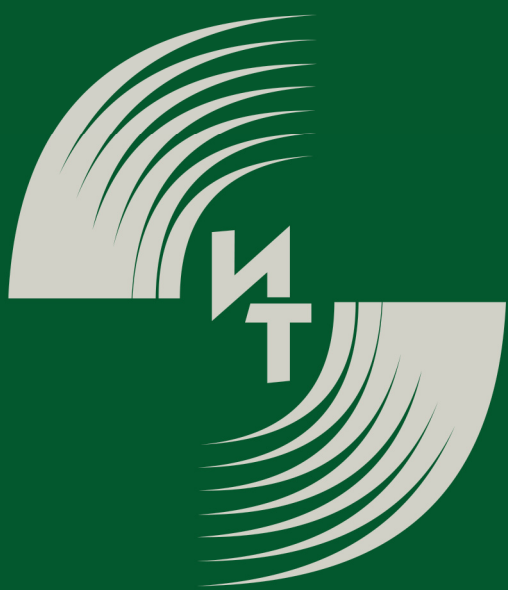




**ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА
2020
№10**





РСТ 1111 95

РОССТАНДАРТ

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА 2020

№ 10 октябрь

Ежемесячный
научно-технический
журнал

Основан в 1939 г.

Издаётся
с приложением
«Метрология»

УЧРЕДИТЕЛИ

Федеральное агентство
по техническому регулированию
и метрологии

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт метрологии
им. Д. И. Менделеева»

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт оптико-физических
измерений»

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт физико-технических и
радиотехнических измерений»

ФГУП «Всероссийский
научно-исследовательский
институт метрологической
службы»

ФГУП «Российский
научно-технический центр
информации по стандартизации,
метрологии и оценке соответствия»

Метрологическая академия

СОДЕРЖАНИЕ

ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ЭТАЛОНЫ

А. Ю. Дунаев, В. С. Бормашов, С. П. Морозова, В. Р. Гаврилов. Государственный рабочий эталон 1-го разряда единиц длины волны в диапазоне от 1,25 до 20,00 мкм и волнового числа в диапазоне от 500 до 8000 см⁻¹ 3

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТРОЛОГИИ

С. Ф. Левин. Шкала космологических расстояний. Ч. 10. Глобальная анизотропия ... 9
М. И. Калинин, Л. К. Исаяев, Ф. В. Булыгин. Размерности плоского и телесного углов и их единицы в Международной системе единиц 26

ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

М. В. Канзюба, В. Б. Лебедев. Методика измерений джиттера электронно-оптических камер 33

МЕХАНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

А. Э. Асплянян. Зависимость характеристик поршневой пары высокого давления от свойств рабочей жидкости ПЭС-3 и распределения давления в зазоре между поршнем и цилиндром 38
М. М. Беляев, А. И. Попов. Измерение покомпонентного расхода газожидкостной среды тепловым методом 43

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

А. В. Сухов, К. Ю. Сахаров, Ю. М. Золотаревский, О. В. Михеев, В. А. Туркин. Исследование неопределённости воспроизведения единицы высокого импульсного электрического напряжения 49
А. А. Елизаров, А. А. Скуридин, Э. А. Закирова. Моделирование чувствительного элемента на планарном грибовидном метаматериале для неразрушающего контроля и поиска неоднородностей в технологических средах 54

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Д. Е. Безруков, Н. С. Корнев, Н. А. Макарычев, К. В. Минеев, А. В. Назаров, Д. А. Трегубенко. Автоматизированный комплекс «Микрон» для определения погрешности микроволновых радиоинтерферометров 60
В. Н. Егоров, Е. Ю. Токарева, Ле Куанг Туен. Измерение внутренних размеров сверхвысокочастотных объёмных резонаторов 65

Главный редактор
С. С. Голубев

Редакционная коллегия:

В. И. Белоцерковский
С. И. Донченко
И. В. Емельянова
(зам. гл. редактора)
Л. К. Исаев
А. Д. Козлов
Е. П. Кривцов
В. Н. Крутиков
А. Ю. Кузин
С. В. Медведевских
А. И. Механиков
В. В. Окрепилов
В. Н. Храменков
И. А. Шайко
В. В. Швыдун

Журнал переводится
на английский язык
под названием
«Measurement
Techniques»
издательством Springer
www.springer.com/11018

Корректор *М. В. Бучная*
Компьютерная вёрстка *С. А. Мамедова*

Сдано в набор: 30.09.2020.
Подписано в печать: 26.10.2020.
Формат 60х90 1/8. Бумага мелованная. Печать офсетная.
Усл. п.л. 9,0. Уч.-изд. л. 11,3. Тир. 250 экз. Зак. 20-82р.

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-21572
от 15.07.2005.

Адрес редакции: 119361 Москва, ул. Озёрная, 46,
ФГУП «ВНИИМС»
Тел.: +7 (495) 781-48-70
e-mail: izmt@vniims.ru
www.izmt.ru

Редакция не несёт ответственности за
содержание рекламных материалов. Точка зрения
редакции может не совпадать с мнением авторов.

ООО «Типография Миттель Пресс»
127254 Москва, ул. Руставели, 14, с. 6, оф. 7

© Измерительная техника, 2020

STATE STANDARDS

A. Yu. Dunaev, V. S. Bormashov, S. P. Morozova, V. R. Gavrilov. State 1st class working standard for units of wavelength in the range from 1.25 to 20.00 μm and wavenumber in the range from 500 to 8000 cm^{-1} 3

FUNDAMENTAL PROBLEMS OF METROLOGY

S. F. Levin. Cosmological distances scale: Part 10. The global Anisotropy9
M. I. Kalinin, L. K. Isaev, F. V. Bulygin. Dimensions of plane and solid angles and their units in the International System of Units (SI)26

OPTICOPHYSICAL MEASUREMENTS

M. V. Kanzyuba, V. B. Lebedev. Jitter measurement technique for image converter streak cameras.....33

MECHANICAL MEASUREMENTS

A. E. Aslanyan. Influence of pressure distribution in the gap of piston-cylinder unit and properties of working fluid PES-3 on characteristics of high pressure piston-cylinder unit38
M. M. Belyaev, A. I. Popov. Measurement of the component-by-component flow rate of a gas-liquid medium by thermal method43

ELECTROMAGNETIC MEASUREMENTS

A. V. Sukhov, K. Yu. Sakharov, Yu. M. Zolotarevsky, O. V. Mikheev, V. A. Turkin. A study of high transient voltage unit realization uncertainty49
A. A. Yelizarov, A. A. Skuridin, E. A. Zakirova. Modeling of a sensitive element on a planar mushroom-shaped metamaterial for non-destructive testing and searching for inhomogeneities in technological media54

RADIO MEASUREMENTS

D. Ye. Bezrukov, N. S. Kornev, N. A. Makarichev, K. V. Mineev, A. V. Nazarov, D. A. Tregubenko. Automated complex "Micron" for determining measurement error of microwave radio interferometers60
V. N. Egorov, E. Yu. Tokareva, Le Quang Tuyen. The measurement of inner sizes of VHF cavity resonators.....65

Государственный рабочий эталон 1-го разряда единиц длины волны в диапазоне от 1,25 до 20,00 мкм и волнового числа в диапазоне от 500 до 8000 см⁻¹

А. Ю. Дунаев, В. С. Бормашов, С. П. Морозова, В. Р. Гаврилов

Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Российская Федерация, e-mail: dunaev@vniiofi.ru, bormashov@vniiofi.ru, morozova-m4@vniiofi.ru, gavrilov@vniiofi.ru

Представлен Государственный рабочий эталон 1-го разряда единиц длины волны в диапазоне от 1,25 до 20,00 мкм и волнового числа в диапазоне от 500 до 8000 см⁻¹, разработанный во ВНИИОФИ на основе инфракрасного фурье-спектрометра. Единицы длины волны и волнового числа рабочему эталону передаются при измерении с помощью инфракрасного фурье-спектрометра положений пиков излучения от двух лазерных источников, входящих в состав Государственного первичного специального эталона единиц длины и времени распространения сигнала в световоде, средней мощности, ослабления и длины волны для волоконно-оптических систем связи и передачи информации ГЭТ 170-2011. Рабочий эталон воспроизводит спектральную шкалу с использованием интерферограммы от встроенного He–Ne-лазера в процессе измерений спектрального распределения интенсивности внутреннего источника. Распространение шкалы длин волн 1,25–20,00 мкм и шкалы волнового числа 500–8000 см⁻¹ достигается введением соответствующих поправочных множителей к результатам измерений. Разработана и представлена поверочная схема, устанавливающая прослеживаемость средств измерений длины волны и волнового числа к ГЭТ 170-2011.

Ключевые слова: длина волны, волновое число, рабочий эталон 1-го разряда, инфракрасный фурье-спектрометр.

Введение. Инфракрасная спектроскопия широко применяется как один из наиболее эффективных и универсальных методов для количественного и качественного анализов состава веществ. Особый интерес представляют измерения спектральной излучательной способности покрытий и материалов в инфракрасной области электромагнитного спектра [1–3]. Определение спектральных характеристик оптических материалов (спектров отражения, пропускания, поглощения и др.) включает в себя измерения как по фотометрической шкале, так и по шкале длин волн. По сложившейся в настоящее время практике для аттестации шкалы длин волн в спектральной аппаратуре применяют спектральные лампы и стандартные образцы спектров поглощения.

Данная работа посвящена подходу к реализации шкалы длин волн с прослеживаемостью к Государственному первичному специальному эталону единиц длины и времени распространения сигнала в световоде, средней мощности, ослабления и длины волны для волоконно-оптических систем связи и передачи информации ГЭТ 170-2011. В рамках данного подхода во ВНИИОФИ на основе инфракрасного фурье-спектрометра PerkinElmer Spectrum GX Optica (далее – фурье-спектрометра) создан Государственный рабочий эталон 1-го разряда единиц длины волны в диапазоне от 1,25 до 20,00 мкм и волнового числа в диапазоне

от 500 до 8000 см⁻¹ (далее – РЭ), предназначенный для воспроизведения и передачи единиц длины волны и волнового числа рабочим средствам измерений.

Описание РЭ и обеспечение прослеживаемости к ГЭТ 170-2011. Основным элементом фурье-спектрометра – интерферометр Майкельсона [4, 5], в котором одно из зеркал движется с постоянной скоростью вдоль оптической оси прибора, изменяя оптическую разность хода Δx между интерферирующими лучами. При изменении разности хода лучей в результате интерференции изменяется интенсивность излучения $I(\Delta x)$, регистрируемая встроенным приёмником. При этом зависимость выходного электрического сигнала приёмника от Δx , называемая интерферограммой, является образом косинус-преобразования Фурье спектрального распределения излучения исследуемого внешнего источника в зависимости от волнового числа. При выполнении обратного косинус-преобразования Фурье полученного электрического сигнала приёмника восстанавливается измеряемый спектр излучения внешнего источника. Точность восстановления этого спектра по шкале длин волн или волновых чисел (спектральной шкале) зависит от точности измерения разности хода Δx .

