны в поле плоского конденсатора // Измерительная техника. 1979. № 10. С. 70–71.

References

1. Matkov V. N., Kulikov V. I., Shervud L. Ya., *Staticheskoe elektrichestvo v promyshlennosti* [Static Electricity in Industry], Moscow, IMIDZH Publ., 1992, 48 p. (In Russ.)
2. Kulikov V. D., *Technical Physics*, 2003, vol. 48, no. 12, pp. 1527–1531. <https://doi.org/10.1134/1.1634672>
3. Tishchenko V. A., Tokatly V. I., Luk'yanov V. I., *Zakonodatel'naya i prikladnaya metrologiya*, 2000, no. 3, pp. 24–28. (In Russ.)
4. Tishchenko V. A., Tokatly V. I., Luk'yanov V. I., *Measurement Techniques*, 1997, vol. 40, no. 2, pp. 101–103. <https://doi.org/10.1007/BF02504028>
5. Eckardt H., Lippoldt R., *Metrologia*, 2003, vol. 40, no. 1A, 01002. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/40/1a/01002>
6. Parinov S. T., *Metrology in Radio Electronics, Proceedings of the XI All-Russian Scientific and Technical Conference, Men-deleevo*, FSUE "VNIIFTRI", 2018, vol. 2, pp. 278–288. (In Russ.)
7. Akimova T. P., Zakharenko Yu. G., Kononova N. A., Fedorin V. L., Fomkina Z. V., Chekirda K. V., *Measurement Techniques*, 2022, vol. 64, no. 10, pp. 789–793. <https://doi.org/10.1007/s11018-022-02005-8>
8. Aleksandrov V. S., Katkov A. S., Telitchenko G. P., *Measurement Techniques*, 2002, vol. 45, no. 3, pp. 228–232. <https://doi.org/10.1023/A:1015954501462>
9. Tishchenko V. A., Tokatly V. I., Luk'yanov V. I., *Measurement Techniques*, 2007, vol. 50, no. 7, pp. 747–751. <https://doi.org/10.1007/s11018-007-0143-y>
10. Tishchenko V. A., Tokatly V. I., *Measurement Techniques*, 1979, vol. 22, no. 10, pp. 1264–1266. <https://doi.org/10.1007/BF00828118>

Статья поступила в редакцию 27.07.2021; одобрена после рецензирования 18.08.2021; принята к публикации 25.02.2022.
The article was submitted 27.07.2021; approved after reviewing 18.08.2021; accepted for publication 25.02.2022.

О формате представления неопределённостей при решении измерительных задач

Сергей Фёдорович Левин

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия, miei-metrolog@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены два формата представления неопределённостей при решении измерительных задач: распределение вероятностей и параметр рассеяния распределения. Отмечена несогласованность определений ряда терминов ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 «Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей» и отсутствие определений важных терминов – композиции, свёртки, вероятности согласия, смеси распределений. Показано, что наиболее полное представление вероятностных свойств неопределённости результатов в метрологии даёт свёртка распределений вероятностей.

Ключевые слова: метрология, измерительная задача, неопределённость, распределение вероятностей, параметр рассеяния, композиция, свёртка, вероятность согласия

Для цитирования: Левин С. Ф. О формате представления неопределённостей при решении измерительных задач // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 14–22. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-14-22>

On the format of the representation for uncertainties in solving measurement problems

Sergey F. Levin

Moscow Institute for expertise and tests, Moscow, Russia, miei-metrolog@yandex.ru

Abstract. Two formats for the representation of uncertainties in solving measurement problems are considered: the probability distribution and the scattering parameter of the distribution. Inconsistency of definitions of a number of terms GOST R ISO 3534-1-2019 “Statistical methods. Dictionary and symbols. Part 1. General statistical terms and terms used in probability theory” and the lack of definitions of important terms – composition, convolution, probability of agreement, mixture of distributions. It is shown that the convolution of probability distributions gives the most complete representation of the probabilistic properties of the uncertainty of results in metrology.

Keywords: uncertainty, probability distribution, scattering parameter, composition, convolution, probability of agreement

Введение. 1 января 2020 г. вместо ГОСТ Р 50779.10-2000 (ИСО 3534.1-93) «Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения» введён в действие ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 «Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей». В примере к термину «2.11 распределение вероятностей» в ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 заявлено: «Вероятностное распределение полностью описывает вероятностные свойства неопределённости результата». И это, скорее, неожиданность, чем новость.

«Распределением вероятностей как наиболее полной характеристикой неопределённости» математических моделей объектов измерений и результатов решения измерительных задач уже оперируют Рекомендации по метрологии Р 50.2.004-2000 «ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения», РМ 1-03 «ГСИ. Методика обработки данных многократных

измерений в статистических измерительных задачах» и МИ 2916-2005 «ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач». Международный словарь VIM-2007 [1] «предусматривает также представление результата измерений плотностью распределения вероятностей на множестве возможных значений измеряемой величины», а «функции распределения (плотности вероятности) систематической и случайной составляющих погрешности измерения» в качестве показателей точности предусматривал в свое время ГОСТ 8.011-72 «ГСИ. Показатели точности измерений и формы представления результатов измерений».

Напомним, «неопределённость измерения» как параметр рассеяния совокупности (распределения вероятностей), который можно приписать рассматриваемым в измерительных задачах величинам или результатам решения этих задач, определена в Рекомендациях РМГ 29-99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения» заимствованием из словаря VIM-93 [2] и в Рекомендации МИ 2552-99 «ГСИ. Применение «Руководства по выражению неопределённости измерения»,

сопровождавшей перевод [3] международного руководства Guide to the expression of uncertainty of measurement (GUM) [4].

Однако здесь имеет место разночтение. В [3, 4] указано, что «идеальный метод для оценки и выражения неопределённости измерения должен предоставлять возможность указать такой интервал, в частности, интервал с вероятностью или уровнем доверия, который реально соответствует требуемому», а в ГОСТ Р 54500.3-2011/Руководство ИСО/МЭК 98.3:2008 «Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения» и в одноимённом ГОСТ 34100.3-2017 – что «идеальный метод оценивания и выражения неопределённости измерения должен предоставлять возможность указать такой интервал, в частности, который был бы действительно близок к доверительному интервалу с заданным уровнем доверия».

Но в приложении С.3.2 перевода [3], ISO/IEC Guide 98-3 (GUM: 1995) “Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement”, ГОСТ Р 54500.3-2011 и ГОСТ 34100.3-2017 указано: «Надлежащей мерой неопределённости результата измерения является не дисперсия наблюдаемой величины, а дисперсия среднего арифметического по выборке наблюдений». А ведь в государственных поверочных схемах доверительные границы погрешности являются границами не доверительных, а толерантных интервалов. Эта нечёткость «интервал с вероятностью или уровнем доверия» или «интервал, в частности, который был бы действительно близок к доверительному интервалу с заданным уровнем доверия» была исправлена в последующих редакциях GUM. Но она стала для некоторых метрологов-теоретиков основанием некорректной критики границ толерантных интервалов как метрологических характеристик, закончившейся конфузом [5].

Заметим, уровень доверия фигурирует в ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 без определения, а с прежним определением – в ГОСТ Р ИСО 10576-1-2006 «Статистические методы. Руководство по оценке соответствия установленным требованиям. Часть 1. Общие принципы» с термином

3.9 доверительная вероятность, уровень доверия (confidence coefficient, confidence level): Величина $(1 - \alpha)$ – вероятность, связанная с доверительным интервалом или со статистически накрывающим интервалом.

Примечание – Величину $(1 - \alpha)$ часто выражают в процентах. [ИСО 3534.1–93, пункт 2.59]

Там же фигурирует термин

3.7 интервал неопределённости: Интервал, получаемый на основе измерений параметра и оценки его неопределённости, накрывающий область возможных значений, которые обоснованно могут быть приписаны измеряемому параметру.

Примечания ... 2 В случае, когда неопределённость получают путём оценки типа А для компонентов неопределённости, интервалом неопределённости может быть доверительный интервал для параметра.

Этот термин применяется в двух- и одноэтапной процедурах оценивания соответствия путём сравнения интервалов неопределённости с предельными значениями для контролируемых параметров. Причём отмечено, что для двухэтапной процедуры оценивания характерна «несколько более высокая вероятность решения о соответствии объекта с недопустимыми значениями контролируемого параметра, близкими к предельному значению».

Но интервалы неопределённости и доверительные интервалы характеризуют точность доверительного оценивания для параметров распределений, а интервалы охвата и толерантные интервалы, – для долей распределений!

Еще одной неожиданностью ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 стало исчезновение терминов ГОСТ Р 50779.10-2000:

2.69 свободный от распределения критерий (distribution-free test) – Критерий, в котором функция распределения статистики, лежащей в основе критерия, не зависит от функции распределения наблюдений.

3.25 неопределённость (результата проверки) (en uncertainty) – Оценка, относящаяся к результату проверки, которая характеризует область значений, внутри которой лежит истинное значение.

И уж совсем неожиданным оказалось то, что в ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 так и не были упомянуты важнейшие с точки зрения формата представления неопределённостей термины, отсутствовавшие в ГОСТ Р 50779.10-2000:

СВЁРТКА функций $f(x)$ и $g(x)$, принадлежащих $L(-\infty, \infty)$, – функция $h(x)$, определяемая равенством

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-y)g(y)dy = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)g(x-y)dy$$

и обозначаемая символом $(f * g)(x)$. В. И. Соболев [6, стб. 1075].

КОМПОЗИЦИЯ – бинарная алгебраическая операция. Напр., К. (или суперпозицией) двух функций $f(x)$ и $g(x)$ наз. функция $h(x) = f[g(x)]$. См. *Свёртка*. [7, стб. 1013].

3.2.2 вероятность согласия распределений вероятностей: *площадь пересечения графиков плотностей распределений вероятностей $f_1(x)$ и $f_2(x)$:*

$$\alpha_{1,2} \equiv 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x) - f_2(x)| dx.$$

Примечание – При единственной точке пересечения графиков плотностей распределений вероятность согласия связана с расстоянием (статистикой) Колмогорова D_N тождеством

$$\alpha_* \equiv 1 - D_N. \quad [\text{МИ 2916-2005}].$$

6.2. При необходимости объединения неравноточных данных в статистический ряд для его описания используют **смеси распределений**

$$f_{\Sigma}(\xi) = \sum_{k=1}^K p_k f_{*k}(\theta_{*k1}, \theta_{*k2}; \xi), \quad \sum_{k=1}^K p_k = 1,$$

где весовые коэффициенты p_k пропорциональны объемам выборок статистически однородных данных. [РМ 1-03].

Так в международной метрологии сформировалась проблема неадекватности, обозначенная единственным термином [1]

2.27 дефинициальная неопределённость (англ. definitional uncertainty, фр. incertitude definitionnelle) – составляющая неопределённости измерений, являющаяся результатом ограниченной детализации в определении измеряемой величины.

ПРИМЕЧАНИЕ 1 Дефинициальная неопределённость есть практический минимум неопределённости измерений при любом измерении данной величины.

ПРИМЕЧАНИЕ 2 Любое изменение детализации в определении величины ведет к другой дефинициальной неопределённости.

ПРИМЕЧАНИЕ 3 В ISO/IEC Guide 98-3:2008, D.3.4 и в IEC 60359 для понятия «дефинициальная неопределённость» используется термин «собственная неопределённость» (“intrinsic uncertainty”).

с предварительным уточнением: «в GUM дефинициальная неопределённость рассматривается как пренебрежимо малая по сравнению с другими составляющими неопределённости измерений» [1, с. 10], что есть неизбежное следствие отсутствия математического решения проблемы [8].

Терминологические потери и несоответствия. Да, «синонимия» *доверительной вероятности и уровня доверия* (п. 3.9 ГОСТ Р ИСО 10576-1-2006) не соответствует определению [9, с. 174]:

Доверительный интервал – интервал приближенных значений неизвестного скалярного параметра вероятностного распределения, построенный по результатам наблюдений. Пусть X – случайный элемент, принимающий значения в выборочном пространстве (X, B, P_θ) , $\theta \in \Theta \subset R^1$. Пусть $\theta^- = \theta^-(X)$ и $\theta^+ = \theta^+(X)$ такие две оценки параметра θ , что интервал $(\theta^-, \theta^+) \in \Theta$ и, кроме того, для любого $\theta \in \Theta$ определена вероятность $P_\theta\{\theta^- < \theta < \theta^+\} = p(\theta)$. Интервал (θ^-, θ^+) называется доверительным интервалом для параметра θ ; $p(\theta)$ называется доверительной вероятностью, или вероятностью накрытия, Д. и. (θ^-, θ^+) ; θ^- и θ^+ – нижняя и верхняя доверительные границы соответственно. Если доверительная вероятность $p(\theta)$ не зависит от θ , то в этом случае говорят, что Д. и. (θ^-, θ^+) подобен пространству выборок. Число $P = \inf_{\theta \in \Theta} p(\theta)$ называется коэффициентом доверия, или доверительным уровнем интервальной оценки.

М. С. Никулин.

И ранее было известно [7, стб. 366]: «**ДОВЕРИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ** – ... $P_C(\theta)$ зависит от неизвестного θ , и поэтому в практич. работе принято характеризовать качество интервальной оценки коэффициентом доверия $P_C = \inf_{\theta \in \Theta} P_C(\theta)$, где нижняя грань вычисляется на множестве Θ (иногда коэффициент доверия наз. доверительным уровнем)... Ю. В. Линник, Н. М. Халфина».

Но в ГОСТ Р ИСО 10576-1-2006 для термина «3.9 **доверительная вероятность, уровень доверия**» англоязычные

эквиваленты указаны правильно – confidence coefficient, confidence level. Однако *уровень доверия* из ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 указывает на еще одну неупомянутую гипотезу [9, с. 725]:

ТОЛЕРАНТНЫЙ ИНТЕРВАЛ – интервал со случайными границами, построенный по выборке таким образом, что он с заранее выбранной вероятностью содержит не менее заданной доли вероятностной массы непрерывного распределения, к-рому подчиняются элементы выборки. Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ – выборка, элементы к-рой суть независимые одинаково непрерывно распределённые случайные величины, функция распределения к-рых $F(x) = P\{X < x\}$ неизвестна. Далее, пусть $T_1 = T_1(X)$ и $T_2 = T_2(X)$ – такие статистики, что для заданной вероятности p ($0 < p < 1$) событие $\{F(T_2) - F(T_1) \geq p\}$ имеет заранее выбранную вероятность γ . В этом случае случайный интервал (T_1, T_2) называется γ -толерантным интервалом для функции распределения $F(x)$. Статистики T_1 и T_2 называются толерантными границами.

М. С. Никулин.

Важность этой гипотезы подтверждает и энциклопедия [10, стб. 358]:

ТОЛЕРАНТНЫЙ ИНТЕРВАЛ – случайный интервал, построенный по независимым одинаково распределённым величинам, функция распределения $F(x)$ к-рых неизвестна, и содержащий с заданной вероятностью γ , по крайней мере, долю p ($0 < p < 1$) вероятностной меры dF .

Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ – независимые случайные величины, подчиняющиеся одному и тому же вероятностному закону, функция распределения которого $F(x)$ неизвестна, и пусть $T_1 = T_1(X_1, X_2, \dots, X_n)$ и $T_2 = T_2(X_1, X_2, \dots, X_n)$ – такие статистики, что для заранее фиксированного числа p ($0 < p < 1$) событие $\{F(T_2) - F(T_1) > p\}$ имеет заданную вероятность γ , т. е.

$$P\left\{\int_{T_1}^{T_2} dF(x) \geq p\right\} = \gamma. \quad (1)$$

В таком случае, случайный интервал (T_1, T_2) наз. γ -толерантным интервалом для функции распределения $F(x)$, его границы T_1 и T_2 – толерантными пределами, а вероятность γ – коэффициентом доверия. Из (1) следует, что односторонние толерантные пределы T_1 и T_2 представляют собой не что иное, как обычные односторонние доверительные пределы с коэффициентом доверия γ для квантилей $x_{1-p} = F^{-1}(1-p)$ и $x_p = F^{-1}(p)$ соответственно, т. е. $P\{x_{1-p}[T_1, +\infty)\} = \gamma, P\{x_p[-\infty, T_2]\} = \gamma$.

М. С. Никулин.

Получается, что *доверительный уровень и уровень доверия* – не одно и то же. Но «независимые одинаково непрерывно распределённые случайные величины, функция распределения которых $F(x) = P\{X < x\}$ неизвестна» – гипотеза, связанная со «свободным от распределения критерием».

И как теперь понимать Рекомендации по стандартизации Р 50.1.037-2002 «Прикладная статистика. Правила проверки

согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии»:

2.3.1 При проверке сложных гипотез, когда по той же самой выборке оценивают параметры наблюдаемого закона распределения вероятностей, непараметрические критерии согласия Колмогорова, Смирнова, ω^2 и Ω^2 Мизеса теряют свойство «свободы от распределения». В этом случае распределения статистик этих критериев будут зависеть от закона, которому подчинена наблюдаемая выборка. ...

2.3.9 **Выводы** ...Некорректно использование оценок по методу моментов (за исключением тех ситуаций, когда оценки по методу моментов совпадают с ОМП¹), использование различных оценок по наблюдениям, сгруппированным в интервалы. Некорректно вычисление значений статистик непараметрических критериев согласия по группированным наблюдениям.

Исключение же термина «3.25 неопределённость» в ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 никак не объясняется.

Проблемы формата представления неопределённостей. *Толерантный интервал* связан с форматом представления неопределённостей.

Согласно РМ 1-03: «4.1.5 ... Толерантную оценку точности получают как такой наименьший интервал, который с принятой доверительной вероятностью содержит не менее чем заданную долю теоретического распределения». В ГОСТ Р ИСО 16269-6-2005 «Статистические методы. Статистическое представление данных. Определение статистических толерантных интервалов» указано

3.1.1 **толeрантный интервал:** Интервал, определяемый по случайной выборке таким способом, что можно утверждать с указанным уровнем доверия, этот интервал содержит не менее чем заданную долю совокупности.

Примечание – Уровень доверия в этом случае – предел доли интервалов, определённых указанным способом, которые будут включать в себя не менее чем заданную долю совокупности, при бесконечном увеличении повторений метода.

И в условии для доли, накрываемой интервалом с границами в виде крайних членов вариационного ряда выборки, в ГОСТ Р ИСО 16269-6-2005 была допущена грубая ошибка: $np^n - 1 - (n-1)p^n \leq \alpha$, т. е. $p^n - 1 \leq \alpha$. Отметив путанность терминологии, ошибку поправил одноимённый ГОСТ Р 50779.29-2017 спустя 12 лет.

Это условие было получено по порядковым статистикам для упомянутой выше гипотезы [11, 12]: генеральная совокупность содержит независимые случайные величины, подчиняющиеся неизвестному непрерывному распределению $F(x)$. Аналогичный результат для дискретного распределения

получен в работе [13]. Правда, нечёткость в отношении *уровня доверия* в ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 и в ГОСТ Р 50779.29-2017 осталась, не говоря уже о «потерянной» *генеральной совокупности*.

Заметим, при $P=\gamma=\{0,90;0,95;0,99\}$ согласно ГОСТ Р 50779.29-2017 объёмы выборок для неизвестного непрерывного распределения $N=\{38,93,662\}$, а для симметричного – $N_v=\{11,29,228\}$, что неприемлемо для практики, но указывает на необходимость получения более подробных сведений о неизвестном распределении генеральной совокупности.

И тут проявляется первая проблема, с которой сталкивается математическая статистика при выборочном исследовании неизвестных генеральных совокупностей: без принятия гипотез о непрерывности, независимости и однородности данных выборочного исследования соответствующая задача идентификации функции распределения практически решена быть не может.

За этой проблемой следует проблема неидентичности или нестационарности условий измерений, что влечёт за собой бессмысленность предельных теорем в качестве источника так называемых нормальных распределений вероятностей. Возникающая при этом задача обнаружения и идентификации тренда в ряду измерений возвращает метрологов к проблеме неадекватности, которую не то опрометчиво, не то поверхностно затронули и не решили работчики GUM.

Историю планового внедрения в ГСИ понятия «неопределённость» в рамках моментного подхода к оцениванию точности результатов решения измерительных задач можно рассматривать как череду возникающих одна за другой проблем практического применения GUM [14–16]. На эти проблемы не всегда обращают внимание, но они проявляются в практике поверки и калибровки средств измерений (СИ) казусами, а поверители СИ до сих пор не воспринимают «Руководство по выражению неопределённости измерения».

Если расхождение названий «неопределённость измерения» и «неопределённость результата решения измерительной задачи» связано соответственно с косвенным и прямым смыслом слова «измерение», то формат представления «неопределённости» в виде распределения вероятностей или параметра его рассеяния определили противоречивые требования строгости и простоты.

Подходы к оцениванию точности результатов на композиционный и моментный разделились в XIX в. Тогда К. Якоби обобщил решение задачи о композиции $h(x)=f[g(x)]$ двух функций плотностей распределений вероятностей $f(x)$ и $g(x)$ на многомерный случай введением якобиана функционального преобразования [17]. И тогда же стали известны проблемы формата «неопределённости результата решения измерительной задачи».

Во-первых, построение композиции, вырождающейся в свёртку для функционального преобразования в виде линейной комбинации случайных величин, представляет собой ещё более сложную математическую задачу и часто не даёт аналитических решений. Но построение композиции численными методами в отличие от линеаризации нелинейных

¹ ОМП – оценка максимального правдоподобия.

«уравнений измерения» [3, 4] позволяет эффективно использовать метод Монте-Карло.

Во-вторых, метод характеристических функций, позволивший определить условия сходимости сумм независимых случайных величин к нормальному распределению, сводит задачу построения свёртки к преобразованию Фурье-Стилтьеса для произведения соответствующих характеристических функций. Однако лёгкость получения характеристических функций для типовых распределений вероятностей контрастирует со сложностью нахождения преобразований Фурье-Стилтьеса для произведения характеристических функций. В этом смысле метод композиции Якоби и метод характеристических функций Ляпунова при оценивании точности решений измерительных задач можно рассматривать как трудности одного порядка.

Методы оценивания точности по моментам распределений традиционно считались более простыми. И в 1929 г. Х. П. Робертсон показал, что соотношение неопределённостей В. Гейзенберга (исходный пункт концепции неопределённости измерения по названию) можно выразить через средние квадратические отклонения при измерениях координат квантовых объектов и что равенство в соотношении неопределённостей достигается только для квантовых состояний, описываемых так называемыми гауссовыми волновыми пакетами [18]. Среди физических толкований соотношения неопределённостей выделим два:

ограничение на экспериментально достижимую точность измерения характеристик квантовых объектов, обусловленное неадекватностью классических приборов целям квантовых измерений;

внутренне присущие свойства квантовых объектов независимо от несовершенства экспериментальных установок для измерения этих свойств.

Учитывая то, что СИ создаются на основе математических моделей физических явлений и эффектов, следует признать в качестве источника неопределённостей неадекватность этих математических моделей [8]. Эта причина и указана в [3, 4] вместе с основной проблемой формата «неопределённости измерения» в рамках моментного подхода.

6.3.2 В идеале хотелось бы иметь возможность выбрать конкретное значение коэффициента охвата k , которое обеспечивало бы интервал $Y = y \pm U = y \pm k u_c(y)$, соответствующий выбранному уровню доверия, такому как 95 или 99 процентов; равным образом, для заданного значения k хотелось бы иметь возможность чётко указать уровень доверия, связанный с этим интервалом. Однако это нелегко осуществить на практике, поскольку это требует полного знания распределения вероятностей, характеризваемого результатом измерения y и его суммарной неопределённостью $u_c(y)$. Хотя эти параметры обладают большой значимостью, сами по себе они недостаточны для того, чтобы установить интервалы, имеющие точно известные уровни доверия.

Да и согласно теореме А. А. Маркова [19] по $2v+1$ первым моментам можно найти ступенчатую функцию распределения лишь с v точками роста.

Более подробные пояснения дает Приложение G [3, 4]:

G.1.3. Чтобы получить значение коэффициента охвата k_p , образующего интервал с заданным уровнем доверия p , необходимо иметь подробные сведения о законе распределения, характеризующем результатом измерения и его суммарной стандартной неопределённостью.

G.1.4. Если известны распределения вероятностей входных величин $X_1, X_2, \dots, X_N$, [их математические ожидания, дисперсии, а также если эти величины не являются нормальными, моменты высших порядков], от которых зависит измеряемая величина Y , и если Y является линейной функцией входных величин $c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_N X_N$, то распределение вероятностей Y может быть получено свёрткой распределений вероятностей входных величин.

Таким образом, значения k_p , образующие интервалы с заданным уровнем доверия p , могут быть рассчитаны по этой свёртке.

G.1.5. Если функциональная зависимость между Y и входными величинами нелинейна, и ограничение членами первого порядка разложения в ряд Тейлора этой зависимости не может рассматриваться в качестве допустимого приближения, то распределение вероятностей не является свёрткой распределений входных величин. В таких случаях необходимо использовать другие аналитические или численные методы расчёта.

G.1.6. На практике процедура свёртки при расчёте интервалов с заданными уровнями доверия – не используется или используется крайне редко по следующим причинам: параметры распределения входной величины обычно не известны точно, а являются лишь оценками; трудно ожидать, что уровень доверия для данного интервала может быть известен с высокой точностью; реализация этой процедуры сложна с математической точки зрения.

Вместо этого применяют приближения, основанные на центральной предельной теореме.

Центральную предельную теорему, обобщив работы П. Л. Чебышёва и А. А. Маркова, методом характеристических функций доказал в 1901 г. А. М. Ляпунов. Однако центральная предельная теорема связана не со стандартной неопределённостью совокупности, а со стандартной неопределённостью оценки её параметра положения, и теряет состоятельность в нестационарных условиях измерений. Кроме того, статистическая проверка гипотез, в том числе гипотезы «нормальности», в [3, 4] не предусмотрена, но даже при наличии такой проверки неопределённой остаётся дефинитная («дефинициальная» [1]) неопределённость функции распределения, принятой для искомой в измерительной задаче величины [8].

Особую актуальность проблема формата представления неопределённостей приобрела в связи с введением ГОСТ ISO/IEC 17025-2019 «Общие требования к компетентности

испытательных и калибровочных лабораторий», в котором глагольная форма «должна» означает требование:

7.8.6.1 Если по результатам испытания или калибровки делается заключение о соответствии спецификации или стандарту, лаборатория должна документировать правило принятия решения, принимая во внимание уровень риска (например, ложноположительное или ложноотрицательное решение, статистические предположения), связанный с применяемым правилом принятия решения, и применить данное правило.

7.8.6.2 Лаборатория должна представить заключение о соответствии, в котором четко определено: а) к каким результатам применяется данное заключение; б) каким спецификациям, стандартам или их частям соответствует или не соответствует объект; с) правило принятия решения, которое было использовано (если оно не содержится в соответствующих спецификации или стандарте).

Примечание – Для получения дополнительной информации см. ISO/IEC Guide 98-4 Uncertainty of measurement – Part 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment (Неопределенность измерений. Часть 4. Роль неопределенности измерения в оценке соответствия).

Однако дополнительная информация из указанного источника представляет собой пространное обсуждение использования расширенной неопределенности измерения в правилах принятия решения, известных в теории контроля. В итоге обсуждение пришло к определению достоверности результата через долю распределения вероятностей контролируемого свойства в пределах поля допуска, как это указано в МИ 187-86 «Методические указания ГСИ. Средства измерений. Критерии достоверности и параметры методик поверки» и МИ 188-86 «Методические указания ГСИ. Средства измерений. Установление значений параметров методик поверки» для оперативной характеристики.

В Guide 98-4 отмечено, что байесовская теория вероятностей и «результаты применения этой теории приведены без детального вывода или доказательства» ввиду ссылок на «достаточное количество литературы» и указано следующее.

В.1.1 Во многих случаях оценки соответствия знания об измеряемой величине Y , известные перед проведением измерений, не рассматриваются явно при принятии решений о приёмке/браковке. В таких случаях, которые типичны для измерений, анализируемых в соответствии с принципами, описанными в GUM, существует неявное предположение, что априорное знание об Y настолько ограничено, что оно оказывает весьма незначительное влияние на конечный результат принятия решения.

Это утверждение, а не только субъективность выбора вида априорного распределения вероятностей, определённая в ISO/IEC 31010:2009 “Risk management – Risk assessment techniques” и ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010-2011 «Менеджмент риска. Методы оценки риска» в качестве основного фактора

неприменимости подхода Байеса, делает этот подход ещё и бессмысленным.

Тем не менее, несмотря на то, что в ГОСТ Р 58771-2019 «Менеджмент риска. Технологии оценки риска» радикальные оценки ISO/IEC 31010:2009 “Risk management – Risk assessment techniques” и ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010-2011 «Менеджмент риска. Методы оценки риска» о неприменимости подхода Байеса и метода Монте-Карло были удалены, а недостатки были переименованы ISO 31010:2019 “Risk management – Risk assessment techniques” в ограничения, в рамках моментного подхода решение проблемы формата представления неопределённостей является, мягко говоря, весьма приближённым.

О приближённых оценках вероятностных распределений. Один из принципов доверительного оценивания заключается в использовании неравенств в тех случаях, когда строгое решение задачи невозможно или излишне сложно. Такая оценка распределения вероятностей в измерительных задачах, решаемых различными методами в сочетании с методом многократных измерений, дана в Рекомендации по метрологии МИ 2916-2005 «ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач» на основе контурных оценок [20, 21] и формулы обращения [22].

Для этого данные о величинах в измерительных задачах были разделены на наблюдаемые, измеряемые в ходе решения, и ненаблюдаемые, получаемые из сторонних источников (их можно суммировать по тем же правилам, что и неисключённые систематические погрешности (НСП)). В задачах поверки и калибровки СИ, а также их испытаний в целях утверждения типа к наблюдаемым величинам относятся протоколируемые данные основных и вспомогательных измерений, а также разности показаний СИ и эталона как случайная составляющая погрешности.

В МИ 1317-2004 «ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров» указано следующее.

1.4 В качестве функции плотности распределения вероятностей погрешности измерений принимают закон, близкий к нормальному усечённому, если имеются основания предполагать, что реальная функция плотности распределения – функция симметричная, одномодальная, отличная от нуля на конечном интервале значений аргумента, и другая информация о плотности распределения отсутствует.

1.4.1 Если имеется информация о том, что хотя бы одно из указанных в 1.4 условий не выполнено, принимают другую аппроксимацию плотности распределения вероятностей погрешности измерений, более соответствующую решаемой измерительной задаче.

1.4.2 В качестве функции плотности распределения вероятностей составляющих погрешности измерений, для которых известны только пределы допускаемых значений, т. е. границы интервала, в пределах которых находится соответствующая составляющая погрешности

измерений с вероятностью 1, при расчётах характеристик погрешности измерений принимают закон равномерной плотности, если отсутствует информация об ином виде распределения.

На практике решение о приёмке/браковке СИ определяют крайние члены вариационного ряда случайной составляющей основной погрешности СИ, по которым можно определить параметры положения $\hat{\theta}_{R1}$ и рассеяния $\hat{\theta}_{R2}$ эквивалентного равномерного распределения:

$$\hat{\theta}_{R1} = 0,5(\hat{\xi}_{(N)} + \hat{\xi}_{(1)});$$

$$\hat{\theta}_{R2} = 0,5(N+1)/(N-1)(\hat{\xi}_{(N)} - \hat{\xi}_{(1)}).$$

МИ 83-76 «Методика определения параметров поверочных схем» для вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода указывает, что при равномерном распределении погрешностей образцовых СИ (между установленными для них допусками) значения вероятностей этих ошибок получаются «большими, чем при других формах распределений погрешностей. ... С этой точки зрения это распределение будет наилучшим».

Согласно ГОСТ Р 8.736-2011 «Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения»

8.2 Границы НСП Θ_{Σ} оценки измеряемой величины при наличии менее трёх ($m < 3$) НСП, каждая из которых представлена границами Θ_j , оценивают по формуле

$$\Theta_{\Sigma} = \pm \sum_{j=1}^m |\Theta_j|.$$

8.3 При наличии трёх и более составляющих НСП распределение внутри границ этих составляющих (погрешности средств измерений каждого типа, погрешности поправок и т. д.) рассматривают как распределение случайных величин. При отсутствии данных о виде распределения случайных величин их распределения принимают равномерными.

8.4 При числе составляющих НСП более или равном трём ($m \geq 3$) доверительные границы НСП $\Theta_{\Sigma}(P)$ оценки измеряемой величины вычисляют путём построения композиции НСП. При равномерном распределении НСП доверительные границы $\Theta_{\Sigma}(P)$ допускается вычислять по формуле

$$\Theta_{\Sigma}(P) = \pm k \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2},$$

где Θ_j – граница j -й НСП; k – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью, числом составляющих НСП и их соотношением между собой. Для доверительной вероятности $P=0,95$ коэффициент k пренебрежимо мало зависит от числа составляющих НСП и их соотношения, поэтому при указанной доверительной вероятности коэффициент k принимают равным 1,1.

Для доверительной вероятности $P=0,99$ при $m > 4$ коэффициент k принимают равным 1,4, если же $m \leq 4$, то k определяют по графику в стандарте.

Вместе с тем формулу обращения [22] можно представить свёрткой [21]:

$$f_X(x) * f_R(x) = \frac{F_X(x-a) - F_X(x-b)}{b-a}, \quad (1)$$

где $F_X(x)$ – функция распределения вероятностей наблюдаемой составляющей искомой величины, которой соответствует плотность $f_X(x)$; $f_R(x)$ – плотность равномерного распределения вероятностей на интервале $[a, b]$. Физический смысл свёртки (1) – распределение суммы независимых случайных величин: величины « X » с функцией распределения вероятностей $F_X(x)$ и величины « R » с плотностью распределения вероятностей $f_R(x) = (b-a)^{-1} [1(x-a) - 1(x-b)]$, где $1(x-a) = \{0, x < a; 1, x \geq a\}$; $1(x-b) = \{0, x < b; 1, x \geq b\}$.

В свёртке (1) можно использовать усечение распределения $F_X(x)$:

$$F_{[X]}(x) = \left\{ F_X(x) - F_X(a) + \frac{x-a}{b-a} [1 - F_X(b) + F_X(a)] \right\} \times \\ \times [1(x-a) - 1(x-b)]. \quad (2)$$

Данные статистического ряда измерений можно рассматривать как решётчатую функцию, и метод максимального правдоподобия будет всегда давать оценки функции (2) в пределах крайних членов вариационного ряда.

Принцип доверительности не будет нарушен, если ненаблюдаемые составляющие искомой в измерительной задаче величины будут представлены эквивалентными равномерными распределениями, а их композиция – формулой для границ $\Theta_{\Sigma}(P)$. Тогда построение свёртки принципиально упрощается. А для гипотезы о равномерном распределении наблюдаемой составляющей задача вообще очень просто решается графически на основе построения контурной оценки погрешности неадекватности [8, 23].

К рассмотренному в статье [8] примеру построения свёртки распределений по данным [6, п. Н3] на основе гипотезы о равномерном распределении наблюдаемой составляющей функции поправок термометра остаётся добавить, что тождественный результат может быть получен графическим методом. Достоинством графических методов является возможность получения решения в тех случаях, когда аналитические методы оказываются невозможными или неприемлемыми. Кроме того, для графических методов есть ряд признаков, помогающих сразу заметить грубые ошибки: асимметрия плотности распределения свёртки, нарушение условий нормирования и т. п. Расчёты графическим методом возможны по двум схемам, когда в поверочных точках эталонам приписывают максимальное значение нормализованной границы погрешности (схема равноточных измерений) или нормализованные значения (схема неравноточных измерений). Как показывает практика, графический метод расчёта характеристик погрешности (полноформатной неопределённости) осваивается поверителями и специалистами по калибровке СИ без особых трудностей.

Заключение. Признание в ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 распределения вероятностей в качестве наиболее полного представления неопределённостей в измерительных задачах могло бы показаться неожиданным, если бы не череда казусов и нерешённых проблем, сопровождающих GUM с момента его появления в отечественной метрологии [14–16, 24]. А требование учёта рисков статистических предположений, ложноположительных и ложноотрицательных решений согласно ГОСТ ISO/IEC 17025-2019 в деятельности калибровочных и испытательных лабораторий привело концепцию неопределённости в тупик, выход из которого пока просматривается только в полноформатном представлении неопределённостей распределениями вероятностей [25].

Список источников

1. Международный словарь по метрологии: основные и общие понятия и соответствующие термины: пер. с англ. и фр. / Всерос. науч.-исслед. ин-т метрологии им. Д. И. Менделеева, Белорус. гос. ин-т метрологии. Изд. 2-е испр. СПб.: НПО Профессионал, 2010. 82 с.
2. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms, VIM, 2nd ed., 1993.
3. Руководство по выражению неопределённости измерения: Пер. с англ. / Науч. ред. проф. В. А. Слаев. СПб.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1999. 134 с.
4. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), First ed., ISO, Switzerland, 1993, 101 p.
5. Левин С. Ф. Чего на самом деле должны опасаться ведущие специалисты по внедрению неопределённости в отечественные измерения // Измерительная техника. 2008. № 12. С. 61–64.
6. Математическая энциклопедия. В 5 томах / Гл. ред. И. М. Виноградов. Т. 4. Ок–Сло. М.: Советская энциклопедия, 1984. 1216 стб.
7. Математическая энциклопедия. В 5 томах / Гл. ред. И. М. Виноградов. Т. 2. Д–Коо. М.: «Советская энциклопедия», 1979. 1104 стб.
8. Левин С. Ф. Дефинициальная неопределённость и погрешность неадекватности // Измерительная техника. 2019. № 11. С. 7–17. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-11-7-17>
9. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю. В. Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. 910 с.
10. Математическая энциклопедия. В 5 томах / Гл. ред. И. М. Виноградов. Т. 5. Служ–Я–М. М.: Советская энциклопедия, 1984. 1246 стб.
11. Wilks S. S., Statistical prediction with special reference to the problem of tolerance limits, *Annals of Mathematical Statistics*, 1942, vol. 13, pp. 400–409.
12. Robbins H., On distribution-free tolerance limits in random sampling, *Annals of Mathematical Statistics*, 1944, vol. 15, pp. 214–216.
13. Scheffé H., Tukey J. W., Nonparametric estimation. I. Validation of order statistics, *Annals of Mathematical Statistics*, 1945, vol. 16, pp. 187–192.