Спектральное поглощение исследуемого образца определяется как отношение спектрального распределения,

Таблица 1

Технические характеристики лазеров из состава ГЭТ 170-2011

Параметр	Лазер 1	Лазер 2
Длина волны λ , мкм	1,3125912	1,54238371
Частота, ТГц	228,39743	194,36957
Волновое число k , см ⁻¹	7618,518	6483,471
Выходная мощность, мВт	8	2

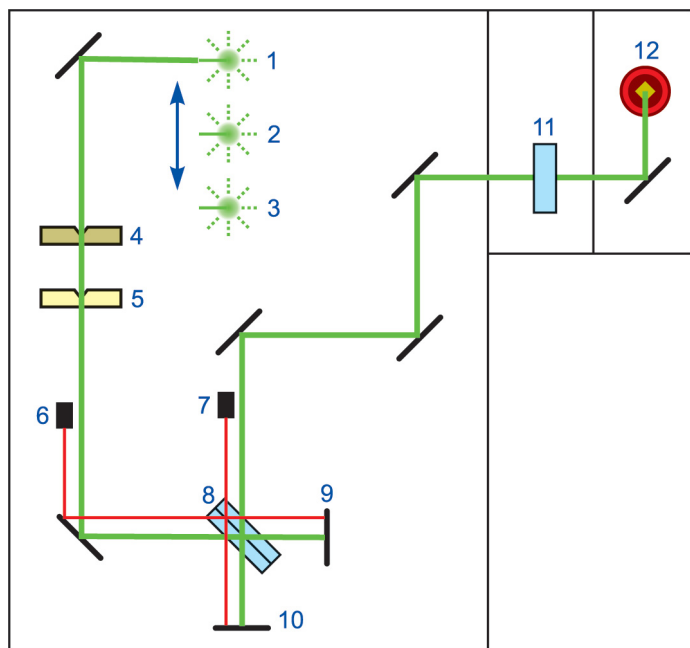


Рис. 1. Структурная схема установки на основе инфракрасного фурье-спектрометра при передаче единиц длины волны и волнового числа:

1 – источник излучения (глобар); 2, 3 – лазеры из состава ГЭТ 170-2011; 4, 5 – ирисовые апертурная диафрагма B-stop и полевая диафрагма J-stop соответственно; 6 – внутренний He–Ne-лазер; 7 – приёмник для He–Ne-лазера; 8 – светоделитель; 9, 10 – подвижное и неподвижное зеркала соответственно; 11 – мера длины волны и волнового числа; 12 – приёмник инфракрасного излучения

Fig. 1. Structural scheme of facility based on Fourier-Transform Spectrometer used for wavelength and wavenumber units dissemination 1 – radiant source (Glow bar); 2, 3 – GET 170-2011 lasers; 4, 5 – iris B-stop aperture and iris J-stop field aperture respectively; 6 – internal helium-neon laser; 7 – He-Ne laser detector; 8 – beamsplitter; 9, 10 – moving and fixed mirrors respectively; 11 – wavelength and wavenumber measure; 12 – infrared detector

полученного при размещении образца в кюветном отделении фурье-спектрометра, к спектральному распределению, полученному без образца.

Для воспроизведения спектральной шкалы требуется точное значение разности хода Δx интерферирующих лучей,

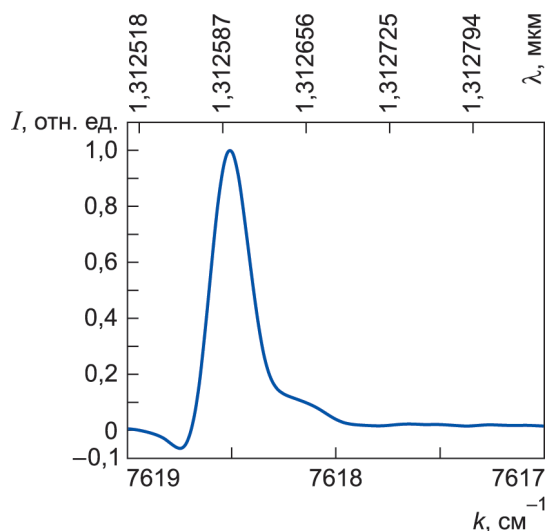


Рис. 2. Относительное спектральное распределение интенсивности I излучения лазера из состава ГЭТ 170-2011 с длиной волны 1,3125912 мкм, полученное в результате измерений с использованием инфракрасного фурье-спектрометра

Fig. 2. Relative spectral radiant intensity of laser from GET 170-2011 at wavelength of 1.3125912 μm obtained by Fourier-Transform Spectrometer

которое определяется с помощью референсного канала на основе He–Ne-лазера. Точность измерения разности хода Δx определяется точностью определения и стабильностью длины волны He–Ne-лазера референсного канала, а также постоянным во всём спектральном диапазоне фурье-спектрометра шагом дискретизации интерферограммы по волновому числу [6].

Процедура передачи единиц длины волны и волнового числа от ГЭТ 170-2011 РЭ включает в себя: измерение положения двух пиков излучения от лазерных источников из состава ГЭТ 170-2011 по шкале длин волн фурье-спектрометра; расчёт расширенной неопределённости результатов измерений положений этих пиков в единицах волнового числа и длины волны. Воспроизведение собственной спектральной шкалы РЭ достигается умножением показаний длины волны или волнового числа фурье-спектрометра на соответствующий поправочный коэффициент, который определяется методом наименьших квадратов по результатам измерений двух лазерных пиков и используется во всём рабочем спектральном диапазоне.

В качестве источников использовали два прецизионных частотно-стабилизированных полупроводниковых лазера производства Wavelength References (США) [7, 8] из состава ГЭТ 170-2011. Их технические характеристики приведены в табл. 1.

В состав фурье-спектрометра входят две ирисовые программно управляемые диафрагмы переменного диаметра – апертурная B-stop и полевая J-stop. В процессе передачи размер полевой диафрагмы J-stop выбирается так,

Таблица 2

Результаты измерений длины волны и волнового числа лазерных пиков

Параметр	Лазер 1		Лазер 2	
	k , см ⁻¹	λ , мкм	k , см ⁻¹	λ , мкм
Эталонное значение k_3/λ_3	7618,5182	1,3125912	6483,471	1,5423837
Среднее измеренное значение	7618,5190	1,3125911	6483,467	1,5423846
Полуширина	0,24	$4,3 \cdot 10^{-7}$	0,24	$5,4 \cdot 10^{-7}$
u_A, u_B	0,06	$1,0 \cdot 10^{-6}$	0,006	$1,4 \cdot 10^{-6}$
u_c	0,008	$1,4 \cdot 10^{-6}$	0,008	$1,9 \cdot 10^{-6}$

чтобы достичь наилучшего разрешения прибора, а диафрагма В-stop выбирается равной диафрагме J-stop. Таким образом, лучи лазера внутри фурье-спектрометра занимают параксиальную область. Кроме того, в кюветное отделение после интерферометра устанавливали круглую диафрагму диаметром 5 мм, предназначенную для сокращения переотражений в оптической системе. Значительный вклад переотражений обусловлен высокой пространственной когерентностью лазерного излучения.

В процессе передачи единиц длины волны и волнового числа от ГЭТ 170-2011 к РЭ лазеры из состава ГЭТ 170-2011 последовательно устанавливали на место внутреннего инфракрасного источника излучения – глобара. При измерениях спектрального поглощения использовали только внутренний инфракрасный источник излучения, при этом исследуемую меру устанавливали в кюветное отделение фурье-спектрометра (рис. 1).

Обработка массива данных измеренной интерферограммы при регистрации излучения каждого из лазеров проводилась с помощью программного обеспечения фурье-спектрометра путём обратного дискретного косинус-преобразования Фурье при сильной аподизации, максимально высоком спектральном разрешении 0,2 см⁻¹ и с минимально возможным шагом дискретизации 0,01 см⁻¹. Результирующее относительное спектральное распределение интенсивности излучения лазера с длиной волны 1,3125912 мкм представлено на рис. 2.

Результаты измерений при передаче единиц длины волны и волнового числа от ГЭТ 170-2011 к РЭ. В результате многократных измерений относительного спектрального распределения интенсивности излучения для каждого из лазерных пиков были найдены средние арифметические значения длины волны $\bar{\lambda}$ и волнового числа $\bar{k}$ в максимуме, стандартные неопределённости, оценённые по типам А и В u_A и u_B , а также суммарная стандартная неопределённость u_c в соответствии с ГОСТ Р 54500.3-2011/Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008 «Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения». Эта составляющая учитывает случайные эффекты, в том числе нестабильность частоты He–Ne-лазера.

Соответствующее среднее значение длины волны для каждого пика излучения лазеров рассчитывали по формуле

$$\bar{\lambda}_i = 10^4 / \bar{k}_i. \quad (1)$$

Множитель 10^4 в формуле (1) и последующих формулах возникает в результате того, что длина волны измеряется в микрометрах, а волновое число в обратных сантиметрах.

Проведённая оценка неопределённости результата измерений при передаче единиц длины волны и волнового

числа учитывает также систематические эффекты, оценённые по типу В. Составляющая $u_{B1}(k_i)$ учитывает точность воспроизведения длины волны каждого из эталонных лазеров из состава ГЭТ 170-2011 и выражена формулой

$$u_{B1}(k_i) = \bar{k}_i^2 u_c(\lambda) / 10^4,$$

где $u_c(\lambda) = 4,84 \cdot 10^{-8}$ мкм – суммарная стандартная неопределённость при воспроизведении единицы длины волны ГЭТ 170-2011 для обоих лазеров.

Составляющая $u_{B2}(k_i)$ обусловлена шагом дискретизации шкалы волновых чисел фурье-спектрометра и определена как

$$u_{B2}(k_i) = \delta(k_i) / \sqrt{3},$$

где $\delta(k) = 0,01 \text{ см}^{-1}$ – шаг дискретизации шкалы волновых чисел.

Соответствующие составляющие неопределённости измерений, выраженные в терминах длин волн, определяются из приведённых выше умножением на $(\bar{\lambda}_i)^2 / 10^4$.

Результаты измерений длины волны и волнового числа используемых лазеров из состава ГЭТ 170-2011 с соответствующими неопределённостями приведены в табл. 2.

Неопределённости при воспроизведении единиц длины волны и волнового числа РЭ. Реализация шкал длины волны и волнового числа РЭ осуществляется по результатам измерений разности хода интерферометра с использованием встроенного лазера в процессе измерений спектра внешнего источника. Распространение шкалы длин в диапазоне 1,25–20,00 мкм и волнового числа 500–8000 см⁻¹ достигается введением поправочных коэффициентов соответственно Π_λ , Π_k . Для нахождения воспроизводимой длины волны или волнового числа показания фурье-спектрометра необходимо умножить на соответствующий поправочный коэффициент, т. е.

$$\lambda \rightarrow \Pi_\lambda \lambda; \quad k \rightarrow \Pi_k k.$$

Для определения поправочного коэффициента Π_λ использовали метод наименьших квадратов по результатам

измерений длин волн пиков излучений первого и второго лазеров $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2$, а также их эталонных значений $\lambda_{э1}, \lambda_{э2}$, (см. табл. 2). Минимизация суммы квадратов отклонений

$$S = (\Pi_{\lambda} \bar{\lambda}_1 - \lambda_{э1})^2 + (\Pi_{\lambda} \bar{\lambda}_2 - \lambda_{э2})^2$$

приводит к следующей формуле для поправочного коэффициента:

Суммарная стандартная неопределённость поправочного коэффициента длины волны определяется выражением

$$u_c(\Pi_{\lambda}) = \frac{1}{\bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2} \left\{ [(\lambda_{э1} - 2\Pi_{\lambda} \bar{\lambda}_1) u_c(\lambda_1)]^2 + [(\lambda_{э2} - 2\Pi_{\lambda} \bar{\lambda}_2) u_c(\lambda_2)]^2 \right\}^{1/2}$$

Поправочный коэффициент к результату измерений волнового числа рассчитывается по формуле

$$\Pi_k = \Pi_{\lambda}^{-1}$$

Суммарная стандартная неопределённость поправочного коэффициента к результату измерений волнового числа определяется как

$$u_c(\Pi_k) = u_c(\Pi_{\lambda}) / (\Pi_{\lambda})^2$$

Если нижняя и верхняя границы воспроизведения значения длины волны рабочего эталона соответствуют $\lambda_{\min} = 1,25\Pi_{\lambda}$, $\lambda_{\max} = 20,00\Pi_{\lambda}$, то нижняя и верхняя границы воспроизведения действительного значения волнового числа РЭ составляют $k_{\min} = 500\Pi_k$, $k_{\max} = 8000\Pi_k$.

Суммарная стандартная неопределённость воспроизведения значения волнового числа для любой точки воспроизводимого диапазона определяется выражением

$$u_c(k) = \left[(\Pi_k \delta(k) / \sqrt{3})^2 + (k u_c(\Pi_k))^2 \right]^{1/2}$$

где $\delta(k) = 0,2 \text{ см}^{-1}$ – предел спектрального разрешения фурье-спектрометра.

Суммарные стандартные неопределённости воспроизведения значения длины волны для любой точки воспроизводимого диапазона рассчитываются по формуле

$$u_c(\lambda) = \left[(\Pi_{\lambda} \delta(\lambda) / \sqrt{3})^2 + (\lambda u_c(\Pi_{\lambda}))^2 \right]^{1/2}$$

где $\delta(\lambda)$ – предел спектрального разрешения фурье-спектрометра, определяемый выражением

$$\delta(\lambda) = \delta(k) (\bar{\lambda}_i)^2 / 10^4$$

Первичный эталон	Государственный первичный специальный эталон единиц длины и времени распространения сигнала в световоде, средней мощности, ослабления и длины волны для волоконно-оптических систем связи и передачи информации ГЭТ 170-2011 $\lambda = 0,6 \dots 1,7 \text{ мкм}$ $S_{\lambda} = 5,31 \cdot 10^{-9} \text{ мкм}$ $u_{A\lambda} = 5,31 \cdot 10^{-9} \text{ мкм}$ $u_{c\lambda} = 4,84 \cdot 10^{-8} \text{ мкм}$ $\theta_{\lambda} = 1,17 \cdot 10^{-7} \text{ мкм}$ $u_{B\lambda} = 4,81 \cdot 10^{-8} \text{ мкм}$ $U_{P\lambda} = 1,44 \cdot 10^{-7} \text{ мкм}$
	Метод прямых измерений
Рабочие эталоны 1-го разряда	РЭ 1-го разряда единиц длины волны и волнового числа $1,25 \text{--} 20,00 \text{ мкм}$ $500 \text{--} 8000 \text{ см}^{-1}$ $\Delta_{\lambda} = 3 \cdot 10^{-6} \dots 5 \cdot 10^{-4} \text{ мкм}$ $\Delta_k = 0,01 \dots 0,02 \text{ см}^{-1}$
	Метод прямых измерений
Рабочие эталоны 2-го разряда	Меры длины волны и волнового числа $1,25 \text{--} 20,00 \text{ мкм}$ $500 \text{--} 8000 \text{ см}^{-1}$ $\Delta_{\lambda} = 8 \cdot 10^{-5} \dots 2 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}$ $\Delta_k = 0,05 \dots 0,50 \text{ см}^{-1}$
	Метод прямых измерений
Средства измерений	Инфракрасные фурье-спектрометры, спектрометры и спектрофотометры $1,25 \text{--} 20,00 \text{ мкм}$ $500 \text{--} 8000 \text{ см}^{-1}$ $\Delta_{\lambda} = 1,6 \cdot 10^{-4} \dots 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}$ $\Delta_k = 0,1 \dots 1,0 \text{ см}^{-1}$

Рис. 3. Локальная поверочная схема для средств измерений длины волны и волнового числа

Fig. 3. Local accuracy chart for measurement instruments of wavelength and wavenumber

Таблица 3

Поправочные коэффициенты $\Pi_{\lambda, k}$ РЭ и расширенные неопределённости $U_p(\Pi_{\lambda, k})$ воспроизведения и передачи единиц длины волны в диапазоне 1,25–20,00 мкм и волнового числа в диапазоне 500–8000 см⁻¹

Характеристика	λ	k
$\Pi_{\lambda, k}$	0,9999998	1,0000002
$U_p(\Pi_{\lambda, k})$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-6}$
Нижняя граница диапазона	1,25 мкм	8000 см ⁻¹
Верхняя граница диапазона	20,00 мкм	500 см ⁻¹
$U_{p \min}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$ мкм	0,02 см ⁻¹
$U_{p \max}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$ мкм	0,01 см ⁻¹

Расширенные неопределённости воспроизведения значений волновых чисел и длин волн, а также поправочных коэффициентов к результатам измерений волновых чисел и длин волн рассчитываются для коэффициента охвата, равного 2, и соответствующего уровню доверия приблизительно 95 %.

Результаты выполненных в соответствии с вышеприведённым алгоритмом расчётов расширенной неопределённости воспроизведения и передачи единиц длины волны в диапазоне 1,25–20,00 мкм и волнового числа в диапазоне 8000–500 см⁻¹, а также поправочного коэффициента РЭ приведены в табл. 3.

Разработана локальная поверочная схема для представления прослеживаемости средств измерений длины волны и волнового числа к ГЭТ 170-2011 (рис. 3).

Наиболее распространенными мерами волновых чисел в диапазоне длин волн 2,5–20,0 мкм являются тонкие плёнки полистирола [9, 10] МВЧ-001 производства ВНИИОФИ. Эти меры применяют для передачи единицы длины волны фурье-спектрометрам и спектрофотометрам, а также их можно аттестовать в качестве РЭ 2-го разряда согласно представленной поверочной схеме.

Заключение. Государственный рабочий эталон 1-го разряда единиц длины волны в диапазоне от 1,25 до 20,00 мкм и волнового числа в диапазоне от 500 до 8000 см⁻¹ позволит решить проблемы аттестации аппаратуры для измерений спектрометрических величин и двухпараметровых характеристик оптических материалов по спектральной шкале в инфракрасном диапазоне.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования высокоточных измерительных технологий в области фотоники (скр.vniiofi.ru), созданного на базе ФГУП «ВНИИОФИ» при поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения № 05.595.21.0005 (уникальный идентификатор RFMEFI59519X0005).

Список литературы

1. Дунаев А. Ю., Золотаревский Ю. М., Морозова С. П., Саприцкий В. И., Фиданян Г. С., Ерикова А. А. Государственный первичный эталон единиц спектральных коэффициентов

направленного пропускания, диффузного и зеркального отражений в диапазоне длин волн от 0,2 до 20,0 мкм ГЭТ 156-2015 // Измерительная техника. 2018. № 8. С. 7–9. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it-2018-8-7-9>

2. Дунаев А. Ю., Золотаревский Ю. М., Морозова С. П., Саприцкий В. И., Фиданян Г. С., Ерикова А. А. Спектрофотометрические установки Государственного первичного эталона единиц спектральных коэффициентов направленного пропускания, диффузного и зеркального отражений в диапазоне длин волн от 0,2 до 20,0 мкм ГЭТ 156-2015 // Измерительная техника. 2018. № 11. С. 6–10.

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-11-6-10>

3. Malcolm White, Marek Smid, and Geiland Porrovecchio, *Metrologia*, 2012, vol. 49, pp. 779–784.

<https://doi.org/10.1088/0026-1394/49/6/779>

4. Kaplan S. G., Hanssen L. M., and Datla R. U., *Appl. Opt.*, 1997, vol. 36, no. 34, pp. 8896–8908. <https://doi.org/10.1364/AO.36.008896>

5. Hollberg L., Oates C. W., Wilpers G., Hoyt C. W., Barber Z. W., Diddams S. A., Oskay W. H., and Bergquist J. C., *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2005, 38, S469.

<https://doi.org/10.1088/0953-4075/38/9/003>

6. Купцов А. Х., Жижин Г. Н. Фурье-спектры комбинационного рассеяния и инфракрасного поглощения полимеров. Справочник. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 656 с.

7. Глазов А. И., Григорьев В. В., Иванов В. С., Кравцов В. Е., Митюреев А. К., Тихомиров С. В., Крутиков В. Н. Эталонная база ВНИИОФИ в области волоконно-оптических систем передачи информации // Фотон-экспресс. 2015. № 8(128). С. 18–21.

8. Balling P., Fischer M., Kubina Ph, and Holzwarth R., *Opt. Express*, 2005, vol. 13, no. 23, pp. 9196–9201.

<https://doi.org/10.1364/OPEX.13.009196>

9. Changjiang Zhu and Leonard M. Hanssen, *AIP Conference Proceedings*, 430, 491 (1998). <https://doi.org/10.1063/1.55714>

10. Isaksson T., Yang H., Kemeny G. J., et al., *Applied Spectroscopy*, 2003, vol. 57(2), no. 2, pp. 176–185.

<https://doi.org/10.1366/000370203321535097>

References

1. Dunaev A. Yu., Zolotarevskii Yu. M., Morozova S. P., Sapritskii V. I., Fidanyan G. S., and Erikova A. A., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 8, pp. 751–754.

<https://doi.org/10.1007/s11018-018-1496-0>

2. Dunaev A. Yu., Zolotarevskii Yu. M., Morozova S. P., Sapritskii V. I., Fidanyan G. S., and Erikova A. A., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 61, no. 11, pp. 1045–1051.

<https://doi.org/10.1007/s11018-019-01547-8>

3. Malcolm White, Marek Smid, and Geiland Porrovecchio, *Metrologia*, 2012, vol. 49, pp. 779–784.

<https://doi.org/10.1088/0026-1394/49/6/779>

4. Kaplan S. G., Hanssen L. M., and Datla R. U., *Appl. Opt.*, 1997, vol. 36, no. 34, pp. 8896–8908. <https://doi.org/10.1364/AO.36.008896>

5. Hollberg L., Oates C. W., Wilpers G., Hoyt C. W., Barber Z. W., Diddams S. A., Oskay W. H., and Bergquist J. C., *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2005, 38, S469.