14. Левин С. Ф. Руководство по выражению неопределённости измерения: проблемы, нереализованные возможности и ревизия. Часть 1. Терминологические проблемы // Измерительная техника. 2018. № 2. С. 3–8.

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-2-3-8>

15. Левин С. Ф. Руководство по выражению неопределённости измерения: проблемы, нереализованные возможности и ревизия. Часть 2. Вероятностно-статистические проблемы // Измерительная техника. 2018. № 4. С. 7–12.

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-4-7-12>

16. Левин С. Ф. Руководство по выражению неопределённости измерения: проблемы, нереализованные возможности и ревизия. Часть 3. Приведение к общему терминологическому знаменателю // Измерительная техника. 2019. № 7. С. 14–22. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-7-14-22>

17. Jacobi C. G. J., De Determinantibus functionalibus, *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 1841, Bd. 22, s. 319–359. (In Lat.)

18. Физическая энциклопедия. В 5 томах / Гл. ред. А. М. Прохоров. Т. 3 Магнитоплазменный – Пойнтинга теорема. М.: Большая Российская энциклопедия, 1992. 672 с.

19. Марков А. А. Избранные труды по теории непрерывных дробей и теории функций, наименее уклоняющихся от нуля. М.–Л.: Гостехиздат, 1948. С. 292–375.

20. Левин С. Ф. Идентификация распределений вероятностей // Измерительная техника. 2005. № 2. С. 3–9.

21. Левин С. Ф. Обеспечение единства измерений при поверке средств измерений // Измерительная техника. 2005. № 8. С. 14–18.

22. Лукач Е. Характеристические функции: Пер. с англ. В. М. Золотарева. М.: Наука, 1979. 424 с.

23. Левин С. Ф. Измерительная задача калибровки средства измерений для заданных условий // Измерительная техника. 2021. № 4. С. 9–15.

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-4-9-15>

24. Левин С. Ф. Метрология. Математическая статистика. Легенды и мифы 20-го века: Легенда о неопределённости // Партнёры и конкуренты. 2001. № 1. С. 13–25.

25. Левин С. Ф. Неадекватность математических моделей объектов измерений и расчёты риска согласно ГОСТ ISO/IEC 17025-2019 // Измерительная техника. 2020. № 7. С. 13–21. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-7-13-21>

References

1. JCGM 200:2008. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms, VIM, 3rd ed., 2007.
2. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms, VIM, 2nd ed., 1993.
3. *Rukovodstvo po vyrazheniyu neopredelyonnosti izmereniya*, Ed. prof. V. A. Slaev, S. Petersburg, D. I. Mendelev VNIIM Publ., 1999, 134 p. (In Russ.)
4. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), First ed., ISO, Switzerland, 1993, 101 p.
5. Levin S. F., Chego na samom dele dolzhny opasat'sya vedushchie specialisty po vnedreniyu neopredelennosti v otechest-

vennye izmereniya, *Izmeritel'naya tekhnika*, 2008, no. 12, pp. 61–64. (In Russ.)

6. *Matematicheskaya enciklopediya*, in 5 vols, vol. 4, ed. I. M. Vinogradov, Moscow, Sovetskaya enciklopediya Publ., 1984, 1216 co. (In Russ.)

7. *Matematicheskaya enciklopediya*, in 5 vols, vol. 2, ed. I. M. Vinogradov, Moscow, Sovetskaya enciklopediya Publ., 1979, 1104 co. (In Russ.)

8. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 11, pp. 933–944. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01716-0>

9. *Veroyatnost' i matematicheskaya statistika: Enciklopediya*, ed. Yu. V. Prohorov, Moscow, Bol'shaya Rossijskaya enciklopediya Publ., 1999, 910 p. (In Russ.)

10. *Matematicheskaya enciklopediya*, in 5 vols, vol. 5, ed. I. M. Vinogradov, Moscow, Sovetskaya enciklopediya Publ., 1984, 1248 co. (In Russ.)

11. Wilks S. S., Statistical prediction with special reference to the problem of tolerance limits, *Annals of Mathematical Statistics*, 1942, vol. 13, pp. 400–409.

12. Robbins H., On distribution-free tolerance limits in random sampling, *Annals of Mathematical Statistics*, 1944, vol. 15, pp. 214–216.

13. Scheffé H., Tukey J. W., Nonparametric estimation. I. Validation of order statistics, *Annals of Mathematical Statistics*, 1945, vol. 16, pp. 187–192.

14. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 2, pp. 91–97. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1393-6>

15. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 4, pp. 327–334. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1429-y>

16. Levin S. F., *Rukovodstvo po vyrazheniyu neopredelennosti izmereniya: problemy, nerealizovannye vozmozhnosti i reviziya. Chast' 3. Privedenie k obshchemu terminologicheskomu znacheniyu*, *Izmeritel'naya tekhnika*, 2019, no. 7, pp. 14–22. (In Russ.) <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-7-14-22>

17. Jacobi C. G. J., De Determinantibus functionalibus, *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 1841, Bd. 22, s. 319–359. (In Lat.)

18. *Fizicheskaya enciklopediya*, in 5 vols, vol. 3, ed. A. M. Prohorov, Moscow, Bol'shaya Rossijskaya enciklopediya Publ., 1992, 672 p. (In Russ.)

19. Markov A. A. *Izbrannye trudy po teorii nepreryvnyh drobez i teorii funkciy nai-meney uklonyayushchihsya ot nulya*, Moscow–Leningrad, Gostekhizdat Publ., 1948, pp. 292–375. (In Russ.)

20. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2005, vol. 48, no. 2, pp. 101–111. <https://doi.org/10.1007/s11018-005-0106-0>

21. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2005, vol. 48, no. 8, pp. 754–759. <https://doi.org/10.1007/s11018-005-0216-8>

22. Lukacs E., *Characteristics functions*, 2nd ed., revised & enlarged, London, Griffin, 1970, 350 p.

23. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2021, vol. 64, no. 4, pp. 273–281.

<https://doi.org/10.1007/s11018-021-01929-x>

24. Levin S. F., *Metrologiya. Matematicheskaya statistika. Legendy i mify 20-go veka: Legenda o neopredelennosti, Partnery i konkurenty*, 2001, no. 1, pp. 13–25. (In Russ.)

25. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2020, vol. 63, no. 7, pp. 1–10. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01819-8>

Статья поступила в редакцию 14.02.2022; одобрена после рецензирования 27.02.2022; принята к публикации 28.02.2022.
The article was submitted 14.02.2022; approved after reviewing 27.02.2022; accepted for publication 28.02.2022.

Научная статья

УДК 519.2:53.08

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-23-29>

Многошаговый алгоритм построения статистических оценок на основе байесовского подхода в измерительных задачах

Рустам Зиннатуллович Хайруллин^{1, 2}

¹ Национальный исследовательский университет «Московский государственный строительный университет», Москва, Россия, zrkzrk@list.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0596-4955>

² Главный научный метрологический центр МО РФ, Мытищи, Московская обл., Россия

Аннотация. Разработан многошаговый алгоритм на основе байесовского подхода к построению эффективных статистических оценок результатов измерений. Представлена общая логическая схема многошагового алгоритма, позволяющая строить обобщённые байесовские оценки с использованием смеси априорного и апостериорного распределений при неоднородности априорных и апостериорных данных. Сформулированы условия существования сопряжённого семейства априорных распределений. Описана методика расчёта конкретных значений параметров сопряжённых априорных распределений. Подробно изложен байесовский подход применительно к биномиальному и отрицательно-биномиальному законам распределения. С использованием функции правдоподобия получены формулы пересчёта параметров соответствующего сопряжённого закона распределения, необходимые для пошаговых переходов в многошаговом алгоритме. Приведены примеры применения алгоритма для оценки соответствия измерительных систем заданным требованиям, а также для обработки результатов количественного физико-химического анализа. Представленные результаты показывают, что байесовский подход даёт существенный выигрыш по сравнению с методом максимального правдоподобия в точности построения статистических оценок при небольших и средних объёмах выборок. Указанное обстоятельство делает байесовский подход особенно эффективным для оценки метрологических характеристик измерительных систем в случае, когда многократное повторение испытаний нецелесообразно или трудоёмко. На конкретных примерах проиллюстрировано, что при увеличении объёма и количества выборок результаты многошагового байесовского подхода и классического метода максимального правдоподобия будут идентичными.

Ключевые слова: достоверность результатов измерений, байесовский подход, апостериорная информация, статистические оценки, метод максимального правдоподобия, многошаговый алгоритм

Для цитирования: Хайруллин Р. З. Многошаговый алгоритм построения статистических оценок на основе байесовского подхода в измерительных задачах // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 23–29. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-23-29>

Multi-step algorithm for constructing statistical estimates based on the Bayesian approach in measuring tasks

Rustam Z. Khayrullin^{1, 2}

¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia, zrkzrk@list.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0596-4955>

² Main Scientific Metrological Centre, Mytishchy, Moscow region, Russia

Abstract. A multi-step algorithm based on the Bayesian approach to constructing effective statistical estimates of measurement results has been developed. A general logical scheme of a multi-step algorithm is presented, which allows, in the case of heterogeneity of a priori and a posteriori data, to build generalized Bayesian estimates based on the use of a mixture of a priori and a posteriori distributions. Conditions for the existence of a conjugate family of a priori distributions are formulated. A technique for calculating specific values of parameters in conjugate a priori distributions is described. The technology for applying the Bayesian approach is described in more detail for the binomial and negative-binomial distribution laws. Using the likelihood function, formulas for recalculating the parameters of the corresponding conjugate distribution law are obtained, which allow one to pass from the next step to the next step of the multi-step algorithm. Examples of applying the algorithm to the problem of assessing the compliance of measuring systems with specified requirements, as well as to the problem of processing the results of quantitative physical and chemical analysis are given. The presented results show that the Bayesian approach gives a significant gain in the accuracy of constructing statistical estimates for small and medium sample sizes. This circumstance makes the Bayesian approach particularly effective in the problems of assessing the metrological characteristics of measuring systems in the case when repeated repetition of tests is inexpedient or time consuming. On specific examples, it is illustrated that with an increase in the volume and number of samples, the multi-step Bayesian approach and the classical maximum likelihood method will give identical results.

Keywords: reliability of measurement results, Bayesian approach, a posteriori information, statistical estimates, maximum likelihood method, multi-step algorithm

Введение. Проблема построения эффективных статистических оценок является актуальной для многих областей деятельности [1–6]. Одним из эффективных направлений построения доверительных интервалов и доверительных областей является байесовский подход (БП) [7–16]. БП широко распространён при обработке результатов измерений, решении измерительных задач [17–21], приёмо-сдаточных испытаниях готовой продукции и товаров, количественном физико-химическом анализе [22]. В работах [17–20] описан БП применительно к нормальному, равномерному и экспоненциальному законам распределения, а также к законам Парето и Пуассона. В [21] БП используется для построения статистических оценок коэффициентов уравнении множественной линейной регрессии.

Цель настоящей работы – обобщив результаты [17–20], разработать алгоритм последовательного применения БП

к построению последовательности оценок параметров случайных величин и их доверительных интервалов (многошаговый алгоритм БП), а также выполнить сравнительный анализ размахов доверительных интервалов БП и метода максимального правдоподобия (ММП). Использование многошагового алгоритма позволит повысить достоверность измерений указанной последовательности оценок.

Логическая схема многошагового применения байесовского подхода. Разработка многошагового алгоритма.

Пусть закон распределения некоторой случайной величины зависит от s -мерного вектора параметров $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s)$. Компонентами такого вектора могут быть, например, среднее значение случайной величины, среднее квадратическое отклонение (СКО), интенсивность потока, вероятность случайного события и т. д. Требуется построить наиболее эффективную статистическую оценку $\hat{\Theta}$ этого вектора параметров по имеющейся априорной информации и дополнительной апостериорной информации, представляющей собой вектор наблюдений

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

Количество выполняемых шагов определяется дополнительной апостериорной информацией, появляющейся в процессе испытаний, а также возможностью и целесообразностью использования этой информации. Каждый шаг состоит из нескольких этапов, позволяющих построить статистические оценки средних значений исследуемых параметров и доверительные интервалы для этих параметров. Логическая схема многошагового алгоритма представлена на рис. 1. Входные данные алгоритма – априорные сведения и дополнительные статистические данные (апостериорные данные). Опишем основные этапы, выполняемые на каждом шаге алгоритма.

1. По данным анализа функционирования исследуемого объекта или на основе технической документации задаются априорные сведения о векторе параметров Θ . Априорные сведения могут быть в виде функции плотности распределения $p(\Theta)$ или статистических характеристик, например, среднего значения, СКО, интенсивности потока, вероятности случайного события и т. д.

2. Проверяется, существуют ли дополнительные статистические данные. Если дополнительных данных нет, то процесс статистического оценивания завершается, и в качестве характеристик объекта принимаются априорные данные. В противном случае предполагается, что дополнительные апостериорные данные (1) сформированы в соответствии с законом распределения вероятностей $f(\mathbf{X}|\Theta)$ и наблюдения $\mathbf{X}$ при фиксированном Θ являются независимыми. Переходят к следующему шагу.

3. Проверка однородности априорной информации и дополнительных статистических данных (с использованием критерия однородности Стьюдента). В случае однородности переходят к шагу 5, в случае неоднородности – к шагу 4.

4. Формируется смесь априорного и апостериорного распределений [22] в таких пропорциях, чтобы обеспечить однородность, апостериорное распределение имеет большую долю. Формируются скорректированные априорные данные.

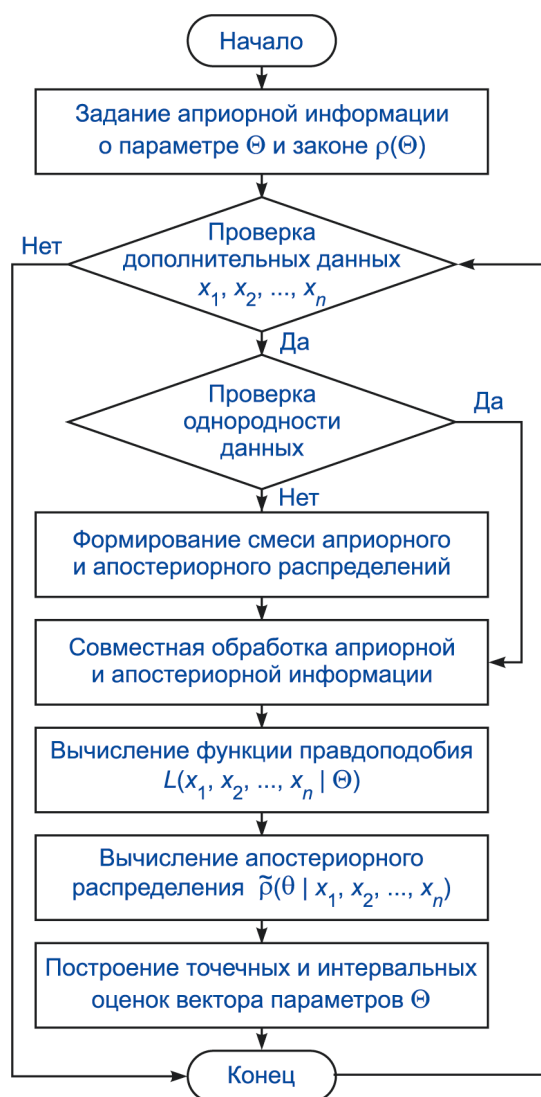


Рис. 1. Общая схема многошагового алгоритма статистического оценивания

Fig. 1. The general logic scheme for the implementation of the Bayesian approach in statistical assessment

Статистические оценки, построенные на основе скорректированной априорной информации, назовём обобщёнными байесовскими оценками.

5. Совместная обработка априорной и апостериорной информации. Этот шаг состоит из нескольких этапов.

5.1 Вычисляется функция правдоподобия

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta) = f(x_1 | \Theta) f(x_2 | \Theta) \dots f(x_n | \Theta). \quad (2)$$

5.2 Вычисляется апостериорное распределение с использованием формулы Байеса

$$\tilde{p}(\Theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\rho(\Theta) L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta)}{\int L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta) \rho(\Theta) d\Theta}. \quad (3)$$

5.3 Строятся точечные и интервальные оценки исследуемого вектора параметров Θ . Переход к этапу 2.

Сопряжённые распределения. Семейство априорных распределений назовём сопряжённым по отношению к наблюдаемой генеральной совокупности (по отношению к функции правдоподобия $L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta)$), если и вычисленное по формуле (3) апостериорное распределение $\tilde{p}(\Theta | x_1, x_2, \dots, x_n)$, как и априорное распределение, принадлежит этому же семейству. Другими словами, семейство распределений G сопряжено с $L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta)$, если оно замкнуто относительно операции пересчёта априорного распределения в апостериорное [7].

Условие существования сопряжённого семейства априорных распределений. Если функция правдоподобия представима в виде произведения двух функций:

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta) = \\ = v[T_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, T_m(x_1, x_2, \dots, x_n; \Theta)] \times \\ \times \psi(x_1, x_2, \dots, x_n), \end{aligned} \quad (4)$$

где первый сомножитель v – некоторая функция, зависящая от m других функций ($T_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $j=1, 2, \dots, m$) и вектора параметров Θ , а второй сомножитель – функция $\psi(x_1, x_2, \dots, x_n)$, не зависящая от вектора параметров Θ , то существует семейство $G = \{\rho(\Theta); \mathbf{B}\}$ априорных распределений, сопряжённое с $L(x_1, x_2, \dots, x_n | \Theta)$ [7, 8]. Здесь $\mathbf{B}$ – вектор параметров сопряжённого распределения.

Методика расчёта конкретных значений параметров сопряжённых априорных распределений. В большинстве решаемых практических задач известны априорные средние значения $\Theta_0 = E\Theta = (E\theta_1, E\theta_2, \dots, E\theta_s)^T$ и СКО $\Delta_1 = \sqrt{D\theta_1}$, $\Delta_2 = \sqrt{D\theta_2}, \dots, \Delta_s = \sqrt{D\theta_s}$ оцениваемого параметра. В этом случае конкретные значения параметров априорного распределения могут быть вычислены методом моментов [7, 8].

Опишем алгоритм расчёта параметров одномерной функции распределения $\rho(\theta)$ на примере бета-распределения. Плотность бета-распределения имеет вид:

$$\rho(\theta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \theta^{a-1} (1-\theta)^{b-1}, \quad (5)$$

где $\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx$ – гамма-функция Эйлера [7, 8].

Плотность бета-распределения $\rho(\theta)$ зависит от параметров a, b . Если средние значения и СКО известны априори, т. е. $E\theta = \theta_0$ и $D\theta = \Delta^2$, то неизвестные параметры a и b определяются по формулам [7, 8, 17, 19]:

$$a = \theta_0^2(1-\theta_0)/\Delta^2 - \theta_0;$$

$$b = [\theta_0^2(1-\theta_0)/\Delta^2 - \theta_0][(1-\theta_0)/\theta_0].$$

Пересчёт значений параметров сопряжённых распределений при переходе от априорного сопряжённого распределения к апостериорному. Методика пересчёта параметров сопряжённых распределений для нормального закона описана в [17], а для экспоненциального, равномерного распределения и законов Пуассона и Парето – в [19].

Ниже описана технология применения БП для биномиального и отрицательного биномиального законов распределения (БЗР и ОБЗР соответственно).

Применение байесовского подхода к биномиальному распределению. Пусть $\xi_\theta(M)$ – случайная величина, или число «успехов» в серии из M испытаний Бернулли, где M – известное число; θ – неизвестная вероятность «успеха» в одном испытании. Тогда закон распределения вероятностей запишем как

$$f(x|\theta) = P\{\xi_\theta(M) = x|\theta\} = C_M^x \theta^x (1-\theta)^{M-x}, \quad x=0, 1, \dots, M.$$

Функцию правдоподобия для n серий испытаний представим в виде

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n C_M^{x_i} \theta^{x_i} (1-\theta)^{M-x_i} = \\ = \theta^{\sum_{i=1}^n x_i} (1-\theta)^{nM - \sum_{i=1}^n x_i} \prod_{i=1}^n C_M^{x_i}, \end{aligned} \quad (6)$$

где x_i – число «успехов» в i -й серии.

В результате сравнения (6) с частным случаем (4) при $m=1$ и $T(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$ можно сделать вывод о существовании распределения, сопряжённого с $L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$.

Зададим первое приближение для плотности распределения $\rho^{(1)}(\theta) = 1, \theta \in (0; 1)$. С учётом эквивалентности (здесь и далее при выкладках с равенствами, справедливыми с точностью до нормирующей константы, вместо знака равенства используем знак эквивалентности $\sim$)

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) \sim \theta^{\sum_{i=1}^n x_i} (1-\theta)^{nM - \sum_{i=1}^n x_i}$$

получим апостериорное распределение

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}^{(1)}(\theta | (x_1, x_2, \dots, x_n)) &\sim \rho^{(1)}(\theta) L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) \sim \\ &\sim \theta^{\sum_{i=1}^n x_i} (1-\theta)^{nM - \sum_{i=1}^n x_i}. \end{aligned} \quad (7)$$

Таблица 1

Результаты двух испытаний

n	ξ_1	ξ_2
1	2	80
2	0	72
3	3	100
4	1	88
5	2	90

Правая часть (7) с точностью до нормирующего множителя, не зависящего от θ , представляет собой плотность бета-распределения (5) с параметрами

$$\left. \begin{aligned} a &= \sum_{i=1}^n x_i + 1; \\ b &= nM - \sum_{i=1}^n x_i + 1. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Непосредственный расчёт по формуле (3) даёт апостериорное распределение

$$\begin{aligned} \tilde{p}(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) &\sim \theta^{a-1} (1-\theta)^{b-1} \theta^{\sum_{i=1}^n x_i} (1-\theta)^{nM - \sum_{i=1}^n x_i} = \\ &= \theta^{a + \sum_{i=1}^n x_i} (1-\theta)^{b + nM - \sum_{i=1}^n x_i}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) с учётом (8) можно получить новые значения параметров бета-распределения, соответствующих последующему шагу байесовского алгоритма:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{a} &= a + \sum_{i=1}^n x_i; \\ \tilde{b} &= b + nM - \sum_{i=1}^n x_i. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Применение байесовского подхода к отрицательно-му биномиальному распределению. Рассмотрим случайную величину, имеющую ОБЗР, $\xi(\theta, K)$ – число испытаний в схеме Бернулли до K -го появления «успеха», где θ – неизвестная вероятность появления «успеха» при одном испытании; K – некоторое заданное целое положительное число. Тогда справедливо равенство

$$f(x|\theta) = P\{\xi(\theta; K) = x|\theta\} = C_{x-1}^{K-1} \theta^K (1-\theta)^{x-K}, \quad x = K, K+1, \dots$$

Функция правдоподобия имеет вид

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) &= \prod_{i=1}^n C_{x_i-1}^{K-1} \theta^K (1-\theta)^{x_i-K} = \\ &= \theta^{Kn} (1-\theta)^{\sum_{i=1}^n x_i - Kn} \prod_{i=1}^n C_{x_i-1}^{K-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

При сравнении (11) с частным случаем (4) при $m=1$ и $T(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i$ можно сделать вывод, что сопряжённое распределение существует. Правая часть $L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ представляет собой (с точностью до нормирующего множителя, не зависящего от θ) плотность бета-распределения (5) с параметрами

$$\left. \begin{aligned} a &= Kn + 1; \\ b &= \sum_{i=1}^n x_i - Kn + 1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Аналогично описанному выше для БЗР получим новые значения параметров бета-распределения для ОБЗР:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{a} &= a + Kn; \\ \tilde{b} &= b + \sum_{i=1}^n x_i - Kn. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Отметим некоторые свойства ОБЗР. При $K \rightarrow \infty$ ОБЗР становится распределением Пуассона, а при $K=1$ – геометрическим распределением (распределением Бозе-Эйнштейна для одного источника – a simple source). Если K – целое число, то ОБЗР становится обобщённым распределением Бозе-Эйнштейна.

Результаты расчётов.

Результаты расчётов для БЗР. Пусть испытывается партия измерительных систем (изделий). Для оценки вероятности θ того, что изделие не будет соответствовать заданным требованиям (будет бракованным), проведено испытание № 1: проконтролировано $n=5$ партий по $M=80$ изделий в каждой партии. Предполагается, что число ξ_1 не прошедших контроль образцов в партии объёмом M описывается БЗР с параметрами θ, M . Результаты контроля представлены в табл. 1, где n – номер партии.

Согласно статистическому анализу аналогичных партий изделий допустимая доля образцов изделий, не прошедших контроль, в среднем равна 0,01 и имеет разброс, характеризующийся СКО 0,003. Требуется с использованием сопряжённого априорного распределения параметра θ получить байесовские точечную и интервальную (с уровнем доверия $P_0=0,90$) оценки вероятности брака и сравнить их с соответствующими оценками ММП.

Как было установлено выше, для БЗР сопряжённое априорное распределение параметра θ существует и описывается бета-распределением (5) с параметрами (8): $a=10,99$; $b=1088,01$. Применив формулы пересчёта (10), получим значения параметров апостериорного распределения θ : $\tilde{a}=18,99$; $\tilde{b}=1480,01$, а затем точечную байесовскую оценку $\hat{\theta}^{(БП)} = E(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \tilde{a} / (\tilde{a} + \tilde{b}) = 0,0128$. Тогда с вероятностью $P_0=0,90$ справедливо неравенство $\beta_{0,95}^{-1}(\tilde{a}, \tilde{b}) < \hat{\theta}^{(БП)} < \beta_{0,05}^{-1}(\tilde{a}, \tilde{b})$, где $\beta_{0,95}^{-1}(\tilde{a}, \tilde{b})$, $\beta_{0,05}^{-1}(\tilde{a}, \tilde{b})$ – 95 % и 5 % квантили бета-распределения. Следовательно, интервальная байесовская оценка $\hat{\theta}^{(БП)} \in (0,00832; 0,01776)$.

Решение, найденное с использованием ММП [8], с вероятностью $P_0=0,90$ приводит к точечной и интервальной ММП-оценкам соответственно:

$$\hat{\theta}^{(ММП)} = \frac{1}{nM} \sum_{i=1}^n x_i = 0,02;$$

$$\hat{\theta}^{(ММП)} \in (0,0085; 0,0315).$$

Таким образом, размах интервальной оценки, полученной с помощью ММП, в 2,4 раза превышает размах байесовской интервальной оценки при однократном использовании апостериорной информации.

На рис. 2 представлены точечные и интервальные оценки параметров БЗР, найденные с применением БП и ММП при многократном использовании апостериорной информации в предположении однородности априорной и апостериорной информации. С увеличением номера n шага результаты

БП и ММП сближаются. При этом оценка на основе БП достаточно медленно сходится к оценке ММП.

На рис. 3 приведены зависимости отношения размахов доверительных интервалов, построенных с помощью ММП и БП, от номера шага БП для разных условных объёмов V апостериорной информации. За единичный объём информации $V=1$ выбрана выборка объёмом $M=80$ ($V=2$ соответствует выборка объёмом $M=160$, $V=4$ – объёмом $M=320$). Из рис. 3 следует, что с увеличением объёма апостериорной информации отношение размахов доверительных интервалов, построенных с помощью ММП и БП, стремится к единице.

Результаты расчётов для ОБЗР. Для оценки вероятности θ того, что изделие не будет соответствовать заданным требованиям (будет бракованным), проведено испытание № 2: изделия контролировали до первого обнаружения несоответствия – до первого брака, $K=1$. Количество ξ_2 проверенных образцов изделий является случайной величиной, подчиняющейся геометрическому распределению – частному случаю ОБЗР при $K=1$. (Если для ОБЗР выбрать $K=2$ то проверка проводилась бы до обнаружения двух бракованных изделий, и т. д.). Результаты контроля представлены в табл. 1. Как и в случае БЗР, средняя доля брака принималась равной 0,01, СКО – 0,003.

Параметры сопряжённого бета-распределения: $a=10,99$; $b=1088,01$. С применением формул пересчёта (13) получим значения параметров апостериорного распределения θ : $\tilde{a}=15,99$; $\tilde{b}=1513,01$. Поэтому точечная оценка $\hat{\theta}^{(БП)}=0,01039$, и с вероятностью $P_0=0,90$ справедливо неравенство $\beta_{0,95}^{-1}(\tilde{a}, \tilde{b}) < \hat{\theta}^{(БП)} < \beta_{0,05}^{-1}(\tilde{a}, \tilde{b})$. Следовательно, интервальная оценка $\hat{\theta}^{(БП)} \in (0,00652; 0,01499)$.

Решение, основанное на ММП [7, 8], приводит к точечной и интервальной оценкам соответственно: $\hat{\theta}^{(ММП)}=0,0139$, $\hat{\theta}^{(ММП)} \in (0,00608; 0,02424)$. Таким образом, в рассмотренной задаче размах интервальной оценки, полученной на основе БП, в 2,1 раза меньше соответствующего размаха, полученного с помощью ММП, при однократном применении апостериорной информации.

Согласно анализу размахов доверительных интервалов для ОБЗР, построенных с помощью представленного в статье многошагового алгоритма и с помощью стандартного ММП, границы доверительных интервалов и СЗ имеют вид, аналогичный приведённому на рис. 2. Зависимости отношения размахов доверительных интервалов, построенных с помощью ММП и БП, от номера шага БП также аналогичны зависимостям, изображённым на рис. 3. На каждом шаге применения многошагового алгоритма предполагалась однородность априорных и апостериорных статистических данных.

Результаты построения оценок концентрации загрязняющих веществ. Пусть с периодом в один месяц было проведено три анализа ($q=1, 2, 3$). При каждом анализе были взяты n_q проб жидкости и зафиксировано m_q удовлетворительных результатов (значений, не превышающих предельно допустимую концентрацию загрязняющих веществ): $n_1=n_2=n_3=12$; $m_1=11$; $m_2=6$; $m_3=7$. Требуется построить байесовские точечную и интервальную (с уровнем доверия $P_0=0,90$) оценки

концентрации загрязняющего вещества в жидкости и сравнить их с соответствующими оценками ММП. При невозможности

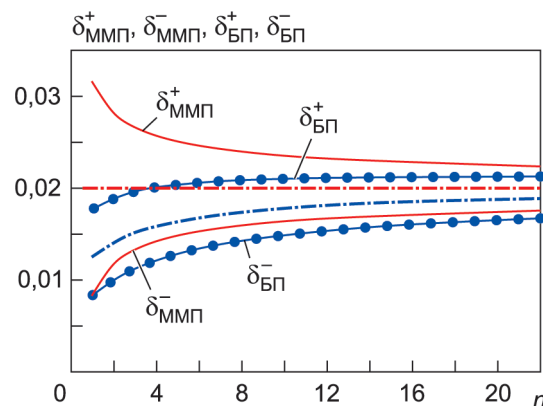


Рис. 2. Границы доверительных интервалов $\delta_{БП}^+$, $\delta_{БП}^-$ и $\delta_{ММП}^+$, $\delta_{ММП}^-$ соответственно для байесовского подхода и метода максимального правдоподобия в зависимости от номера n шага многошагового алгоритма

Fig. 2. Boundaries of confidence intervals and average values depending on the step number n of Bayesian approach and maximum likelihood method

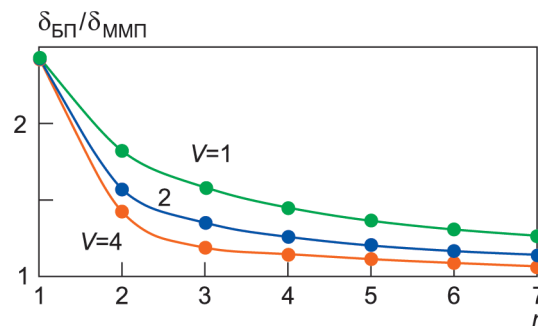


Рис. 3. Зависимость отношения размахов $\delta_{БП}/\delta_{ММП}$ доверительных интервалов байесовского подхода от номера n шага алгоритма для разных значений условного объёма V апостериорной информации

Fig. 3. Dependence of the ratio of the ranges of confidence intervals on the Bayesian approach step number for different values of the conditional amount of a posteriori information

Таблица 2

Оценки результатов количественных анализов концентрации при трёх подходах

n_a	$\hat{\theta}$	$P_{0,9}$
ММП		
1	0,9167	[0,7870; 0,9957]
2	0,5000	[0,2626; 0,7374]
3	0,5833	[0,3492; 0,8174]
БП		
1	Невозможна	Невозможен
2	То же	То же
3	0,5277	[0,4110; 0,6838]
Объединённая оценка		
1	0,5024	[0,3346; 0,6702]
2	0,5024	[0,3346; 0,6702]
3	0,5474	Не требуется

применения стандартного БП скорректировать априорную информацию и получить объединённые оценки на основе использования смеси распределений.

Результаты q -го анализа примем как априорную информацию при $(q+1)$ -м анализе, $q=1,2$. Моделирование показало, что статистические данные первого и второго анализа являются неоднородными (согласно традиционному методу проверки однородности – критерию Стюдента). Поэтому используем смесь плотностей распределений [22] и отбросим часть априорной информации из первого анализа, как наиболее устаревшую из имеющейся информации. Таким образом, скорректируем априорную информацию и построим объединённую байесовскую оценку. Данные третьего анализа уже оказались однородными с соответствующей априорной информацией. В табл. 2 приведены результаты трёх количественных анализов – оценки $\hat{\theta}$; n_a – номер анализа; $P_{0,9}$ – 90 % доверительные интервалы ММП, БП и объединённой оценки. Из табл. 2 следует, что размах доверительного интервала, построенного по результатам анализов 2, 3 с помощью БП, соответственно в 1,41 и 1,72 раза меньше размаха доверительного интервала, построенного с применением ММП.

Обсуждение результатов. БП по сравнению с ММП даёт существенный выигрыш в точности построения статистических оценок при небольших и средних объёмах выборок. Указанное обстоятельство делает БП особенно эффективным в задачах измерительной практики в случае, когда многократное повторение испытаний нецелесообразно или трудоёмко. При увеличении объёма и количества выборок оба метода будут давать идентичные результаты. Отметим также достаточно медленную сходимость получаемых с помощью БП и ММП статистических оценок друг к другу.

Полученные результаты позволяют строить эффективные статистические оценки для широкого класса задач измерительной практики – при оценке соответствия изделий заданным требованиям, количественном и качественном физико-химическом анализе с целью выявления динамики концентрации загрязняющих веществ в различных средах, приёмо-сдаточных испытаниях измерительных систем, обработке результатов измерений. Обычно в процессе приёмо-сдаточных работ контролируют и проверяют набор показателей и параметров, определяемых нормативно-технической документацией. Разработанный в настоящей статье многошаговый алгоритм в совокупности с методами, изложенными в [17–21], можно использовать как методы контроля достаточно широкого набора технических требований к определённым показателям. Выбор конкретного метода контроля зависит от технических и технологических возможностей, затрат времени и ресурса на испытания.

Предложенный многошаговый алгоритм на основе БП, включающий проверку на однородность априорной и апостериорной информации, при использовании смеси распределений существенно расширяет область применения стандартного БП [7] и позволяет строить объединённые байесовские оценки, которые также оказываются эффективнее, чем оценки ММП. Данный алгоритм можно применять при разработке методик высокоточных измерений, для которых не играют ключевую роль времена измерительного процесса и обработки информации.

Заключение. Разработанный многошаговый алгоритм построения статистических оценок на основе байесовского подхода, имеющий функциональное наполнение в среде Matlab, позволяет сузить размах доверительных интервалов в 1,3–2,4 раза в случае однородности априорных и апостериорных статистических данных. Эффективность алгоритма продемонстрирована на трёх практических примерах. Моделирование показало медленную сходимость оценок, полученных двумя указанными выше подходами; в рассмотренных примерах практическая близость статистических оценок наблюдается после применения байесовского подхода 15–20 раз.

Список источников

1. Сычев Е. И. Оценка эффективности и параметрический синтез метрологического обеспечения радиоаппаратуры. М.: МО СССР, 1984. 386 с.
2. Сурду М. Н. Вариационный метод калибровки измерителей импеданса. Ч. 1. Основные положения // Метрология. 2019. № 2. С. 27–43. <https://doi.org/10.32446/0132-4713.2019-2-27-43>
3. Кузнецов В. А., Исеев Л. К., Шайко И. А. Метрология. М.: Стандартиформ, 2005. 298 с.
4. Сычев Е. И., Храменков В. Н., Шкитин А. Д. Основы метрологии военной техники. М.: Военное издательство, 1993. 400 с.
5. Сюсина О. М., Черницын А. М., Тамаров В. А. Построение доверительных областей в задаче вероятностного исследования движения малых тел солнечной системы // Астрономический вестник. 2012. Т. 46. № 3. С. 209–222.
6. Вишняков Б. В., Егоров А. И. Построение доверительных областей для траекторий движения объектов в задачах машинного зрения // Известия РАН. Теория и системы управления. 2013. № 3. С. 124–132.
7. Айвазян С. А. Байесовский подход в эконометрическом анализе // Прикладная эконометрика. 2008. № 1 (9). С. 93–130.
8. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. Учебник для вузов: В 2-х томах. Т. 1. Теория вероятностей и прикладная статистика. Изд. 2-е, испр. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 656 с.
9. Lancaster A., *An Introduction to Modern Bayesian Econometrics*, Blackwell Pub., 2004.
10. Ghosh S. K., Hajra S., Paek A., Jayaram M., *Annual Review of Biochemistry*, 2006, vol. 75, pp. 211–241. <https://doi.org/10.1146/annurev.biochem.75.101304.124037>
11. Tipping M., Sparse Bayesian Learning and the relevance vector machine, *Journal of Machine Learning Research*, 2001, no. 1, pp. 211–244.
12. Kropotov D., Vetrov D., Optimal Bayesian Classifier with Arbitrary Gaussian Regularizer, *Proc. of 7th Open German-Russian Workshop on Pattern Recognition and Image Understanding (OGRW-7-2007)*, Ettlingen, Germany, 20–25 Aug. 2007.
13. Kropotov D., Vetrov D., Machine Learning, *Proceedings of the Twenty-Fourth International Conference (ICML 2007)*, Corvallis, Oregon, USA, June 20–24, 2007. <https://doi.org/10.1145/1273496.1273554>
14. Vapnik V. N., Bounds on the Rate of Convergence of Learning Processes, In book: *The Nature of Statistical Learning Theory*.