<https://doi.org/10.1088/0953-4075/38/9/003>

6. Kuptsov A. Kh., Zhizhin G. N., *Handbook of Fourier Transform Raman and Infrared Spectra of Polymers*, Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 656 p. (in Russian).

7. Glasov A. I., Grigorev V. V., Ivanov V. S., Kravtsov V. E., Mityurev A. K., Tikhomirov S. V., Krutikov V. N., *Photon-Express*, 2015, no. 8 (128), pp. 18–21 (in Russian).

8. Balling P., Fischer M., Kubina Ph., and Holzwarth R., *Opt. Express*, 2005, vol. 13, no. 23, pp. 9196–9201.
<https://doi.org/10.1364/OPEX.13.009196>

9. Changjiang Zhu and Leonard M. Hanssen, *AIP Conference Proceedings*, 430, 491 (1998).

<https://doi.org/10.1063/1.55714>

10. Isaksson T., Yang H., Kemeny G.J., et al., *Applied Spectroscopy*, 2003, vol. 57(2), no. 2, pp. 176–185.

<https://doi.org/10.1366/000370203321535097>

Дата поступления: 03.06.2020.

Дата принятия: 10.07.2020.

State 1st class working standard for units of wavelength in the range from 1.25 to 20.00 μm and wavenumber in the range from 500 to 8000 cm^{-1}

Aleksandr Yu. Dunaev, Vitaly S. Bormashov, Svetlana P. Morozova, Valery R. Gavrilov

All-Russia Research Institute for Optical and Physical Measurements, Moscow, Russian Federation,
e-mail: dunaev@vniiofi.ru, bormashov@vniiofi.ru, morozova-m4@vniiofi.ru, gavrilov@vniiofi.ru

The 1st class Working Standard for units of wavelength in the range from 1.25 to 20.0 μm and wavenumber in the range from 500 to 8000 cm^{-1} developed in VNIIOFI based on Fourier-Transform Infrared Spectrometer is presented. Dissemination of wavelength and wavenumber units to the 1st class Working Standard is carrying out from FTIR-spectrometer measurements of two peaks of lasers from the State primary special standard of units of signal propagation length and duration in the optical fiber of the average power, attenuation and wavelength for optical fiber communication systems and information transmission GET 170-2011. Spectral scale realization by the Working Standard is carrying by interferogram of internal He–Ne-laser during spectral intensity measurements of internal source. Dissemination for units of wavelength in the range from 1.25 to 20.00 μm and wavenumber in the range from 500 to 8000 cm^{-1} is provided by corresponding correction factor to measurement results. The developed accuracy chart that set traceability for wavelength and wavenumber measurement instruments to GET 170-2011 is presented.

Key words: wavelength, wavenumber, 1st class working standard, FTIR-spectrometer.

Шкала космологических расстояний. Ч. 10. Глобальная анизотропия

С. Ф. Левин

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Российская Федерация,
e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

Дан краткий обзор истории возникновения и развития шкал космологических расстояний на основе красного смещения. Рассмотрены статистические аспекты проблемы калибровки шкал космологических расстояний и приведена аналогия с проблемами калибровки средств измерений. Охарактеризована проблема количественного оценивания погрешностей неадекватности математических моделей объектов измерений. Проанализированы данные, по которым обнаружено ускоренное расширение Вселенной. Оценены последствия анизотропии шкалы космологических расстояний.

Ключевые слова: фотометрическое расстояние, сверхновые SN Ia, красное смещение, модель Фридмана–Робертсона–Уокера, анизотропия, приближение Хекмана, интерполяционная модель, параметр Хаббла, параметр замедления.

Введение. История шкал космологических расстояний на основе красного смещения z в спектрах внегалактических источников началась с обнаружения В. Слайфером фиолетового смещения «туманности Андромеды» [1]. К 1917 г. В. Слайфер установил красное смещение пятнадцати галактик и фиолетовое смещение трёх. Широкую известность открытие приобрело благодаря А. С. Эддингтону [2]. Ранее А. Фридман для уравнений Гильберта–Гроссмана–Эйнштейна получил модель «нестационарной Вселенной», предсказывающую красное смещение как эффект Доплера [3]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) - \frac{\Lambda c^2}{3} &= 0; \\ \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^2 - \frac{8\pi G \rho + \Lambda c^2}{3} + k \left(\frac{c}{a} \right)^2 &= 0; \\ \frac{d\rho}{dt} &= -3H \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где a – масштабный фактор; t – время; ρ – средняя плотность; k – индекс кривизны; P – давление вещества и излучения; Λ – космологический член; c – скорость света.

В 1923 г. К. Ланцош для индекса $k = +1$ [4] и Г. Вейль для статической модели де Ситтера [5] высказали гипотезу о линейной зависимости красного смещения z от расстояния до внегалактических источников.

В 1927 г. Ж. Леметр, ознакомившись с исследованиями В. Слайфера, Э. Хаббла и Х. Шепли по красному смещению в спектрах галактик, опубликовал теорию расширяющейся

Вселенной, повторившую результат А. Фридмана, и тоже предсказал пропорциональность скорости разбегания галактик расстоянию до них [6]. Такую же оценку годом позже, используя данные Э. Хаббла 1926 г., дал и Г. Робертсон [7].

К 1929 г. таблица Э. Хаббла включала двадцать галактик с красным смещением и четыре с фиолетовым при надёжно определённых фотометрических расстояниях D_L . Галактики с фиолетовым смещением были исключены, и это позволило Э. Хабблу установить закон красного смещения:

$$cz = H_0 D_L, \quad (2)$$

где $H_0 = (530 \pm 60) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ – постоянная Хаббла; c – скорость света [8].

Э. Хаббл группировал данные и по направлениям, но безрезультатно. В итоге по наблюдаемым звездным величинам m галактик, радиогалактик и квазаров для фотометрического расстояния $D_L = 10^{-5+0,2(m-M)} \text{ Мпк}$, где M – абсолютная звездная величина, диаграмма Хаббла приняла стандартный вид с наклоном 0,2 [9]:

$$\lg(cz) = (\lg H_0 - 5 - 0,2M) + 0,2m.$$

Вторым важным открытием в истории шкал космологических расстояний стало условие Чандрасекара [10], давшее основания считать вспышки некоторых типов сверхновых «стандартными свечами».

В середине 1930-х гг. модель (1) подверглась независимому анализу [11–14] и получила название – модель Фридмана–Робертсона–Уокера.

В 1942 г. О. Хекман дал приближенное решение модели (1) разложением по формуле Тейлора с параметром замедления q_0 [15]:

$$D_L \approx (c/H_0) [z + 0,5(1-q_0)z^2]. \quad (3)$$

В 1956 г. постоянная Хаббла H_0 и параметр замедления q_0 были стандартизованы для космологических моделей [16, 17], причём была получена оценка $q_0 = 2,6 \pm 0,8$ [18]. А в 1958 г. «революцию» в космологии произвело строгое решение В. Маттига для «обычного» вещества [19]:

$$D_L(z) = [c/(H_0 q_0^2)] [q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{2q_0 z + 1} - 1)].$$

Дело в том, что уравнение энергии Фридмана при нормировании критической плотностью $\rho_{кр}$, определяющей индекс кривизны, характеризуется параметрами массы и «тёмного» вещества $\Omega_M = \rho/\rho_{кр}$, «тёмной» энергии $\Omega_\Lambda = (8\pi G \Lambda c^2)/\rho_{кр}$ и кривизны $\Omega_k = -kc^2/(aH)^2$, где H – относительная производная масштабного фактора, причём $H(t_0) = H_0$. Для этих параметров соблюдается условие $\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$.

Последующие уточнения фотометрических расстояний привели к тому, что к середине 1970-х гг. оценки H_0 и q_0 уменьшились соответственно до $50 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ и $0,03 \pm 0,4$ [7].

В 1960 г. Ф. Хойл на 44-х Гэтриевских лекциях в Лондонском физическом обществе предложил модель для анализа параметра кривизны пространства [20]:

$$cz = H_0 r + K r^2, \quad (4)$$

где $r = D_L$; K – параметр нелинейности.

И два года спустя А. Сэндейдж обнаружил отклонение от закона Хаббла $(cz - H_0 r)|_{r \approx 1 \text{ млрд св. лет}} \approx 10^4 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$ [21]. При этом оказалось, что $K/c = 3,73 \cdot 10^{-46} \approx (H_0/c)^2 = 3,38 \cdot 10^{-46} \text{ [км}^{-2}\text{]}$. В случае строгого равенства отсюда следовало бы $z = [1 - (H_0/c)D_L]^{-1} - 1$. Однако обобщённой интерполяционной моделью с параметром формы α [22] стала модель вида

$$z = [1 + \alpha^{-1}(H_0/c)D_L]^\alpha - 1 \text{ или } D_L = \alpha(c/H_0) [(1+z)^{1/\alpha} - 1]. \quad (5)$$

В 1985 г. среди сверхновых удалось выделить тип SN Ia [23–25], отличавшийся значительно меньшим разбросом яркостей, что дало надежду на повышение точности шкалы космологических расстояний. И в конце 1980-х гг. была создана группа Supernova Cosmology Project (SCP) С. Перлмуттера [26], а в середине 1990-х – группа High-Z Supernova Search Team (HZSN), которую в 1996 г. возглавил Б. Шмидт [27], и в её составе был А. Рисс [28]. Обе группы решали проблему восстановления кривых светимости сверхновых типа SN Ia для нахождения максимума их яркости. Только тогда по условию Чандрасекара [10] их можно использовать как стандарт абсолютной звёздной величины для определения фотометрического расстояния.

К началу 1990 гг. модель Фридмана–Робертсона–Уокера приобрела современный вид [29]:

$$D_L = \frac{c}{H_0} \frac{1+z}{\sqrt{|\Omega_k|}} \begin{cases} \sin \varphi(z), & \Omega_k < 0; \\ \varphi(z), & \Omega_k = 0; \\ \text{sh} \varphi(z), & \Omega_k > 0; \end{cases} \quad (6)$$

$$\varphi(z) = \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^z \frac{dz'}{[(1+z')^2 (1 + \Omega_M z') - z'(2+z')\Omega_\Lambda]^{-1/2}} dz'.$$

В 1998 г. группа HZSN обнаружила ускорение расширения Вселенной и, используя и данные группы SCP, методом минимума χ^2 Рисса при $\chi^2 = 1,04$ получила $H_0 = (63,7 \pm 1,3) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, $\Omega_M = 0,72_{-0,56}^{+0,44}$ и $\Omega_\Lambda = 1,48_{-0,68}^{+0,56}$ [30]. Для меньшего значения статистики $\chi^2 = 1,03$ в [30] было указано только $q_0 = -1,34 \pm 0,40$ и $\Omega_M = 0,17 \pm 0,09$ при $\Omega_k = 0$.