Statistics for Engineering and Information Science, Springer, New York, 2000, pp. 69–91. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3264-1_4

15. Maxwell Chickering D., Heckerman D., Meek C., *A Bayesian approach to learning Bayesian networks with local structure*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1302.1528>

16. Бидюк П. И., Терентьев А. Н. Построение и методы обучения Байесовских сетей // Таврический вестник информатики и математики. 2004. № 2. С. 1–3.

17. Хайруллин Р. З. Применение байесовского подхода в задачах построения статистических оценок при обработке результатов испытаний измерительной техники // Вестник метролога. 2020. № 1. С. 9–15.

18. Хайруллин Р. З., Волчков А. А., Исаев Ю. А., Леонова К. С., Фуфаева О. В. Применение Байесовского подхода для построения эффективных оценок точности измерений // Вестник метролога. 2020. № 3. С. 9–12.

19. Хайруллин Р. З., Закутин А. А. Применение байесовского подхода к построению статистических оценок параметров распределения случайных величин // Измерительная техника. 2020. № 11. С. 14–21. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-11-14-21>

20. Khayrullin R. Z., Khaimuldinova A. K., Taimanova G. K., Sarsembayeva T. E., Volkov V. S., Shamina S. V., Lyalin E. A., Kabanov O. V., *Nexo Revista Cientifica*, 2021, vol. 34, no. 4, pp. 1301–1321. <https://doi.org/10.5377/nexo.v34i04.12666>

21. Хайруллин Р. З. Построение доверительных интервалов и областей для модели множественной линейной регрессии с использованием байесовского подхода // Альманах современной метрологии. 2021. № 4. С. 301–321.

22. Розенталь О. М., Александровская Л. Н., Кириллин А. В. Байесовский подход к повышению достоверности контроля качества вод // Аналитика и контроль. 2018. Т. 22, № 3. С. 334–340. <http://dx.doi.org/10.15826/analitika.2018.22.3.001>

References

1. Sychev E. I., *Evaluation of the effectiveness and parametric synthesis of metrological support for radio equipment*, Moscow, MO SSSR Publ., 1984. 386 p. (In Russ.)

2. Surdu M. N., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 6, pp. 562–569. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01661-7>

3. Kuznetsov V. A., Isaev L. K., Shaiko I. A., *Metrology*, Moscow, Standartinform, 2005, 298 p. (In Russ.)

4. Sychev E. I., Khramenkov V. N., Shkitin A. D., *Fundamentals of metrology of military equipment*, Moscow, Voennoe izdatel'stvo Publ., 1993, 400 p. (In Russ.)

5. Syusina O. M., Chernitsov A. M., Tamarov V. A., *Solar System Research*, 2012, vol. 46, no. 3, pp. 195–207. <https://doi.org/10.1134/S0038094612020104>

6. Vishnyakov B. V., Egorov A. I., Construction of confidence regions for object motion trajectories in machine vision problems, *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2013, no. 3, pp. 124–132. (In Russ.)

7. Ayvazyan S. A., Bayesian approach in econometric analysis, *Applied Econometrics*, 2008, no. 1 (9). pp. 93–130. (In Russ.)

8. Ayvazyan S. A., Mkhitarayan V. S., *Prikladnaya statistika i osnovy ekonometriki*, in 2 vols, vol. 1, 2nd edition, corrected, Moscow, Uniti-Dana Publ., 2001, 656 p. (In Russ.)

9. Lancaster A., *An Introduction to Modern Bayesian Econometrics*, Blackwell Pub., 2004.

10. Ghosh S. K., Hajra S., Paek A., Jayaram M., *Annual Review of Biochemistry*, 2006, vol. 75, pp. 211–241. <https://doi.org/10.1146/annurev.biochem.75.101304.124037>

11. Tipping M., Sparse Bayesian Learning and the relevance vector machine, *Journal of Machine Learning Research*, 2001, no. 1, pp. 211–244.

12. Kropotov D., Vetrov D., Optimal Bayesian Classifier with Arbitrary Gaussian Regularizer, *Proc. of 7th Open German-Russian Workshop on Pattern Recognition and Image Understanding (OGRW-7-2007)*, Ettlingen, Germany, 20–25 Aug. 2007.

13. Kropotov D., Vetrov D., *Machine Learning, Proceedings of the Twenty-Fourth International Conference (ICML 2007)*, Corvallis, Oregon, USA, June 20–24, 2007.

<https://doi.org/10.1145/1273496.1273554>

14. Vapnik V. N., Bounds on the Rate of Convergence of Learning Processes, In book: *The Nature of Statistical Learning Theory. Statistics for Engineering and Information Science*, Springer, New York, 2000, pp. 69–91. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3264-1_4

15. Maxwell Chickering D., Heckerman D., Meek C., *A Bayesian approach to learning Bayesian networks with local structure*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1302.1528>

16. Bidyuk P. I., Terentiev A. N., Construction and learning methods for Bayesian networks, *Taurian Bulletin of Informatics and Mathematics*, 2004, no. 2, pp. 1–3. (In Russ.)

17. Khayrullin R. Z., Application of the Bayesian approach in the problems of constructing statistical estimates when processing the results of testing measuring equipment, *Vestnik metrologa*, 2020, no. 1, pp. 9–15. (In Russ.)

18. Khayrullin R. Z., Volchikov A. A., Isaev Yu. A., Leonova K. S., Fufaeva O. V., Application of the Bayesian approach to construct effective estimates of measurement accuracy, *Vestnik metrologa*, 2020, no. 3, pp. 9–12. (In Russ.)

19. Khayrullin R. Z., Zakutin A. A., *Measurement Techniques*, 2021, vol. 63 no. 11, pp. 862–869. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01872-x>

20. Khayrullin R. Z., Khaimuldinova A. K., Taimanova G. K., Sarsembayeva T. E., Volkov V. S., Shamina S. V., Lyalin E. A., Kabanov O. V., *Nexo Revista Cientifica*, 2021, vol. 34, no. 4, pp. 1301–1321. <https://doi.org/10.5377/nexo.v34i04.12666>

21. Khayrullin R. Z., Constructing the confidence intervals and regions for a multiple linear regression model using the Bayesian approach, *Al'manakh of modern metrology*, 2021, no. 4, pp. 301–321. (In Russ.)

22. Rozental O. M., Alexandrovskaya L. N., Kirillin A. V., Bayesian approach to improving the reliability of water quality control, *Analytics and control*, 2018, vol. 22, no. 3, pp. 334–340. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.15826/analitika.2018.22.3.001>

Статья поступила в редакцию 09.02.2022; одобрена после рецензирования 09.03.2022; принята к публикации 10.03.2022.
The article was submitted 09.02.2022; approved after reviewing 09.03.2022; accepted for publication 10.03.2022.

Основы идентификации пространственных распределений интенсивности лазерных пучков

Аркадий Михайлович Райцин^{1✉}, Михаил Владимирович Улановский²

¹ Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, arcadiyram@rambler.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0003-3148-4469>

² Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Россия, ulanovsky@vniiofi.ru

Аннотация. Изложены основы идентификации пространственных распределений интенсивности лазерных пучков. Указанная идентификация имеет существенное значение при сертификации лазерных источников. Задача идентификации заключается в оценке сходства распределения интенсивности излучаемого поля с заданным (расчётным) распределением. Предложена методология идентификации пространственных распределений интенсивности лазерных пучков. Для формирования мер сходства распределения интенсивности излучаемого поля с произвольно заданным распределением разработан математический аппарат, основанный на функциональных неравенствах. Рассмотрены различные меры сходства, проведено сравнение ряда пространственных распределений интенсивности с гауссовым и равномерным распределениями интенсивности в зависимости от динамического диапазона средства идентификации. Показана чувствительность мер сходства к форме распределения интенсивности излучаемого поля. Доказано, что такие известные характеристики, как абберационный фактор и коэффициент распространения лазерного пучка являются частными случаями мер, основанных на решениях функциональных неравенств.

Ключевые слова: интенсивность лазерного излучения, идентификация пространственных распределений интенсивности, мера сходства, сертификация лазерных источников, гауссово распределение, равномерное распределение, абберационный фактор, коэффициент распространения лазерного пучка

Для цитирования: Райцин А. М., Улановский М. В. Основы идентификации пространственных распределений интенсивности лазерных пучков // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 30–36. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-30-36>

Bases for identification of spatial distribution of intensity laser beams

Arkady M. Raitsin^{1✉}, Michael V. Ulanovskii²

¹ Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia, arcadiyram@rambler.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0003-3148-4469>

² All-Russian Research Institute of Optical and Physical Measurements, Moscow, Russia, ulanovsky1946@mail.ru

Abstract. The fundamentals of identification of spatial distributions of laser beam intensity are presented. This identification is essential for the certification of laser sources. The task of identification is to assess the similarity of the distribution of the intensity of the radiated field with a given (calculated) distribution. A methodology for identifying spatial distributions of laser beam intensity is proposed. To form measures of similarity of the intensity distribution of the radiated field with an arbitrarily given distribution, a mathematical apparatus based on functional inequalities has been developed. Various measures of similarity are considered, a number of spatial intensity distributions are compared with Gaussian and uniform intensity distributions depending on the dynamic range of the identification tool. The sensitivity of similarity measures to the shape of the intensity distribution of the emitted field is shown. It is proved that such well-known characteristics as the aberration factor and the propagation coefficient of the laser beam are special cases of measures based on solutions of functional inequalities.

Keywords: intensity of laser radiation, identification of spatial intensity distributions, measure of similarity, certification of laser sources, Gaussian distribution, uniform distribution, aberration factor, laser beam propagation coefficient

Введение. При сертификации лазерных источников, предназначенных для использования в различных оптико-электронных комплексах, актуальной задачей является идентификация пространственного распределения интенсивности (РИ) $I(x, y, z)$ в поперечном сечении лазерного пучка с продольной координатой z . Математическое описание пространственного распределения амплитуды или интенсивности лазерных пучков основано на расчётных решениях

уравнения квазиоптики и подтверждено на практике. Решениями уравнения являются гауссовы пучки различных порядков, при этом особую роль при применении лазеров играет низшая мода TEM_{00} . Однако в силу множества различных причин РИ излучаемого поля часто не совпадает с расчётной моделью, и при практическом использовании лазеров возникает задача оценки сходства излучаемого РИ с заданным (расчётным), т. е. задача идентификации пространственного

РИ излучения в поперечном сечении пучка. Разработчиков лазеров и систем на их основе интересует сходство РИ с распределением Гаусса, что определяется стандартизованной характеристикой – коэффициентом распространения M^2 (ISO 11146:2021 “Lasers and laser-related equipment. Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios, Part 1–2”). В то же время при применении лазеров в системах дальнометрии важно, чтобы на выходной апертуре лазера было равномерное РИ [1].

Цель работы – предложить методологию идентификации пространственных РИ.

Идентификация пространственных распределений интенсивности. Излучаемое поле, создаваемое источником, определено в бесконечной области поперечного сечения лазерного пучка и имеет РИ, удовлетворяющее уравнению квазиоптики. Для пространственного РИ справедливо условие, при котором с увеличением координат в области поперечного сечения уменьшается интенсивность излучения, приближаясь к нулевому значению, т. е. $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} I(x, y, z) = 0$.

Излучаемое поле, участвующее в измерительном процессе, непосредственно не связано с измерениями и существует независимо от них, но именно оно интересует пользователя.

Создание мер и их применение для оценки сходства излучаемого поля с заданным является задачей идентификации, и её решение позволяет выработать рекомендации к необходимому изменению параметров резонатора лазера и режима его работы, что важно при сертификации лазера. Представляется целесообразным, чтобы формируемая мера принимала наибольшее значение при совпадении РИ излучаемого поля с заданным и уменьшалась в остальных случаях.

Средство идентификации располагается на расстоянии z от источника и состоит, как правило, из матричного преобразователя, измеряющего РИ, и блока обработки измерений. Так как матричный преобразователь имеет ограниченный динамический диапазон измерений интенсивности и апертуру, на его вход попадает только часть излучаемого поля, которое будем называть измеряемым $\hat{I}(x, y)$. Это поле после преобразования излучения средством идентификации в электрические сигналы преобразуется в измеренное, поступающее в блок обработки измерений, где производится сравнение измеренного поля с заданным по формируемой мере сходства μ . Сходство оценивается по результатам измерений РИ – совокупности отсчётов в виде двумерных массивов $\hat{I}(i, j)$, $i=1, 2, \dots, m$, $j=1, 2, \dots, n$, размером $m \times n$, соответствующих фиксированному значению координаты z . Решение о степени сходства излучаемого поля с заданным принимается на основании сравнения измеренного поля с заданным, поэтому при малой погрешности средства идентификации приближённо можно считать, что измеренное и измеряемое поле совпадают.

На практике интерес для идентификации представляет область РИ излучения в сечении пучка, содержащая основную часть энергии. Для идентификации такого РИ необходимо измеряемое поле «приблизить» к излучаемому, т. е. динамический диапазон и размеры входной апертуры матричного преобразователя должны быть энергетически и пространственно

согласованы с параметрами излучаемого поля. Идентификация при этом более достоверна, так как измеряемое поле содержит более полную информацию об излучаемом поле.

Известной и единственной стандартизованной характеристикой идентификации в настоящее время является коэффициент распространения M^2 , определяющий меру сходства РИ излучаемого поля с гауссовым распределением. По мнению авторов настоящей статьи, такая характеристика не может быть исчерпывающей, так как не существует взаимно-однозначного соответствия между РИ и коэффициентом распространения: одному и тому же параметру M^2 могут соответствовать различные РИ. В связи с этим для более надёжной идентификации необходимо разрабатывать альтернативные меры сходства.

В литературе [2–4] по измерению пространственно-энергетических характеристик лазерного пучка основное внимание уделяется традиционным характеристикам – ширине пучка, углу расходимости, координатам центроида. Литературы по системному изложению основ идентификации пространственных РИ лазерных пучков очень мало.

Методология идентификации пространственных распределений интенсивности. Как указано выше, одной из задач идентификации является формирование мер, определяющих степень сходства РИ $I(x, y)$ излучаемого поля с заданным распределением $\psi(x, y)$. Для решения задач идентификации применяют следующие методы:

классические методы решения вариационных задач, определяющие степень сходства излучаемого РИ с гауссовым или равномерным распределением [5–7];

кумулянтный метод решения, используемый в теории вероятностей и применяемый для идентификации закона распределения [8].

Рассмотрим меры идентификации, основанные на функциональных неравенствах, в частности, интегральных неравенствах Коши-Буняковского [9]. Пусть идентифицируемая функция излучаемого поля $f(x, y)$ (например, распределение амплитуды или интенсивности) и функция $\psi(x, y)$ определены в фиксированном поперечном сечении лазерного пучка z , интегрируемые по координатам x, y соответственно. В общем случае упомянутые выше функции могут быть комплексными. Тогда справедливо интегральное неравенство Коши-Буняковского

$$\left| \iint_G f(x, y) \psi(x, y) dx dy \right|^2 \leq \iint_G |f^2(x, y)| dx dy \iint_G |\psi^2(x, y)| dx dy. \quad (1)$$

Ограниченная область интегрирования G в (1) обусловлена конечностью апертуры и динамическим диапазоном матричного преобразователя. Из неравенства (1) следует первая мера сходства μ_1 идентифицируемой функции с произвольно заданной функцией:

$$\mu_1 = \frac{\left| \iint_G f(x, y) \psi(x, y) dx dy \right|^2}{\iint_G |f^2(x, y)| dx dy \iint_G |\psi^2(x, y)| dx dy} \leq 1. \quad (2)$$

Мера сходства (2) находится в интервале $0 \leq \mu_1 \leq 1$, а равенство $\mu_1 = 1$ достигается в случае

$$f(x, y) = \lambda \psi(x, y), \quad (3)$$

где λ – числовая константа.

Для практического определения представленной меры идентификации РИ в блоке обработки измерений средства идентификации в соответствии с формулой (2) производится численное интегрирование функций, содержащих измеренное РИ $\hat{I}(i, j)$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ и заданное РИ, представленное в виде отсчетов двумерного массива.

Недостатком такой методологии является ограниченность области G заданного поля. Больше информации можно получить

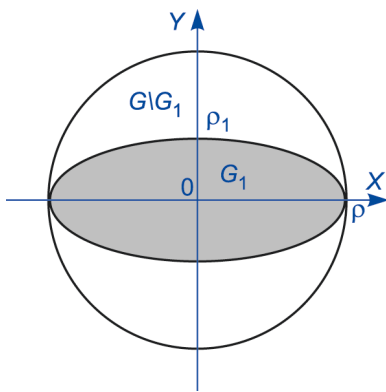


Рис. 1. Область измеряемого поля

Fig. 1. Area of the measured field

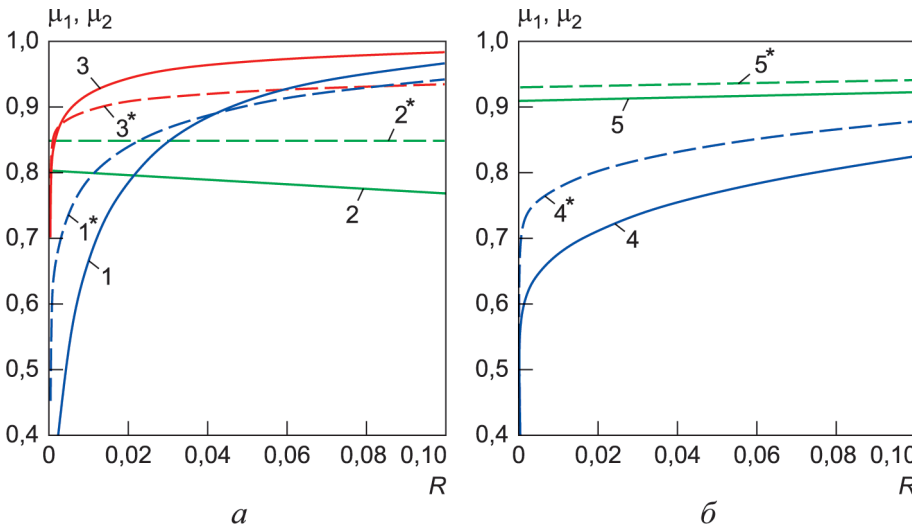


Рис. 2. Зависимости мер сходства μ_1 (1–5), μ_2 (1*–5*) распределения интенсивности излучаемого поля от нижней границы R динамического диапазона матричного преобразователя для распределений:

a – Коши (1, 1*), гаусс-эллиптического при заданном параметре эллиптичности $\gamma = 0.5$ (2, 2*), экспоненциального (3, 3*); b – супергауссового (4, 4*), (5, 5*), кривые 4, 5 и 4*, 5* построены при $N = 6$ и 8 соответственно

Fig. 2. Dependences of similarity measures μ_1 (1–5), μ_2 (1*–5*) of the intensity distribution of the radiated field on the lower boundary R of the dynamic range of the matrix converter for distributions:

a – Cauchy (1, 1*), Gaussian-elliptic for a given ellipticity parameter $\gamma = 0.5$ (2, 2*), exponential (3, 3*); b – super-Gaussian (4, 4*), (5, 5*); curves 4, 5 and 4*, 5* are plotted for $N = 6$ and 8, respectively

при сравнении с полем, заданным на всей плоскости поперечного сечения пучка. Такое сравнение возможно при использовании мер, основанных на классических методах решения вариационных задач [5–7].

Для идентификации стигматических пучков удобно неравенство (2) записать в полярных координатах r, φ :

$$\mu_1 = \frac{\left| \iint_G r f(r, \varphi) \psi(r, \varphi) dr d\varphi \right|^2}{\iint_G r |f^2(r, \varphi)| dr d\varphi \iint_G r |\psi^2(r, \varphi)| dr d\varphi} \leq 1. \quad (4)$$

Рассмотрим меры идентификации для различных РИ излучаемого поля и заданных функций $\psi(x, y)$.

Первые меры сходства различных РИ излучаемого поля с заданным РИ Гаусса.

Относительное РИ измеряемого поля. Будем считать, что измеряемое относительное РИ, определённое в области круга G апертуры матричного преобразователя, имеет вид

$$\frac{\tilde{I}(x, y)}{\tilde{I}_{\max}} = \begin{cases} I(x, y)/I_{\max}, & \text{если } I(x, y)/I_{\max} \geq R \text{ (область } G_1) \end{cases}, \quad (5)$$

где R – нижняя граница измерений относительного РИ; $\tilde{I}_{\max}$ – наибольшее значение РИ измеряемого поля; $G \setminus G_1$ – область, соответствующая разности областей G и G_1 (рис. 1).

Согласно формуле (5) справедливо неравенство $R \leq I(x, y)/I_{\max} \leq 1$, и динамический диапазон измерений матричного преобразователя выражается как $D = -\lg R$.

Определим первую меру $\mu_{1Г}$ сходства РИ такого поля с РИ Гаусса $\psi(x, y) = R^{(x^2+y^2)/\rho^2}$, заданным в области круга G , принимающим значение R на его границе (окружность радиусом ρ). Выражение (2) примет вид

$$\mu_{1Г} = \frac{2 \ln R \left| \iint_{G_1} I(x, y) R^{(x^2+y^2)/\rho^2} dx dy \right|^2}{\pi \rho^2 (R^2 - 1) \iint_{G_1} I^2(x, y) dx dy} \leq 1. \quad (6)$$

Фактически, мера (6) выражает сходство измеряемого поля с заданным. Для того, чтобы эта мера выражала сходство излучаемого поля $I(x, y)$ с заданным, излучаемое РИ должно полностью находиться в области G_1 , что практически невыполнимо, но с большой степенью приближения достигается при увеличении динамического диапазона матричного преобразователя или уменьшении нижней границы R . Приведём пример, подтверждающий это утверждение.

РИ типа Коши излучаемого поля.

Рассмотрим излучаемое поле с РИ типа Коши, которое характеризуется слабо

спадающими «крыльями» и принимающее значение R на окружности G радиусом ρ :

$$I(x, y) = \frac{1}{1+b(x^2+y^2)/\rho^2} \Rightarrow I(r) = \frac{1}{1+br^2/\rho^2}, \quad (7)$$

где $b=(1-R)/R$.

Для того, чтобы измеряемое поле было близким к излучаемому, необходимо, чтобы интегралы, входящие в (6) и вычисляемые по области G_1 (в данном случае $G_1=G$), мало отличались от интегралов, вычисленных по бесконечной области xOy . Особенно это существенно для интеграла знаменателя, в отличие от числителя не имеющего экспоненциально убывающего множителя. Тогда интегралы знаменателя (6), вычисленные по ограниченной области G_1 и по бесконечной области xOy имеют вид соответственно

$$J_1 = \iint_{G_1} I^2(x, y) dx dy = \iint_G r I^2(r) dr d\varphi = 2\pi \int_0^\rho \frac{r dr}{(1+br^2/\rho^2)^2} = \pi \rho^2 R;$$

$$J_2 = \iint_{(xOy)} r I^2(r) dr d\varphi = 2\pi \int_0^\infty \frac{r dr}{(1+br^2/\rho^2)^2} = \frac{\pi \rho^2 R}{1-R}.$$

Относительная погрешность δ вычисления J_1 за счёт ограничения промежутка интегрирования точно равна $R \Rightarrow \delta = (J_2 - J_1)/J_2 = R$, т. е с уменьшением R мера измеряемого РИ приближается к мере излучаемого РИ. После преобразований интегралов формулу (6) для меры сходства РИ типа Коши и Гаусса можно записать в виде

$$\mu_{1\Gamma}^K(R) = \frac{8R \ln R}{(R^2 - 1)} \left(\int_0^1 \frac{r R^{r^2} dr}{R + (1-R)r^2} \right)^2.$$

На рис. 2, а представлена зависимость $\mu_{1\Gamma}^K(R)$ (кривая 1), диапазон изменения меры составляет от нуля до единицы.

Гаусс-эллиптическое РИ излучаемого поля. Рассмотрим излучаемое поле, имеющее гаусс-эллиптическое РИ, его главные оси ориентированы по координатным осям x, y [6]. РИ измеряется в эллиптической области G_1 , принимает значение R на эллипсе $x^2/\rho^2 + y^2/\rho_1^2 = 1$, ограничивающем эту область, и равно нулю за её пределами в области $G \setminus G_1$ ($(\rho \geq \rho_1)$) (см. рис. 1):

$$I(x, y) = R^{x^2/\rho^2 + y^2/\rho_1^2}. \quad (8)$$

Первую меру сходства Гаусс-эллиптического РИ с заданным РИ Гаусса после вычислений интегралов в формуле (6) определим как

$$\mu_{1\Gamma}^{\Gamma\Delta}(R) = \frac{4\gamma \ln^2 R}{(R^2 - 1)^2} \left\{ \int_0^1 R^{(3+\gamma^2)x/2} I_0[x(1-\gamma^2) \ln R/2] dx \right\}^2, \quad (9)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; $\gamma = \rho_1/\rho$ – параметр эллиптичности.

В предельных случаях динамического диапазона матричного преобразователя – большом ($R \approx 0$) и малом ($R \approx 1$) диапазонах меры сходства равны соответственно

$$\mu_{1\Gamma}^{\Gamma\Delta}(0) = 2\gamma/(1+\gamma^2); \quad \mu_{1\Gamma}^{\Gamma\Delta}(1) = \gamma.$$

Зависимость $\mu_{1\Gamma}^{\Gamma\Delta}(R)$ также показана на рис 2, а (кривая 2) при заданном параметре эллиптичности $\gamma=0,5$, диапазон изменения меры составляет от $\mu_{1\Gamma}^{\Gamma\Delta}(1)$ до $\mu_{1\Gamma}^{\Gamma\Delta}(0)$.

Экспоненциальное РИ излучаемого поля. Рассмотрим излучаемое поле с экспоненциальным РИ

$$I(r, z) = R^{r/\rho}. \quad (10)$$

РИ принимает значение R на окружности радиуса ρ области G_1 . В этом случае $G_1=G$, и выражение (6) запишем в виде

$$\mu_{1\Gamma}^{\Delta}(R) = \frac{\ln R \left[2^4 \sqrt{R} (R^2 - 1) + \sqrt{-\pi \ln R} \left(\operatorname{erf} \frac{\sqrt{-\ln R}}{2} - \operatorname{erf} \frac{3\sqrt{-\ln R}}{2} \right) \right]^2}{\sqrt{R} (R^2 - 1) (2R^2 \ln R - R^2 + 1)},$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$ – функция ошибок.

Зависимость $\mu_{1\Gamma}^{\Delta}(R)$ также показана на рис 2, а (кривая 3), диапазон изменения меры составляет от нуля до единицы.

Первая мера сходства супергауссова РИ излучаемого поля с заданным равномерным РИ. Рассмотрим излучаемое поле с супергауссовым РИ, принимающим значение R на границе окружности G_1 радиусом ρ :

$$I(r) = R^{(r/\rho)^N}. \quad (11)$$

Такое РИ при увеличении показателя степени N характеризуется более плоской вершиной и крутым спадом интенсивности на краях пучка. На практике равномерное РИ прямоугольной формы формируется оптическими методами из супергауссовой функции [10].

При формировании такого пучка полезно знать меру его сходства с равномерным РИ $\psi(x, y) = C$, заданным в области G . Тогда $G_1=G$ и выражение (4) примет вид

$$\mu_{1\Gamma}^{CG}(R) = \frac{2 \left| \int_0^1 r R^{r^N} dr \right|^2}{\int_0^1 r R^{2r^N} dr} \leq 1.$$

При малых значениях R мера сходства определяется как

$$\mu_{1\Gamma}^{CG}(R) \approx 2(-2/\ln R)^{2/N} \Gamma(2/N) N^{-1},$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

На рис 2, б представлены зависимости $\mu_{1\Gamma}^{CG}(R)$ при $N=6$ и 8 (кривые 4, 5 соответственно), диапазон изменения данной меры составляет от нуля до единицы.

Первая мера сходства распределения амплитуды излучаемого поля с заданным равномерным распределением

амплитуды. Аберрационный фактор. Пусть $f(x, y) = u(x, y)$ – распределение амплитуды поля на выходной апертуре лазера ($z=0$), при этом заданная функция распределения амплитуды принимает постоянное значение $\psi(x, y) = C$. Функции определены в области G апертуры излучателя. В этом случае неравенство (2) запишем в виде

$$\mu_{1p} = \frac{\left| \iint_G u(x, y) dx dy \right|^2}{S^* \iint_G |u(x, y)|^2 dx dy} \leq 1, \quad (12)$$

где S^* – площадь выходной апертуры лазера.

В соответствии с формулой (3) мера (12) принимает наибольшее значение $\mu_{1p} = 1$ только при постоянном распределении комплексной амплитуды $u(x, y) = C$.

В работе [1] мера (12), полученная из уравнения квазиоптики, называется аберрационным фактором. Числитель (12) рассматривается как интенсивность излучения вдоль осевого направления, умноженная на квадрат длины волны, а знаменатель – как мощность излучения по выходному сечению источника. Утверждается, что из всех возможных излучателей с одинаковыми мощностями и площадями выходных сечений наибольшей осевой силой света обладает излучатель с равномерным РИ с постоянной фазой. Тот же результат следует из решения функционального неравенства (12).

Вторые меры сходства РИ излучаемого поля с заданными РИ. Запишем следствие из неравенства (1) в виде

$$\left| \iint_G f(x, y) \psi(x, y) \eta(x, y) dx dy \right|^2 \leq \iint_G |f(x, y)|^2 \eta^2(x, y) dx dy \iint_G |\psi(x, y)|^2 dx dy, \quad (13)$$

где $\eta(x, y)$ – произвольно заданная функция, интегрируемая в области G .

Из неравенства (13) получим вторую меру сходства РИ излучаемого поля с заданным

$$\mu_2 = \frac{\left| \iint_G f(x, y) \psi(x, y) \eta(x, y) dx dy \right|^2}{\iint_G |f(x, y)|^2 \eta^2(x, y) dx dy \iint_G |\psi(x, y)|^2 dx dy} \leq 1. \quad (14)$$

Равенство $\mu_2 = 1$ выполняется только в случае, когда

$$\psi(x, y) = \lambda \eta(x, y), \quad (15)$$

где λ – числовой множитель.

Заданное РИ Гаусса. Определим функции $f(x, y) = I(x, y)$; $\psi(x, y) = \ln I(x, y)$; $\eta(x, y) = -(x^2 + y^2) \rho^{-2}$. Из (14) получим меру сходства с РИ Гаусса

$$\mu_{2G} = \frac{\left(\iint_G I(x, y) \ln I(x, y) (x^2 + y^2) dx dy \right)^2}{\iint_G I(x, y) \ln^2 I(x, y) dx dy \iint_G I(x, y) (x^2 + y^2)^2 dx dy} \leq 1. \quad (16)$$

Условие (15) приводит к выражению

$$\ln I(x, y) = -(x^2 + y^2) / \rho^2 \Rightarrow I(x, y) = e^{-(x^2 + y^2) / \rho^2},$$

из которого следует, что $\mu_{2G} = 1$ при гауссовом РИ.

В отличие от меры (2) в формировании меры (16) участвует только РИ излучаемого поля $I(x, y)$. В полярной системе координат (16) имеет вид

$$\mu_{2G} = \frac{\left(\iint_G r^3 I(r, \varphi) \ln I(r, \varphi) dr d\varphi \right)^2}{\iint_G r I(r, \varphi) \ln^2 I(r, \varphi) dr d\varphi \iint_G I(r, \varphi) r^5 dr d\varphi} \leq 1.$$

Результаты вычислений второй меры сходства $\mu_{2G}(R)$ для РИ (7), (8), (10) с заданным РИ Гаусса представлены на рис. 2, а. Диапазоны изменения второй меры для РИ (7), (8), (10) составляют 0–1; 2/3–1; 0,80–0,96 соответственно.

Заданное равномерное РИ. Определим функции $f(x, y) = I(x, y)$; $\psi(x, y) = I(x, y)$; $\eta(x, y) = C$ и запишем (14) как

$$\mu_{2p} = \frac{\left(\iint_G r I^2(r, \varphi) dr d\varphi \right)^2}{\iint_G r I^3(r, \varphi) dr d\varphi \iint_G r I(r, \varphi) dr d\varphi} \leq 1. \quad (17)$$

Равенство (15) выполняется в случае, когда $I(r, \varphi) = C$, т. е. $\mu_{2p} = 1$ при равномерном РИ.

Вторая мера сходства супергауссова РИ излучаемого поля с заданным равномерным РИ. Для излучаемого поля (11) формула (17) имеет вид

$$\mu_{2p}^{CG} = \left(\int_0^1 r R^{2r^N} dr \right)^2 \left(\int_0^1 r R^{3r^N} dr \int_0^1 r R^{r^N} dr \right)^{-1}.$$

На рис. 2, б представлены зависимости этой меры при $N=6$ и 8 (кривые 4* и 5* соответственно). Диапазон изменения меры составляет $(3/4)^{2/N} - 1$.

Коэффициент распространения лазерного пучка как частный случай решения функционального неравенства. Обычно в литературе (например, в [11]) связывают наименьшие коэффициент распространения и дифракционную расходимость пучка с гауссовым РИ. Покажем, что данный факт можно подтвердить, используя не физические характеристики оптических пучков, а рассматривая решение соответствующего функционального неравенства.

Рассмотрим выражение (14) и поставим задачу найти ещё одну меру μ_{3G} , $\mu_{3\gamma}$ сходства с РИ Гаусса, приводящую её к коэффициенту распространения – параметру M^2 . Найдём РИ, измеряемое в области G_1 и удовлетворяющее условию (5). В выражении (14) определим функции

$$f(x, y) = |u(x, y)|^2;$$

$$\psi_x(x, y) = [\partial |u(x, y)| / \partial x] / |u(x, y)|; \quad \eta_x(x, y) = -2x / \rho^2;$$

$$\psi_y(x, y) = [\partial|u(x, y)|/\partial y]/|u(x, y)|; \quad \eta_y(x, y) = -2y/\rho^2.$$

Запишем (14) в виде двух неравенств

$$\mu_{3ГХ} = \frac{\left| \iint_{G_1} x|u(x, y)|(\partial|u(x, y)|/\partial x) dx dy \right|}{\sqrt{\iint_{G_1} (\partial|u(x, y)|/\partial x)^2 dx dy} \sqrt{\iint_{G_1} x^2 |u(x, y)|^2 dx dy}} \leq 1; \quad (18)$$

$$\mu_{3ГУ} = \frac{\left| \iint_{G_1} y|u(x, y)|(\partial|u(x, y)|/\partial y) dx dy \right|}{\sqrt{\iint_{G_1} (\partial|u(x, y)|/\partial y)^2 dx dy} \sqrt{\iint_{G_1} y^2 |u(x, y)|^2 dx dy}} \leq 1. \quad (19)$$

Условие (15) приводит к системе дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial|u(x, y)|/\partial x}{|u(x, y)|} = -2x/\rho^2; \\ \frac{\partial|u(x, y)|/\partial y}{|u(x, y)|} = -2y/\rho^2, \end{cases}$$

решение которой – функция Гаусса

$$u(x, y) = u_{\max} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow |u(x, y)|^2 = I(x, y) = I_{\max} \exp\left(-\frac{2x^2 + 2y^2}{\rho^2}\right).$$

Проинтегрировав числитель неравенства (18) по частям, после преобразований получим

$$\left| \iint_{G_1} x|u(x, y)|(\partial|u(x, y)|/\partial x) dx dy \right| = (\tilde{\sigma}_{00}^2 - I_{\max} RS)/2,$$

где $\tilde{\sigma}_{00}^2 = \iint_{G_1} I(x, y) dx dy$; S – площадь области G_1 .

Аналогичное выражение получим для числителя неравенства (19). Меры сходства с РИ Гаусса для удобства запишем в виде функций $\phi_{3ГХ} = \mu_{3ГХ}^{-1}$ и $\phi_{3ГУ} = \mu_{3ГУ}^{-1}$:

$$\phi_{3ГХ} = \frac{2 \sqrt{\iint_G (\partial|u(x, y)|/\partial x)^2 dx dy} \sqrt{\iint_G x^2 I(x, y) dx dy}}{\tilde{\sigma}_{00}^2 - I_{\max} RS} \geq 1, \quad (20)$$

а мера $\phi_{3ГУ}$ имеет вид (20), где производная в первом интеграле вычисляется по переменной y , подынтегральное выражение во втором интеграле вместо переменной x^2 содержит y^2 .

Рассмотрим частный случай $\phi_{3ГХ}, \phi_{3ГУ}$ в плоскости источника излучения, т. е. при $z=0$. Если полученные меры отнести к характеристикам излучаемого поля, тогда $R=0$,

пределы интегрирования бесконечны и справедливы соотношения

$$\phi_{3ГХ} = 2 \sqrt{\iint_{-\infty-\infty}^{\infty} \left(\frac{x}{\sigma_{00}}\right)^2 I(x, y) dx dy} \times \\ \times \sqrt{\iint_{-\infty-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial|u(x, y)|/\partial x}{\sigma_{00}}\right)^2 dx dy} \geq 1; \quad (21)$$

$$\phi_{3ГУ} = 2 \sqrt{\iint_{-\infty-\infty}^{\infty} \left(\frac{y}{\sigma_{00}}\right)^2 I(x, y) dx dy} \times \\ \times \sqrt{\iint_{-\infty-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial|u(x, y)|/\partial y}{\sigma_{00}}\right)^2 dx dy} \geq 1; \quad (22)$$

где $\sigma_{00}^2 = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy$.

Выражения (21), (22) полностью совпадают с коэффициентами M^2 распространения лазерного пучка [11]. Наименьшее (единица) значение $\phi_{3ГХ}, \phi_{3ГУ}$ достигается для функции Гаусса, для всех других РИ $M_x^2 = \phi_{3ГХ} > 1, M_y^2 = \phi_{3ГУ} > 1$.

Заключение. Из сравнения результатов мер сходства, представленных на рис. 2, а, б, следует, что предложенные меры (2), (14) чувствительны к форме распределения интенсивности, определяют степень сходства распределения интенсивности излучаемого поля с заданным распределением и представляют альтернативу стандартизованному коэффициенту распространения лазерного пучка. При этом первая мера в целом характеризуется большим диапазоном изменения, что является её преимуществом.

При практической реализации рассмотренных мер с целью увеличения информативности идентификации представляется целесообразным применять их в совокупности с характеристикой M^2 .

В дальнейших исследованиях следует оценить устойчивость предложенных мер к погрешностям измерений.

Список источников

1. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990. 264 с.
2. Мацак И. С., Кудрявцев Е. М., Тугаенко В. Ю. Моделирование погрешностей измерений диаметра широкоапертурного лазерного пучка с плоским профилем // Компьютерные исследования и моделирование. 2015. Т. 7. № 1. С. 113–124. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2015-7-1-113-124>
3. Мацак И. С., Тугаенко В. Ю., Сергеев Е. С. Метод измерения диаметра широкоапертурного пучка лазерного излучения // Метрология. 2014. № 4. С. 13–24.
4. Ji-chuan Xing, Yan Song, *Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering*, 2012, 8417. <https://doi.org/10.1117/12.976829>
5. Райцин А. М., Улановский М. В. Применение логарифмического момента распределения интенсивности в качестве альтернативы коэффициенту распространения лазерного пучка // Измерительная техника. 2015. № 6. С. 30–32.

6. Каспаров В. М., Райцин А. М., Улановский М. В. Методы идентификации пространственных распределений интенсивности лазерных пучков // Измерительная техника. 2017. № 2. С. 36–40.

7. Райцин А. М. Новая интегральная характеристика степени отличия пространственного распределения лазерного пучка от распределения Гаусса // Измерительная техника. 2011. № 2. С. 36–40.

8. Безуглов Д. А., Швидченко С. А. Кумулянтный метод определения закона распределения // H&ES Research – Научно-технические технологии в космических исследованиях Земли. 2011. № 1. С. 11–14.

9. Цыпкин Я. З. Информационная теория идентификации М.: Наука Физматлит, 1995. 336 с.

10. Гуламов А. А. Формирование супергауссовых пучков // Учёные записки. Электронный научный журнал Курского Государственного университета. 2006. № 1. С. 59–70.

11. Потёмкин А. К., Хазанов Е. А. Вычисление параметра M^2 лазерных пучков методом моментов // Квантовая электроника. 2005. Т. 35. № 11. С. 1042–1044.

References

1. Anan'ev Yu. A., *Opticheskie rezonatory i lazernye puchki*, Moscow, Nauka Publ., 1990, 264 p. (In Russ.)

2. Matsak I. S., Kudryavtsev E. M., Tugaenko V. Yu., Modelling diameter measurement errors of a wide-aperture laser beam with flat

profile, *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no. 1, pp. 113–124. (In Russ.) <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2015-7-1-113-124>

3. Matsak I. S., Tugaenko V. Yu., Sergeev E. S., *Measurement Techniques*, 2014, vol. 57, no. 6, pp. 651–657. <https://doi.org/10.1007/s11018-014-0514-0>

4. Ji-chuan Xing, Yan Song, *Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering*, 2012, 8417. <https://doi.org/10.1117/12.976829>

5. Raitsin A. M., Ulanovskii M. V., *Measurement Techniques*, 2015, vol. 58, no. 6, pp. 630–633. <https://doi.org/10.1007/s11018-015-0766-3>

6. Kasparov V. M., Raitsin A. M., Ulanovskii M. V., *Measurement Techniques*, 2017, vol. 59, no. 10, pp. 1078–1083. <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1095-5>

7. Raitsin A. M., *Measurement Techniques*, 2011, vol. 54, no. 2, pp. 162–169. <https://doi.org/10.1007/s11018-011-9700-5>

8. Bezuglov D. A., Shvidchenko S. A., Kumulyantnyi metod opredeleniya zakona raspredeleniya, *H&ES Research – Naukoemkie tekhnologii v kosmicheskikh issledovaniyakh Zemli*, 2011, no. 1, pp. 11–14. (In Russ.)

9. Tsypkin Ya. Z., *Informatsionnaya teoriya identifikatsii*, Moscow, Nauka Fizmatlit Publ., 1995, 336 p. (In Russ.)

10. Gulamov A. A., Formirovanie supergaussovyykh puchkov, *Uchenye zapiski, Ehlektronnyi nauchnyi zhurnal Kurskogo Gosudarstvennogo universiteta*, 2006, no. 1, pp. 59–70. (In Russ.)

11. Potemkin A. K. et al., *Quantum Electronics*, 2005, no. 35 (11), 1042. <http://dx.doi.org/10.1070/QE2005v035n11ABEH012788>

Статья поступила в редакцию 20.01.2022; одобрена после рецензирования 02.03.2022; принята к публикации 04.03.2022.
The article was submitted 20.01.2022; approved after reviewing 02.03.2022; accepted for publication 04.03.2022.

Применение машины опорных векторов для моделирования коэффициента истечения расходомеров переменного перепада давлений

Жанат Арикулович Даев^{1✉}, Гульжан Ережеповна Шопанова²

^{1, 2} Баишев Университет, Актобе, Республика Казахстан

¹zhand@yandex.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0002-7685-2862>

²shopanova80@mail.ru

Аннотация. Изучена проблема повышения точности измерения расхода жидкостей и газов расходомерами переменного перепада давлений. Рассмотрено моделирование коэффициента истечения диафрагмы расходомеров переменного перепада давлений методами машинного обучения. Показано, что существующие модели коэффициента истечения диафрагмы сложны, значения коэффициентов требуется уточнять в процессе эксплуатации расходомеров. Предложено в качестве коэффициента истечения диафрагмы использовать модель на основе машины опорных векторов. Описаны структура и процесс обучения модели и указаны параметры обучения. Приведены результаты моделирования, полученные при обучении и тестировании модели, и подтверждена её эффективность. Выполнен сравнительный анализ предложенной модели на основе машины опорных векторов и существующей модели в виде эмпирического уравнения Ридер-Харриса и Галлахера. Показано, что предложенная модель коэффициента истечения не уступает по точности и эффективности действующей модели, и позволяет совершенствовать системы измерения расхода жидкостей и газов. Результаты исследования будут полезны для работ в области добычи, транспорта и хранения природного газа.

Ключевые слова: расход газа, коэффициент истечения, переменный перепад давлений, диафрагма, машина опорных векторов, машинное обучение, расходомер

Для цитирования: Даев Ж. А., Шопанова Г. Е. Применение машины опорных векторов для моделирования коэффициента истечения расходомеров переменного перепада давлений // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 37–42. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-37-42>

Modelling of the discharge coefficient of differential pressure flowmeters by the support vector machine

Zhanat A. Dayev^{1✉}, Gulzhan E. Shopanova²

^{1, 2} Baishev University, Aktobe, Kazakhstan

¹zhand@yandex.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0002-7685-2862>

²shopanova80@mail.ru

Abstract. The article discusses a method for modeling the differential pressure flowmeters of using machine learning methods. In the proposed work, a model in the form of a support vector machine is used as the discharge coefficient of the orifice plate. The paper describes in detail the learning process of the proposed model, and discusses its structure for the discharge coefficient in the form of a support vector machine, provides training parameters. The paper also provides simulation results, both during training and during testing of the model, which confirm the effectiveness of the proposed alternative method of reproducing the discharge coefficient. The authors of the article presented a comparative analysis of the obtained model for the discharge coefficient in the form of a support vector machine with the values of the current Reader-Harris and Gallagher equation. The paper shows that the model of the discharge coefficient in the form of a support vector machine is not inferior in accuracy and efficiency to the current models, and allows improving the systems for measuring the flow rate of liquids and gases. The obtained research results for differential pressure flow measurement systems of gas are relevant, and are of interest for natural gas production, transportation and storage facilities.

Keywords: gas flow rate, discharge coefficient, differential pressure, orifice plate, support vector machines (SVM), neural network, machine learning, flow meter

Введение. Измерение расхода и количества различных веществ играет важную роль при организации многих производственных процессов. Методы измерений расхода и количества веществ согласно ряду признаков [1] условно можно

разделить на традиционные и инновационные технологии. Методы, реализуемые в существующих расходомерах переменного перепада давлений, не относятся к инновационным, однако их можно модифицировать с помощью новых технологий,

применяемых в смежных областях. Развитие вычислительной техники и методов машинного обучения также оказывает влияние на методы и средства измерения расхода и количества жидкостей и газов, в том числе на расходомеры переменного перепада давления.

В соответствии с работами [2–4] массовый расход вещества, которое поступает на вход измерительного преобразователя, описывается следующей зависимостью:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \frac{C_d}{\sqrt{1-\beta^4}} \varepsilon \sqrt{2\Delta p \rho}, \quad (1)$$

где d , β – соответственно диаметр отверстия и относительный диаметр измерительного преобразователя; C_d – коэффициент истечения измерительного преобразователя; ε – коэффициент расширения вещества, если измеряемое вещество газ; Δp – перепад давления на измерительном преобразователе; ρ – плотность вещества.

В качестве измерительного преобразователя часто используется измерительная диафрагма. Коэффициент истечения измерительной диафрагмы в формуле (1) представляет отношение действительного измеренного расхода к теоретическому значению, рассчитанному по уравнению (1) без учёта коэффициента истечения. В [5] сделана попытка аппроксимировать полученные в ходе эксперимента коэффициенты истечения в одно универсальное уравнение в виде функции двух переменных от относительного диаметра диафрагмы и числа Рейнольдса.

Одним из уравнений расчёта коэффициента истечения диафрагм является эмпирическое уравнение Ридер-Харриса и Галлахера, полученное на основе обновленных экспериментальных данных и используемое в действующих международных нормативных документах. Это уравнение для коэффициента истечения записывается в следующем виде [6]:

$$\begin{aligned} C_d = & 0,5961 + 0,0261\beta^2 - 0,216\beta^8 + 0,000521 \left(\frac{10^6 \beta}{Re} \right)^{0,7} + \\ & + (0,0188 + 0,0063A)\beta^{3,5} \left(\frac{10^6}{Re} \right)^{0,3} + \\ & + (0,043 + 0,08e^{-10L_1} - 0,123e^{-7L_1})(1 - 0,11A) \frac{\beta^4}{1 - \beta^4} - \\ & - 0,031(M_2 - 0,8M_2^{1,1})\beta^{13} + M_3, \end{aligned} \quad (2)$$

где $A = (19000\beta/Re)^{0,8}$; $M_2 = 2L_2/(1-\beta)$;

$$M_3 = \begin{cases} 0, & D \geq 0,07112 \text{ м;} \\ 0,011(0,75 - \beta)(2,8 - D/0,0254), & D < 0,07112 \text{ м;} \end{cases}$$

Re – число Рейнольдса; D – внутренний диаметр измерительного трубопровода; коэффициенты L_1 , L_2 рассчитывают в зависимости от способа отбора давления.

Исследования по совершенствованию и уточнению уравнения коэффициента истечения измерительных диафрагм продолжены в работах [6–8]. Подробный анализ

неопределённостей коэффициента истечения представлен в [9]. В [4] предложено альтернативное уравнение для коэффициента истечения в виде степенного ряда, значения которого зависят от относительного диаметра диафрагмы. В [10, 11] представлены результаты исследования измерительных диафрагм в потоках с малыми значениями числа Рейнольдса, показано влияние этого параметра на коэффициент истечения.

Дальнейшее совершенствование методов описания коэффициента истечения диафрагм связано с применением методов машинного обучения. Например, в [12] выполнено моделирование коэффициента истечения с помощью искусственных нейронных сетей, где сеть полностью заменила уравнение коэффициента истечения. В [13] выполнено моделирование коэффициента истечения с помощью метода нечётких множеств. В [14] для моделирования исследуемого коэффициента истечения использовали такие методы, которые в машинном обучении называются решающими деревьями, в том числе алгоритм «случайный лес» (random forest). В [15] методами теории инвариантности в измерительной технике коэффициент истечения полностью исключён из уравнения.

Цель статьи – разработать модель коэффициента истечения измерительной диафрагмы с помощью сети, построенной с использованием метода опорных векторов, – машины опорных векторов (support vector machines, SVM).

Метод опорных векторов. В соответствии с работами [16, 17] SVM являются универсальными сетями прямого пространства для решения задач классификации образов и задач нелинейной регрессии. Метод опорных векторов предложен В. Вапником на основе метода минимизации риска [16]. Архитектурно SVM состоят из входного слоя, куда поступает измеряемая информация скрытого слоя, состоящего из функций-ядер, и выходного слоя, где имеются формирующие результат нейроны. В зависимости от алгоритма настройки опорных векторов можно создать три типа обучаемых машин. К ним относятся полиномиальные обучаемые машины, сети на основе радиальных базисных функций, двухслойные персептроны [16].

При моделировании коэффициента истечения расходомеров переменного перепада давлений авторы настоящей статьи решали задачу регрессии. В ходе решения задачи задавали обучающую выборку объёмом l $\mathbf{X}\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^l$. Целью был поиск некоторой функции $g(\mathbf{x})$, которая наиболее эффективно аппроксимировала бы выборку для модели коэффициента истечения. Для решения этой задачи задавали функцию потерь в виде лагранжиана

$$L[y, g(\mathbf{x})] = \begin{cases} |y - g(\mathbf{x})| - h, & |y - g(\mathbf{x})| > h; \\ 0, & |y - g(\mathbf{x})| \leq h, \end{cases}$$

где $\mathbf{x}$ – вектор входных данных для переменной, описывающей признак аппроксимируемого объекта; y – характеристика, приписываемая объекту; h – определяющий допустимое отклонение результата положительный параметр, который задаётся экспертом в ходе исследования [17].

Решение задачи регрессии в линейном случае искали в разделяющей гиперплоскости вида

$$f(\mathbf{x}) = (\mathbf{w}, \mathbf{x}) - w_0,$$

где $\mathbf{w}$ – вектор весовых коэффициентов; w_0 – постоянное заданное значение.

В линейном случае лагранжиан, представлявший функцию потерь, принимал вид $a(x_i) = |(\mathbf{w}, x_i) - w_0 - y_i|_h$ для каждого вектора (x_i, y_i) .

Функционал потерь выражали формулой

$$L_h(a, \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^l |(\mathbf{w}, x_i) - w_0 - y_i|_h + \tau(\mathbf{w}, \mathbf{w})^2 \rightarrow \min_{\mathbf{w}, w_0},$$

где $\tau = 1/(2C)$; параметр C выбирается экспертом вручную для обеспечения минимизации функционала потерь.

Модель коэффициента истечения диафрагмы. Предложенная модель коэффициента истечения в виде SVM реализована в вычислителях расхода жидкостей и газов. SVM строилась в вычислителе расхода газа – программируемом логическом контроллере информационно-измерительной системы расхода жидкостей или газа.

Для моделирования коэффициента истечения на входной слой SVM поступала информация о числе Рейнольдса и относительном диаметре диафрагмы, а в выходном слое формировались значения коэффициента. Для обучения SVM авторы настоящей статьи использовали набор данных, полученный на основе уравнения Ридер-Харриса и Галлахера в соответствии с работами [3, 6, 7]. При решении данной задачи в качестве ядер в скрытом слое авторы применяли радиально базисные функции [17]:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \exp(-\gamma \|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|^2), \quad (3)$$

где $\mathbf{c}$ – вектор центров (координат вертикальных осей симметрии) для переменной, описывающей признак аппроксимируемого объекта; γ – настроечный параметр, связанный с радиусом рассеяния входных переменных.

Во время моделирования коэффициента истечения расхода переменной перепада давлений авторами настоящей статьи получены следующие статистические показатели, которые характеризуют качество модели: наблюдаемое среднее значение 0,607001; прогнозируемое среднее значение 0,603199; среднее квадратическое отклонение наблюдаемой выборки 0,012091; среднее квадратическое отклонение прогнозируемых значений 0,014693; среднеквадратическая погрешность модели 0,000190; погрешность среднего значения 0,003802; коэффициент корреляции 0,525854; коэффициент вариации 1,094807.

Обучающей выборкой послужили данные, полученные на основе уравнения Ридер-Харриса и Галлахера (2). Выборка для решения поставленной задачи состояла из 16449 данных. Из этого набора 12335 данных использовали для обучения SVM, а 4114 данных – для формирования тестовой выборки. В процессе разработки SVM для аппроксимации

коэффициента истечения настроечный параметр ядер выбрали равным $\gamma = 0,5$, а параметр для допустимого отклонения результата приняли равным $h = 0,1$.

В ходе обучения получена структура модели в виде сети из 107 опорных векторов. На рис. 1 показана структура SVM, которая моделирует коэффициент истечения измерительной диафрагмы. В данной модели в качестве ядер использованы радиально-базисные функции (3).

Метод опорных векторов является обучением, состоящим из нескольких итераций, и продолжающимся до тех пор, пока не будет достигнут заданный уровень точности. На входной слой SVM авторы настоящей статьи подавали входной вектор данных, содержащий значения относительного диаметра диафрагмы и числа Рейнольдса. Скрытый слой состоял из ядер в виде радиально-базисных функций, а в выходном нейроне формировалось значение коэффициента истечения. Параметры обучения SVM,

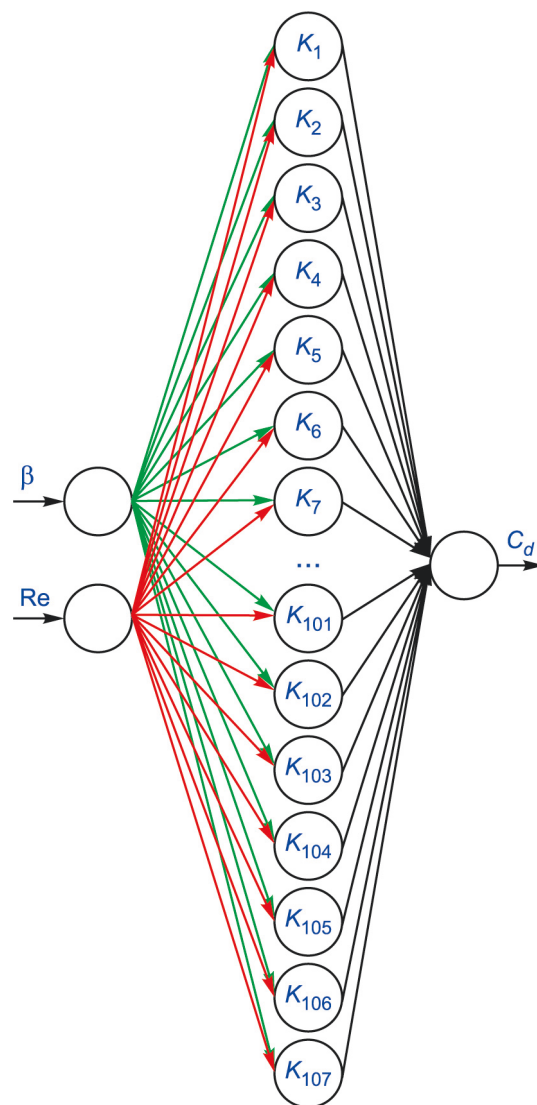


Рис. 1. Структура SVM для коэффициента истечения

Fig. 1. The structure of the support vector machine for the discharge coefficient

выполнявшей моделирование коэффициента истечения, представлены в таблице. Параметры обучения из таблицы являются весовыми коэффициентами, связывающими через скалярное произведение значения данных, которые подаются на входной слой с ядрами, с данными на выходном слое SVM.

Результаты апробации модели. Набор данных разделили на обучающую и тестовую выборки. В ходе тренировки SVM получили соотношение между имеющимися данными и данными, которые моделировали машиной. Указанная зависимость для тренировочного режима показана на рис. 2, а. На рисунке по оси абсцисс представлены значения коэффициента истечения, используемые для тренировки C_d^T , а по оси ординат представлены значения коэффициента C_d^{SVM} , полученные на выходе SVM. Точечные графики моделей коэффициента истечения на основе SVM построены для различных значений относительного диаметра диафрагмы. Кривые графиков гладкие.

На рис. 2, б представлена аналогичная зависимость только для тестовой выборки. Изменения коэффициента истечения на малых значениях чисел Рейнольдса в начале диапазона нелинейны. Графики на рис. 2, а, б имеют резкие переходы, которые можно устранить большим набором данных в этом диапазоне для лучшей аппроксимации коэффициента истечения. Зависимости на рис. 2, а, б похожи, чем больше значения коэффициентов, тем более линейным становится характер изменения коэффициента. Это объясняется поведением экспериментального коэффициента истечения, который аппроксимирован уравнением (2). Указанное явление наблюдается для значений коэффициента истечения, которые были получены в ходе экспериментов, что подтверждает правильность моделирования.

Сравним результаты, полученные с помощью новой модели коэффициента истечения на базе SVM, и результат применения классического уравнения Ридер-Харриса и Галлахера для коэффициента истечения (рис. 3). Синими

Значения параметров обучения SVM

K	Re	β	C_d	K	Re	β	C_d	K	Re	β	C_d
1	0,999514	0,000000	-0,3293	37	0,497082	0,769231	0,0604	73	0,00292	0,923077	10,000
2	0	0,307692	10,000	38	0,498054	0,769231	0,1928	74	0,00341	0,923077	10,000
3	0	0,461538	10,000	39	0,499027	0,769231	0,0851	75	0,03842	0,923077	-1,271
4	0,017996	0,461538	-7,8862	40	0,499514	0,769231	0,0894	76	0,46109	0,923077	5,3350
5	0,465467	0,461538	0,1904	41	0,500000	0,769231	0,1352	77	0,53259	0,923077	0,2053
6	0,471790	0,461538	0,0735	42	0,500486	0,769231	0,2010	78	0,53307	0,923077	0,4535
7	0,473735	0,461538	0,0494	43	0,500973	0,769231	0,1000	79	0,53356	0,923077	0,6808
8	0,475681	0,461538	0,1000	44	0,501946	0,769231	0,1021	80	0,53599	0,923077	0,3139
9	0,476167	0,461538	0,0830	45	0,502432	0,769231	0,1288	81	0,53696	0,92307	0,2788
10	0,478113	0,461538	0,1136	46	0,503891	0,769231	0,0548	82	0,53745	0,92307	0,6831
11	0,484436	0,461538	0,1545	47	0,504864	0,769231	0,1269	83	0,53794	0,92307	0,2020
12	0,486381	0,461538	0,0820	48	0,505837	0,769231	0,6313	84	0,53939	0,92307	0,0386
13	0,488327	0,461538	0,0923	49	0,506809	0,769231	0,1511	85	0,00049	1,00000	10,000
14	0,489300	0,461538	0,1054	50	0,507296	0,769231	0,0966	86	0,00097	1,00000	10,000
15	0,490759	0,461538	0,1855	51	0,507782	0,769231	0,2944	87	0,00146	1,00000	10,000
16	0,491245	0,461538	0,0931	52	0,508268	0,769231	0,1569	88	0,00195	1,00000	10,000
17	1,000000	0,461538	-1,1436	53	0,509241	0,769231	0,1406	89	0,00292	1,00000	10,000
18	0	0,615385	10,0000	54	0,510214	0,769231	0,3808	90	0,00389	1,00000	10,000
19	0,023346	0,615385	-10,000	55	0,511673	0,769231	0,5150	91	0,00438	1,00000	10,000
20	0,023833	0,615385	-10,000	56	0,512646	0,769231	0,1667	92	0,03210	1,00000	-2,278
21	0,024319	0,615385	-6,4155	57	0,513132	0,769231	0,1967	93	0,03551	1,00000	-2,664
22	0,028696	0,615385	-10,000	58	0,514105	0,769231	0,3609	94	0,03842	1,00000	-10,00
23	0,029183	0,615385	-8,663	59	0,516537	0,769231	0,2099	95	0,03891	1,0000	-10,000
24	0,513619	0,615385	0,1954	60	0,517510	0,769231	0,2236	96	0,03939	1,0000	-0368
25	1,000000	0,615385	-1,109	61	0,518482	0,769231	0,1727	97	0,04231	1,0000	-10,000
26	0,000000	0,769231	10,000	62	0,519455	0,769231	0,6180	98	0,04280	1,0000	-10,000
27	0,000486	0,769231	10,000	63	0,519942	0,769231	0,1919	99	0,04329	1,0000	-10,000
28	0,000973	0,769231	10,000	64	0,520914	0,769231	0,1966	100	0,04377	1,0000	-4,4585
29	0,001946	0,769231	10,000	65	0,522374	0,769231	0,1856	101	0,04718	1,0000	-10,000
30	0,023833	0,769231	-2,4290	66	0,526265	0,769231	0,2636	102	0,04767	1,0000	-10,00
31	0,027237	0,769231	-10,000	67	0,52772	0,769231	0,2858	103	0,04815	1,0000	-10,00
32	0,027724	0,769231	-10,000	68	0,54474	0,769231	0,4555	104	0,05253	1,0000	-10,00
33	0,031615	0,769231	-10,000	69	0,000000	0,923077	10,000	105	0,05302	1,0000	-9,5500
34	0,032101	0,769231	-4,7120	70	0,00097	0,923077	10,000	106	0,05934	1,0000	-10,000
35	0,045233	0,769231	-4,2890	71	0,00146	0,923077	10,000	107	0,99903	1,0000	-1,2139
36	0,428502	0,769231	3,4216	72	0,00195	0,923077	10,000				

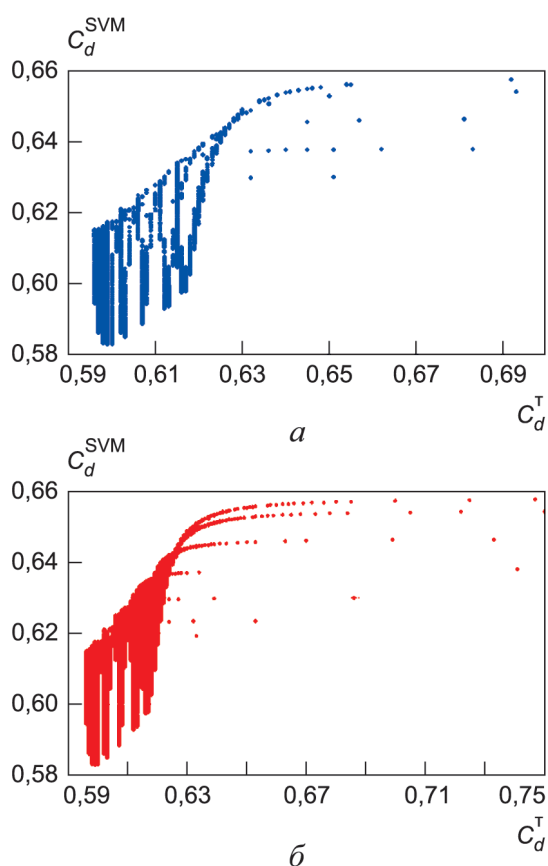


Рис. 2. Зависимость смоделированных коэффициентов истечения от исходных значений в тренировочном (а) и тестовом (б) режимах

Fig. 2. The dependence of the modeled expiration coefficients on the initial values in the training (a) and test (b) modes

линиями показаны кривые для уравнения Ридер-Харриса – Галлахера, а красными линиями показаны результаты моделирования исследуемого коэффициента с помощью SVM. Обе зависимости построены для нескольких значений относительного диаметра в диапазоне 0,20–0,75. Графики немного отличаются друг от друга. Поэтому на рис. 4 представлены зависимости для абсолютных погрешностей коэффициентов истечения относительно моделируемого значения коэффициента истечения C_d^{SVM} . На рис. 4 представлена зависимость, которая косвенно наблюдается на рис. 3. Максимальные значения абсолютной погрешности изучаемого коэффициента наблюдаются в начале и середине диапазона. При этом максимальное значение абсолютной погрешности не превосходит 0,025.

Несмотря на неполное совпадение характера изменения моделируемого коэффициента истечения, погрешность модели низкая в обоих режимах. Поэтому SVM можно использовать в качестве моделей характеристик расходомеров переменного перепада давлений. Структуру такой модели можно реализовать в вычислительных устройствах систем измерений расхода. Точность аппроксимации коэффициента истечения для таких расходомерных систем можно увеличить путём значительного увеличения

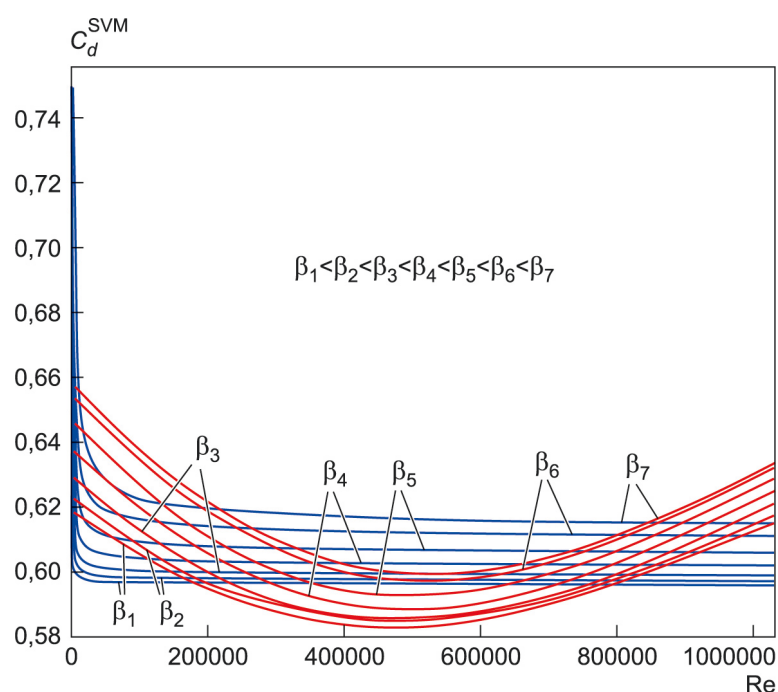


Рис. 3. Сравнение коэффициентов истечения

Fig. 3. Comparison of discharge coefficients

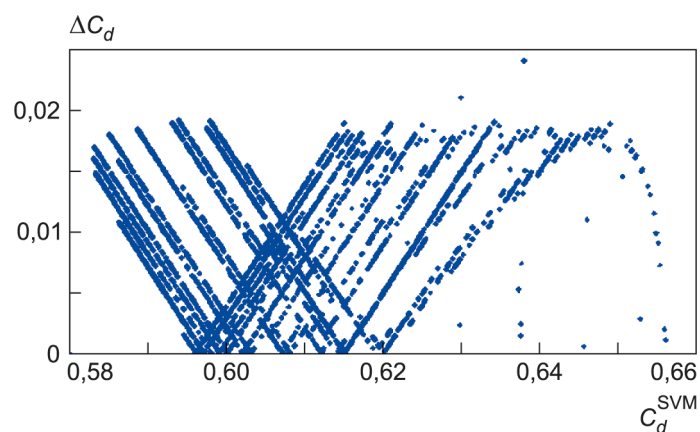


Рис. 4. Зависимость абсолютной погрешности моделирования от значений модели для коэффициента истечения

Fig. 4. The dependence of the absolute error of modeling on the values of the model for the discharge coefficient

данных для обучающей выборки. Полная замена вычислителей расхода газа моделями машинного обучения требует очень большого количества данных, которые предусматривают все различные сценарии, возникающие в процессе измерения расхода (см. [18]). Построение такой модели является сложной задачей, но моделирование и замена отдельных характеристик систем измерения расхода позволяет добиваться хороших результатов измерений с требуемой точностью.

Закключение. Исследование показало, что традиционные системы измерения расхода жидкостей и газов можно

модифицировать с помощью новых методов. Коэффициент истечения диафрагмы смоделирован с помощью машины опорных векторов (SVM). SVM для изучаемого коэффициента реализована с участием данных, полученных из известного уравнения Ридер-Харриса и Галлахера. Представлены статистические данные, характеризующие эффективность модели, а также предложены рекомендации по обучению моделей для коэффициента истечения. Построенная модель даёт возможность обновлять данные обучения на основе большего набора экспериментальных данных для уменьшения погрешности вычисления коэффициента истечения, что влияет на уменьшение общей погрешности измерения расхода жидкостей и газов.

Список источников / References

1. Yoder J., Measuring a 1 % gain in a 4,5 billion dollars market, *Flow Control*, 2008, vol. 6, pp. 42–45.
2. Давыд Ж. А. Сравнительный анализ коэффициентов истечения расходомеров переменного перепада давления // Метрология. 2015. № 1. P. 32–36.
3. Reader-Harris M., *Orifice Plates and Venturi Tubes*, Glasgow, Springer International Publishing Switzerland, 2015, 389 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-16880-7>
4. Cristancho D. E., Hall K. R., Coy L. A., Iglesias-Silva G. A., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2010, vol. 21, iss. 3, pp. 299–301. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2010.03.003>
5. Stolz J. A., Universal Equation for the Calculation of Discharge Coefficient of Orifice Plates, *Proceedings of FLOMEKO 1978, IMEKO-Conference on Flow Measurement of Fluids*, Groningen, Netherlands, September 11–15, 1978, Amsterdam, North-Holland, 1978, pp. 519–534.
6. Reader-Harris M. J., Sattary J. A., *Flow Measurement and Instrumentation*, 1990, vol. 1, iss. 2, pp. 67–76. [https://doi.org/10.1016/0955-5986\(90\)90031-2](https://doi.org/10.1016/0955-5986(90)90031-2)
7. Reader-Harris M. J., Sattary J. A., Spearman E. P., *The orifice plate discharge coefficient equation, Progress Report no. PR14, EUEC/17 (EEC005)*, East Kilbride, Glasgow, National Engineering Laboratory Executive Agency, 1992, 104 p.
8. Reader-Harris M. J., Sattary J. A., Spearman E. P., *Flow Measurement and Instrumentation*, 1995, vol. 6, iss. 2, pp. 101–114. [https://doi.org/10.1016/0955-5986\(94\)00001-O](https://doi.org/10.1016/0955-5986(94)00001-O)
9. Reader-Harris M. J., Forsyth C., Boussouara T., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2021, vol. 82, 102043. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2021.102043>
10. Ahmed E. N., Ghanem A. A., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2020, vol. 73, 101751. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101751>
11. Hollingshead C. L., Johnson M. C., Barfuss S. L., Spall R. E., *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2011, vol. 78, iss. 3–4, pp. 559–566. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.08.008>
12. Dayev Zh. A., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2020, vol. 71, 101674. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2019.101674>
13. Dayev Zh., Kairakbaev A. K., *Applied Artificial Intelligence*, 2021, vol. 35, pp. 1128–1146. <https://doi.org/10.1080/08839514.2021.1975378>
14. Dayev Zh., Kairakbaev A., Yetilmezsoy K., Bahramian M., Sihag P., Kıyan E., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2021, vol. 79, 101913. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2021.101913>
15. Dayev Zh. A., Latyshev L. N., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2017, vol. 56, pp. 18–22. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.07.001>
16. Haykin S. *Neural Networks, A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, 1999, 864 p.
17. Jarushkina N. G., *Osnovy nechetkih i gibridnyh system*, Moscow, Finansy i statistika Publ., 2009, 320 p. (In Russ.)
18. Borg D., Suetake M., Brandao D., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2014, vol. 40, pp. 142–148. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2014.09.007>

Статья поступила в редакцию 16.02.2022; одобрена после рецензирования 18.03.2022; принята к публикации 21.03.2022.
The article was submitted 16.02.2022; approved after reviewing 18.03.2022; accepted for publication 21.03.2022.

Геометрический метод определения фазового сдвига при отражении электромагнитной волны от конформной метаповерхности чувствительного элемента

Динеш Рано¹, Андрей Альбертович Елизаров^{2✉}, Андрей Андреевич Скуридин³, Эльмира Алексеевна Закирова⁴

^{1, 2, 3, 4} Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

¹ Indraprastha Institute of Information Technology (IIIT-D), Delhi, India, dineshr@iiitd.ac.in, <https://orcid.org/0000-0002-4997-3327>

² a.yelizarov@hse.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0003-1115-7700>

³ askuridin@hse.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4025-3507>

⁴ ezakirova@hse.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0620-2271>

Аннотация. Современный этап исследований высокоимпедансных конформных поверхностей на метаматериалах (метаповерхностей) и разработка multifunctional измерительных устройств на их основе делают актуальной задачу определения параметров и характеристик метаповерхностей. Разработан и предложен геометрический метод определения сдвига фаз при синфазном отражении электромагнитной волны от конформной метаповерхности чувствительного элемента. Показано, что в результате изгиба метаповерхности падающая электромагнитная волна проходит дополнительный путь на определённой электрической длине, что приводит к увеличению сдвига фазы отражённой волны. С использованием программы численного моделирования CST Studio Suite получены значения сдвига фаз падающей и отражённой волн для планарных и изогнутых метаповерхностей чувствительных элементов различной топологии с радиусами кривизны 40; 50; 60 мм. Проведено сравнение полученных результатов с аналитическими расчётами, показавшее хорошее соответствие. Предложенный метод можно применять для расчёта и моделирования измерительных преобразователей, содержащих чувствительные элементы на высокоимпедансных конформных метаповерхностях.

Ключевые слова: чувствительный элемент, излучатель, метаповерхность, импедансная металлическая поверхность, фазовый сдвиг

Для цитирования: Рано Д., Елизаров А. А., Скуридин А. А., Закирова Э. А. Геометрический метод определения фазового сдвига при отражении электромагнитной волны от конформной метаповерхности чувствительного элемента // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 43–48. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-43-48>

Geometric method for determining the phase shift in the reflection of an electromagnetic wave from a conformal metasurface of a sensing element

Dinesh Rano¹, Andrey A. Yelizarov^{2✉}, Andrey A. Skuridin³, Elmira A. Zakirova⁴

^{1, 2, 3, 4} National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

¹ Indraprastha Institute of Information Technology (IIIT-D), Delhi, India, dineshr@iiitd.ac.in, <https://orcid.org/0000-0002-4997-3327>

² a.yelizarov@hse.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0003-1115-7700>

³ askuridin@hse.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4025-3507>

⁴ ezakirova@hse.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0620-2271>

Abstract. The current research of high-impedance conformal surfaces on metamaterials and multifunctional measuring devices based on them makes the task of determining their parameters and characteristics urgent. In this article, a geometric method for determining the phase shift in the in-phase reflection of an electromagnetic wave from the conformal meta-surface of a sensitive element is developed and proposed. It is shown, that as a result, of the meta-surface bending the incident electromagnetic wave passes an additional path at a certain electrical length, which leads to an increase in the phase shift of the reflected wave. Using the CST Studio Suite numerical simulation program, the values of the phase shift of incident and reflected waves for planar and curved metasurfaces of sensitive elements of various topologies with radii of curvature of 40; 50; 60 mm are obtained. The results obtained were compared with analytical calculations, which showed a good correspondence. The proposed method can be used to calculate and simulate measuring transducers containing sensitive elements on high-impedance conformal meta-surfaces.

Keywords: sensitive element, radiator, meta-surface, impedance metal surface, phase shift

Введение. В настоящее время высокоимпедансные конформные поверхности на основе метаматериалов (метаповерхности) широко используются для создания малогабаритных антенн, излучателей, многофункциональных микроволновых устройств. Созданные на основе метаповерхностей чувствительные элементы преобразователей применяют для измерения различных физических величин и мониторинга технологических процессов [1–4].