В 1999 г. группа SCP для минимума статистики χ^2 получила оценки $\Omega_M = 0,73$ и $\Omega_\Lambda = 1,32$ при $H_0 = 63 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [31].

В конце концов, для «плоской Вселенной» $\Omega'_M + \Omega'_\Lambda = 1$ из физических соображений оценки были сведены к $\Omega'_M = 0,24 \pm 0,10$ с увеличением χ^2 до 1,17 при $H_0 = (65,2 \pm 1,3) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [30] и $\Omega'_M = 0,28_{-0,08}^{+0,09}$ [31]. А в нобелевской лекции [26] было пояснено: «Казалось, что самые первые данные вблизи $z=0,4$ свидетельствуют о замедляющейся Вселенной без космологической постоянной. Однако измеренные 7 точек давали слишком большой разброс. Даже одна хорошо промеренная на телескопе имени Хаббла сверхновая на вдвое большем красном смещении $z=0,83$ стала свидетельствовать о совсем другой истории расширения. Только после измерения 42 сверхновых стало окончательно ясно, что далекие SN Ia свидетельствуют об ускоренном расширении Вселенной, в которой доминирует космологическая постоянная, а не обычное вещество».

В нобелевской лекции [28] А. Рисса со ссылкой на статью [30] об открытии ускоренного расширения приведён рисунок с диаграммами Хаббла, «на которые нанесены сверхновые, измеренные обеими группами». Однако этот рисунок не совпадает с рисунком в статье [30] и данными, указанными там же в табл. 8 «Космологические результаты».

Б. Шмидт, назвав модель (3) «традиционной», отметил в лекции [27]: «в обсуждениях с членами SCP в 1996 году стало ясно, что мы пытались решить одни и те же статистические проблемы – не то что они не были решены наукой, это мы были на новой для нас территории и изо всех сил пытались выяснить их решение».

В заключение Б. Шмидт подчеркнул [27]: «Открытие ускоренного расширения Вселенной вызвало огромное количество теоретических исследований. К сожалению, явного прорыва в нашем понимании этой проблемы пока не произошло – космическое ускорение остается столь же загадочным, что и в 1998 г. Будущие эксперименты более точно проверят согласие плоской Λ CDM-модели с данными наблюдений. Не исключено, что возникнет разногласие, отвергающее космологическую постоянную как причину ускоренного расширения, и теоретикам необходимо будет

объяснять этот фундаментальный результат. Надо будет ждать теоретического озарения, которое по-новому истолкует стандартную космологическую модель, возможно, с помощью информации, полученной от совершенно неожиданного источника».

И такой источник ещё Э. Хаббл подозревал в анизотропии.

К 2016 г. в космологии сложилась ситуация, которую В. Фридман назвала тупиковой [32, 33]. Дело в том, что А. Рисс со значительно обновлённой группой сотрудников предпринял попытку увеличения точности оценки параметра Хаббла [34] и перешел к разложению модели (6) при $\Omega_k=0$ в ряд Тейлора с параметром j_0 толчка [35]:

$$D_L(z)=(c/H_0)[z+(1-q_0)z^2/2-(1-q_0-3q_0^2+j_0)z^3/6]. \quad (7)$$

Это дало новую оценку $H_0=(73,24\pm 1,24) \text{ км}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Мпк}^{-1}$, которая значимо отличалась от прежней оценки $H_0=(65,2\pm 1,3) \text{ км}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Мпк}^{-1}$ [30] и от оценки в эксперименте Planck $H_0=(67,8\pm 0,9) \text{ км}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Мпк}^{-1}$ [36–38]. Именно это и привело к дискуссии с группой В. Фридман.

Ситуацию усложняли «дегенерация стандартной Λ CDM-модели» [39] и рассогласование углового спектра мощности микроволнового фонового излучения на больших масштабах [40]. К этому следует добавить несоответствие «принятых в космологии оценок точности» шкал фактическому рассеянию результатов определения фотометрических расстояний относительно расчетных значений по красному смещению почти на порядок, отсутствие проверки на неадекватность и некорректная параметризация моделей, а также их фрагментарность [41–43].

В настоящее время дискуссия о кризисе в космологии не утихает. В 2018 г. по корреляции между яркостью скоплений галактик в рентгеновском диапазоне и температурой окружающего их газа, для определения которой космологические тесты не требуются, была обнаружена анизотропия оценок параметров H_0 , Ω_M [44], причём максимальная вариация D_L по модели (3) составила порядка $(16\pm 3) \%$ [45]. В последние годы были подняты не только вопросы, касающиеся статистической методологии [46], но и заявлено, что анизотропия локальной Вселенной неверно интерпретируется как тёмная энергия [47] и «что предположение о плоской Вселенной может маскировать космологический кризис, когда разрозненные наблюдаемые свойства Вселенной кажутся взаимно несовместимыми» [48].

В этой связи уточним, что дала для анализа ситуации калибровка (градуировка) шкал космологических расстояний по данным [30, 31] методами калибровки средств измерений (СИ) [49], разработанными до обнаружения ускоренного расширения Вселенной. К этой аналогии можно было бы не обращаться, если бы многие принятые в космологии оценки точности шкал этого типа не расходились с фактическим рассеянием результатов относительно расчётных значений почти на порядок. Если бы сложившуюся за последние годы в космологии ситуацию не называли тупиковой [32, 33, 38, 41]. Если бы аналогичная ситуация не

складывалась при калибровке СИ [49]. Если бы ключевой в обоих случаях не была бы проблема неадекватности математических моделей [43].

Неадекватность модели согласно VIM-3 [50] характеризует дефинициальная неопределённость:

«2.27 дефинициальная неопределённость – составляющая неопределённости измерений, являющаяся результатом ограниченной *детализации* в определении измеряемой величины».

Примечания: 1. Дефинициальная неопределённость есть практический минимум неопределённости измерений при *любом измерении* данной величины. 2. *Любое* изменение *детализации* в определении величины ведет к другой дефинициальной неопределённости».

Отсюда однозначно следует, что если не указать дефинициальную (дефинитную) неопределённость измерения, то «неопределённость измерения в целом» останется неизвестной, непознанной величиной [43].

В Руководстве по выражению неопределённости измерения [52] эта проблема «решена» чрезвычайно просто: **эта** неадекватность **должна быть** пренебрежимо мала по сравнению с требуемой точностью измерения, а «уравнение измерения» **должно быть** под статистическим контролем (вот только примеров этого контроля в [52] нет).

В то же время в соответствии с Р 50.2.004-2000 «ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами. Основные положения» **неопределённость в широком смысле** характеризует распределение вероятностей, а **неопределённость в узком смысле** – параметр рассеяния этого же распределения [53]. Но расчёты «по **плотности распределения** (С.2.5)» [52] связаны в методе максимального правдоподобия с нормальной гипотезой и не вписываются в пределы допустимых погрешностей ($P=1$) для рабочих СИ.

И теперь проблема состоит в том, действительно ли согласно ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010-2011 «Менеджмент риска. Методы оценки риска» Руководство [52] **окончательно** переведено в разряд **неприменимых** для калибровки СИ **при необходимости учёта риска** статистических предположений, ложного принятия или ложного отклонения решений о соответствии по ГОСТ ISO/IEC 17025-2019 «Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий», в котором требуется **объективная** оценка вероятности рисков. Для решения проблемы подошла бы статистическая проверка параметрических и непараметрических гипотез, но в [52] статистической проверки гипотез нет. Это – проблема логики статистического вывода при идентификации функциональных и вероятностных моделей.

И эта проблема тоже была «решена чрезвычайно просто»: в ГОСТ Р 58771-2019 «Менеджмент риска. Технологии оценки риска», заменившем ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010-2011, число методик оценивания риска увеличено до 41, переименован

перечень недостатков в более широкий перечень ограничений и исключена таблица с оценками неприменимости байесовского анализа и метода Монте-Карло.

Измерительная задача калибровки. Построение шкалы космологических расстояний $D_L(z)$ – двухэтапная процедура, идентичная калибровке СИ [50]:

«2.39 **калибровка** – операция, в ходе которой при заданных условиях на первом этапе устанавливают соотношение между значениями величин с неопределенностями измерений, которые обеспечивают эталоны, и соответствующими показаниями с присущими им неопределенностями, а на втором этапе на основе этой информации устанавливают соотношение, позволяющее получать результат измерения исходя из показания».

Примечание 1. Калибровка может быть выражена как утверждение, *функция калибровки, диаграмма калибровки, калибровочная кривая* или *таблица калибровки*. В некоторых случаях она может включать аддитивную или мультипликативную *поправку к показаниям* с соответствующей неопределенностью. ... Примечание 3. *Часто только первый этап* в приведенном выше определении *понимается как калибровка*».

Определение можно было бы не цитировать, если бы не проблемы, связанные с выделенными курсивом элементами определения термина.

1. Слова «при заданных условиях» указывают на необходимость воспроизводить испытательным оборудованием с требуемой точностью набор влияющих величин. А калибровку СИ «*часто*» проводят в так называемых нормальных условиях по методикам поверки [51]. При этом «*часто*» – еще мягко сказано.

2. Соотношением, полученным *на первом этапе* в виде таблицы, калибровка «*часто*» и заканчивается (см. [50, п. 2.39, Примечание 3]), что, с учётом статуса первоисточника (VIM-3) может означать то ли недобросовестность, то ли непрофессионализм в международном масштабе. Ведь таблица даёт соответствие между любым показанием и «значениями величин..., которые обеспечивают эталоны», только тогда, когда она содержит все (!) возможные показания СИ для всех возможных сочетаний получаемых значений измеряемой величины X и влияющих величин и величин, «которые обеспечивают эталоны», $X_1, \dots, X_N$. А соотношение, полученное *на втором этапе*, должно представлять собой функцию для исправленного результата $Y = F(X_1, \dots, X_N)$. Это – калибровочная кривая, которую ещё надо дополнить до диаграммы калибровки.

3. Согласно [52, п. 2.2.1] «слово «неопределенность» означает **сомнение**, и, таким образом, в широком смысле «неопределенность измерения» означает сомнение в достоверности результата измерения. Специальные термины для величин, характеризующих количественную меру такого сомнения (например, стандартного отклонения),

отсутствуют, поэтому слово «неопределенность» используют и в указанном широком смысле, и в смысле некоторой количественной меры». При этом согласно [52, п. 3.3.5] «... стандартную неопределенность типа А рассчитывают по **плотности распределения** (С.2.5), полученной из **распределения частот** (С.2.18), а стандартную неопределенность типа В – по предполагаемой плотности распределения, отражающей степень **уверенности** в появлении того или иного события [часто называемой субъективной **вероятностью** (С.2.1)]. Оба подхода являются общепринятой интерпретацией понятия вероятности».

4. Функция $Y = F(X_1, \dots, X_N)$ фактически является градуировочной характеристикой СИ. Это – проблема получения *якобиана* функционального преобразования для «уравнения измерения» в [52] и проблема построения *композиции* распределений аргументов $X_1, \dots, X_N$, так как результат измерения после калибровки СИ – это не просто исправленное значение измеряемой величины, а еще и распределение вероятностей его возможных значений [50]:

«2.9 (3.1) **результат измерения** – набор значений величины, приписываемых измеряемой величине вместе с любой другой доступной и существенной информацией».

Примечание 1. Обычно результат измерения содержит «существенную информацию» о наборе значений величины, такую, что некоторые из этих значений могут в большей степени представлять измеряемую величину, чем другие. Это может быть выражено **плотностью распределения вероятностей** (probability density function, PDF)».

И по аналогии с погрешностью неадекватности [43] эта составляющая *дефиниционной неопределённости* PDF или её функции *распределения вероятностей*, как нормируемой функции, может быть названа непараметрической и обозначена символом $u_{d.f.}$. Соответственно решение проблемы $u_{d.f.}$ изменяет распределения вероятностей, которые могут быть исходными данными для метода Монте-Карло.

5. Согласно РМГ 29-2013 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения» результатом калибровки СИ является диаграмма:

«4.30 **диаграмма калибровки** – графическое выражение соотношения между показанием и соответствующим результатом измерения».

Примечание 1. Диаграмма калибровки является полосой на схеме, определяемой осью показаний и осью результатов измерений, и представляет соотношение между показанием и набором измеренных значений величины. Она соответствует отношению «один–множество», а ширина полосы для данного показания даёт *инструментальную неопределенность*.

Примечание 2. Альтернативные представления этого соотношения включают *калибровочную кривую*

и связанную с ней неопределенность измерений, таблицу калибровки или набор функций.

Примечание 3. Это понятие относится к калибровке, когда *инструментальная неопределенность значительна* по сравнению с неопределенностями измерений, связанными со значениями величины, полученными от эталона.

Этот пункт представляет уже две проблемы.

Должна ли «ширина полосы» учитывать не только инструментальную, но и дефиниционную неопределенность калибровочной кривой? По аналогии с погрешностью неадекватности [43] эта составляющая дефиниционной неопределенности может быть названа параметрической и обозначена символом u_{d-f} . Проблема учёта этой составляющей дефиниционной неопределенности идентична «проблеме Ω_p » [54].

Согласно МИ 187-86 «МУ ГСИ. Средства измерений. Критерии достоверности и параметры методик поверки», п. 2.2: « Ω_p – допускаемая при выборе плана измерений разность наибольшего модуля непрерывной нормализованной функции систематической составляющей основной погрешности в диапазоне измерений СИ и его значения в соседней поверочной (калибровочной – авт.) точке».

6. Катахреза слова «измерение» в словосочетаниях типа «косвенное измерение» является источником проблем «видов и методов измерений», «измерений и вычислений».

В определении термина «2.5 метод измерений» VIM-3 [50] *смешаны метод замещения, дифференциальный метод и нулевой метод* согласно определениям РМГ 29-2013 с методами решения измерительных задач – *методом прямых измерений и методом косвенных измерений* согласно определениям Р 50.2.004-2000 «ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения» и названиям ГОСТ 8.061-80 «ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение»:

«2.5 (2.6) **метод измерений** – общее описание логической последовательности операций при измерении.

Примечание. Методы измерений могут быть следующих видов:

метод измерений замещением; дифференциальный метод измерений; нулевой метод измерений; **или** метод прямых измерений; метод косвенных измерений».

Достаточно проанализировать определения РМГ 29-2013:

4.5 метод измерений – прием или совокупность приемов сравнения измеряемой величины с ее единицей или соотношения со шкалой в соответствии с реализованным принципом измерений.

4.6 метод сравнения (с мерой) – метод измерений, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой.

4.7 нулевой метод (измерений) – метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия измеряемой величины и меры на средство сравнения доводят до нуля.

4.8 метод измерений замещением; метод замещения – метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают мерой с известным значением величины.

4.10 дифференциальный метод измерений – метод измерений, при котором измеряемая величина сравнивается с однородной величиной, имеющей известное значение, незначительно отличающееся от значения измеряемой величины, при котором измеряется разность между этими двумя величинами.

А вот определения терминов «прямое измерение» и «косвенное измерение» РМГ 29-2013 с примечаниями:

4.19 прямое измерение – *измерение*, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно от средства измерений.

Примечания: 1. Термин прямое измерение возник как противоположный термину косвенное измерение. **Строго говоря, измерение всегда прямое** и рассматривается как сравнение величины с ее единицей или шкалой. В этом случае лучше применять термин *прямой метод измерений*. 2. В основу разделения измерений на прямые, косвенные, совместные и совокупные может быть положен вид модели измерений. В этом случае граница между косвенными и прямыми измерениями размыта, поскольку большинство измерений в метрологии относится к косвенным, поскольку подразумевает учет влияющих факторов, введение поправок и т. д.

4.20 косвенное измерение – *определение* искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.

Примечание – Во многих случаях вместо термина «косвенное измерение» применяют термин «косвенный метод измерений».

Но «прямое измерение – измерение», а «косвенное измерение – определение»? И если «строго говоря, измерение всегда прямое», то почему бы *прямое измерение* так и называть – просто «*измерение*»?

В ГОСТ 8.061-80 используются названия «метод прямого измерения» и «метод косвенного измерения», а их определения как *методов решения измерительных задач* в Р 50.2.004-2000 отличаются введением «вычислительного компонента»:

5.1 Метод прямого измерения – Метод решения измерительной задачи одним из методов измерений (нулевого, замещения) без использования вычислений и введения поправок по данным вспомогательных измерений.

5.2 Метод косвенного измерения – Метод решения измерительной задачи на основе измерений физических величин, функционально связанных с искомой величиной в явном виде, путем вычислений по уравнению связи.

На принципиальные различия *измерений* и *вычислений* обращали внимание Пифагор, И. Ньютон, Л. Эйлер, А. Лебег, А. Н. Колмогоров и др., а на *физику* и *математику* погрешностей градуировки – П. В. Новицкий. **Смещение** этих понятий – смещение «**реального и идеального**» по признаку подобия – стало парадоксом гомоморфизма и причиной нерешённости в [52] проблемы «**врождённой**» **неопределённости** «на любом уровне детализации определения измеряемой величины» в количественном отношении и отсутствия комментариев к ней в VIM-3.

Таким образом, в сухом остатке – десяток проблем и понимание того, почему в «международном масштабе» с их решением *часто* не связываются, ограничиваясь «таблицей калибровки». Но корень этих проблем – в погрешности неадекватности в широком смысле или дефиниционной неопределённости в узком смысле.

Тем не менее, специфика калибровки, хотя и не без казусов «измерения», в некоторой степени отражена согласно ГОСТ Р 54500.3.2-2013/Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008/Дополнение 2:2011 «Неопределённость измерения. Ч. 3. Руководство по выражению неопределённости измерения. Дополнение 2. Обобщение на случай произвольного числа выходных величин» термином:

«3.12 **модель многоступенчатого измерения** – модель измерения, состоящая из последовательности подмоделей, связанных между собой таким образом, что выходные величины подмодели одной ступени являются входными величинами подмодели следующей ступени.

Пример – Измерение, включающее в себя процедуру калибровки, может рассматриваться как двухступенчатое. Для первой подмодели значениями входных величин являются передаваемые от эталонов и соответствующие им показания средства измерений, а выходными величинами – параметры калибровочной функции (градуировочной характеристики). Эта подмодель определяет способ определения выходных величин по входным величинам, например решением системы уравнений, получаемых при применении метода наименьших квадратов. Входными величинами второй подмодели являются параметры калибровочной функции и новое показание средства измерений, а выходной величиной – измеряемая величина, для получения значения которой было применено средство измерений».

При калибровке шкалы космологических расстояний на основе красного смещения SN Ia по модели Фридмана–Робертсона–Уокера (6) роль эталонов играют сверхновые типа SN Ia, кривые светимости которых на *первом этапе* подвергают структурно-параметрической идентификации по условию Чандрасекара для определения фотометрического расстояния D_L . А на *втором этапе* решается задача параметрической идентификации характеристики положения модели зависимости D_L от красного смещения z в спектрах галактик-хозяев SN Ia как некоторой случайной функции. Такое решение для $\Omega_k = 0$ и получила группа HZSN методом минимума χ^2 Рисса [30]. Этот метод представляет собой метод максимального правдоподобия для нормального закона, сводящийся к методу наименьших квадратов (МНК) с весовыми коэффициентами, обратно пропорциональными корням квадратным из суммарной дисперсии используемых оценок модулей фотометрических расстояний и пекулярных скоростей. Б. Шмидт считал, что «Адам Рисс, который в своей диссертации подробно занимался статистическими методами, ... предложил обратить критерий χ^2 в вероятность. Сегодня это кажется вполне обычным делом, но в 1996 году никто из нас не мог припомнить, чтобы такой метод применялся прежде в астрономических исследованиях» [25].

Правда, А. Лежандр определял МНК орбиты комет с 1805 г., а МНК с весовыми коэффициентами разработал А. Эйткен в 1935 г.

Лучшие оценки HZSN были получены при $\chi^2 = 1,04$: $H_0 = (63,7 \pm 1,3) \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$; $\Omega_M = 0,72^{+0,44}_{-0,56}$; $\Omega_\Lambda = 1,48^{+0,56}_{-0,68}$. Для меньшего значения $\chi^2 = 1,03$ в [30] указано многообразие. Оценки SCP при $H_0 = 63 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ для $\chi^2 = 1,04$: $\Omega_M = 0,73$; $\Omega_\Lambda = 1,32$ [31].

Для «плоской Вселенной», т. е. при $\Omega'_M + \Omega'_\Lambda = 1$, оценки «сошлись»: $\Omega'_M = 0,24 \pm 0,10$ с увеличением χ^2 до 1,17 [34]; $\Omega'_M = 0,28^{+0,09}_{-0,08}$ [35].

Это **схождение** является чисто статистическим дефектом [30, 31], который устранили из физических соображений вместо того, чтобы разбираться в его причинах и не доводить ситуацию до тупика [33].

Таким образом, на всех этапах калибровки согласно рекомендациям Р 50.2.004-2000 необходима проверка моделей на неадекватность.

Неадекватность математических моделей. В метрологии проблема **неадекватности** длительное время не решалась из-за буквального понимания латинского *adaequatus* [приравненный] вместо «тождественный»: в физической реальности нет погрешностей, они присущи математическим моделям. В ГОСТ 24026-80 «Планирование эксперимента. Термины и определения» «адекватность математической модели» определена как «соответствие математической модели экспериментальным данным по выбранному критерию». Погрешность аппроксимации данных совместных измерений физических величин интерпретирующей математической моделью зависимости между ними содержит только долю погрешности неадекватности. Усложнение модели по числу параметров с приближением их числа к числу серий совместных измерений в регрессионном анализе приводит к тому, что погрешности аппроксимации стремятся к нулю или

возрастает чувствительность оценок параметров модели и их дисперсий к изменению объема выборки данных измерений.