Одним из важнейших физических свойств метаповерхностей является их способность ослаблять поверхностные электромагнитные волны. При нормальном падении волны на метаповерхность наблюдается синфазное отражение со сдвигом фаз 0° , в то время как при отражении от импедансной металлической поверхности сдвиг фаз между падающей и отражённой волнами составляет 180° . Благодаря этому свойству чувствительные элементы и излучатели на основе метаповерхностей демонстрируют повышенные значения

эффективности излучения, коэффициента усиления, удельного коэффициента поглощения электромагнитной энергии (SAR), радиуса действия и других параметров [3–5]. Интерес к разработке конформных метаповерхностей объясняется также широким распространением малогабаритных носимых и нателных устройств интернета вещей (IoT) и киберфизических систем [1, 2, 4, 5].

В последнее время появилось множество статей, посвящённых разработке конформных метаповерхностей, их численному анализу и особенностям применения [6–9]. Из данных работ следует, что фундаментальной трудностью при разработке конформных метаповерхностей являются изменения их фазовых свойств и, соответственно, рабочих параметров, которые обусловлены изгибом конформных метаповерхностей излучателей и чувствительных элементов. Для решения этой проблемы требуется либо применение элементарных метаячеек больших геометрических размеров, работающих в требуемом диапазоне даже после изгиба [6], либо поиск других возможностей, направленных на компенсацию влияния изгиба [8]. Представленные в литературе существующие методы определения синфазных свойств конформных ячеек метаповерхностей сложны и предназначены для более высоких частот, например 5; 8; 10 ГГц [8, 9].

Цель настоящего исследования – разработка геометрического метода определения сдвига фаз при синфазном отражении падающей и отражённой волн на более низких частотах (диапазон ISM-Bluetooth, Wi-Fi, IEEE 802.15.4, Zigbee). Показано, что по сравнению с металлической поверхностью при взаимодействии с конформной метаповерхностью из-за интерференции отражённой и падающей волн возникает дополнительный набег фазы. Представленная теория подтверждена моделированием в CST Studio Suite. Аналитические расчёты и моделирование проведены для нормального падения волны.

Геометрический метод определения фазового сдвига.

На рис. 1, а изображена элементарная планарная ячейка P-M-UC (Planar-Meta-UnitCell), возбуждаемая падающей электромагнитной волной, и соответствующая ей конформная метаячейка C-M-UC (Conformal-Meta-UnitCell) радиусом кривизны r . Ячейки находятся на некотором расстоянии друг от друга. При нормальном падении волны на конформную метаячейку линии XAX' , YBY' , $C'CO$ параллельны друг другу (рис. 1, б). Пересекающие их поперечные линии OX'' , OY'' позволяют получить углы падения и отражения волн. Синфазного отражения падающей электромагнитной волны от конформной метаячейки можно достичь, если разместить плоскости наблюдения на её поверхности (см. рис. 1, в). Согласно закону отражения угол падения волны θ_i на поверхность раздела равен углу отражения θ_r . Применительно к рассматриваемой конформной метаячейке закон отражения выражается соотношениями

$$AOC' = XAX'' = BOC' = YBY' = \theta/2; \quad (1)$$

$$XAX'' = YBY' = X''AA' = Y''BB' = \theta/2. \quad (2)$$

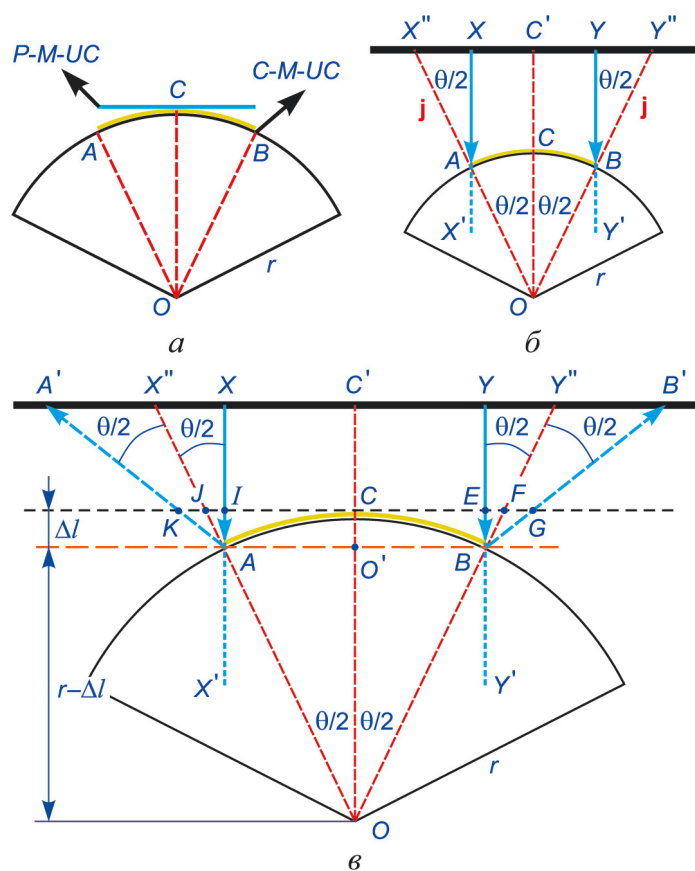


Рис. 1. Планарная метаячейка P-M-UC и конформная метаячейка C-M-UC радиусом кривизны r (а), изогнутая конформная метаячейка и падающая на неё электромагнитная волна ($\mathbf{j}$ – вектор нормали) (б), процесс отражения электромагнитной волны от конформной метаячейки (пунктиром обозначена плоскость наблюдения) (в)

Fig. 1. A planar metacell and a conformal metacell with a radius of curvature r (a), a curved conformal meta cell and an electromagnetic wave incident on it (normal vector $\mathbf{j}$) (b), the process of reflection of an electromagnetic wave from a conformal metacell (the dotted line indicates the observation plane) (c)

Угол θ , стягиваемый дугой AB относительно центра O (см. рис. 1, в), определим как

$$\theta = 360^\circ W / (2\pi r), \quad (3)$$

где W, r – ширина и радиус кривизны метаячейки.

Величина W идентична как для конформных, так и для планарных элементарных ячеек, поскольку изгиб планарной метаячейки не изменяет её геометрические размеры.

Из рис. 1, в следует, что при взаимодействии падающих электромагнитных волн (отрезки IA, EB) с конформной метаячейкой возникает набег фазы из-за отражённых волн (отрезки AK, BG). При этом отрезок IE расположен в плоскости наблюдения планарной ячейки, а в случае конформной метаячейки отрезок AB находится на расстоянии Δl от плоскости наблюдения. Аналогичные фазовые сдвиги падающей $\Delta\theta_{\text{пад}}$ волны IA и отражённой $\Delta\theta_{\text{отр}}$ волны AK могут быть выражены через электрическую длину следующими уравнениями:

$$\Delta\theta_{\text{пад}} = \beta(IA) = \beta\Delta l; \quad (4)$$

$$\Delta\theta_{\text{отр}} = \beta AK, \quad (5)$$

где β – волновое число на рабочей частоте конформной метаячейки; $\Delta l, AK$ – дополнительные расстояния, возникающие вследствие интерференции падающей и отражённой волн.

Применив теорему Пифагора к треугольникам $\triangle IAK, \triangle OO'A$, выразим отрезок AK через Δl , а Δl через r и соответственно получим

$$\cos(\angle IAK) = \cos\theta = \Delta l / AK \Rightarrow AK = \Delta l / \cos\theta; \quad (6)$$

$$\cos(\theta/2) = OO' / OA = (r - \Delta l) / r \Rightarrow \Delta l = r - r\cos(\theta/2). \quad (7)$$

Сумма отдельных набегов фаз, обусловленных интерференцией падающих и отражённых волн, позволяет определить итоговый сдвиг фаз при синфазном отражении волн от конформной метаячейки. Если считать, что аналогичные волновые процессы происходят в точке B , то суммарный сдвиг фаз, выраженный в радианах, в два раза больше:

$$\theta_c = 2(\Delta\theta_{\text{пад}} + \Delta\theta_{\text{отр}}) = 2\left(\beta\Delta l + \frac{\beta\Delta l}{\cos\theta}\right). \quad (8)$$

В то же время для падающих на точку C электромагнитных волн набег фазы нет, так как точка C лежит в плоскости наблюдения.

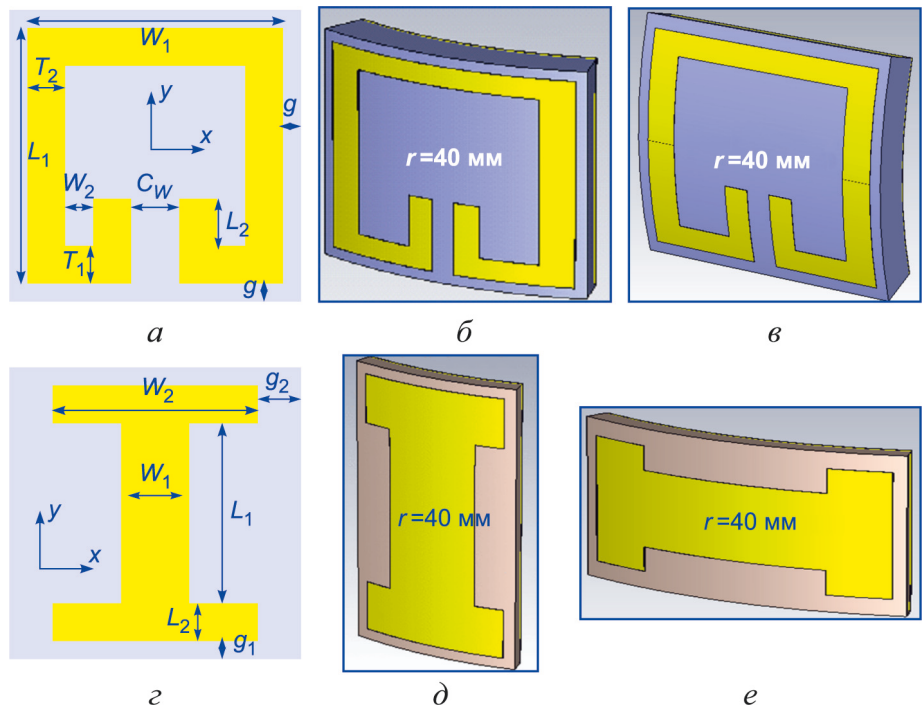


Рис. 2. Геометрические размеры конформной метаячейки UC-1 радиусом кривизны 40 мм (а), изгиб метаячейки UC-1 вдоль осей X, Y (соответственно б, в), геометрические размеры конформной метаячейки UC-2 на цилиндрической поверхности радиусом 40 мм (г), изгиб метаячейки UC-2 вдоль осей X, Y (соответственно д, е)

Fig. 2. Geometric dimensions of the conformal metacell UC-1 with a radius of curvature of 40 mm (a), along the X axis (b), along the Y axis (c), geometric dimensions of the conformal metacell UC-2 on a cylindrical surface with a radius of 40 mm (d), along the X axis (e), along the Y axis (f)

Применение геометрического метода к метаячейкам различной топологии.

Элементарная ячейка UC-1. Первый тип планарной метаячейки UC-1 и её геометрические размеры показаны на рис. 2, а, где W_1, L_1 – ширина и длина метаячейки соответственно, W_2 – расстояние между проводниками метаячейки, L_2 – длина проводников, образующих ёмкостный зазор, T_1, T_2 – ширина проводников метаячейки, C_W – ширина ёмкостного зазора, g – расстояние от проводника до края подложки. Расчёт синфазного отражения электромагнитных волн от такой ячейки выполнен на частотах 2,45; 1,413 ГГц для волн с линейной поляризацией по осям X, Y соответственно, соответствующие $\beta = 51,3; 29,6$ рад/м. Поляризация электромагнитной волны играет решающую роль в определении сдвига фазы θ_c метаячейки с изгибом по оси X или Y . В случае изгиба метаячейки по оси X плоскость падения электромагнитной волны совпадает с осью Y и отражённая волна становится линейно поляризованной по оси Y . Аналогично при изгибе метаячейки по оси Y плоскость падения волны совпадает с осью X , что и обеспечивает линейную поляризацию отражённой волны по оси X .

Также рассмотрим случай изгиба по оси X метаячеек различных радиусов кривизны: 40; 50; 60 мм (рис. 2, б). В качестве примера применения предлагаемого метода расчёта определим значение сдвига фазы θ_c для метаячейки радиусом

Таблица 1

Параметры элементарных метаячеек UC-1, UC-2, полученные геометрическим методом для линейно поляризованных по осям Y, X электромагнитных волн

Тип ячейки	Ось изгиба	r , мм	θ , °	Δl , мм	$\Delta\theta_{\text{отр}}$, рад	$\Delta\theta_{\text{пад}}$, рад	$\Delta\theta_c$, рад	θ_c , °
UC-1	Y–	40	43,44	2,84	0,211	0,153	0,728	41,71
		60	28,96	1,91	0,118	0,103	0,442	25,32
UC-1	X–	40	39,82	2,39	0,098	0,075	0,346	19,80
		50	31,86	1,92	0,078	0,066	0,287	16,48
		60	26,54	1,60	0,056	0,050	0,212	12,17
UC-2	Y–	40	26,48	1,06	0,061	0,055	0,233	13,34
		50	21,20	0,85	0,047	0,044	0,183	10,46
		60	17,63	0,71	0,038	0,037	0,151	8,64
UC-2	X–	40	41,84	2,63	0,374	0,278	1,304	73,70
		50	33,47	2,12	0,268	0,224	0,984	56,40
		60	27,90	1,77	0,211	0,187	0,797	45,66

Таблица 2

Относительная погрешность δ , %

Тип ячейки	r , мм	ТМ-волна	ТЕ-волна
UC-1	40	0,114	0,027
	50	0,168	0,013
	60	0,057	0,013
UC-2	40	0,010	0,036
	50	0,123	0,032
	60	0,075	0,030

кривизны 50 мм. С учётом соотношений (1), (2), подстановка $W_1+2g=30,33$ мм и $r=50$ мм в (3) даёт результат $\theta=34,75$. Тогда для этого значения θ из уравнения (7) получим $\Delta l=2,28$ мм. Затем подставив θ , Δl , $\beta=51,3$ рад/м в (8), определим фазовый набег, который составит 0,54 рад или $31,3^\circ$. В табл. 1 приведены значения соответ-

ствующих величин, рассчитанные при разных радиусах кривизны метаячеек. Увеличение радиуса кривизны метаячеек приводит к постепенному уменьшению θ_c . Это объясняется тем, что увеличение радиуса кривизны метаячейки приводит к уменьшению угла θ (см. (3)). Далее согласно (7) уменьшение угла θ уменьшает и Δl , (при уменьшении θ увеличивается $\cos\theta$, и, следовательно, коэффициент $1-\cos(\theta/2)$ уменьшается). Это приводит к уменьшению θ_c (см. (8)).

На рис. 2, в изображена конформная метаячейка типа UC-1 с изгибом, перпендикулярным оси Y и радиусом кривизны $r=40$ мм. Высота ячейки $L_1+2g=29,08$ мм, а отражённая электромагнитная волна имеет линейную поляризацию по оси X. Изменение сдвига фазы θ_c и другие важные параметры также приведены в табл. 1. В рассматриваемом случае $\beta=29,6$ рад/м. При этом θ_c также уменьшается с увеличением радиуса r , как это следует из приведённого выше объяснения.

Элементарная ячейка UC-2. Второй тип планарной метаячейки UC-2 и её геометрические размеры показаны на рис. 2, г, где W_1 , W_2 – длина проводников метаячейки, L_1 – длина внутренней части проводника метаячейки, L_2 – длина проводника, g_1 , g_2 – расстояния от проводника до краев подложки. Расчёт синфазного отражения от метаячейки UC-2 выполнен

на частотах 2,46; 5,04 ГГц для линейно поляризованных по осям Y, X электромагнитных волн, соответственно $\beta=51,6$; 105,5 рад/м. Для такой топологии метаячейки, так же как и в предыдущем случае для UC-1, увеличение радиуса кривизны приводит к постепенному уменьшению сдвига фазы θ_c .

Соответствующие конформные метаячейки радиусами кривизны 40 мм и изгибами по осям X, Y показаны на рис. 2, д, е. Для определения сдвига фазы θ_c , а также других параметров (см. табл. 1), использовали формулы (5)–(8). Из полученных результатов можно сделать следующий вывод: фазовый сдвиг при изгибе метаячейки по оси Y (с линейной поляризацией волны по оси X) больше по сравнению с фазовым сдвигом изгибом при изгибе метаячейки по оси X (с линейной поляризацией волны по оси Y) при всех радиусах кривизны r . Это связано с тем, что ширина $(L_1+2L_2+2g_1)$ конформной метаячейки в случае волны, поляризованной по оси X, больше, чем ширина (W_2+2g_2) метаячейки в случае волны, поляризованной по оси Y. Как следствие, угол θ (см. (3)) больше, что и приводит к увеличению Δl , как следует из (7). В дальнейшем это приводит к увеличению угла суммарного фазового сдвига θ_c (см. (8)).

Результаты компьютерного моделирования. Результаты компьютерного моделирования метаячеек UC-1 и UC-2, топологии которых изображены на рис. 2, получены с помощью программных средств CST Studio Suite. Численные расчёты моделей метаячеек выполнены с граничными условиями типа Unit Cell, частоты синфазного отражения отмечены на графиках фазы отражения точками 1 на рис. 3. При моделировании конформных метаячеек для возбуждения применяли как ТМ-волны (при изгибе по оси X), так и ТЕ-волны (при изгибе по оси Y). Точки 2, 3, 4 относятся к сдвигу фазы θ_c и также показаны на графиках для соответствующих ячеек и поляризации. Эти точки указывают на сдвиг частоты, который должен быть получен после того, как планарная метаячейка была изогнута с соответствующим радиусом кривизны r . Получившиеся таким образом модели конформных метаячеек отличаются радиусами кривизны $r=40$; 50; 60 мм. Точки 5, 6, 7 на рис. 3 соответствуют равным фазам падающих и отражённых волн.

Относительная погрешность между значениями сдвига фаз, полученными с помощью компьютерного моделирования и аналитических расчётов для изогнутых по осям X, Y элементарных ячеек UC-1 и UC-2, приведена в табл. 2. Частотные точки, полученные вследствие сдвига фаз при падении и отражении электромагнитных волн от планарных элементарных ячеек на суммарный угол фазового сдвига θ_c , близки к аналогичным частотным точкам для конформных элементарных ячеек, что демонстрирует эффективность предлагаемого метода.

Заключение. Разработан и предложен геометрический метод определения сдвига фаз при синфазном отражении электромагнитных волн от конформных элементарных ячеек, образующих высокоимпедансную метаповерхность. Такую метаповерхность можно использовать для создания малогабаритных излучателей и чувствительных элементов измерительных преобразователей для измерения физических величин и мониторинга технологических процессов. Метод основан на использовании закона отражения и элементарной геометрии для

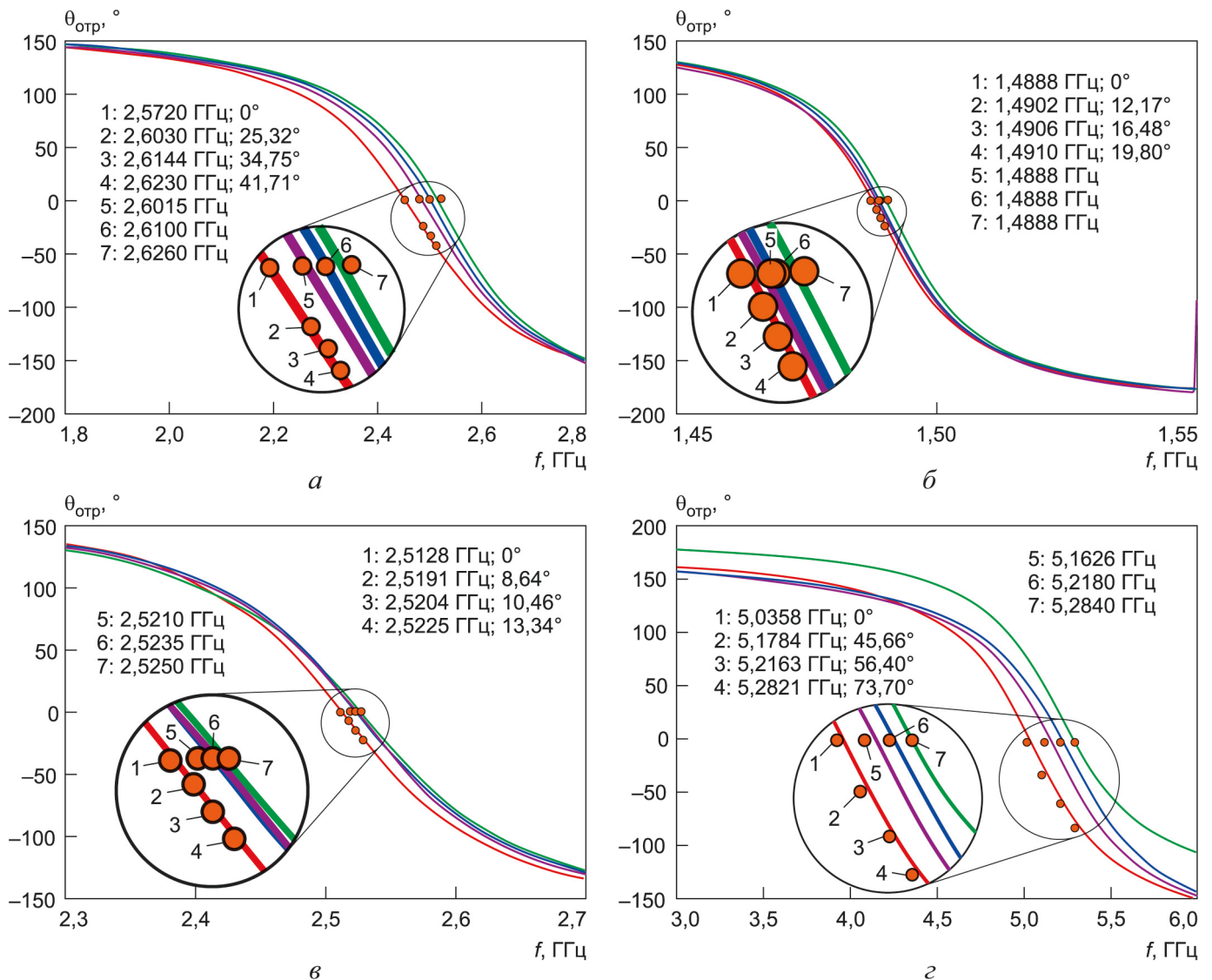


Рис. 3. Зависимости фазы отражённой волны $\theta_{отр}$ от частоты f для планарных метаячеек UC-1 (а, б) и UC-2 (в, г) с фазовым сдвигом θ_c (точки 2, 3, 4) и соответствующих им зависимостей фазы отражённой волны $\theta_{отр}$ от частоты f для конформных метаячеек с синфазными точками 5, 6, 7, с изгибом по осям X (а, в) и Y (б, г); красным цветом обозначены зависимости для планарных метаячеек UC-1, UC-2, фиолетовым, синим и зеленым цветом – для конформных метаячеек радиусом $r = 40; 50; 60$ мм соответственно

Fig. 3. Dependences of the reflected phase θ_{shift} on frequency f for a planar metacells UC-1 (a, b) and UC-2 (c, d) with phase shift (points 2, 3, 4) and their applicable dependences of the reflected phase θ_{shift} on frequency f for conformal metacells with in-phase points 5, 6, 7, with bending along the axes X (a, c) and Y (b, d). Dependences for planar metacells UC-1 and UC-2 are indicated in red, dependences for conformal metacells with $r = 40; 50; 60$ mm, respectively, are indicated in purple, blue and green

определения изменения угла отражения электромагнитной волны после изгиба планарных элементарных ячеек. Показано, что в результате изгиба поверхности падающая электромагнитная волна проходит дополнительный путь, что приводит к увеличению сдвига фазы отражённой волны. Эффективность предложенного метода подтверждается результатами компьютерного моделирования, выполненными в программе CST Studio Suite. Важно отметить, что при численном анализе существенную роль играет корректное разбиение поверхности конформных метаячеек в среде моделирования, поскольку во время изгиба возможно появление краевых разрывов в области вычисления. Это требует увеличения количества ячеек

сетки, необходимых для сглаживания вычислительной области и увеличивает время моделирования.

Список источников

1. Елизаров А. А., Кухаренко А. С. Микроволновые частотно-селективные устройства на резонансных отрезках электродинамических замедляющих систем и структурах с метаматериалами. М.: Издательский дом ВШЭ, 2019. 328 с. <https://doi.org/10.17323/978-5-7598-1796-3>
2. Yelizarov A. A., Kukharencov A. S., Skuridin A., Metamaterial-based Sensor for Measurements of physical Quantities and

Parameters of technological Processes, *Proc. 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave phenomena (METAMATERIALS 2018)*, Espoo, Finland, 2018, pp. 448–450.

3. Sievenpiper D. F., High-impedance electromagnetic surfaces, PhD dissertation, Los Angeles, University of California, 1999.

4. Sievenpiper D., Yablonovitch E., Circuit and method for eliminating surface currents on metals, U.S. Patent 60/079953, 30, 1998.

5. Rano D., Hashmi M. S., Interdigital based EBG: Compact and Polarization stable for MBAN and Wi-Fi, *Proc. 12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018)*, London, UK, 2018. pp. 1–5.

6. Rano D., Hashmi M. S., *IET Microw. Antennas Propag.*, 2019, vol. 13, no. 7, pp. 1031–1040.
<https://doi.org/10.1049/iet-map.2018.6021>

7. Abbasi M. A. B., Nicolaou S., Antoniadis M., Nolic M., Fronides P., in *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2017, vol. 65, no. 2, pp. 453–463.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2635588>

8. Jiang Z. H., Brocker D. E., Sieber P. E., in *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2014, vol. 62, pp. 4021–4030.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2014.2327650>

9. Durgun A. C., Balanis C. A., and Birtcher C. R., in *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2013, vol. 61, pp. 6030–6038.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2282916>

10. Germain D., Seetharamdoo D., Burokur S. N., and De Lustrac A., *Applied Physics Letters*, 2013, vol. 103, 124102.
<https://doi.org/10.1063/1.4821357>

References

1. Yelizarov A. A., Kukharensko A. S., *Microwave Frequency Selective Devices at Resonant Segments of Electrodynamical Slow-Wave*

Structures and Metamaterials, Moscow, HSE Publishing House, 2019, 328 p. (In Russ.) <https://doi.org/10.17323/978-5-7598-1796-3>

2. Yelizarov A. A., Kukharensko A. S., Skuridin A., Metamaterial-based Sensor for Measurements of physical Quantities and Parameters of technological Processes, *Proc. 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave phenomena (METAMATERIALS 2018)*, Espoo, Finland, 2018, pp. 448–450.

3. Sievenpiper D. F., High-impedance electromagnetic surfaces, PhD dissertation, Los Angeles, University of California, 1999.

4. Sievenpiper D., Yablonovitch E., Circuit and method for eliminating surface currents on metals, U.S. Patent 60/079953, 30, 1998.

5. Rano D., Hashmi M. S., Interdigital based EBG: Compact and Polarization stable for MBAN and Wi-Fi, *Proc. 12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018)*, London, UK, 2018. pp. 1–5.

6. Rano D., Hashmi M. S., *IET Microw. Antennas Propag.*, 2019, vol. 13, no. 7, pp. 1031–1040.
<https://doi.org/10.1049/iet-map.2018.6021>

7. Abbasi M. A. B., Nicolaou S., Antoniadis M., Nolic M., Fronides P., in *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2017, vol. 65, no. 2, pp. 453–463.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2635588>

8. Jiang Z. H., Brocker D. E., Sieber P. E., in *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2014, vol. 62, pp. 4021–4030.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2014.2327650>

9. Durgun A. C., Balanis C. A., and Birtcher C. R., in *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2013, vol. 61, pp. 6030–6038.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2282916>

10. Germain D., Seetharamdoo D., Burokur S. N., and De Lustrac A., *Applied Physics Letters*, 2013, vol. 103, 124102.
<https://doi.org/10.1063/1.4821357>

Статья поступила в редакцию 18.02.2022; одобрена после рецензирования 10.03.2022; принята к публикации 14.03.2022.
The article was submitted 18.02.2022; approved after reviewing 10.03.2022; accepted for publication 14.03.2022.

Научная статья

УДК 537.868

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-49-58>

Ядерно-магнитный расходомер-релаксометр для контроля расхода и состояния теплоносителя в первом контуре ядерного реактора подвижного объекта

Вадим Владимирович Давыдов^{1✉}, Никита Сергеевич Мязин², Роман Вадимович Давыдов³

^{1, 2, 3} Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

¹ Всероссийский научно-исследовательский институт фитопатологии, р. п. Большие Вяземы, Московская обл., Россия

² Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Россия

¹davydov_vadim66@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-9530-4805>

²myazin.n@list.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9423-9068>

³romanvproze@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1958-4221>

Аннотация. Обоснована необходимость повышения точности измерения расхода теплоносителя в первом контуре ядерного реактора для подвижных объектов. Показано, что в настоящее время в ядерных энергетических установках подвижных объектов не контролируется состояние теплоносителя в режиме реального времени. Рассмотрены проблемы, возникающие при контроле расхода теплоносителя различными моделями расходомеров в первом контуре ядерного реактора. Установлено, что решить данные проблемы позволяет применение ядерно-магнитных расходомеров. Разработана конструкция ядерно-магнитного расходомера-релаксометра меточного типа с использованием для регистрации сигнала ядерного магнитного резонанса модуляционной методики при модуляции магнитного поля в зоне размещения катушки нутации. Предложены методы измерения времён продольной и поперечной релаксаций текущего теплоносителя. Представлены результаты исследования расхода и времён релаксации текущего в трубопроводе модельного раствора. Модельный раствор содержит химические элементы, из которых состоит теплоноситель для ядерных реакторов подвижных объектов. Установлено, что погрешность измерения этих параметров не превышает 1 %. Показана перспективность использования разработанной конструкции ядерно-магнитного расходомера-релаксометра в первом контуре ядерного реактора подвижного объекта.

Ключевые слова: ядерный реактор, теплоноситель, подвижный объект, поток, теплообмен, контроль состояния, расход, время продольной релаксации, время поперечной релаксации, погрешность измерения

Финансирование: Исследование выполнено при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-90012.

Для цитирования: Давыдов В. В., Мязин Н. С., Давыдов Р. В. Ядерно-магнитный расходомер-релаксометр для контроля расхода и состояния теплоносителя в первом контуре ядерного реактора подвижного объекта // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 49–58. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-49-58>

Nuclear-magnetic flowmeter-relaxometer for control to expenditure and condition transparent liquids of coolant in first circuit of nuclear reactor a moving object

Vadim V. Davydov^{1✉}, Nikita S. Myazin², Roman V. Davydov³

^{1, 2, 3} Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

¹ All Russian Research Institute of Phytopathology, Bolshye Vyazyomy, Moscow region, Russia

² The Bonch-Bruевич St. Petersburg State University of Telecommunication, St. Petersburg, Russia

¹davydov_vadim66@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-9530-4805>

²myazin.n@list.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9423-9068>

³romanvproze@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1958-4221>

Abstract. The necessity of increasing the accuracy of measuring the flow rate of the coolant in the first loop of a nuclear reactor for mobile objects has been substantiated. The necessity of monitoring the state of the coolant in the current flow in the pipeline is additionally substantiated. At the moment, in nuclear power plants of mobile objects, the control of the state of the coolant in real time is not implemented. Problems arising when controlling the flow rate of the coolant by various models of flow meters in the primary circuit of a nuclear reactor are considered. It was found that the use of nuclear magnetic flow meters allows them to be solved. A new design of a tagged-type nuclear magnetic flowmeter-relaxometer has been developed using modulation techniques and modulation of the magnetic field in the area

of the nutation coil to register the nuclear magnetic resonance signal. Methods for measuring the times of longitudinal and transverse relaxation of the current coolant are proposed. The paper presents the results of studying the parameters (flow rate and relaxation times) of the model solution flowing in the pipeline, which contains the chemical elements that make up the coolant for nuclear reactors of mobile objects. It was found that the measurement error for these parameters does not exceed 1 %. The prospects of using the developed design of a nuclear-magnetic flowmeter-relaxometer in the first circuit of a nuclear reactor of a mobile object are shown.

Keywords: nuclear reactor, coolant, moving object, flow, heat exchange, state control, flow rate, longitudinal and transverse relaxation times, measurement error

Financial Support: The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research within the framework of research project no. 20-32-90012.

Введение. В настоящее время из-за уменьшения запасов топлива (в первую очередь нефти и газа) и нестабильности цен на него, а также увеличения потребностей экономики и населения в новых мощностях электрической энергии стремительно развиваются различные направления энергетики [1, 2]. Многие страны Западной Европы, США, Канада, Китай и даже Япония в качестве источника увеличения мощностей выработки электрической энергии рассматривают в первую очередь атомную энергетику [2, 3]. Только атомные электрические станции (АЭС) могут обеспечить для промышленности и населения крупных городов необходимые мощности электрической энергии в любое время суток (независимо от погодных условий и поставок топлива) [2–4]. Развитие гидроэнергетики, которая является реальным конкурентом атомной энергетики, почти исчерпало возможности по причине отсутствия мест на реках для возведения новых мощных гидроэлектростанций без нанесения серьёзного ущерба природе и населению. Солнечная энергетика и ветрогенераторы играют важную роль в обеспечении электрической энергией населения небольших поселений (острова в Тихом океане или Карибском море), малых объектов промышленности и инфраструктуры (маяки на побережье вдоль Северного морского пути и т. д.) [5, 6]. В отличие от АЭС эти источники энергии зависят от погодных условий, поэтому их работа нестабильна: необходимо использовать аккумуляторы [6] и невозможно постоянно поддерживать поступление энергии большой мощности.

Неоспоримое преимущество АЭС по получению электрической энергии сформировало отдельное направление в атомной энергетике, связанное с подвижными объектами [7, 8]. В последнее десятилетие к классическим подвижным объектам (например, атомные ледоколы), конструкции которых постоянно совершенствуются, добавились плавучие АЭС: опытный проект «Академик Ломоносов» работает в г. Певек, Россия, есть опытные проекты плавучих АЭС во Франции, Великобритании и Японии [9]. Кроме того, в США, Китае и Японии разрабатывают проекты тихоокеанских круизных лайнеров с атомной энергетической установкой на борту. Это, с одной стороны, стимулирует разработку новых моделей ядерных реакторов для судовых электростанций, а с другой стороны – поиск новых решений по повышению эффективности выработки электрической энергии действующими моделями ядерных реакторов.

Одна из нерешённых пока проблем как для действующих, так и для разрабатываемых моделей реакторов, связана с оптимизацией коэффициента теплообмена k_H (критерий Нуссельта) между первым и вторым контурами ядерного реактора с целью выработки парогенератором электрической энергии максимальной мощности. Кроме того, в условиях

ограниченного пространства на подвижном объекте для обеспечения безопасности работы реактора крайне важно обеспечить эффективный отвод тепловой энергии от стержней ядерного реактора. Необходимо отметить, что стабильная работа реактора на высоких энергетических уровнях мощности без переключений увеличивает срок его эксплуатации минимум на 20 % [3, 4, 7, 10].

Коэффициент k_H реакторов СВБР-75 и СВБР-100, разработанных для подвижных объектов, зависит от расходов и теплоёмкостей теплоносителя и питательной воды в первом и втором контурах ядерного реактора. Проблема контроля расхода q_B и теплоёмкости C_B питательной воды частично решена. Погрешность ультразвукового расходомера при измерении расхода q_B составляет 1,0–1,5 % в зависимости от срока эксплуатации прибора (в ряде случаев используют специальный оптический расходомер с вертушкой). Теплоёмкость C_B определяется по измеренным значениям давления p_B питательной воды в трубопроводе с погрешностью не более 1 % (при стандартном $p_B=16$ МПа) и температуры T_B с погрешностью 0,2 °C (при стандартной $T_B=300$ °C). В этом случае погрешность определения C_B незначительно превышает 1 %. Контроль состояния питательной воды осуществляется в зоне её подготовки после конденсации от парогенератора до циркулярного насоса при $T_B<100$ °C. Для этих целей применяются различные оптические приборы с погрешностью измерения менее 1 %.

Наибольшие проблемы возникают при контроле расхода q_T и состояния теплоносителя. В качестве теплоносителя в указанных выше реакторах используется жидкий расплав свинца с висмутом (44,5 % Pb + 55,5 % Bi) при температуре теплоносителя $T_T=490$ °C. Теплоносителем в некоторых моделях реактора СВБР-100 служит расплав ^{23}Na при $T_T=500$ °C. Для подвижных объектов по причине высокой потенциальной химической энергии взаимодействия расплава с водой и воздухом указанные реакторы пока (до создания более надёжной системы защиты) не введены в эксплуатацию. В разрабатываемом для реактора СВБР-100 расходомере необходимо обязательно предусмотреть функцию контроля расхода и состояния расплава ^{23}Na .

В настоящее время в действующих моделях СВБР-75 и первых экспериментальных реакторах СВБР-100 на подвижных объектах для измерения расхода q_T используют механические расходомеры. В процессе эксплуатации этих приборов при высоких температурах и средних скоростях потока погрешность измерения увеличивается до 5 % и более. Использовать электромагнитные расходомеры для измерения q_T , как это делают на экспериментальных АЭС малой мощности с реактором СВБР-100, крайне сложно

из-за сильных электромагнитных помех при переключениях на судовой электростанции для управления мощным двигателем, рулями. Ограничения по размещению ядерного реактора, судовой электростанции не позволяют обеспечить электромагнитную защиту прибора. Это приводит к сложно предсказуемым погрешностям измерения q_T (эти помехи отсутствуют на стационарной АЭС и минимальны на плавучей АЭС при её стоянке в порту). Контроль состояния (теплоёмкость C_T) теплоносителя определяют по измеренным значениям давления и температуры. Для измерения температуры используют термодатчики и термосопротивления (погрешность измерения T составляет менее 0,5 %). Для измерения давления используют импульсные линии с контрольно-измерительным прибором. Погрешность измерения давления составляет порядка 3 %, при длительной эксплуатации ядерного реактора она увеличивается. Всё это не позволяет оптимизировать значения k_H , так как при таких погрешностях измерения q_T в первую очередь (с запасом) обеспечивают оптимальный отвод тепловой энергии от стержней ядерного реактора. В настоящее время по различным оценкам на подвижных объектах значение k_H отличается от оптимального более чем на 10 %.