В математической статистике это явление известно как стохастическая мультиколлинеарность, а в космологии это явление при статистической обработке данных эксперимента WMAP назвали «дегенерацией Λ CDM-модели» [39]. Согласно же Р 50.2.004-2000, это – признак существования интерпретирующей модели оптимальной сложности.

В задачах теории надёжности проблема оптимума модели была решена переходом от погрешностей аппроксимации (остатков) к распределению погрешностей экстраполяции (функции компактности) в схеме перекрёстного наблюдения [43]. Метод построения функций компактности получил название «метод максимума компактности» (ММК). Погрешности экстраполяции в Рекомендациях по метрологии РРТ 507-98 «ГСИ. Задачи измерительные. Методы решения. Термины и определения» и Р 50.2.004-2000 получили статус случайной составляющей погрешности неадекватности, а двоичный код структуры модели «приобрёл» в VIM-3 «двойника» в виде primitives «детализация». Двоичный же код структуры $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 \mathcal{G}_1 \mathcal{G}_2 \dots \mathcal{G}_m \dots \mathcal{G}_M$ модели оптимальной сложности, например в классе степенных рядов

$$y_{\mathcal{G}}(x) = \mathcal{G}_0 \theta_0 + \sum_{m=1}^M \mathcal{G}_m \theta_m x^m, \quad (8)$$

оканчивается нулями. Правило справедливо и для многомерных рядов.

Напомним, в XX в. с помощью ММК решали задачи прогнозирования динамики технического состояния объектов, к надёжности которых предъявляли повышенные требования [55], периодичности поверки СИ [56], метрологической аттестации методик решения статистических измерительных задач и их программных средств [57, 58], метрологического обеспечения контроля точности управления летательными аппаратами методом полунатурного моделирования [59], а также выбора плана измерений при поверке СИ [60]. Программное обеспечение решения этих задач привело к разработке универсальной программы «ММК-стат» структурно-параметрической идентификации моделей вида (8) в соответствии с логикой статистического вывода Р 50.2.004-2000. К этим задачам надо добавить построение в 1998 г. четырёхмерной диаграммы Хаббла для радиогалактик и квазаров, выявившей дипольную анизотропию их красного смещения [61]. Для этого была разработана программа «ММК-стат М» [62] структурно-параметрической идентификации моделей с кодом структуры $\mathcal{G} = \mathcal{G}_{00\dots0} \mathcal{G}_{10\dots0} \mathcal{G}_{01\dots0} \dots \mathcal{G}_{ij\dots k} \dots \mathcal{G}_{MM\dots M}$ вида

$$y_{\mathcal{G}}(x_1, x_2, \dots, x_K) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \dots \sum_{k=0}^K \mathcal{G}_{ij\dots k} \theta_{ij\dots k} x_1^i x_2^j \dots x_K^k, \quad (9)$$

$$\max\{I, J, \dots, K\} \leq M.$$

Обе программы предназначены для структурно-параметрической идентификации моделей в классе структурированных рядов Тейлора.

Структурно-параметрическая идентификация характеристики положения модели в программе «ММК-стат» основана на проверке системы нулевых гипотез вырожденности H_0 , непрерывности H_{00} и композиционной однородности (аналог статистической однородности для функций) H_{000} , а также проверке альтернативных гипотез соответственно о наличии функциональной зависимости, о её кусочно-непрерывном характере (наличии «разладок») и о существовании индивидуальных моделей для компонентов ансамбля серий данных измерений по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) или суммарного СМПН.

При определении параметров модели можно использовать МНК или метод наименьших модулей (МНМ). Соответствующие алгоритмы идентификации в схеме перекрёстного наблюдения погрешности неадекватности обозначают как ММКМНК и ММКМНМ, а интерполяционный вариант ММКМНМ, когда в качестве узлов интерполяции назначают выборочные медианы, – как ММКМЕДС.

Рассмотрим с помощью программы «ММК-стат» данные о шкале космологических расстояний на основе красного смещения, результаты идентификации приведём в протокольной форме.

Для выборки объёмом $N=21$ по данным Э. Хаббла [8] алгоритм ММКМНК дал модель оптимальной сложности (2) с указанием СМПН:

$$Y_{01000} = cz = 502,1384 D_L \pm 91,5146 \text{ [км} \cdot \text{с}^{-1}]$$

при среднем абсолютном отклонении (CAO) $d = 80,8555 \text{ [км} \cdot \text{с}^{-1}]$ на интервале отклонений $[-218,6994; +217,5195]$.

Медианный алгоритм ММКМЕДС дал более точную модель

$$Y_{01000} = cz = 497,5818 D_L \pm 86,1345 \text{ [км} \cdot \text{с}^{-1}]$$

на интервале отклонений $[-210,8165; +222,8051]$ при $d = 81,5693 \text{ [км} \cdot \text{с}^{-1}]$.

В 1998 г. гипотеза об ускорении расширения Вселенной принята по выборкам SN Ia с модулями фотометрических расстояний μ_0 [30]:

$$N = 27 \{ z < 0,1245; 32,79 < \mu_0 \leq 39,1 \};$$

$$N = 10 \{ 0,3 \leq z < 1,0; 41,3 < \mu_0 < 44,4 \}.$$

Для выборки $N=10$ оптимальной ММКМНК-моделью и оптимальной ММКМЕДС-моделью с *разладкой* были соответственно:

$$D_L = 837,7687 + 1823,797z + 5253,775z^2 \pm 196,7465 \text{ [Мпк];}$$

$$D_L = \begin{cases} D'_L(z); & 0,30 \leq z \leq 0,44 (N=5); \\ D''_L(z); & 0,48 \leq z \leq 0,97 (N=5); \end{cases} \pm 199,761615,$$

где

$$D'_L(z) = 6122,808z \pm 330,4541;$$

$$D_L'(z) = 287,186 + 4794,971z + 2871,637z^2 \pm 69,06913.$$

где

$$D_L'(z) = 4943,809z \pm 279,2859;$$

Здесь при *разладке* справедливо соотношение

$$D_L''(z) = 3533,886 \pm 536,0161.$$

$$c/(6122,808 \text{ Мпк}) = \mathbf{48,96323027 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}} = H_0.$$

В модели (10) до и после *разладки* имеем соответственно

$$H_0 = c/(4943,809 \text{ Мпк}) = \mathbf{60,63997578 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}};$$

$$H_0 = c/(3533,886 \text{ Мпк}) = \mathbf{84,83365281 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}}.$$

Для выборки SN Ia $N = 27$ ММКМНК и ММКМЕДС в качестве оптимальных дают модели соответственно:

$$D_L = 4835,933z \pm 12,35775 [\text{Мпк}];$$

$$H_0 = \mathbf{61,99268228 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}};$$

$$D_L = \left\{ \begin{array}{l} D_L'(z); 0,008 \leq z \leq 0,079 (N=3); \\ D_L''(z); 0,088 \leq z \leq 0,125 (N=24); \end{array} \right\} \pm 12,70698333,$$

где

$$D_L'(z) = 4736,896z \pm 11,59278;$$

$$D_L''(z) = 4967,674z \pm 21,62061.$$

Здесь постоянная Хаббла определяется как

$$H_0 = c/(4736,896 \text{ Мпк}) = \mathbf{63,28879883 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}};$$

$$H_0 = c/(4967,674 \text{ Мпк}) = \mathbf{60,34865774 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}}.$$

В 1999 г. гипотеза об ускорении расширения Вселенной была принята по 42 SN Ia при $0,1 < z \leq 0,9$ с модулями фотометрических расстояний $41,3 \leq \mu_0 < 44,4$ [31]. Этим данным соответствуют ММКМЕДС-модель $D_L = \mathbf{4790,967z \pm 295,3941}$ [Мпк] и ММКМНК-модель с *разладкой*

$$D_L = \left\{ \begin{array}{l} D_L'(z); 0,178 \leq z \leq 0,763 (N=40); \\ D_L''(z); 0,828 \leq z \leq 0,83 (N=2); \end{array} \right\} \pm 291,5108571, \quad (10)$$

Изотропия или анизотропия. Принцип изотропии длительного времени играл в космологии роль фактора, упрощающего получение аналитических решений. В 1967 г. Д. Вилкинсон и Р. Партридж обратили внимание на то, что «неоднородность в распределении квазаров с большими красными смещениями пространственно совпадает с минимумом в распределении теплового реликтового излучения» [63]. В этой связи Н. С. Кардашев заметил: «Если совпадение реально, то это может явиться сильным аргументом в пользу космологической природы красного смещения, а также в пользу анизотропии модели Вселенной» [64]. Тогда же Дж. и М. Бербиджи указали на высокую чувствительность МНК-оценки параметра наклона диаграммы Хаббла для квазаров к удалению из выборки $N = 101$ всего лишь одного квазара 3С 273 [64], что было подтверждено по данным [9] о 383 радиогалактиках и квазарах [22]. По этим же данным при апробации программы «ММК-стат М» были получены четырёхмерные диаграммы Хаббла по звёздным величинам, угловым размерам и экваториальным координатам с минимумом по оси Cetus – Eridanus → Virgo – Leo для радиогалактик при $z < 0,47$ и квазаров при $z < 2,9$ [61].

Автор настоящей статьи полагал, что дипольная анизотропия красного смещения имеет место для всех внегалактических источников независимо от их морфологии и что главный результат его работы [61] заключается в размерности диаграммы. Выслушав доклад о ней на X Российской гравитационной конференции, профессор Владимир Борисович Брагинский отметил, что эту работу обязательно надо продолжить.

Таблица 1

Структурно-параметрическая идентификация по данным [30, 31] модели (6) в приближении одномерным структурированным рядом Тейлора

Алгоритм	g	$D_L(z) = \theta_0 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \theta_3 z^3 + \theta_4 z^4 + \theta_5 z^5$						CAO, Мпк	СМГН, Мпк
		θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5		
ММКМНК	1110	43,594540	4264,6030	1529,0123	0	–	–	271,4289	334,03558
ММКМНМ	0110	0	4646,8843	5892,5537	0	–	–	266,34543	414,36618
ММКМНК	10111	105,73219	0	64268,574	–70840,438	44468,270	–	243,23727	299,79135
ММКМНМ	01001	0	4653,5825	0	0	629,95447	–	270,9549	383,15613
ММКМНК	011111	0	7042,6611	–37816,098	167427,84	–266400,19	138876,73	222,35149	296,18359
ММКМНМ	011001	0	3399,3240	1552,0405	0	0	3341,3684	345,07959	369,00238

И только через 10 лет на XV Международной конференции PIRT-2009 выяснилось, что дипольная анизотропия красного смещения радиогалактик и квазаров для участников конференции была новостью, и стало понятно, что именно имел в виду Владимир Борисович.