Цель настоящей работы – разработка конструкции ядерно-магнитного расходомера-релаксометра для измерения расхода и состояния теплоносителей – расплавов 44,5 % Pb + 55,5 % Bi и ^{23}Na с погрешностью не более 1,5 %.

Конструкция ядерно-магнитного расходомера-релаксометра и методы контроля расхода и состояния теплоносителя. В случае длительной эксплуатации измерительного оборудования в сложных условиях (например, в зоне ядерного реактора, на химическом производстве) для измерений расхода жидких сред преимущественно применяют бесконтактные методы [7, 8, 10–12]. Среди них наибольшие функциональные возможности у методов, основанных на явлении ядерного магнитного резонанса (ЯМР) [8, 13–15]. В данном случае можно эксплуатировать ЯМР-расходомеры, так как в первом контуре реакторов используются трубопроводы диаметром менее 100 мм (большинство конструкций СВБР-75 и СВБР-100 содержат два трубопровода диаметром 50 мм каждый), что позволяет обеспечить в магнитной системе индукцию порядка 1 Тл и неоднородность магнитного поля менее $0,002 \text{ см}^{-1}$ для регистрации сигнала ЯМР и проведения измерений q с погрешностью не более 1,5 %. Диаметр трубопровода в первом контуре реактора стационарных АЭС превышает 1000 мм, поэтому там использовать ЯМР-расходомер крайне сложно.

В разработанных промышленных и лабораторных конструкциях ядерно-магнитного расходомера-релаксометра (в основном для углеводородов и биологических растворов) кроме расхода жидкости также измеряются времена продольной T_1 и поперечной T_2 релаксаций [8, 13, 14, 16, 17]. Времена релаксации являются характеристикой среды – изменяются при любом изменении среды. Это относится к неоспоримому преимуществу использования данного прибора по сравнению с магнитным расходомером [18]. Контакт измерительных элементов с текущей средой в конструкциях ЯМР-расходомеров-релаксометров полностью исключён.

Единственным условием применения всех измерителей на основе ЯМР являются ядра с магнитными моментами в среде [13–19]. В табл. 1 представлены характеристики ядер, используемых в ЯМР-спектроскопии: изотоп ядра; μ – магнитный момент; I – спин ядра; γ – гиромагнитное отношение; $I_{\text{отн}}/^{13}\text{C}$ – чувствительность (отношение относительной интенсивности ЯМР-сигнала к изотопу ядра углерода ^{13}C); $C_{\text{пр}}$ – природное содержание. Из анализа данных табл. 1 следует, что ЯМР-расходомеры-релаксометры можно использовать для измерения значений q_T , T_1 , T_2 , как для расплава Pb-Bi, так и для расплава Na.

В большинстве разработанных конструкций ЯМР-расходомеров-релаксометров используется импульсный метод регистрации сигнала ЯМР с использованием эффекта спинового эха [12, 16, 17, 20, 21]. Для его применения необходим единый прямолинейный участок трубопровода, как для намагничивания текущей среды, так и для измерения её расхода и времён T_1 , T_2 , поскольку турбулентность увеличивает погрешности измерения этих параметров [16, 17, 20–22]. Необходимое для измерения время t_p нахождения жидкости в системе импульсного ЯМР-расходомера-релаксометра для измерения значений q , T_1 , T_2 можно оценить по соотношению

$$t_p = t_n + t_c + t_1 + t_m + t_2, \quad (1)$$

где t_n – время полной намагниченности текущей жидкости; t_c – время прохождения текущей жидкостью соединительного

Таблица 1

Характеристики ядер для ядерно-магнитной спектроскопии

Изотоп	μ	I	γ , МГц/Тл	$I_{\text{отн}}/^{13}\text{C}$	$C_{\text{пр}}$, %
^1H	2,7928	1/2	42,57637513	$5,87 \cdot 10^3$	99,989
^2H	0,8574	1	6,560085	$5,52 \cdot 10^{-3}$	0,0155
^7Li	3,2564	3/2	16,561322	$1,59 \cdot 10^3$	92,41
^{11}B	2,6886	3/2	13,675834	$7,77 \cdot 10^2$	80,11
^{13}C	0,7024	1/2	10,707945	1,0	1,07
^{15}N	–0,2851	1	4,333247	$2,25 \cdot 10^{-3}$	0,368
^{19}F	2,6266	1/2	40,106214	$4,89 \cdot 10^3$	100,0
^{23}Na	2,2176	3/2	11,277214	$5,45 \cdot 10^2$	100,0
^{29}Si	–0,5552	1/2	8,496837	2,16	4,68
^{31}P	1,1316	1/2	17,253987	$3,91 \cdot 10^3$	100,0
^{33}S	0,6438	3/2	3,283846	0,101	0,76
^{35}Cl	0,8218	3/2	4,192008	7,69	75,78
^{37}Cl	0,6841	3/2	3,489402	8,87	24,22
^{55}Mn	3,4677	5/2	10,567234	10,5	100
^{65}Cu	2,3845	3/2	12,134765	8,76	31,1
^{75}As	1,4394	3/2	7,342051	$1,49 \cdot 10^2$	100,0
^{77}Se	0,5350	1/2	8,187478	3,15	7,61
^{81}Br	2,2696	3/2	11,532617	6,27	49,4
^{115}In	5,5006	9/2	9,331453	$2,18 \cdot 10^3$	4,5
^{119}Sn	–1,0473	1/2	16,025042	2,66	8,59
^{195}Pt	0,6095	1/2	9,326623	0,207	33,83
^{199}Hg	0,5058	1/2	7,740854	9,89	13,18
^{210}Pb	0,5822	1/2	8,908461	0,118	22,11
^{209}Bi	4,0796	9/2	6,657445	0,107	100

участка трубопровода между магнитом-поляризатором для предварительной намагниченности жидкости и магнитом-анализатором, в котором регистрируется сигнал ЯМР; t_1 – время нахождения текущей жидкости в магните-анализаторе для измерения расхода q и времени T_1 ; t_m – время между измерениями времён T_1 и T_2 для запуска новой последовательности импульсов; t_2 – время нахождения текущей жидкости в магните-анализаторе для измерения T_2 .

Для полной намагниченности текущей жидкости необходимо соблюдать условия $t_1 > 3T_1$ [8, 13, 14], $t_c > 0,5$ с (в типовых конструкциях ЯМР-расходомеров-релаксметров расстояние между магнитами составляет 15–25 см) [16, 17, 20–22]. Для обеспечения измерений расхода q , времени T_1 с погрешностью не более 1,5 % требуется время $t_1 > 2T_1$, для измерений T_2 с той же погрешностью – время $t_2 > 5T_2$ [16, 17, 20–22]. Для всех моделей импульсных ЯМР-расходомеров-релаксметров $t_m = 0,5$ с.

Проверим предложенную авторами настоящей статьи оценку t_p для сорта тяжёлой нефти (Татнефть, Россия). Измеренные при температуре окружающей среды $T < 22,3$ °C значения времён релаксации составили $T_1 = (2,031 \pm 0,020)$ с, $T_2 = (0,892 \pm 0,008)$ с. В этом случае получим время $t_p > 15,5$ с нахождения нефти в трубопроводе длиной около 6,3 м при средней скорости течения 40 см/с. Длина трубопровода в импульсном ЯМР-расходомере-релаксметре соответствует размерам приборов представленных в [16, 17, 20, 21]. Такие размеры прибора уже превышают требуемые значения для измерительных систем подвижного объекта. Но основная проблема состоит в следующем. С увеличением температуры T возрастают значения T_1 и T_2 . Температура теплоносителя в реакторах варьируется в диапазоне 490–500 °C. Промышленных приборов для измерения T_1 и T_2 конденсированных сред при таких значениях T нет. Авторы настоящей статьи используют промышленный ЯМР-релаксметр Minispec mq 20M (BRUKER, Германия) с калориметрическим блоком, который позволяет измерять при температурах до 120 °C. В других промышленных ЯМР-релаксметрах обеспечиваются измерения времен релаксации при более низких T . Температуры плавления свинца, висмута и натрия порядка 347 °C, 272 °C и 98,86 °C соответственно. Необходимо

также отметить, что значения T_1 , T_2 натрия выше, чем свинца и висмута. Поэтому при измерениях импульсным ЯМР можно без проблем заменить ядра натрия на ядра свинца или висмута. На рис. 1 представлены температурные зависимости изменения значений T_1 , T_2 натрия в присутствии воздуха. Исследован характер изменения времён релаксации при переходе среды из твёрдого состояния в жидкое (расплав при $T = 98,86$ °C). При этом для температур менее 120 °C результаты измерений T_1 , T_2 получены с использованием ЯМР-релаксметра Minispec mq 20M, для температур выше 120 °C характерные изменения зависимостей T_1 , T_2 экстраполированы в область более высоких температур (до 500 °C) с использованием разработанной авторами настоящей статьи математической модели. Использование подобной модели экстраполяции для определения температурного изменения теплоёмкости воды C и сопоставления результатов экстраполяции с экспериментальными данными показало, что погрешность определения C при $T \approx 500$ °C составляет порядка 6–7 %. Этого достаточно для оценки возможностей использования импульсных ЯМР-расходомеров-релаксметров в текущем расплаве натрия. Определённые при экстраполяции значения времён релаксации при $T = 500$ °C составили $T_1 = (6,34 \pm 0,44)$ с, $T_2 = (4,29 \pm 0,30)$ с. В этом случае $t_p > 61$ с. В моделях реакторов СВБР-100 средняя скорость течения теплоносителя по трубопроводу составляет 10–20 см/с (в зависимости от диаметра трубопровода). По правилам эксплуатации АЭС необходимо учитывать критический случай, при котором для измерений в импульсном ЯМР-расходомере-релаксметре необходимо использовать прямолинейный участок трубопровода длиной более 12,5 м. Обеспечить такое расстояние в защитной зоне реактора подвижного объекта является крайне сложной задачей. Это намного превышает все допустимые габаритные размеры измерительных систем.

Поэтому авторами настоящей статьи на основе анализа различных данных о конструкциях ЯМР-расходомеров [4, 7, 11, 13, 16, 17, 20–22] и результатов исследований [8, 23, 24] разработана конструкция лабораторного ЯМР-расходомера-релаксметра меточного типа, структурная схема представлена на рис. 2. Текущая среда по трубопроводу поступает в сосуд-поляризатор СП, расположенный в магнитной системе с магнитом-поляризатором МП, которая создаёт сильное неоднородное магнитное поле с индукцией $B_n = 1,532$ Тл с неоднородностью $0,02$ см⁻¹ в зазоре между полюсными наконечниками. В этом сосуде среда приобретает вектор ядерной намагниченности M_n , параллельный вектору B_n . Далее из сосуда-поляризатора текущая среда по соединительному участку трубопровода диаметром $d_1 = 50$ мм поступает в катушку нутации КН. В катушке нутации под действием резонансного переменного радиополя напряжённостью H_1 изменяется ориентация вектора ядерной намагниченности M_n относительно направления вектора B_n – жидкость получает «отметку» [8, 13, 23, 24]. Это изменение ориентации вектора M_n после прохождения жидкостью измерительного участка трубопровода фиксируется катушкой регистрации КР сигнала ЯМР, расположенной в поле магнита-анализатора МА с индукцией $B_a = 0,453$ Тл

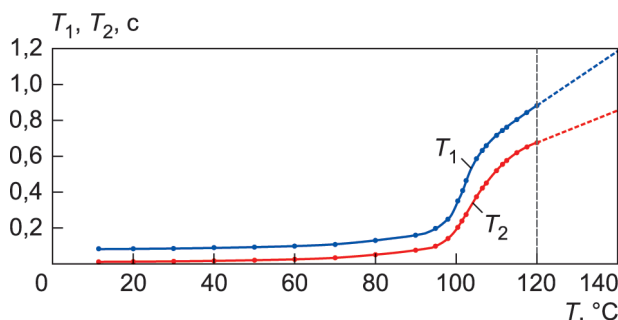


Рис. 1. Изменение времён продольной T_1 и поперечной T_2 релаксаций натрия от температуры T

Fig. 1. The change in the times of longitudinal T_1 and transverse T_2 relaxation of sodium on temperature T

(неоднородность $0,001 \text{ см}^{-1}$, $d_a=110 \text{ мм}$), подключённой к высокочастотному генератору слабых колебаний (автодину), входящему в состав схемы регистрации *СП* [23–25]. Для регистрации сигнала ЯМР в разработанной конструкции меточного ЯМР-расходомера-релаксометра используется модуляционная методика (поле магнита-анализатора модулируется переменным магнитным полем с индукцией B_{m-a} и частотой f_{m-a}). Для этого применяются катушки модуляции магнита-анализатора *КММА*, на которые от радиочастотного генератора *РЧГ* поступает сигнал ($f_{m-a}=0,01...100 \text{ Гц}$). В моменты прохождения магнитного поля B_a через резонанс регистрируется сигнал ЯМР. На рис. 3 представлен зарегистрированный сигнал ЯМР от текущего потока водопроводной воды на резонансной частоте протонов.

Для повышения отношения сигнал/шум S/N регистрируемого сигнала ЯМР, а следовательно, и точности измерений, изготовлен сосуд-анализатор специальной формы в виде цилиндра диаметром 100 мм, на котором расположена катушка регистрации. Для измерения расхода q_T теплоносителя в разработанной конструкции меточного ЯМР-расходомера-релаксометра на резонансной частоте ядер натрия $f_{Na}=5108578 \text{ Гц}$ регистрировались два сигнала ЯМР от водного раствора гидроксида натрия NaOH – с инверсией и без инверсии намагниченности (рис. 4, а, б). Во время измерения q_T теплоносителя (расплав натрия) в первом контуре реактора концентрация ядер натрия в теплоносителе минимум на два порядка больше, чем в растворе NaOH . Это повышает отношение S/N регистрируемого сигнала ЯМР минимум в 100 раз.

Полная инверсия намагниченности – поворот её вектора на угол $\varphi_n=180^\circ$ – происходит на резонансной частоте f_n радиополя напряжённостью H_1 . Частота f_n связана с магнитным полем напряжённостью H_0 , в котором находится катушка нутации [8, 13, 23–25]:

$$f_n = \gamma H_0, \quad (2)$$

где γ – гиромагнитное отношение ядер.

Максимальное значение S/N сигнала ЯМР с инверсией намагниченности в схеме регистрации (см. рис. 2) соответствует некоторой амплитуде радиополя H_1 в катушке нутации с частотой f_n , которая определяется в соответствии с (2). Схема автоматической подстройки частоты, расположенная в схеме обработки и управления *СОУ*, подстраивает частоту f_n генератора нутации под максимальное значение S/N .

В разработанном приборе используется следующий метод измерения расхода. Инверсия намагниченности в текущей

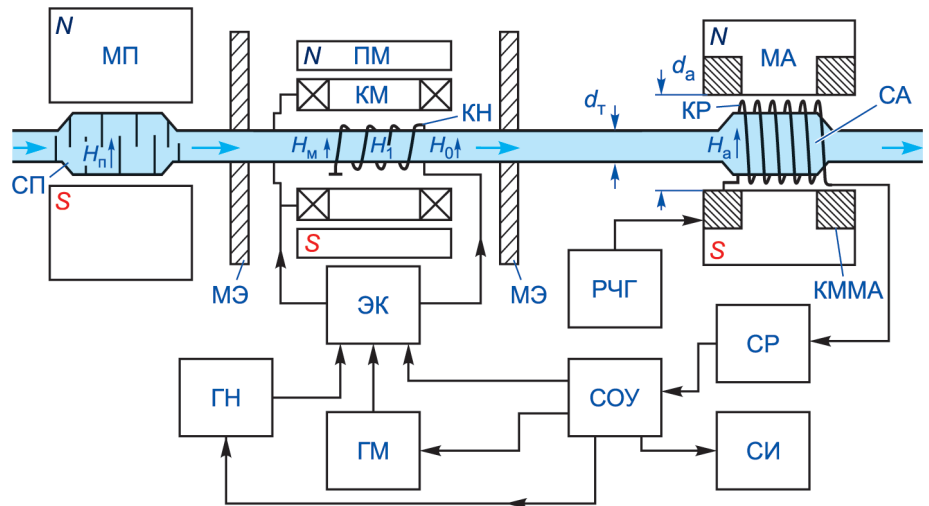


Рис. 2. Структурная схема лабораторного макета меточного ЯМР-расходомера-релаксометра:

МП – магнит-поляризатор; *СП* – сосуд-поляризатор; *КН* – катушка нутации; *КМ* – катушки модуляции; *ГН*, *ГМ* – генераторы катушек нутации и модуляции соответственно; *СА* – сосуд-анализатор; *КММА* – катушки модуляции поля магнита-анализатора; *МА* – магнит-анализатор; *КР*, *СП* – соответственно катушка и схема регистрации сигнала ЯМР; *СОУ* – схема обработки и управления; *ЭК* – электронные ключи; *РЧГ* – радиочастотный генератор; *СИ* – схема индикации; *МЭ* – магнитный экран; *ПМ* – постоянный магнит; H_n , H_m , H_a – напряжённости полей *СП*, *КМ*, *МА* соответственно

Fig. 2. Structural diagram of the laboratory model of NMR label flow meter and relaxometer: *PM* – polarizer magnet; *PV* – polarizer vessel; *NC* – nutation coil; *MC* – modulation coils; *GN*, *GM* – generators of nutation and modulation coils; *AV* – analyzer vessel; *CMAM* – coils for modulating the field of the analyzer magnet; *AM* – analyzer magnet; *CR* – coil for recording NMR signal; *CrR* – circuit for recording an NMR signal; *PCD* – processing and control diagram; *EK* – electronic keys; *RFG* – radio frequency generator; *IC* – indication circuit; *MS* – magnetic shield; *CM* – constant magnet; H_p , H_m , H_a – field strengths *PV*, *MC*, *AM*, respectively

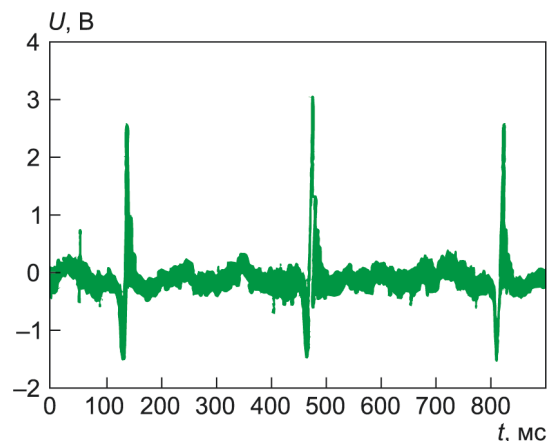


Рис. 3. Сигнал ЯМР от водопроводной воды, зарегистрированный на резонансной частоте протонов $f_p=19287097 \text{ Гц}$ при $T=21,4^\circ\text{C}$; частота модуляции поля магнита-анализатора $f_{m-a}=1,48 \text{ Гц}$

Fig. 3. The NMR signal from tap water, registered at the resonant frequency of protons $f_p=19287097 \text{ Hz}$ at $T=294.4 \text{ K}$; frequency of modulation of the field of the magnet analyzer 1.48 Hz

среде формируется в катушке нутации и через определённый промежуток времени t_n поступает в катушку регистрации, где записывается сигнал ЯМР с инверсией намагниченности

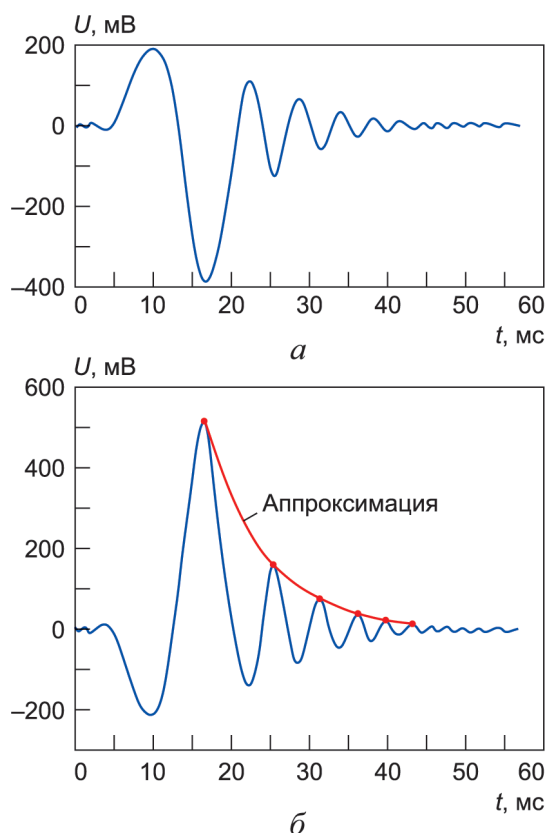


Рис. 4. Формы линий ЯМР-сигналов с инверсией намагниченности (а) и без инверсии (б), полученных от водного раствора гидроксида натрия при $T=21,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ и частоте магнита-анализатора $f_{m-a}=10\text{ Гц}$ и зарегистрированных на резонансной частоте ядер натрия $f_{Na}=5108578\text{ Гц}$

Fig. 4. The line shapes of NMR signals registered at the resonant frequency of sodium nuclei $f_{Na}=5108578\text{ Hz}$ from an aqueous solution of sodium hydroxide at $T=294.3\text{ K}$ $f_{m-a}=10\text{ Hz}$, is with magnetization inversion (a); isn't to inversion (b)

(см. рис. 4, а). После регистрации в схеме обработки и управления вырабатывается импульс, который размыкает один из электронных ключей. В катушку нутации перестает поступать синусоидальное напряжение генератора нутации. С этого момента в катушке нутации не происходит инверсия намагниченности текущей среды. Через некоторое время текущая среда без инверсии намагниченности поступает в катушку регистрации. После регистрации сигнала ЯМР без инверсии намагниченности (см. рис. 4, б) в схеме обработки и управления вырабатывается прямоугольный импульс, который замыкает один из электронных ключей и в катушку нутации поступает синусоидальное напряжение генератора нутации. В этой катушке формируется инверсия намагниченности текущей среды и т. д. В этом случае информация о расходе теплоносителя представляется в виде прямоугольного импульса длительностью t_n , а расход определяется по формуле

$$q = V_c / t_n, \quad (3)$$

где V_c – объём соединительного участка трубопровода между катушками нутации и регистрации.

Погрешность измерения расхода Δq (может быть достаточно большой – более 1 %) обусловлена стабильностью уровней срабатывания компараторов в схеме управления из-за различия амплитуды сигналов ЯМР с инверсией намагниченности и без неё (см. рис. 4) и зависимостью амплитуды от значения q . Кроме того, Δq связана с погрешностью определения объёма V_c , которая при всех допустимых погрешностях измерения внутреннего диаметра трубопровода и расстояния между катушками нутации и регистрации составляет менее 0,2 %. Поэтому в зоне размещения катушки нутации с помощью катушек модуляции КМ (см. рис. 2) реализована дополнительная модуляция магнитного поля H_0 переменным магнитным полем с индукцией B_m и частотой f_m . Магнитное поле H_0 создаётся постоянным магнитом ПМ. Регулируя значения B_m , f_m , можно добиваться, чтобы амплитуда регистрируемого сигнала ЯМР с инверсией намагниченности была на уровне шумов [23, 25]. Это позволяет установить уровень срабатывания компараторов в автоматическом режиме по половине амплитуды регистрируемого сигнала ЯМР. В этом случае в схеме обработки и управления для измерения расхода будет формироваться меандр (вклад погрешности уровня срабатывания компараторов в Δq будет менее 0,5 %).

В рамках описанной выше методики измерений намагничивать жидкость можно в участке трубопровода любой конфигурации. Для измерений расхода q с учётом формулы (2) требуется прямолинейный участок трубопровода, на который наматываются катушки нутации и регистрации и который содержит мерный объём V_c (длина соединительного участка трубопровода не более 30 см). Чтобы исключить влияние полей постоянного магнита на однородность поля в магните-анализаторе, между ними установлен магнитный экран МЭ (см. рис. 2). Для размещения катушки нутации достаточно прямолинейного участка трубопровода длиной 10 см.

Для измерения времени поперечной релаксации T_2 применяется аппроксимация по спаду свободной индукции (уменьшение амплитуды пиков в регистрируемом сигнале ЯМР, см. рис. 4, б) с использованием функции [26, 27]:

$$U(t) = U_0 \exp(-t/T_2^*) \cos(at^2/2); \quad (4)$$

$$a = \gamma \frac{dH_z}{dt} = d \frac{\Delta\omega}{dt}, \quad (5)$$

где U_0 – максимальное значение амплитуды регистрируемого сигнала ЯМР; T_2^* – эффективное время поперечной релаксации; a – скорость изменения расстройки магнитного поля; H_z – напряжённость магнитного поля в направлении z ; ω – частота сканирования магнитного поля.

Время поперечной релаксации текущей среды находят из выражения [26, 27]:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{\gamma \Delta B_a}{\pi}, \quad (6)$$

где ΔB_a – неоднородность магнитного поля в зоне размещения катушки регистрации сигнала ЯМР.

Таблица 2

Результаты измерения расхода, см³/с, водного раствора NaOH

n_i	ЯМР-расходомер-релаксометр	WATERFLUX 3050
1	422,3±3,3	420,2±3,2
2	1004,4±8,0	1001,7±7,5
3	1407,8±11,2	1409,1±10,6
4	1695,3±13,6	1692,5±12,7
5	2107,4±16,8	2111,2±15,8
6	2304,1±18,4	2297,1±17,2
7	2695,4±21,6	2682,3±20,1
8	3009,5±24,1	3021,7±22,6
9	3682,3±29,5	3661,3±27,4
10	4004,6±32,0	3978,9±29,8
11	4207,6±33,6	4232,7±31,7
12	4862,6±38,9	4824,9±36,1

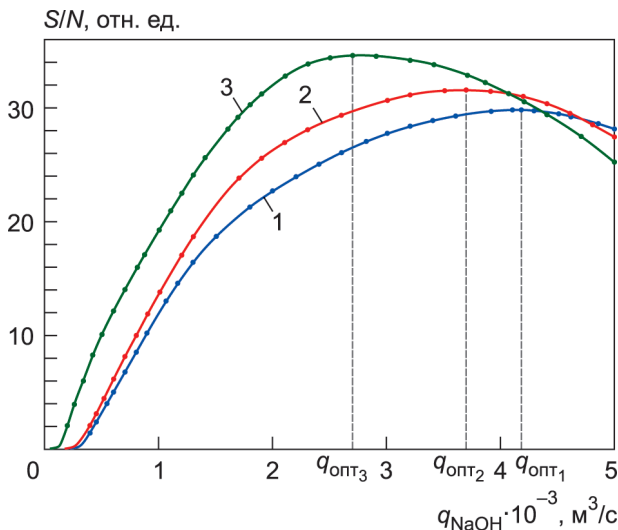


Рис. 5. Зависимости изменения отношения сигнал/шум S/N от расхода q_{NaOH} водного раствора гидроксида натрия NaOH при температурах 21,3 °C, 33,4 °C, 52,6 °C – кривые 1–3 соответственно

Fig. 5. The dependence of S/N change from expenditure q_{NaOH} a water solution of sodium hydroxide NaOH. The charts 1, 2 and 3 corresponds the value T in K: 294.3, 306.4, 325

При малых значениях ΔB_a вкладом этого слагаемого в формулу (6) при определении времени T_2 можно пренебречь, тогда $T_2 \approx T_2^*$. Время T_2 можно сразу определить по зарегистрированному сигналу ЯМР. В процессе эксплуатации АЭС в теплоноситель могут попадать различные примеси (окалина, масло вследствие износа главного центрального насоса или различные кусочки трубопровода по причине деградации трубы или сварного соединения). Поэтому для контроля состояния теплоносителя разработанным ЯМР-расходомером-релаксометром необходимо измерять значения двух времён релаксации T_1 , T_2 , так же, как и при использовании импульсных ЯМР-расходомеров для контроля состояния различных углеводородов [16, 17, 20–22]. Для измерения значения времени продольной релаксации T_1 в конструкции ЯМР-расходомера-релаксометра используется предложенный авторами настоящей статьи метод двух режимов модуляции поля B_a [28]. Этот метод успешно применяется в созданных авторами ЯМР-спектрометрах и ЯМР-релаксометрах для экспресс-контроля состояния конденсированных сред.

Реализация в конструкции ЯМР-расходомера-релаксометра меточного метода измерения q , а также двух методов измерения констант релаксации с использованием модуляционной методики позволила сократить до $2,5T_2$ необходимое для измерений q , T_1 , T_2 время нахождения текущей среды в катушке регистрации. Увеличение диаметра сосуда-анализатора в два раза по сравнению с диаметром соединительного трубопровода дало возможность в два раза уменьшить скорость протекания среды в катушке. При этом для измерений разработанным прибором требуется прямолинейный участок трубопровода длиной не более 1,6 м. Такие длины трубопроводов и размеры магнитных систем позволяют разместить созданный ЯМР

в зоне ядерного реактора, где невозможно использовать импульсные ЯМР-расходомеры и ЯМР-релаксометры.

Результаты экспериментальных исследований и их обсуждение. Исследовали основной интересующий параметр при изучении явления ЯМР – отношение S/N регистрируемого сигнала меточного ЯМР. На рис. 5 представлены температурные зависимости изменения S/N от расхода q_{NaOH} водного раствора гидроксида натрия NaOH. Сигнал ЯМР регистрировали на резонансной частоте ядер натрия $f_{Na} = 5108578$ Гц. В результате получили соответствующие максимальному значению S/N регистрируемого сигнала ЯМР [8, 13, 23–25] значения оптимальных расходов водного раствора гидроксида натрия NaOH: $q_{opt1} = (4189,4 \pm 33,5) \text{ см}^3/\text{с}$; $q_{opt2} = (3698,3 \pm 29,6) \text{ см}^3/\text{с}$; $q_{opt3} = (2695,4 \pm 21,6) \text{ см}^3/\text{с}$ для температур 21,3 °C; 33,4 °C; 52,6 °C соответственно.

С увеличением T уменьшается оптимальный расход q_{opt} , но при этом медленно увеличивается отношение S/N . В какой-то момент для одного из оптимальных значений q_{opt} будет достигнут максимум S/N , так как параметры конструкции прибора не изменяются. Далее отношение S/N медленно уменьшается, низкая скорость процесса уменьшения, как и увеличения S/N обусловлена релаксацией. Поэтому при использовании разработанного прибора для измерения расхода теплоносителя на основе расплава натрия при $T = 500$ °C отношение $S/N > 5$, так как помимо медленного спада S/N значительно (минимум на два-три порядка) увеличивается концентрация ядер натрия по сравнению с водным раствором гидроксида натрия. С увеличением количества ядер с магнитными моментами увеличивается амплитуда регистрируемого сигнала ЯМР от среды [13–28]. Отношение $S/N > 5$ в ЯМР-расходомерах-релаксометрах позволяет измерять различные параметры с погрешностью менее 1 % [8, 13, 16–25].

Для проверки достоверности результатов измерений расхода q_{NaOH} разработанным ЯМР-расходомером-релаксометром их сравнивали с результатами измерений расхода электромагнитным расходомером WATERFLUX 3050 (KROHNE, Германия). Погрешность измерения WATERFLUX 3050 на начальном этапе его эксплуатации при диаметрах трубопровода порядка

Таблица 3

Измеренные времена релаксации T_1 , T_2 водного раствора NaOH при различных температурах T

T , °C	ЯМР-расходомер-релаксометр		Minispec mq 20M	
	T_1 , мс	T_2 , мс	T_1 , мс	T_2 , мс
15,1	784,2±7,1	16,4±0,1	782,84±2,34	16,27±0,05
21,3	832,4±7,5	17,2±0,1	830,06±2,49	17,08±0,05
25,6	883,6±8,0	18,6±0,2	881,14±2,64	18,38±0,05
33,4	942,2±8,5	19,4±0,2	943,21±2,82	19,21±0,06
42,2	1083,7±9,7	22,6±0,2	1080,25±3,24	22,37±0,06
52,6	1294,3±11,6	27,1±0,3	1291,34±3,87	26,81±0,06
61,3	1534,6±13,8	36,2±0,3	1530,69±4,59	35,82±0,11
68,4	1845,7±16,6	58,4±0,5	1841,44±5,52	57,78±0,17
75,2	2436,8±22,1	89,6±0,8	2431,62±7,29	88,76±0,27

50 мм составляет менее 0,8 %. Результаты сравнения расходов, измеренных в трубопроводе экспериментального стенда при температуре 52,6 °C двумя приборами, представлены в табл. 2 (n_i – номер измерения), откуда следует, что измеренные значения расходов совпадают в пределах погрешности измерений.

Разработанным ЯМР-расходомером-релаксометром измерили значения времён релаксации T_1 , T_2 водного раствора гидроксида натрия NaOH при различных температурах T и сравнили их с результатами измерений промышленным ЯМР-релаксометром Minispec mq 20M. Сравнение полученных результатов представлено в табл. 3. Нагрев водного раствора на экспериментальном стенде с циркулярным насосом ограничен температурой 77,3 °C, поэтому последние значения T_1 , T_2 измерены при температуре 75,2 °C. Времена релаксации, измеренные двумя приборами, совпали в пределах погрешности измерений.

Закключение. Полученные результаты подтверждают, что разработанный авторами настоящей статьи ЯМР-расходомер-релаксометр меточного типа может быть успешно применён для контроля расхода и состояния теплоносителей на основе расплавов Pb-Bi или Na в ядерных реакторах для подвижных объектов, а также для перспективных вариантов теплоносителя на основе расплавов Li-Pb и Rb-Bi. Для определения значений q_T , T_1 , T_2 расплава на основе Rb-Bi при использовании разработанного прибора необходимо учитывать соотношение концентраций рубидия и висмута.

Полученные погрешности определения q_T , T_1 , T_2 и погрешности измерения q_B , C_B питательной воды могут обеспечить оптимальное значение k_H с погрешностью менее 3 % при работе реактора на высоких энергетических уровнях мощности в режиме наиболее эффективного отвода тепла от стержней реактора. Оптимизация k_H на 1 % увеличивает вырабатываемую парогенератором мощность минимум на 0,5 %. В случае подвижного объекта мощность, вырабатываемая парогенератором, увеличится минимум на 3,5 % (например, для стандартной атомной паропроизводящей установки с номинальной производительностью 240 т/ч

увеличение будет минимум на 8,3 т/ч в зависимости от модели, электрическая мощность увеличится от 1,6 до 2,1 МВт – ядерный реактор может обслуживать две такие установки).

Разработанный ЯМР-расходомер-релаксометр меточного типа перед вводом в эксплуатацию должен пройти процедуру утверждения типа средств измерений в соответствии с приказом Минпромторга от 28.08.2020 № 2905 «Об утверждении порядка проведения испытаний стандартных образцов или СИ в целях утверждения типа, порядка утверждения типа СО или типа СИ, внесения изменений в сведения о них, порядка выдачи сертификатов об утверждении типа СО или типа СИ, требований к знакам утверждения типа СО или типа СИ и порядка их нанесения».

Список источников

1. Sergeev V., Anikina I., Kalmykov K., *Energies*, 2021, vol. 14, 2685. <https://doi.org/10.3390/en14092685>
2. Давыдов В. В., Мязин Н. С., Кирюхин А. В. Ядерно-магнитные расходомеры-релаксометры для контроля расхода и состояния теплоносителя и питательной воды на АЭС // Атомная энергия. 2019. Т. 127. № 5. С. 250–255.
3. Dong Z., Liu M., Jiang D., Huang X., Zhang Y., Zhang Z., *Energies*, 2018, vol. 11, 2782. <https://doi.org/10.3390/en11102782>
4. Гулевич А. В., Декусар В. М., Чебесков А. Н., Кучинов В. П., Волошин Н. П. Возможность экспорта быстрых реакторов в условиях международного режима ядерного нераспространения // Атомная энергия. 2019. Т. 127. № 3. С. 171–176.
5. Elistratov V. V., Diuldin M. V., Denisov R. S., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2018, vol. 180, no. 1, 012006. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/180/1/012006>
6. Савченко А. В., Костылев В. П., Бобыль А. В., Шварц М. З., Евстигнеев М. А. Влияние толщины базы на эффективность фотопреобразования текстурированных солнечных элементов на основе кремния // Письма в Журнал технической физики. 2018. Т. 44. № 19. С. 40–49. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.19.46681.17362>
7. Абрамов Л. В., Бакланов А. В., Бахметьев А. М. и др. Опыт АО «ОКБМ Африкантов» в развитии методов и программ анализа надежности и вероятностного анализа безопасности ядерных установок // Атомная энергия. 2020. Т. 129. № 2. С. 105–110.
8. Давыдов В. В., Дудкин В. И., Величко Е. Н., Карсеев А. Ю. Волоконно-оптическая система имитации аварий в контурах охлаждения атомной энергетической установки // Оптический журнал. 2015. Т. 82. № 3. С. 4–9.
9. Lee K.-H., Kim M.-G., Lee J.I., Lee P.-S., *Energies*, 2015, vol. 8, 11470. <https://doi.org/10.3390/en81011470>
10. Семенихин А. В., Саунин Ю. В., Рясный С. И. Методика определения достоверности внутриреакторного контроля ВВЭР в режиме реального времени // Атомная энергия. 2018. Т. 124. № 1. С. 8–13.
11. Dayev Zh. A., Latyshev L. N., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2017, vol. 56, pp. 18–22. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.07.001>
12. Dong Z., Li B., Li J., Zhang Y., Zhang Z., *Energy*, 2021, vol. 221, 119906. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.119906>

13. Марусина М. Я., Базаров Б. А., Галайдин П. А., Марусин Н. П., Силаев А. А., Закемовская Ю. Е., Мустафаев Ю. Н. Синтез градиентной системы мультифазного расходомера // Измерительная техника. 2014. № 5. С. 68–72.
14. D'yachenko S. V., Zhernovoi A. I., *Technical Physics*, 2016, vol. 61, no. 12, pp. 1835–1837. <https://doi.org/10.1134/S1063784216120112>
15. Gizatullin B., Gafurov M., Vakhin A., Rodionov A., Mamin G., Orlinskii S., Mattea C., Stapf S., *Energy and Fuels*, 2019, vol. 33, no. 11, 10923. <https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.9b03049>
16. Zargar M., Johns M. L., Aljindan J. M., Noui-Mehidi M. N., O'Neill K. T., *SPE Production and Operations*, 2021, vol. 36, no. 2, pp. 423–436. <https://doi.org/10.2118/205351-PA>
17. Deng F., Xiong C., Chen S., Chen G., Wang M., Liu H., Zhang J., Xiao L., *Petroleum Exploration and Development*, 2020, vol. 47, no. 4, pp. 855–866. [https://doi.org/10.1016/S1876-3804\(20\)60101-X](https://doi.org/10.1016/S1876-3804(20)60101-X)
18. Вельт И. Д., Михайлова Ю. В. Магнитный расходомер жидких металлов // Измерительная техника. 2013. № 3. С. 24–28.
19. Неронов Ю. И., Серегин Н. Н. Определение разности экранирования протонов воды и водорода и оценка абсолютного экранирования протонов в воде // Измерительная техника. 2012. № 11. С. 41–45.
20. O'Neill K. T., Brancato L., Stanwix P. L., Fridjonsson E. O., Johns M. L., *Chemical Engineering Science*, 2019, vol. 202, pp. 222–237. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2019.03.018>
21. Fridjonsson E. O., Stanwix P. L., Johns M. L., *Journal of Magnetic Resonance*, 2014, vol. 245, pp. 110–115. <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2014.06.004>
22. Elkins C. J., Alley M. T., *Express Fluids*, 2007, vol. 43, pp. 823–858. <https://doi.org/10.1007/s00348-007-0383-2>
23. Давыдов В. В. О некоторых особенностях исследования ядерным магнитным резонансом потоков жидких сред // Оптика и спектроскопия. 2016. Т. 121. № 1. С. 20–27. <https://doi.org/10.7868/S0030403416070096>
24. Давыдов В. В., Дудкин В. И., Карсеев А. Ю. Малогабаритный меточный ядерно-магнитный расходомер для измерения быстроменяющихся расходов жидкости // Измерительная техника. 2015. № 3. С. 48–51.
25. Davydov V. V., Dudkin V. I., Karseev A. Yu., Vologdin V. A., *Journal of Applied Spectroscopy*, 2015, vol. 82, no. 6, pp. 1013–1019. <https://doi.org/10.1007/s10812-016-0220-6>
26. Leshe A., *Nuclear induction*, Veb Deutscher Verlag Der Wissenschaften, Berlin, 1963, 864 p.
27. Абрагам А. Ядерный магнетизм / Пер. с англ. под ред. Г. В. Скроцкого. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 551 с.
28. Давыдов В. В., Дудкин В. И., Карсеев А. Ю. Малогабаритный ядерно-магнитный релаксометр для экспресс-контроля состояния жидких и вязких сред // Измерительная техника. 2014. № 8. С. 44–48.
2. Davydov V. V., Myazin N. S., Kiryukhin A. V., *Atomic Energy*, 2020, vol. 127, no. 5, pp. 274–279. <https://doi.org/10.1007/s10512-020-00623-5>
3. Dong Z., Liu M., Jiang D., Huang X., Zhang Y., Zhang Z., *Energies*, 2018, vol. 11, 2782. <https://doi.org/10.3390/en11102782>
4. Gulevich A. V., Dekusar V. M., Chebeskov A. N., Kuchinov V. P., Voloshin N. P., *Atomic Energy*, 2020, vol. 127, no. 3, pp. 192–195. <https://doi.org/10.1007/s10512-020-00609-3>
5. Elistratov V. V., Diuldin M. V., Denisov R. S., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2018, vol. 180, no. 1, 012006. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/180/1/012006>
6. Sachenko A. V., Kostilyov V. P., Bobyl A. V., Shvarts M. Z., Evstigneev M. A., *Technical Physics Letters*, 2018, vol. 44, no. 10, pp. 873–876. <https://doi.org/10.1134/S1063785018100139>
7. Abramov L. V., Baklanov A. V., Bakmetiev A. M., Kiselev V. V., *Atomic Energy*, 2020, vol. 129, no. 2, pp. 103–108. <https://doi.org/10.1007/s10512-020-00611-2>
8. Davydov V. V., Dudkin V. I., Velichko E. N., Karseev A. Yu., *Journal of Optical Technology*, 2015, vol. 82, no. 3, pp. 132–135. <https://doi.org/10.1364/JOT.82.000132>
9. Lee K.-H., Kim M.-G., Lee J.-I., Lee P.-S., *Energies*, 2015, vol. 8, 11470. <https://doi.org/10.3390/en81011470>
10. Semenikhin A. V., Saunin Y. V., Rysnyi S. I., *Atomic Energy*, 2018, vol. 124, no. 1, pp. 8–13. <https://doi.org/10.1007/s10512-018-0367-8>
11. Dayev Zh. A., Latyshev L. N., *Flow Measurement and Instrumentation*, 2017, vol. 56, pp. 18–22. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.07.001>
12. Dong Z., Li B., Li J., Zhang Y., Zhang Z., *Energy*, 2021, vol. 221, 119906. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.119906>
13. Marusina M. Y., Bazarov B. A., Galaidin P. A., Marusin M. P., Silaev A. A., Zakemovskaya E. Y., Mustafaev Y. N., *Measurement Techniques*, 2014, vol. 57, no. 5, pp. 580–586. <https://doi.org/10.1007/s11018-014-0501-5>
14. D'yachenko S. V., Zhernovoi A. I., *Technical Physics*, 2016, vol. 61, no. 12, pp. 1835–1837. <https://doi.org/10.1134/S1063784216120112>
15. Gizatullin B., Gafurov M., Vakhin A., Rodionov A., Mamin G., Orlinskii S., Mattea C., Stapf S., *Energy and Fuels*, 2019, vol. 33, no. 11, 10923. <https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.9b03049>
16. Zargar M., Johns M. L., Aljindan J. M., Noui-Mehidi M. N., O'Neill K. T., *SPE Production and Operations*, 2021, vol. 36, no. 2, pp. 423–436. <https://doi.org/10.2118/205351-PA>
17. Deng F., Xiong C., Chen S., Chen G., Wang M., Liu H., Zhang J., Xiao L., *Petroleum Exploration and Development*, 2020, vol. 47, no. 4, pp. 855–866. [https://doi.org/10.1016/S1876-3804\(20\)60101-X](https://doi.org/10.1016/S1876-3804(20)60101-X)
18. Velt I. D., Mikhailova Yu. V., *Measurement Techniques*, 2013, vol. 56, no. 3, pp. 283–288. <https://doi.org/10.1007/s11018-013-0196-z>
19. Neronov Y. I., Seregin N. N., *Measurement Techniques*, 2013, vol. 55, no. 11, pp. 1287–1293. <https://doi.org/10.1007/s11018-013-0123-3>
20. O'Neill K. T., Brancato L., Stanwix P. L., Fridjonsson E. O., Johns M. L., *Chemical Engineering Science*, 2019, vol. 202, pp. 222–237. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2019.03.018>

References

1. Sergeev V., Anikina I., Kalmykov K., *Energies*, 2021, vol. 14, 2685. <https://doi.org/10.3390/en14092685>

21. Fridjonsson E. O., Stanwix P. L., Johns M. L., *Journal of Magnetic Resonance*, 2014, vol. 245, pp. 110–115.
<https://doi.org/10.1016/j.jmr.2014.06.004>
22. Elkins C. J., Alley M. T., *Express Fluids*, 2007, vol. 43, pp. 823–858. <https://doi.org/10.1007/s00348-007-0383-2>
23. Davydov V. V., *Optics and Spectroscopy*, 2016, vol. 121, no. 1, pp. 18–24. <https://doi.org/10.1134/S0030400X16070092>
24. Davydov V. V., Dudkin V. I., Karseev A. Y., *Measurement Techniques*, 2015, vol. 58, no. 3, pp. 317–322.
<https://doi.org/10.1007/s11018-015-0707-1>
25. Davydov V. V., Dudkin V. I., Karseev A. Yu., Vologdin V. A., *Journal of Applied Spectroscopy*, 2015, vol. 82, no. 6, pp. 1013–1019. <https://doi.org/10.1007/s10812-016-0220-6>
26. Leshe A., *Nuclear induction*, Veb Deustscher Verlag Der Wissenschaften, Berlin, 1963, 864 p.
27. Abragam A., *The principles of nuclear magnetism*, Oxford, Clarendon Press, 1961, 599 p.
28. Davydov V. V., Dudkin V. I., Karseev A. Y., *Measurement Techniques*, 2014, vol. 57, no. 8, pp. 912–918.
<https://doi.org/10.1007/s11018-014-0559-0>

Статья поступила в редакцию 23.01.2022; одобрена после рецензирования 03.02.2022; принята к публикации 16.02.2022.
The article was submitted 23.01.2022; approved after reviewing 03.02.2022; accepted for publication 16.02.2022.

Синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей на основе построения полиномиальных математических моделей радиолокационных измерений

Андрей Александрович Костоглотов¹, Иван Викторович Калиенко²,
Алексей Сергеевич Корнев³, Сергей Валерьевич Лазаренко⁴✉

^{1, 2, 4} Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

¹kostoglotov@icloud.com, <https://orcid.org/0000-0003-4006-2436>

²kalienco@yandex.ru

⁴lazarenkov@icloud.com ✉, <https://orcid.org/0000-0002-7533-2822>

³ Главный научный метрологический центр Министерства обороны РФ, Мытищи, Московская обл., Россия, lexxkorban@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2445-6323>

Аннотация. Исследована проблема уменьшения погрешностей измерений радиолокационных станций. Решена задача повышения точности радиолокационных измерений дальности и угла места за счёт компенсации систематических погрешностей. Построены математические модели систематических погрешностей измерений в виде полиномиальных уравнений второй и третьей степени для случая прямолинейного движения летательного аппарата. На основе анализа решений указанных уравнений с использованием математического моделирования синтезированы алгоритмы компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений дальности и угла места. Представлены рекомендации и ограничения применения предложенных алгоритмов. Результаты исследования будут полезны при калибровке радиолокационных станций.

Ключевые слова: систематическая погрешность, измерительный процесс, математическое моделирование, радиолокационные измерения

Для цитирования: Костоглотов А. А., Калиенко И. В., Корнев А. С., Лазаренко С. В. Синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей на основе построения полиномиальных математических моделей радиолокационных измерений // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 59–64. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-59-64>

Synthesis of algorithms for compensating systematic errors based on the construction of polynomial mathematical models of radar measurements

Andrey Aleksandrovich Kostoglotov¹, Ivan Viktorovich Kalienko²,
Alexey Sergeevich Kornev³, Sergey Valerievich Lazarenko⁴✉

^{1, 2, 4} Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

¹kostoglotov@icloud.com, <https://orcid.org/0000-0003-4006-2436>

²kalienco@yandex.ru

⁴lazarenkov@icloud.com ✉, <https://orcid.org/0000-0002-7533-2822>

³ Main Scientific Metrology Center of the Ministry of Defense of Russia, Mytishchi, Moscow region, Russia, lexxkorban@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2445-6323>

Abstract. The problem of reducing measurement errors of radar stations is investigated. The problem of increasing the accuracy of radar measurements of range and elevation by compensating for systematic errors with the construction of their mathematical models in the form of polynomial equations of the second and third degree for the case of rectilinear motion of the aircraft is solved. Based on the analysis of the solutions of these equations using mathematical modeling, algorithms for compensating for systematic errors in radar measurements of range and elevation are synthesized. Recommendations and restrictions on the use of the proposed algorithms, which will be useful in the calibration of radar stations, are presented.

Keywords: systematic error, measuring process, mathematical modeling, radar measurements

Введение. При обработке данных измерений применяются различные методы, эффективность которых определяется прежде всего положенными в их основу метрологическими моделями [1, 2]. Построение указанных моделей позволяет разрешить противоречие между сложностью и адекватностью получаемых математических выражений. Для исключения случайной составляющей погрешности измерений и повышения точности радиолокационных станций (РЛС) при синтезе алгоритмов обработки данных чаще всего используются кинематические модели, где входной измерительный сигнал (ускорение) нередко представляется [3] в виде белого гауссова шума. Использование процесса Маркова как модели ускорения [3] сопровождается гипотезой об отклонении объекта от нормальной траектории в результате медленного разворота, противострельбового манёвра или атмосферной турбулентности. Модель Берга [4] соответствует гипотезе о координированном развороте, где неизвестные возмущения рассматриваются как цветной шум, однако подлежащих определению параметров здесь больше, чем в модели Зингера [5]. Для определения параметров моделей применяется процедура расширения пространства состояний, что приводит к увеличению сложности соответствующих вычислительных процедур [7]. Поэтому задача синтеза алгоритмов обработки данных на основе построения математических моделей радиолокационных измерений остается актуальной.

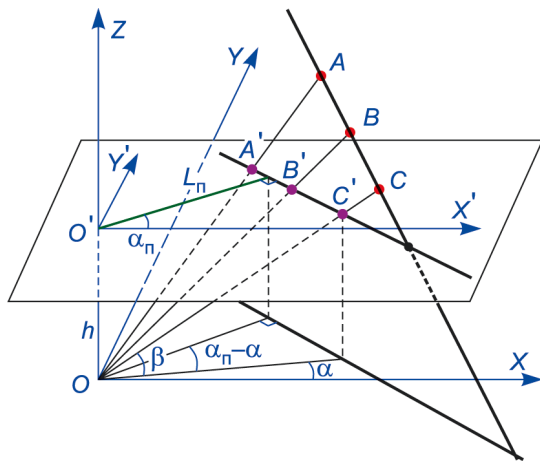


Рис. 1. Модель измерительного процесса угла места:
 O – начало координат декартовой системы координат $OXYZ$; h – расстояние между параллельными плоскостями OXY и $O'X'Y'$; L_n , α_n – длина и азимут перпендикуляра, проведенного из точки O' к прямой линии $A'C'$ соответственно; α , β – азимут и угол места точек прямой AC соответственно; A , B , C – точки, где проводятся измерения параметров движения летательного аппарата; A' , B' , C' – проекции точек A , B , C на плоскость $O'X'Y'$

Fig. 1. Elevation angle measuring process model:
 O – the origin of the Cartesian coordinate system $OXYZ$; h – the distance between the parallel planes OXY and $O'X'Y'$; L_n , α_n – the length and azimuth of the perpendicular drawn from the point O' to the straight line $A'C'$, respectively; α , β – the azimuth and elevation angle of the points of the straight line AC , respectively; A , B , C – points where measurements of aircraft motion parameters are carried out; A' , B' , C' – projections of points A , B , C onto the $O'X'Y'$ plane

В ряде случаев для точных измерений РЛС применяются одномерные кинематические модели [8], построенные для априорно известного характера движения летательного аппарата. Например, при калибровке РЛС в целях исключения систематической составляющей погрешности измерений решается обратная измерительная задача [9] для случая прямолинейного закона движения эталонной радиолокационной цели [10]. Адекватность соответствующей математической модели измерительного процесса обеспечивается на основе использования высокоионизированного лазерного канала как прямолинейной эталонной радиолокационной цели [11]. Отклонение лазерного сфокусированного луча от первоначального направления на расстоянии 3 км до фокальной плоскости незначительно (порядка 1 см на вертикальной трассе и 3 см – на горизонтальной). Фокусировка луча приводит к возникновению ряда очагов пробоя, располагающихся друг за другом на одной прямой линии. В указанном случае для компенсации систематических погрешностей требуется построить математическую модель радиолокационных измерений с учетом характера движения летательного аппарата и набора измеряемых величин.

В настоящей работе приняты следующие допущения: случайная составляющая погрешности измерений исключена; наблюдаемый объект движется прямолинейно; существует возможность измерить [12, 13] углы места, азимуты и дальности.

Цель исследования – синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей для повышения точности радиолокационных измерений угла места и дальности.

Построение математических моделей погрешностей измерений в форме полиномиальных уравнений на основе анализа модели измерительного процесса. Пусть РЛС находится в начале декартовой системы координат $OXYZ$. Плоскость $O'X'Y'$ параллельна плоскости OXY , как представлено на рис. 1. Прямая AC – траектория радиолокационной цели. Перпендикуляр к прямой линии $A'C'$ (пересечение плоскостей ACO , $O'X'Y'$) опишем следующим выражением:

$$L_n = h \cos(\alpha - \alpha_n) / \tan \beta,$$

где $h = |OO'|$ – расстояние между параллельными плоскостями OXY и $O'X'Y'$; L_n , α_n – длина и азимут перпендикуляра, проведенного из точки O' к прямой линии $A'C'$, соответственно; α , β – азимут и угол места точек прямой AC соответственно.

Предположим, что в точке A сделано первое измерение азимута и угла места (α_1 , β_1), в точке B – второе измерение азимута и угла места (α_2 , β_2). Тогда при наличии систематической погрешности в измерениях РЛС по углу места $\Delta\beta$ определим длину указанного перпендикуляра как

$$L_n = \frac{h \cos(\alpha_1 - \alpha_n)}{\tan(\beta_1 - \Delta\beta)} = \frac{h \cos(\alpha_2 - \alpha_n)}{\tan(\beta_2 - \Delta\beta)},$$

поэтому

$$\tan \alpha_n = \frac{\tan(\beta_1 - \Delta\beta) \cos \alpha_2 - \tan(\beta_2 - \Delta\beta) \cos \alpha_1}{\tan(\beta_2 - \Delta\beta) \sin \alpha_1 - \tan(\beta_1 - \Delta\beta) \cos \alpha_2}. \quad (1)$$

Проведём третье измерение азимута и угла места (α_3, β_3) в точке С, запишем следующие соотношения:

$$\frac{\operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_2 - \operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta)\cos\alpha_1}{\operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta)\sin\alpha_1 - \operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_2} = \frac{\operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_3 - \operatorname{tg}(\beta_3 - \Delta\beta)\cos\alpha_1}{\operatorname{tg}(\beta_3 - \Delta\beta)\sin\alpha_1 - \operatorname{tg}(\beta_1 - \Delta\beta)\cos\alpha_3}. \quad (2)$$

Решив выражение (2) относительно $\operatorname{tg}\Delta\beta$, получим полином третьей степени

$$a(\operatorname{tg}\Delta\beta)^3 + b(\operatorname{tg}\Delta\beta)^2 + c\operatorname{tg}\Delta\beta - d = 0, \quad (3)$$

где

$$a = \operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_2\sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_3\sin(\alpha_3 - \alpha_1) + \operatorname{tg}\beta_2\operatorname{tg}\beta_3\sin(\alpha_2 - \alpha_3); \quad (4)$$

$$b = (\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2 - \operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_2\operatorname{tg}\beta_3)\sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (\operatorname{tg}\beta_2 + \operatorname{tg}\beta_3 - \operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_2\operatorname{tg}\beta_3)\sin(\alpha_2 - \alpha_3) + (\operatorname{tg}\beta_3 + \operatorname{tg}\beta_1 - \operatorname{tg}\beta_1\operatorname{tg}\beta_2\operatorname{tg}\beta_3)\sin(\alpha_2 - \alpha_3); \quad (5)$$

$$c = [1 - \operatorname{tg}\beta_3(\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2)]\sin(\alpha_1 - \alpha_2) + [1 - \operatorname{tg}\beta_2(\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_3)]\sin(\alpha_3 - \alpha_1) + [1 - \operatorname{tg}\beta_1(\operatorname{tg}\beta_2 + \operatorname{tg}\beta_3)]\sin(\alpha_2 - \alpha_3); \quad (6)$$

$$d = \operatorname{tg}\beta_3\sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \operatorname{tg}\beta_2\sin(\alpha_3 - \alpha_2) + \operatorname{tg}\beta_1\sin(\alpha_3 - \alpha_2). \quad (7)$$

Решив кубическое уравнение, определим значение постоянных систематических погрешностей по углу места $\Delta\beta$ в явном виде. Так как в уравнениях (2)–(7) присутствуют только разности углов азимута, результаты расчётов не будут зависеть от систематической погрешности по азимуту.

Полином (3) – математическая модель погрешности радиолокационных измерений угла места.

Аналогично построим математическую модель погрешности радиолокационных измерений дальности с использованием модели измерительного процесса, представленной на рис. 2. Пусть радиолокационная станция находится в начале координат. Любая точка прямой линии должна удовлетворять уравнению прямой в полярных координатах

$$r \cos(\varphi - \alpha) = p, \quad (8)$$

где $r = |OR|$ – расстояние от центра координат до точки R; $p = |OP|$, φ – постоянные величины.

Уравнение (8) выполняется для разных точек, принадлежащих указанной прямой линии, поэтому, если соответствующие дальности r_1, r_2 получены с некоторой систематической погрешностью Δr , то для удовлетворения соответствующего равенства необходимо учесть систематическую постоянную погрешность Δr измерения дальности.

Действительное значение дальности r_d получим, если к измеренному значению дальности $r_{\text{и}}$ добавим пока неизвестное значение постоянной систематической погрешности:

$$r_d = r_{\text{и}} + \Delta r; \quad r_d = r_{\text{и}} - \Delta r. \quad (9)$$

Если измеренное с систематической постоянной погрешностью значение дальности меньше действительного значения, то для расчёта погрешности результат поправки прибавим к измеренному значению дальности. Тогда уравнение (8) с учётом (9) примет вид

$$(r_1 + \Delta r)\cos(\varphi - \alpha_1) = (r_2 + \Delta r)\cos(\varphi - \alpha_2). \quad (10)$$

По двум измерениям невозможно определить смещение, вызванное постоянной систематической погрешностью по дальности. Для этого необходимо третье измерение, как показано на рис. 2, где сохранены принятые ранее обозначения, а цифры 1, 2, 3 после R используются для различия трёх точек, соответствующих действительным значениям дальностей.

Согласно рис. 2 при отсутствии постоянной систематической погрешности по дальности точки R1, R2, R3 строго лежат на одной прямой линии. При возникновении систематической погрешности по дальности в соответствующих точках условие прямой линии не выполняется и указанные точки не лежат на одной прямой.

Как и при построении математической модели погрешности радиолокационных измерений угла места, для компенсации постоянной систематической погрешности Δr необходимо

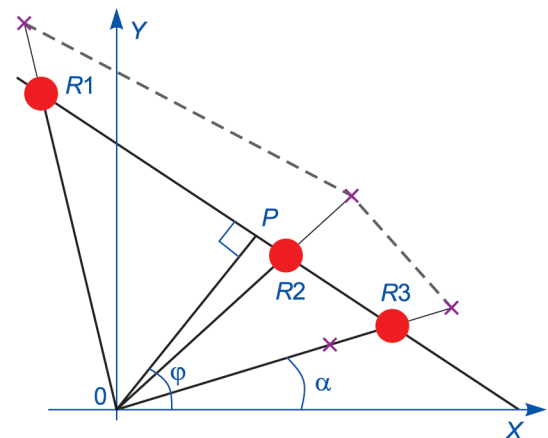


Рис. 2. Модель измерительного процесса дальности: OP – перпендикуляр из начала координат к прямой линии R1R3; φ – угол наклона; символом «x» обозначено смещение результата измерения от действительного значения на величину систематической погрешности; R1, R2, R3 – точки, соответствующие действительным значениям дальностей

Fig. 2. Range measuring process model: OP – the perpendicular from the origin to the straight line R1R3; φ – the angle of inclination; the symbol “x” denotes the offset of the measurement result from the actual value by the value of the systematic error; R1, R2, R3 – points corresponding to the actual range values

три измерения, поэтому уравнение (10) преобразуем к следующему виду:

$$(r_1 + \Delta r) \cos(\varphi - \alpha_1) = (r_3 + \Delta r) \cos(\varphi - \alpha_3)$$

и выведем следующие формулы:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(r_1 + \Delta r) \cos \alpha_1 - (r_2 + \Delta r) \cos \alpha_2}{(r_2 + \Delta r) \sin \alpha_2 - (r_1 + \Delta r) \sin \alpha_1}; \quad (11)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(r_1 + \Delta r) \cos \alpha_1 - (r_3 + \Delta r) \cos \alpha_3}{(r_3 + \Delta r) \sin \alpha_3 - (r_1 + \Delta r) \sin \alpha_1}. \quad (12)$$

Учтём, что φ – постоянная величина. Приравняем (11) к (12) и решим полученное уравнение относительно постоянной систематической погрешности Δr . После преобразования выведем математическую модель погрешности радиолокационных измерений дальности Δr

$$e(\Delta r)^2 + l\Delta r + m = 0, \quad (13)$$

где

$$e = \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + \sin(\alpha_3 - \alpha_1); \quad (14)$$

$$l = (r_1 + r_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + (r_2 + r_3) \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + (r_1 + r_3) \sin(\alpha_3 - \alpha_1); \quad (15)$$

$$m = r_1 r_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + r_2 r_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) + r_1 r_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_1). \quad (16)$$

Алгоритмы компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений. Использование (3), (13) для обработки результатов измерений требует анализа их решений. Реализация алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности связана с уравнением третьей степени (3), имеющим три корня.

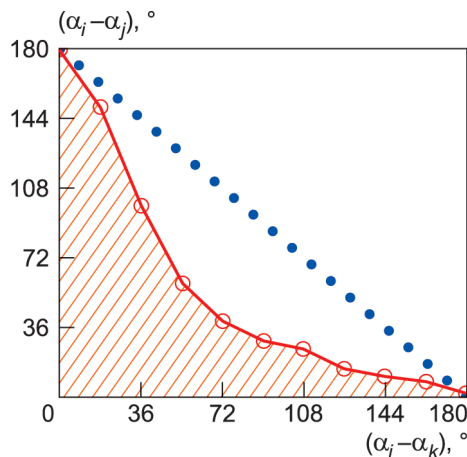


Рис. 3. Область значений с отрицательным дискриминантом: для красных точек рассчитано нулевое значение дискриминанта; $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$ – азимуты, соответствующие i -му, j -му и k -му измерениям

Fig. 3. Range of values with a negative discriminant: for red dots, the zero value of the discriminant is calculated; $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$ – the azimuths corresponding to the i -th, j -th and k -th measurements

Если дискриминант такого уравнения отрицательный, то уравнение имеет один действительный и два комплексно сопряжённых корня. Действительный корень рассчитывается по формуле Кардано [14]. На основе математического моделирования рассчитана область значений, где дискриминант отрицателен – ниже сплошной линии на рис. 3.

Если дискриминант равен нулю, то уравнение (3) имеет два различных действительных корня. В таком случае для определения корней можно предложить следующий способ.

После дифференцирования найдём корни квадратного уравнения

$$3a(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + 2b \operatorname{tg} \Delta \beta + c = 0$$

и определим координаты точек минимума и максимума кубической параболы

$$a(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c \operatorname{tg} \Delta \beta - d = 0.$$

Если значение трёхчлена в одной из этих точек равно нулю, то уравнение имеет два действительных корня, т. е. дискриминант равен нулю. Если оба значения трёхчлена в точках экстремума одного знака, то дискриминант отрицателен.

При положительном дискриминанте значения трёхчлена в точках минимума и максимума имеют различные знаки. Один из корней кубического уравнения лежит между точками экстремумов. Второй и третий лежат на числовой оси левее и правее этого интервала. В указанных двух интервалах первая и вторая производные сохраняют определённый знак. Поэтому для определения корней уравнения с любой требуемой точностью можно воспользоваться приближёнными методами решения уравнений, например методом хорд и методом касательных.

Остается неизвестным, какой из корней уравнения (3) соответствует значению $\operatorname{tg} \Delta \beta$. Для решения указанной неопределённости используем метод наименьших квадратов при решении системы n уравнений

$$\begin{cases} a_1(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b_1(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c_1 \operatorname{tg} \Delta \beta - d_1 = 0; \\ a_2(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b_2(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c_2 \operatorname{tg} \Delta \beta - d_2 = 0; \\ \dots \dots \dots \\ a_n(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b_n(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c_n \operatorname{tg} \Delta \beta - d_n = 0. \end{cases}$$

При синтезе алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности необходимо иметь в виду, что квадратное уравнение второй степени имеет два корня. Выбор решения сделали на основе анализа результатов математического моделирования. Выбрали тот корень квадратного уравнения (13), который из дискриминанта входит в уравнение со знаком «плюс». Аналитическое исследование выражений (13)–(16) не позволило получить правило выбора знака дискриминанта, однако в соответствии с результатами математического моделирования только использование его неотрицательных значений позволяет получить систематическую погрешность по дальности.

В уравнения алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности входят

коэффициенты e , l , m , которые рассчитываются через разности синусов. Следовательно, результаты расчётов не зависят от систематических погрешностей по углу, что является особенностью разработанного алгоритма компенсации постоянной систематической погрешности радиолокационных измерений дальности.

Систематические погрешности угловых измерений в предложенном алгоритме взаимно исключаются при нахождении разности синусов.

Математическое моделирование и анализ результатов. Зададим исходные данные для математического моделирования следующим образом:

$$x_s = k_x t_s + x_0, \quad y_s = k_y t_s + y_0, \quad z_s = k_z t_s + z_0,$$

где k_x , k_y , k_z – угловые коэффициенты прямых, в совокупности с действительными числами x_0 , y_0 , z_0 задающие траекторию цели; t_s – моменты времени, в которые измеряют параметры движения; $s = \overline{1, 3}$.

Преобразуем декартовы координаты и найдём угол места для каждой из трёх точек.

Синусы разностей азимутальных измерений определим по следующим выражениям

$$\sin(\alpha_1 - \alpha_2) = (y_1 x_2 - y_2 x_1) (\sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2})^{-1};$$

$$\sin(\alpha_2 - \alpha_3) = (y_2 x_3 - y_3 x_2) (\sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3} \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2})^{-1};$$

$$\sin(\alpha_3 - \alpha_1) = (y_3 x_1 - y_1 x_3) (\sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3})^{-1}.$$

Поскольку значения азимута вычисляют из разности, они не зависят от постоянной систематической погрешности по углу места. В рамках исследования в моделируемые действительные значения углов места введём постоянную систематическую погрешность, тогда измеряемые углы места β_s рассчитываются так: $\tilde{\beta}_s = \beta_s + \Delta\beta$. Измерения угла места с систематической погрешностью смоделируем согласно следующим формулам:

$$\tilde{\text{tg}}\beta_1 = \text{tg}(\beta_1 + \Delta\beta) \frac{z_1 / \sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} + \text{tg}\Delta\beta}{1 - z_1 / \sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1} \text{tg}\Delta\beta};$$

$$\text{tg}\beta_1 = z_1 / \sqrt{x_1 x_1 + y_1 y_1};$$

$$\tilde{\text{tg}}\beta_2 = \text{tg}(\beta_2 + \Delta\beta) \frac{z_2 / \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2} + \text{tg}\Delta\beta}{1 - z_2 / \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2} \text{tg}\Delta\beta};$$

$$\text{tg}\beta_2 = z_2 / \sqrt{x_2 x_2 + y_2 y_2};$$

$$\tilde{\text{tg}}\beta_3 = \text{tg}(\beta_3 + \Delta\beta) \frac{z_3 / \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3} + \text{tg}\Delta\beta}{1 - z_3 / \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3} \text{tg}\Delta\beta};$$

$$\text{tg}\beta_3 = z_3 / \sqrt{x_3 x_3 + y_3 y_3}.$$

Функционирование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по углу места смоделируем следующим образом. По измерениям угла места рассчитаем коэффициенты кубического полинома a , b , c , d

Таблица 1

Параметры траектории движения

s	t	x	y	z
1	-1	0	5	10
2	0	10	5	0
3	1	2	2	2

Таблица 2

Расчёт систематической погрешности измерения угла места

s	$\text{tg}\beta_s$	$\Delta\beta_s, ^\circ$	$\text{tg}\tilde{\beta}_s$	$\text{tg}\Delta\beta_s$
1	0,200	2,000	0,237	0,035
2	0,283	2,000	0,321	0,035
3	0,200	2,000	0,237	0,035

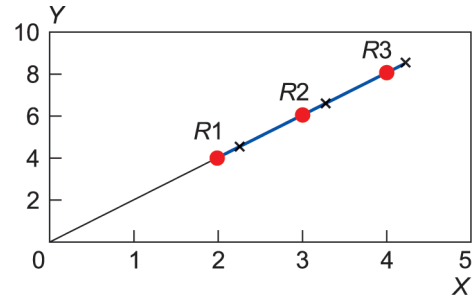


Рис. 4. Ограничение на использование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности при прохождении траектории объекта через начало координат: символом «х» обозначено смещение результата измерения от действительного значения на систематическую погрешность

Fig. 4. Restriction on the use of the algorithm for compensating systematic errors of radar measurements in range when the object's trajectory passes through the origin of coordinates: the symbol "x" indicates the offset of the measurement result from the actual value by the systematic error

в соответствии с (4)–(7). Далее по полученному решению кубического уравнения (3) определим значение систематической погрешности по углу места как функции тангенса $\text{tg}\Delta\beta_s$.

При математическом моделировании приняли, что $k_x = 5$; $x_0 = 5$; $k_y = -5$; $y_0 = 5$; $k_z = 0$; $z_0 = 2$. Рассчитанные коэффициенты составили $a = 0,051$; $b = 0,308$; $c = 0,380$; $d = 0,014$. Параметры траектории движения сведены в табл. 1.

Результаты расчётов систематических погрешностей измерения угла места представлены в табл. 2.

Математическое моделирование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности показало результаты, аналогичные полученным в ходе моделирования алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по углу места.

Использование алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности ограничено в случае движения объекта прямо на средство измерений (рис. 4). Все точки имеют одинаковое значение угла места, поэтому в (14)–(16) тригонометрические функции обращаются в ноль и предложенный алгоритм становится неработоспособным. Указанное обстоятельство необходимо учитывать как при калибровочных работах с использованием эталонной прямолинейной цели в виде высокоионизированного лазерного канала, так и при обработке результатов измерений реальной цели.

Заключение. Исследование измерительного процесса радиолокационных измерений угла места привело к построению математической модели погрешности измерений, которая

отличается от известных коэффициентами при полиноме третьей степени. Это позволило синтезировать алгоритм компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений угла места, функционирование которого не требует измерений дальности.

Использование предложенной математической модели погрешности радиолокационных измерений дальности в форме полинома второго порядка обеспечило синтез алгоритма компенсации систематических погрешностей. Однако указанный алгоритм неработоспособен в случае прохождения прямолинейной траектории движения объекта через начало координат – точку расположения средства измерений.

Достоверность полученных результатов подтверждена математическим моделированием.

Применение синтезированных алгоритмов компенсации систематических погрешностей требует предварительного исключения случайной составляющей погрешности измерений.

Список источников

1. Сирая Т. Н. Методы обработки данных при измерениях и метрологические модели // Измерительная техника. 2018. № 1. С. 9–14. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-1-9-14>
2. Цветков Э. И. Основы математической метрологии. СПб.: Политехника, 2005. 510 с.
3. Бар-Шалом Я., Ли Х. Р. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы: Пер. с англ. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. Кн. 2. 239 с.
4. Singer R. A., Behnke K. W., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, vol. AES-7, no. 1, pp. 100–110. <https://doi.org/10.1109/TAES.1971.310257>
5. Li X. R., Jilkov V. P., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, vol. 39, no 4, pp. 1333–1364. <https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261132>
6. Xianghui Yuan, Feng Lian, Chongzhao Han, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, 649276. <https://doi.org/10.1155/2014/649276>
7. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Синтез адаптивных систем сопровождения на основе гипотезы о стационарности гамильтониана гиперповерхности переключения // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62. № 2. С. 121–125. <https://doi.org/10.7868/S0033849417020061>
8. Богачев А. С., Меркулов В. И., Чернов В. С., Загребельный И. Р. Математические модели относительного движения воздушных объектов в процедурах наблюдения в авиационных бортовых РЛС // Журнал радиоэлектроники: сетевой журнал. 2018. № 2. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.2.8>
9. Костоглотов А. А., Лазаренко С. В. Негладкий анализ в задачах обработки измерительной информации // Измерительная техника. 2009. № 2. С. 6–11. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-6-20-24>
10. Убоженко Д. Ю., Закутаев А. А., Ширококов В. В. Исследование вопросов унификации калибровочного обеспечения

квантово-оптических и радиолокационных средств // Известия ТулГУ. Технические науки. 2021. № 6. С. 244–250. <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2021-6-244-250>

11. Качурин Л. С. Физические основы воздействия на атмосферные процессы. Ленинград: Гидрометеиздат, 1990. 462 с.
12. Радиотехнические системы. Под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Академия, 2008. 592 с.
13. Справочник по радиолокации. В 2-х книгах. Т. 2.: Пер. с англ. под общей ред. В. С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 680 с.
14. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. СПб: Лань, 2010. 608 с.

References

1. Siraya T. N., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, pp. 9–16. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1380-y>
2. Cvetkov E. I., *Osnovy matematicheskoy metrologii [Fundamentals of mathematical metrology]*, St. Petersburg, Politehnika Publ., 2005, 510 p. (In Russ.)
3. Y. Bar-Shalom, X. R. Li, *Multitarget-Multisensor Tracking, Principles and Techniques*, Storrs, CT, YBS Publishing, 1995.
4. Singer R. A., Behnke K. W., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, vol. AES-7, no. 1, pp. 100–110. <https://doi.org/10.1109/TAES.1971.310257>
5. Li X. R., Jilkov V. P., *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, vol. 39, no 4, pp. 1333–1364. <https://doi.org/10.1109/TAES.2003.1261132>
6. Xianghui Yuan, Feng Lian, Chongzhao Han, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, 649276. <https://doi.org/10.1155/2014/649276>
7. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V., *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2017, vol. 62, no. 2, pp. 123–127. <https://doi.org/10.1134/S1064226917020061>
8. Bogachev A. S., Merkulov V. I., Chernov V. S., Zagrebelskiy I. R., *Journal of Radio Electronics*, 2018, no. 2. (In Russ.) <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.2.8>
9. Kostoglotov A. A., Lazarenko S. V., *Measurement Techniques*, 2009, vol. 52, pp. 117–124. <https://doi.org/10.1007/s11018-009-9246-y>
10. Ubozhenko D. Yu., Zakutaev A. A., Shirobokov V. V., *Izvestiya Tula State University*, 2021, no. 6, pp. 244–250. (In Russ.) <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2021-6-244-250>
11. Kachurin L. S., *Fizicheskie osnovy vozdeystviya na atmosferynye processy [Physical basis of impact on atmospheric processes]*, Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1990, 462 p. (In Russ.)
12. *Radiotekhnicheskie sistemy [Radio engineering systems]*, ed. by Yu. M. Kazarinova, Moscow, Akademiya Publ., 2008, 592 p. (In Russ.)
13. *Spravochnik po radiolokaci [Handbook of Radar]*, vol. 2, ed. by V. S. Verba, Moscow, Tekhnosfera Publ., 2014, 680 p. (In Russ.)
14. Bronshteyn I. N., Semendyaev K. A., *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchihsya vtuzov [Handbook of Mathematics for Engineers and University Students]*, St. Petersburg, Lan' Publ., 2010, 608 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 04.03.2022; одобрена после рецензирования 09.03.2022; принята к публикации 13.03.2022.
The article was submitted 04.03.2022; approved after 09.03.2022; accepted for publication 13.03.2022.

Высокочастотный влагомер для измерения влажности зерна и зернопродуктов

Палван Искандарович Каландаров

Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства», Ташкент, Республика Узбекистан, eest_uz@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8199-7484>

Аннотация. Исследованы технические аспекты построения приборов для измерения влажности зерна и продуктов агропромышленного комплекса. Обоснована необходимость разработки первичных измерительных преобразователей влажности. Рассмотрен диэлькометрический метод определения влажности, основанный на зависимости диэлектрической проницаемости контролируемого материала от его влажности. Изучены зависимости, связывающие электрофизические параметры материалов с влажностью и неинформативными параметрами материалов. Представлена структурная схема высокочастотного влагомера, принцип работы которого базируется на диэлькометрическом методе измерения влажности материалов. Для контроля влажности зерна разработан опытный образец прибора, в состав которого входит первичный измерительный преобразователь в виде двухсвязной системы с двумя входными параметрами (выходные сигналы датчика влажности) и активной составляющей выходного сигнала. Предложенный высокочастотный влагомер можно применять для измерения влажности зерна и зернопродуктов в промышленных и лабораторных условиях.

Ключевые слова: влажность, первичные измерительные преобразователи, влагомер, электрофизические характеристики, методы контроля, информативные параметры, неинформативные параметры, диэлектрическая проницаемость, электрическая проводимость

Для цитирования: Каландаров П. И. Высокочастотный влагомер для измерения влажности зерна и зернопродуктов // Измерительная техника. 2022. № 4. С. 65–71. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-4-65-71>

High-frequency moisture meter for grain and grain products

Palvan. I. Kalandarov

National Research University Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers, Tashkent, Republic of Uzbekistan, eest_uz@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8199-7484>

Abstract. The technical aspects of the construction of devices for measuring the moisture content of grain and products of the agro-industrial complex have been studied. The necessity of developing primary moisture measuring transducers has been substantiated. The dielcometric method for determining humidity, based on the dependence of the dielectric constant of the controlled material on its humidity, is considered. The dependencies linking the electrophysical parameters of materials with humidity and uninformative parameters of materials are studied. A structural diagram of a high-frequency moisture meter is presented, the principle of operation of which is based on the dielcometric method of measuring the moisture content of materials. A prototype of a grain moisture control device has been developed with an electrical model of the primary measuring transducer. The proposed high-frequency moisture meter can be used to measure the moisture content of grain and grain products in industrial and laboratory conditions.

Keywords: humidity, primary measuring transducers, electrophysical characteristics, control methods, informative parameters, uninformative parameters, permittivity, electrical conductivity

Введение. Технический уровень производственной продукции, а также особенности использования материальных, энергетических и трудовых ресурсов зависят от качества контрольно-измерительных приборов. На зерноперерабатывающие предприятия поступают неоднородные партии зерна. Для повышения эффективности работы предприятий агропромышленного комплекса (АПК) учёные разрабатывают и внедряют измерительные приборы и автоматизированные системы управления технологическими процессами производства. В частности, для зерноперерабатывающих предприятий создают приборы (влагомеры) для определения влажности зерна и зернопродуктов экспресс-методом [1].

Существуют различные способы и приборы для определения влажности материала [2–11]. В мировой практике широко распространены диэлькометрические высокочастотные (ВЧ) влагомеры, в ёмкостном первичном преобразователе которых размещают контролируемый материал [12–15]. К влагомерам и методам их испытаний установлены общие технические требования (ГОСТ 29027-91 «Межгосударственный стандарт. Влагомеры твёрдых и сыпучих веществ. Общие технические требования и методы испытаний»).

Под руководством автора настоящей статьи группа учёных Национального исследовательского университета «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации

сельского хозяйства» последние несколько лет проводит исследования с целью улучшения метрологических характеристик серии измерительных устройств для зернопродуктов. В результате работ предложены первичные измерительные преобразователи электрофизических параметров зернопродуктов, обоснованы функциональные схемы указанных приборов, разработаны методики инженерного расчёта характеристик преобразователей [16–18].

Цель настоящей работы – разработка диэлькометрического высокочастотного влагомера на базе первичного измерительного преобразователя (датчика) влажности для измерения влажности зерна и зернопродуктов.

Диэлькометрический метод определения влажности. Диэлькометрический метод определения влажности материалов АПК основан на зависимости диэлектрической проницаемости материала от его влажности [2, 19]. На базе диэлькометрического метода разработаны влагомеры, предназначенные для измерения влажности зерна и других материалов [20, 21, 3].

Недостатком диэлькометрических влагомеров является невысокая чувствительность к изменению электропроводности, зависящая от рабочей частоты влагомера [4]. Диэлькометрический метод используется в средне- и коротковолновом (0,3–30 МГц) диапазонах частот, а также в сверхвысокочастотном диапазоне [22]. Существует также промежуточная область частот с предельной для систем частотой порядка 100 МГц. Геометрические размеры датчиков и других элементов измерительных цепей значительно меньше длины волны коротковолнового диапазона, поэтому эти датчики можно рассматривать как системы с распределёнными параметрами. Для повышения чувствительности влагомеров к изменению электропроводности исследователями выбирается частота около 30 МГц.

Отметим две особенности преобразования выходного сигнала диэлькометрического первичного ВЧ-преобразователя (датчика). Во-первых, выходной сигнал всегда имеет комплексный характер, т. е. полное сопротивление первичного измерительного преобразователя с материалом – комплексная величина. Реактивная (ёмкостная) составляющая этого сопротивления связана с диэлектрической проницаемостью, активная составляющая – с диэлектрическими потерями и потерями проводимости. Во-вторых, диэлектрические параметры влажного материала зависят от частоты электромагнитного поля. Это объясняется частотной зависимостью поляризации различных видов. Структурная (внутрислойная) поляризация проявляется в основном на низких частотах, однако микронеоднородности материалов могут влиять на диэлектрическую проницаемость и на более высоких частотах. Увеличение поляризуемости материала повышает его диэлектрическую проницаемость. С увеличением частоты уменьшается суммарная поляризация вследствие инерционности и других факторов. Результирующая поляризация определяется суммой всех имеющихся в данном материале видов поляризации.

Продукты АПК относятся к классу гетерогенных систем из-за многокомпонентности и неоднородной структуры.

Поэтому при математическом описании электрических свойств и зависимости диэлектрических свойств исследуемых материалов от их влажности учитываются особенности гетерогенных смесей [15, 23, 24].

Увеличение влажности материала приводит к уменьшению его сопротивления, что равносильно переходу материала в состояние полупроводника, электропроводность зерновых материалов увеличивается. Электрические свойства образца изменяются нелинейно с увеличением содержания в нём влаги [25]. Многие продукты в процессе обработки засаливаются. Примесь соли резко повышает активные потери, проводимость принимает ионный характер.

Зависимость электропроводности γ зерна от влажности W определяется по формуле

$$\gamma = a \exp(bW) + C,$$

где a , b – постоянные коэффициенты для данного образца; C – постоянная ёмкость измерительной схемы.

Представим диэлькометрический ВЧ-влагомер в виде двухсвязной системы с двумя входными параметрами R , C (выходные сигналы датчика влажности) и активной составляющей выходного сигнала Y .

Номинальную статическую характеристику преобразования измерительного устройства влагомеров рассчитаем по следующей формуле:

$$Y = f(Y_{\text{вх}}),$$

где Y , $Y_{\text{вх}}$ – соответственно выходной (показания) и входной сигналы измерительного устройства влагомера.

Пусть в результате измерений для различных значений влажности W_1 , W_2 , W_3 получены Y_1 , Y_2 , Y_3 . Из-за погрешностей измерения Δ_i значение Y_i отличается от истинного значения $f(W_i)$: $Y_i = f(W_i) + \Delta_i$.

Измерение влагосодержания зернистых материалов ёмкостными влагомерами основано на линейной зависимости выходных сигналов первичного измерительного преобразователя влагомера от влажности и различных влияющих факторов (помех) [26], в том числе от температуры T , степеней неоднородности S и зрелости Z , условий хранения и переработки U зерна.

Изменение выходного сигнала Y опишем уравнением

$$dY = \frac{dY}{dW} dW + \frac{dY}{dT} dT + \frac{dY}{dZ} dZ + \frac{dY}{dU} dU. \quad (1)$$

Первое слагаемое выражения (1) определяет чувствительность измеряемых параметров к влаге, а остальные слагаемые – погрешности, вызываемые изменением факторов.

Измерение влажности зависит от того, насколько влагометрическая система в целом и первичный преобразователь влагомера обеспечивают выполнение условий [5, 7]:

$$\frac{dY}{dW} \rightarrow \max; \sum \left(\frac{dY}{dZ}; \frac{dY}{dT}; \frac{dY}{dU} \right) \rightarrow \min.$$

Минимизация погрешности достигается при условии, что чувствительность измерительного прибора к изменениям влажности $S_W = \frac{dY}{dW}$ максимальна, а чувствительность к помехам $S_n = \frac{dY}{dZ} + \frac{dY}{dT} + \frac{dY}{dU}$ – минимальна [8].

ВЧ-влажнометр для измерения влажности зерна. Автор в настоящей статье предлагает техническое решение конструкции первичного преобразователя. Измерительная ячейка ёмкостного типа представляет собой сосуд с металлическими электродами. Контролируемый материал помещают в ёмкостный преобразователь, к которому подводится высокочастотное напряжение измерительного генератора. В результате определяется параметр диэлектрической проницаемости, соответствующий влажности контролируемого материала.

Важно, что объектом измерения является не диэлектрическая проницаемость исследуемого материала, а ёмкость измерительного датчика. Ёмкость первичного преобразователя, заполненного контролируемым материалом, – функция многих параметров [27]. Влажный материал представляет собой сложную многокомпонентную систему, диэлектрические характеристики которой определяются соотношением различных форм связи влаги. Математическое выражение зависимости между количественным содержанием воды в материале и его диэлектрическими характеристиками отсутствует, поэтому необходимо определять эту зависимость экспериментально, т. е. эмпирически находить градуировочную характеристику влагомера.

Ни один продукт нельзя рассматривать как идеальный диэлектрик, поэтому электрическая энергия, подводимая к заполненному продуктом конденсаторному преобразователю, не только расходуется на перезарядку конденсатора, но и рассеивается в виде тепловых потерь в диэлектрике [25, 26]. Эквивалентную схему преобразователя, заполненного анализируемым материалом, можно представить в виде электрической цепи [28].

Формально функциональную зависимость диэлектрических характеристик материала от его влажности можно рассматривать как первичное преобразование. Выходной сигнал первичного измерительного преобразователя является полезным выходным сигналом измерительного устройства [5, 28].

В [5, 28, 29] представлена схема замещения преобразователя диэлектрика, содержащая геометрическую ёмкость (ёмкость, соответствующую полю электродов в вакууме) и сумму ёмкостей, обусловленных поляризацией различных видов. Для указанной схемы переменная ёмкость C_k преобразователя, соответствующая влажности измеряемого материала, определяется согласно [5, 24, 30] как

$$C_k = C \left[\left(1 + \frac{r'_n}{r'_m} \right)^2 + \frac{1}{\omega^2 r'_m C^2} \right], \quad (2)$$

где C – ёмкость опорного генератора, относительно которого измеряется диэлектрическая проницаемость датчика; r'_m – эквивалентное сопротивление потерь проводимости;

r'_n – эквивалентное сопротивление поляризационных потерь; ω – круговая частота.

Из выражения (2) следует, что фактически измеряемая переменная ёмкость C_k при одном и том же влагосодержании существенно варьируется из-за изменений проводимости материала, поэтому необходимо компенсировать влияние активных потерь на результат измерений.

Характер взаимодействия электромагнитного поля с влажным материалом определяется значениями комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей. При этом необходимо учитывать явление поляризации. Существует четыре вида поляризации: электронная, атомная, ориентационная, объёмная. В электромагнитном поле поляризации всех видов сопутствуют потери энергии. Поляризуемость – комплексная величина, она проявляет резонансные свойства, т. е. для поляризации каждого вида есть определённый диапазон частот, где потери максимальны.

Молекула воды даже без внешнего электрического поля обладает дипольным моментом, обусловленным расположением мостиков О–Н под углом 105°. В связи с этим молекула воды, находящаяся в переменном магнитном поле, начинает колебаться, разворачиваясь вдоль силовых линий (дипольная поляризация), что приводит к поглощению молекулой электромагнитного импульса [19].

При измерениях влажности используются следующие пары величин:

действительная ϵ' и мнимая ϵ'' составляющие комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$;

диэлектрическая проницаемость ϵ и тангенс угла диэлектрических потерь $\tan \delta$;

диэлектрическая проницаемость ϵ и удельная проводимость (точнее, её активная составляющая) σ .

Зависимости между комплексными проницаемостью и проводимостью имеют следующий вид:

$$\epsilon' = \epsilon; \quad \epsilon'' = \sigma / \omega; \quad \tan \delta = \epsilon'' / \epsilon' = \sigma / (\omega \epsilon'); \quad \epsilon^* = \epsilon (1 - j \tan \delta).$$

Зная одну из указанных пар параметров, можно вычислить любую другую пару.

Процессы, происходящие в диэлектриках в электрическом поле, опишем комплексной диэлектрической проницаемостью [6]:

$$\epsilon^* - \epsilon_\infty = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) / (1 + j\omega\tau), \quad (3)$$

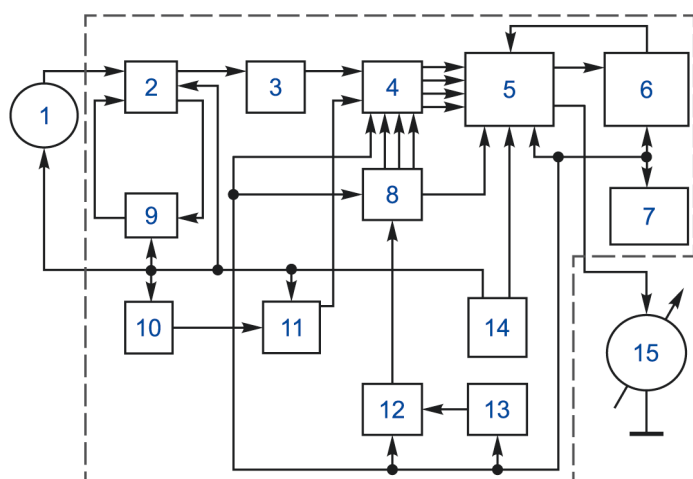
где τ – время релаксации.

Выделим из уравнения (3) действительную и мнимую составляющие диэлектрической проницаемости. Относительную диэлектрическую проницаемость вычислим по формуле

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) / (1 + \omega^2 \tau^2). \quad (4)$$

Коэффициент диэлектрических потерь (степень поглощения энергии в веществе, введённом в электрическое поле) определим как

$$\epsilon'' = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) \omega \tau / (1 + \omega^2 \tau^2).$$



Функциональная схема высокочастотного ёмкостного влагомера для зернистых материалов:

1 – датчик; 2 – измерительный высокочастотный генератор; 3 – формирователь измерительных сигналов; 4 – арифметический преобразователь; 5 – цифро-аналоговый преобразователь; 6 – аналого-цифровой преобразователь; 7 – цифровое табло; 8 – распределитель сигналов; 9 – стабилизатор активных потерь; 10 – опорный высокочастотный генератор; 11 – формирователь опорных сигналов; 12 – делитель частоты; 13 – тактовый генератор; 14 – блок питания; 15 – самопишущий прибор

Functional diagram of a high-frequency capacitive moisture meter for granular materials:

1 – sensor; 2 – measuring high-frequency generator; 3 – shaper of measuring signals; 4 – arithmetic converter; 5 – digital-to-analog converter; 6 – analog-to-digital converter; 7 – digital display; 8 – signal distributor; 9 – active loss stabilizer; 10 – reference high-frequency generator; 11 – shaper of reference signals; 12 – frequency divider; 13 – clock generator; 14 – power supply; 15 – self-recording device

Из (4) вычислим максимальное значение мнимой составляющей диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon''_{\max} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty})/2.$$

Действительная и мнимая части диэлектрических потерь являются функциями приложенного поля, рассчитываются через тангенс угла диэлектрических потерь, а также зависят от частоты ω . С увеличением ω , когда период переменного электрического поля соизмерим со временем релаксации, действительная составляющая диэлектрической проницаемости уменьшается [8].

В области низких частот синфазное следование диполей за электрическим полем нарушается. В области высоких частот ориентированная поляризация пропадает и остается лишь медленно меняющаяся поляризация сдвига.

Конструкция и принцип работы ВЧ-влагомера. На рисунке представлена функциональная схема разработанного и предложенного в настоящей статье ВЧ-влагомера, предназначенного для измерения влажности зерна и продуктов его переработки.

ВЧ-влагомер конструктивно состоит из датчика и двух электронных блоков измерительно-преобразовательного тракта с пробформирующим манипулятором. Первичный ёмкостный преобразователь подключён к входу измерительного ВЧ-генератора. Электроды датчика изготовлены из прочного титанового материала и коаксиально запрессованы в нижнюю часть электрокерамической конструкции. Для предотвращения налипания влажного материала на подошву и электроды датчик снабжён электроподогревом. В стальном основании сделаны пазы для укладки нагревательного элемента.

Высокочастотный ёмкостный влагомер сыпучих материалов работает следующим образом. Через ёмкостный первичный преобразователь 1 пропускают материал (зернобобовые), в котором изменяется влагосодержание. При этом изменяются диэлектрическая проницаемость материала и, следовательно, электрическая ёмкость первичного преобразователя. В соответствии с этим изменяется частота измерительного ВЧ-генератора 2, так как первичный преобразователь включён в его колебательный контур. С выхода измерительного ВЧ-генератора ВЧ-сигнал поступает на вход блока 3 формирования сигнала, на выходе которого сигнал имеет прямоугольную форму, частота следования импульсов равна частоте измерительного ВЧ-генератора. Указанный сигнал поступает на первый вход блока 4 арифметического преобразователя.

Опорный ВЧ-генератор 10, собранный из элементов, идентичных элементам измерительного ВЧ-генератора 2, посылает на вход блока 11 формирования сигнала сигнал постоянной (опорной) частоты, равный частоте измерительного ВЧ-генератора в случае нулевого значения влажности контролируемого компонента. Сигнал опорного ВЧ-генератора в блоке 11 формирования сигналов подвергается такой же обработке, как и сигнал измерительного ВЧ-генератора в блоке 3 формирования сигналов. Таким образом, на второй вход блока арифметического преобразователя поступает сигнал опорного ВЧ-генератора в виде прямоугольных импульсов с блока 11 формирования сигналов.

На третий, четвёртый и пятый управляющие входы блока арифметического преобразователя поочерёдно с определённым интервалом поступают прямоугольные импульсы инфранизкой частоты порядка 1 Гц первого, второго и третьего выходов блока 8. Блок 8 распределения сигналов соединён через делитель 12 частоты с тактовым генератором 13. Фактически блоки 8, 12, 13 устройства выполняют роль электронного коммутатора.

Арифметический преобразователь выполняют на реверсивных счётчиках. Распределитель сигналов осуществляет коммутацию цепей, обнуление реверсивных счётчиков, запись частоты опорного сигнала, запись частоты сигналов измерительного канала и запись разности частот в цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) 5.

Полученный результат пропорционален контролируемому параметру. После паузы, соответствующей алгоритму работы системы влагомера, с распределителя сигналов на управляющий вход блока арифметического преобразователя поступает импульс ЦАП, разрешающий индикацию

и запись на самопишущий прибор 15. Одновременно сигнал АЦП 6 индицируется на цифровом табло 7, где значение влажности фиксируется и запоминается до следующего отсчёта. Индикация выходной информации на цифровом табло является количественной мерой контролируемого компонента материала. Блок 14 питания заземлён общей шиной.

Цикл работы ёмкостного ВЧ-влажмера повторяется в вышеописанной последовательности.

Учитывая, что данный прибор опытный и его метрологическое обслуживание как средства измерений не предназначено для официального применения в сфере государственного регулирования и обеспечения единства измерений, разработчики предложенного ВЧ-влажмера для зерна и зернопродуктов калибровали и градуировали прибор в форме добровольной поверки согласно методике, приведённой в работах [31, 32].

Прибор можно эксплуатировать в лабораторных и опытно-промышленных условиях. Для компенсации влияния температур применяется терморезистор, рассчитанный на температуру до 60 °С.

Метрологические характеристики прибора

Диапазон измерения	8,0–18,5 %
Предел допускаемых значений основной погрешности	0,8 % (абс.)
Диапазон рабочей температуры	(–5...+50) °С
Масса пробы	100 г
Время установления показаний	10 с
Рабочий режим	дискретно-непрерывный
Выходной аналоговый сигнал	4–20 мА
Тип выходного интерфейса	MODBUS RTU

Предложенный в настоящей статье прибор можно успешно адаптировать для определения содержания влаги в различных сельскохозяйственных продуктах. После государственной аттестации разработанный прибор можно использовать для работы в любых производственных условиях.

Результаты исследования. Результаты применения предложенного влагомера сравнили с данными, полученными стандартным методом (высушиванием) в производственных лабораторных условиях. Для партии из 10 проб зерна пшеницы влажность составила 13–13,5 %, средняя влажность – 13,25 %. Погрешность показателя стандартного метода находились в пределах 0,5 % (абс). При измерении предложенным влагомером аналогичных проб средняя влажность оказалась 13,35 % при допустимой погрешности 0,7 % (абс). Отклонение от среднего значения влажности составило 0,1 %, разница в погрешности – в пределах $\pm 0,2$ % (абс). Таким образом, эксплуатационными службами зерноперерабатывающего производства точность предложенного влагомера признана удовлетворительной.

Выводы. Разработанный автором первичный преобразователь дал возможность создать опытный образец диэлектрического экспрессного ВЧ-влажмера для зернопродуктов. Предложенная конструкция прибора позволила проводить измерения влажности проб зерна на ленте конвейера или шнека в течение длительного времени без ухудшения параметров

с минимальной погрешностью измеряемой диэлектрической проницаемости, а следовательно, влажности.

Основные результаты измерений влажности разработанным прибором соответствуют требованиям эксплуатационных служб зерноперерабатывающего предприятия по обеспечению экспрессности и надёжности прибора.

Список источников

1. Каландаров П. И. Термогравиметрический метод измерения влажности: оценка точности и эффективность применения в агропромышленном комплексе // Метрология. 2021. № 2. С. 44–62.
2. Саитов Р. И. СВЧ-влажметрия сельскохозяйственных продуктов. Уфа: Гилем, 2009. 158 с.
3. Петров Г. П. Современное российское оборудование для определения влажности сельскохозяйственной продукции // Хлебопродукты. 2018. № 12. С. 22–25.
4. Лисовский В. В., Титовицкий И. А. Микроволновой контроль влажности в технологических процессах АПК. Минск: БГАТУ. 2013. 232 с.
5. Кричевский Е. С., Бензарь В. К., Венедиктов М. В., Галушкин С. С., Кругман И. Ю., Проскуряков Р. М., Ройфе В. С., Скрипко А. Л. Теория и практика экспрессного контроля влажности твердых и жидких материалов / Под ред. Е. С. Кричевского. М.: Энергия, 1980. 240 с.
6. Федоткин И. М., Ключков В. П. Физико-технические основы влагометрии в пищевой промышленности. Киев: Техніка, 1974. 320 с.
7. Narkevich M. Yu., Logunova O. S., Kalandarov P. I., Kalitaev A. N., Tokmazov G. V., Romanov P. Yu., Alimov O., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publ., 2021, vol. 939, no. 1, 012030.
<https://doi.org/10.1088/1755-1315/939/1/012030>
8. Каландаров П. И., Логунова О. С., Андреев С. М. Научные основы влагометрии. Ташкент: ТИИМСХ, 2021. 174 с.
9. Петров Г. П. Современное российское оборудование для определения влажности зерна // Хлебопродукты. 2015. № 12. С. 20–21.
10. Штейнберг Т. С., Леонова Т. А. Система измерения влажности зерна и зернопродуктов // Методы оценки соответствия. 2009. № 9. С. 8–11.
11. Медведевских М. Ю., Сергеева А. С., Сёмин А. А., Белецкий С. Л. Методики определения влажности пищевых продуктов на инфракрасных термогравиметрических влагомерах // Товаровед продовольственных товаров. 2019. № 1. С. 6–12.
12. Запорожец А. С., Парфенова Е. Г., Гущина М. О. Метрологическое обеспечение влагометрии продукции (в рамках требований технических регламентов Таможенного союза) // Методы оценки соответствия. 2013. № 9. С. 19–22.
13. Kalandarov P. I., Mukimov Z. M., Olimov O. N., *International Journal of Aquatic Science*, 2021, vol. 12, iss. 2, pp. 3035–3041.
<https://doi.org/10.6084/m9.figshare.15156279>
14. Serdyuk V. M., *Progress in Electromagnetics Research*, 2008, vol. 84, pp. 379–406.
<https://doi.org/10.2528/PIER08081103>

15. Искандаров Б. П., Каландаров П. И. Анализ влияния факторов на результаты измерений влажности материала на высоких частотах // Измерительная техника. 2013. № 7. С. 64–66.

16. Kalandarov P. I., Mukimov Z. M., Nigmatov A. M., *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022, pp. 810–817. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85230-6_96

17. Narkevich M. Yu., Logunova O. S., Kalandarov P. I., Gazieva R. T., Aralov G. M., Tokmazov G. V., Romanov P. Yu., Khushiev S., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publ., 2021, vol. 939, no. 1, 012031. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/939/1/012031>

18. Kalandarov P. I., Mukimov Z., Abdullaev K., Avezov N., Tursunov O., Kodirov D., Toshpulatov N., Khushiev S., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publ., 2021, vol. 939, no. 1, 012091. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/939/1/012091>

19. Голуб Е. Ю., Заболотный А. В. Компенсация «сортвой неопределённости» измерений влажности диэлькометрическими влагомерами. Часть 1. Сравнительный анализ методов определения влажности веществ // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. 2015. № 2. С. 28–35.

20. Буянтуев В. В., Шиян В. П. СВЧ влагометрия зерновых культур // Вестник науки Сибири. 2012. № 5 (6). С. 36–40.

21. Крушевский Ю. В., Бородай Я. А. Влияние массообмена воды на точность измерения влажности зерна // Наукові праці ВНТУ. 2007. № 1. С. 3.

22. Доненко А. П., Короткова Т. Г. Сравнение результатов анализа влажности зерна риса в процессе сушки по ГОСТ 26312.7-88 и с помощью влагомера зерна Pfeuffer // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2016. № 5–6. С. 70–73.

23. Каландаров П. И., Искандаров Б. П. Измерения влажности бурого угля Ангрэнского месторождения и проблемы метрологического обеспечения // Измерительная техника. 2012. № 7. С. 70–72.

24. Каландаров П. И., Макаров А. М., Аралов Г. М. Особенности автоматизированного измерения влажности зерновых культур в полевых условиях // Известия ВолгГТУ. 2021. № 1. С. 60–63. <https://doi.org/10.35211/1990-5297-2021-1-248-60-63>

25. Гуляев В. Г., Гуляев И. В. Способ экспрессного измерения влажности пневмотранспортируемого сыпучего материала в фармацевтическом производстве, основанный на эффекте Поккельса (обзор) // Разработка и регистрация лекарственных средств. 2019. Т. 8. № 3. С. 40–43. <https://doi.org/10.33380/2305-2066-2019-8-3-40-43>

26. Галушкин С. С. Диэлькометрический измеритель влажности сыпучих сред. // Записки Горного института. Т. 178. 2008. С. 130–134.

27. *Electromagnetic aquametry. Electromagnetic wave interaction with water and moist substances*, Ed. Kupfer K., Berlin, Springer, 2005, 530 p. <https://doi.org/10.1007/b137700>

28. Берлинер М. А. Измерение влажности. М.: Энергия, 1973. 400 с.

29. Насиров Т. З., Исмагуллаев П. Р., Жабборов Х. Ш. Математическая модель высокочастотного влагомера хлопковых

семян на основе схем замещения // Метрология. 2020. № 3. С. 53–70. <https://doi.org/10.32446/0132-4713.2020-3-53-70>

30. Павлов В. Л. Совершенствование метода и технических средств контроля влажности семян овощных культур / Автореф. дис. канд. сельскохозяйственных наук. (Всерос. науч.-исслед. ин-т селекции и семеноводства овощных культур, Москва, 2009).

31. Морозов С. М., Кузьмин К. А., Кочеткова Л. И., Балашова Е. В. Разработка исходных концепций метрологического обеспечения измерительных и расчетных операций при автоматизации измерений // Аграрный научный журнал. 2019. № 4. С. 87–89. <https://doi.org/10.28983/asj.y2019i4pp87-89>

32. Сергеева А. С., Вострикова Н. Л., Медведевских М. Ю. Разработка комплекса метрологического обеспечения пищевой промышленности // Эталоны. Стандартные образцы. 2021. Т. 17. № 1. С. 21–33. <https://doi.org/10.20915/2687-0886-2021-17-1-21-33>

References

1. Kalandarov P. I., *Measurement Techniques*, 2021, vol. 64(6), pp. 522–528. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01963-9>

2. Saitov R. I., *Microwave moisture measurement of agricultural products*, Ufa, Gilem Publ., 2009, 158 p. (In Russ.)

3. Petrov G. P., Modern Russian equipment for determining the moisture content of agricultural products, *Bread products*, 2018, no. 12, pp. 22–25. (In Russ.)

4. Lisowski V. V., Dicoivitsky I. A., *Microwave humidity control in industrial processes and agriculture*, Minsk, BGATU Publ., 2013, 232 p. (In Russ.)

5. Krichevsky E. S., Benzar V. K., Venediktov M. V. et al., *Teoriya i praktika jekspressnogo kontrolja vlazhnosti tverdyh i zhidkih materialov* [Theory and practice of express humidity control of solid and liquid materials], ed. E. S. Krichevsky, Moscow, Energy Publ., 1980, 240 p. (In Russ.)

6. Fedotkin I. M., Klochkov V. P., *Fiziko-tekhnicheskie osnovy vlagometrii v pishchevoi promyshlennosti* [Physical and technical fundamentals of moisture measurement in the food industry], Kiev, Technique Publ., 1974, 320 p. (In Russ.)

7. Narkevich M. Yu., Logunova O. S., Kalandarov P. I., Kalitaev A. N., Tokmazov G. V., Romanov P. Yu., Alimov O., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publ., 2021, vol. 939, no. 1, 012030. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/939/1/012030>

8. Kalandarov P. I., Logunova O. S., Andreev S. M., *Nauchnye osnovy vlagometrii* [Scientific foundations of moisture measurement], Tashkent, TIIMSH Publ., 2021, 174 p. (In Russ.)

9. Petrov G. P., Modern Russian equipment for determining grain moisture, *Bread products*, 2015, no. 12, pp. 20–21. (In Russ.)

10. Steinberg T. S., Leonova T. A., Sistema izmerenija vlazhnosti zerna i zernoproduktov [System for measuring the moisture content of grain and grain products], *Metody ocenki sootvetstvija*, 2009, no. 9, pp. 8–11. (In Russ.)

11. Medvedevskikh M. Y., Sergeeva A. S., Semin A. A., Beletsky S. L., Techniques for determining moisture content in food products with infrared thermogravimetric moisture analyzers, *Food Products Commodity Expert*, 2019, no. 1, pp. 6–12. (In Russ.)

12. Zaporozhets A. S., Parfenova E. G., Gushchina M. O., Metrologicheskoe obespechenie vlagometrii produktsii (v ramkah trebovaniy tehnikeskikh reglamentov Tamozhennogo sojuza) [Metrological support of moisture measurement of products (within the requirements of the technical regulations of the Customs Union)], *Metody ocenki sootvetstviya*, 2013, no. 9, pp. 19–22. (In Russ.)
13. Kalandarov P. I., Mukimov Z. M., Olimov O. N., *International Journal of Aquatic Science*, 2021, vol. 12, iss. 2, pp. 3035–3041. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.15156279>
14. Serdyuk V. M., *Progress in Electromagnetics Research*, 2008, vol. 84, pp. 379–406. <https://doi.org/10.2528/PIER08081103>
15. Iskandarov B. P., Kalandarov P. I., *Measurement Techniques*, 2013, vol. 56 (7), pp. 827–830. <https://doi.org/10.1007/s11018-013-0290-2>
16. Kalandarov P. I., Mukimov Z. M., Nigmatov A. M., *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2022, pp. 810–817. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85230-6_96
17. Narkevich M. Yu., Logunova O. S., Kalandarov P. I., Gazieva R. T., Aralov G. M., Tokmazov G. V., Romanov P. Yu., Khushiev S., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publ., 2021, vol. 939, no. 1, 012031. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/939/1/012031>
18. Kalandarov P. I., Mukimov Z., Abdullaev K., Avezov N., Tursunov O., Kodirov D., Toshpulatov N., Khushiev S., *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publ., 2021, vol. 939, no. 1, 012091. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/939/1/012091>
19. Holub K. Yu., Zabolotnyi O. V., Compensation of “uncertainty of substance type” of moisture measurements by capacitive moisture meters, Part 1, Comparative analysis of methods for determination of substances moisture, *Radioelectronic and computer systems*, 2015, no. 2, pp. 28–35. (In Russ.)
20. Buyantuev V. V., Shiyun V. P., SVCh vlagometrija zernovykh kul'tur [Microwave moisture measurement of grain crops], *Vestnik nauki Sibiri*, 2012, no. 5 (6), pp. 36–40. (In Russ.)
21. Krushevsky Yu. V., Borodai Ya. A., Influence of water mass transfer on accuracy of grain humidity measurement introduction, *Scientific works of Vinnytsia national technical university*, 2007, no. 1, p. 3.
22. Donenko A. P., Korotkova T. G., Comparison of analysis results of rice humidity according to GOST 26312.7-88 and using the humidity meter grain Pfeuffer, *Izvestiya vuzov. Food technology*, 2016, no. 5–6, pp. 70–73. (In Russ.)
23. Kalandarov P. I., Iskandarov B. P., *Measurement Techniques*, 2012, vol. 55(7), pp. 845–848. <https://doi.org/10.1007/s11018-012-0049-1>
24. Kalandarov, P. I., Makarov, A.M., Aralov, G. M., *Izvestia VSTU*, 2021, no. 1, pp. 60–63. (In Russ.) <https://doi.org/10.35211/1990-5297-2021-1-248-60-63>
25. Gulyaev V. G., Gulyaev I. V., *Drug development & registration*, 2019, vol. 8, no. 3, pp. 40–43. (In Russ.) <https://doi.org/10.33380/2305-2066-2019-8-3-40-43>
26. Galushkin S. S., Diel'kometricheskii izmeritel' vlazhnosti sy-puchikh sred, *Journal of Mining Institute*, 2008, vol. 178, pp. 130–134. (In Russ.)
27. *Electromagnetic aquametry. Electromagnetic wave interaction with water and moist substances*, Ed. Kupfer K., Berlin, Springer, 2005, 530 p. <https://doi.org/10.1007/b137700>
28. Berliner M. A., *Izmerenie vlazhnosti [Measurement of humidity]*, Moscow, Energy Publ., 1973, 400 p. (In Russ.)
29. Nasirov T. Z., Ismatullayev P. R., Jabborov H. S., *Measurement Techniques*, 2020, vol. 63, pp. 758–764. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01851-2>
30. Pavlov V. L., Extended abstract of candidate's dissertation in Technical Sciences (VNIISOC, Moscow, 2009). (In Russ.)
31. Morozov S. M., Kuzmin K. A., Kochetkova L. I., Balmashnova E. V., *Agrarian Scientific Journal*, 2019, no. 4, pp. 87–89. (In Russ.) <https://doi.org/10.28983/asj.y2019i4pp87-89>
32. Sergeeva A. S., Vostrikova N. L., Medvedevskikh M. Yu., *Measurement Standards. Reference Materials*, 2021, vol. 17, no. 1, pp. 21–33. (In Russ.) <https://doi.org/10.20915/2687-0886-2021-17-1-21-33>

Статья поступила в редакцию 13.12.2021; одобрена после рецензирования 24.01.2022; принята к публикации 31.01.2022.
The article was submitted 13.12.2021; approved after reviewing 24.01.2022; accepted for publication 31.01.2022.

ПОДПИСКА – 2022

- на ежемесячный научно-технический журнал
«Измерительная техника»
(печатное издание и электронная копия)

- ▶ онлайн на сайтах подписных агентств
- ▶ в редакции

Подписка через Интернет

ГК «Урал-Пресс»

«Измерительная техника»
38168 (печатное издание)
013315 (электронная копия)

www.ural-press.ru

☎ +7 (495) 789-86-36; +7 (499) 700-05-07

Агентство по распространению зарубежных изданий

www.arzi.ru

☎ +7 (495) 680-89-87; +7 (495) 631-62-55

✉ secret@arzi.ru

Агентство «Книга-Сервис»

- интернет-каталог «Пресса по подписке» www.akc.ru
- объединённый каталог «Пресса России» www.pressa-rf.ru

☎ +7 (495) 631-62-54

✉ podpiska@pressa-rf.ru

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU www.elibrary.ru

Электронно-библиотечная система «РУКОНТ» www.lib.rucont.ru

Подписка в редакции
на номера текущего года и архивные номера 2016–2021 гг.

- ▶ по телефону +7 (495) 430-28-02
- ▶ по электронной почте kersova@vniims.ru
- ▶ на сайтах www.vniims.ru, www.izmt.ru

Адрес редакции:

119361 Москва, ул. Озёрная, 46, ФГБУ «ВНИИМС»

☎ +7 (495) 781-48-70

✉ izmt@vniims.ru

www.izmt.ru