В 1997 г. И. Караченцев и Д. Макаров обнаружили для галактик локальную моду $H_0(2 \text{ Мпк}) \sim 90 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ со спуском до $H_0(8 \text{ Мпк}) \sim 65...70 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ к границе Местного объёма, а в 1999 г. идентифицировали эллипсоид локальной $(cz_n/r_n = H_n; N=303)$ анизотропии постоянной Хаббла ($H_\alpha = 81 \pm 3$, $H_\beta = 62 \pm 3$, $H_\gamma = 48 \pm 5$) $[\text{км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}]$ для галактик Местного объёма с ориентацией в точку ($\alpha \approx 13^h$, $\delta \approx -15^\circ$) [65]. В 2007 г. авторы [66] указали на анизотропию параметра Хаббла по данным о сверхновых ($z < 0,2$) в полярных галактических полушарах. Тогда же Р. Кривonos отметил анизотропию распределения галактик на масштабах $z < 0,02$ в рентгеновском диапазоне [67].

В 2009 г. было обнаружено, что диполи анизотропии постоянной Хаббла и реликтового излучения ориентированы по оси «Южный галактический полюс + система гигантских пустот в Aquarius и Eridanus → Северный галактический полюс + **суперсистема** сверхскоплений галактик и квазаров Great Attractor – Shapley – Centaurus – Leo – Coma – Virgo» [68–71], причём **суперсистема** – крупнейший структурный объект Вселенной [72]. А в 2010–2014 гг. по данным Специальной астрофизической обсерватории РАН [73] было установлено, что диполь анизотропии в Местной группе галактик – красно-фиолетовый [74, 75].

Переход к разложению модели (6) в ряд вида (8) [34] имеет и положительную сторону – менее жёсткую связь с условием $\Omega_k = 0$. И проверка гипотезы H_{000} по программе «ММК-стат» при разложении данных [30, 31] на выборки северного P_N и южного P_S галактических окон прозрачности выявила анизотропию красного смещения SN Ia [76]. Но оптимальная ММКМНК-модель $D_L(z)$ с кодом структуры 011111 (табл. 1) хотя и стала независимым подтверждением результата метрологической аттестации

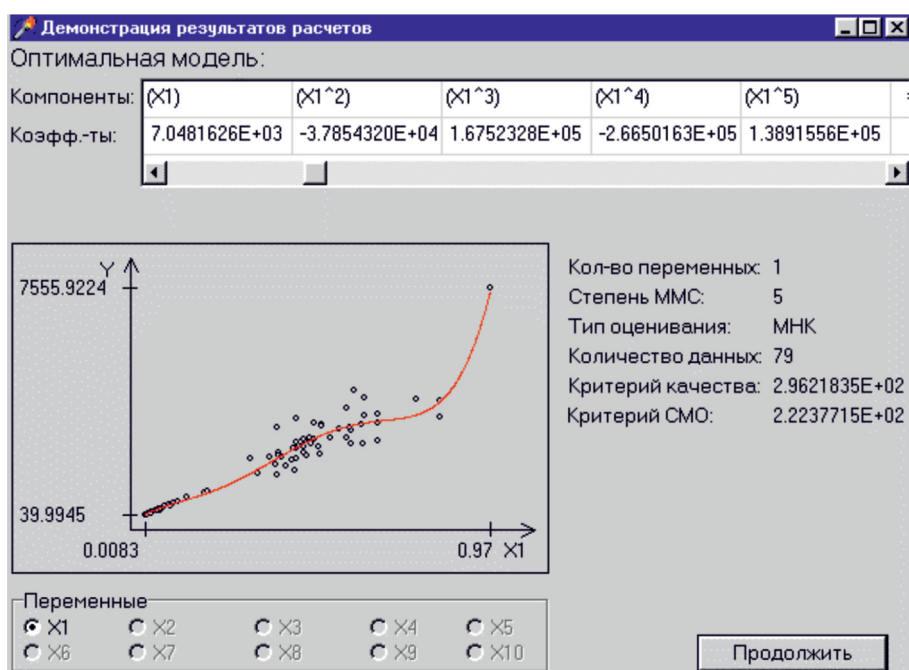


Рис. 1. Оптимальная изотропная ММКМНК-модель шкалы (6), где критерий качества – СМРН, критерий СМО – средний модуль отклонения от характеристики положения модели, CAO

Fig. 1. Optimal isotropic MMCMNA model of the scale (6); the quality criterion is SMPN, the SMO criterion is the average modulus of deviation from the model position characteristic, SAO

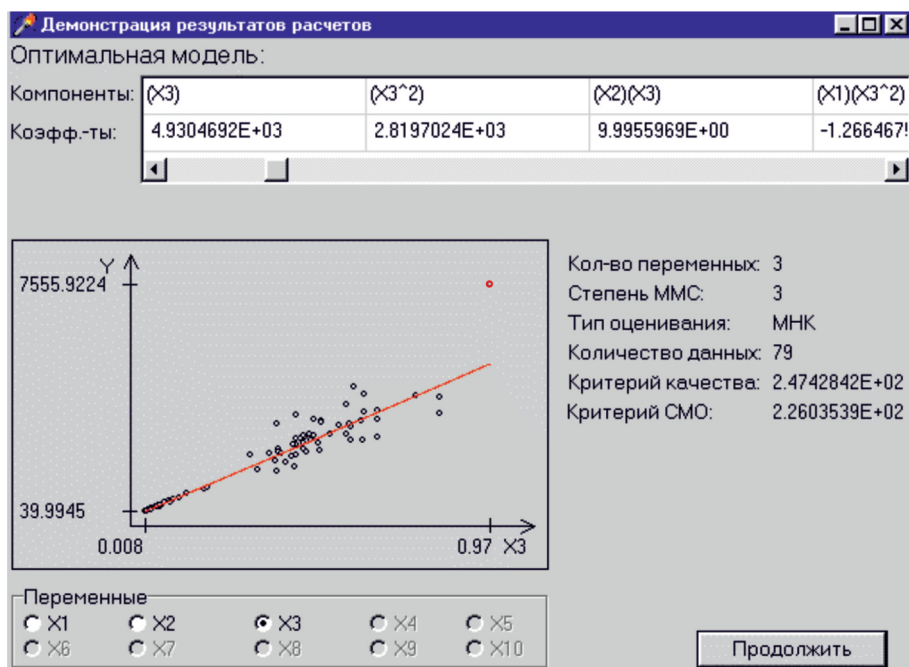


Рис. 2. Оптимальная анизотропная ММКМНК-модель шкалы (11)

Fig. 2. Optimal anisotropic MKMNA model of the scale (11)

модели (6) при разложении в ряд Тейлора [77], оказалась чувствительной к «выбросу» SN Ia 1997ск при $z=0,97$ (рис. 1).

Переход к моделям вида (9) для учета анизотропии подобен учёту условий измерений по влияющим величинам при калибровке СИ. И оптимальная трёхмерная анизотропная модель (табл. 2) 2-го порядка (СМПН=247,4 Мпк) оказалась нечувствительной к выбросу [37, 41] (рис. 2):

$$\tilde{D}_L(l, b, z) = \frac{c}{H_0} \left[(1 + a_b b) z + 0,5(1 - q_0)(1 + a_l l) z^2 \right], \quad (11)$$

где $a_l = -2,568655129 \cdot 10^{-3}$; $a_b = 2,027311498 \cdot 10^{-3}$ – коэффициенты анизотропии в галактических координатах (l, b);

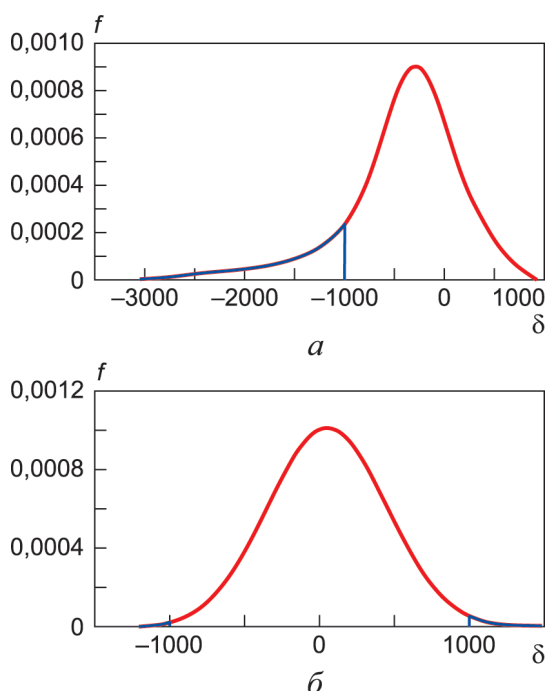


Рис. 3. Распределения отклонений $\delta_{(6)}$ от изотропной модели $P\{|\delta_{(6)}| < 1 \text{ Гпк}\} = 0,869$ (а) и $\delta_{(11)}$ от анизотропной модели $P\{|\delta_{(11)}| < 1 \text{ Гпк}\} = 0,99$ (б)

Fig. 3. Distribution of deviations $\delta_{(6)}$ from the isotropic model $P\{|\delta_{(6)}| < 1 \text{ gpc}\} = 0,869$ (a) and $\delta_{(11)}$ from the anisotropic model $P\{|\delta_{(11)}| < 1 \text{ gpc}\} = 0,99$ (b)

$H_0 = 60,80404264 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$; $q_0 = -0,14378664$; в направлении на центр Галактики анизотропия пропадает, и при $a_l = a_b = 0$ модель (11) совпадает с моделью (3).

Сравнение модели (11) с моделью (6) при $\Omega_k = 0$, $\text{CAO} = 429,3 \text{ Мпк}$ и $H_0 = 65,2 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ [68] показало следующее.

Во-первых, разность моделей или девиация Δ_D из-за анизотропии (табл. 3) для 48 SN Ia в окне P_N и 31 SN Ia в окне P_S в 51 случае положительна, а из 18 «отрицательных» случаев девиации 16 относятся к окну P_S .

Во-вторых, в выборке $N=42$ [31] в качестве «далёких SN Ia», указанных в [25], разладкой модели (10) выделены «выбросы» – SN 1996cl ($z=0,828$; Leo: $\alpha=10^h 56^m 59,13^s$; $\delta=-3^\circ 37' 36,4''$) и SN 1997ap ($z=0,83$; Virgo: $\alpha=13^h 47^m 09,90^s$; $\delta=+2^\circ 23' 57,5''$). Причем обе сверхновые находятся вблизи оси диполя анизотропии красного смещения Leo – Virgo.

В-третьих, распределения отклонений $\delta_{(6)}$, $\delta_{(11)}$ оценок фотометрических расстояний $\hat{D}_L(z)$ от характеристик положения моделей (6), (11) по данным [30, 31] в мегапарсеках (см. табл. 3) можно представить по программе «ММИ-поверка» [78] распределениями вероятностей, эквивалентными по критерию минимума контурной оценки погрешности неадекватности (рис. 3). Тогда в границах полосы толерантности ± 1 Гпк при доверительной вероятности 0,95 будет находиться не менее чем соответственно 0,869 и 0,99 долей распределений.

В-четвёртых, для главного аргумента [25] в пользу параметра $\Lambda \neq 0$ SN 1997ap девиация максимальна и превышает 2 Гпс (см. табл. 3), достигая 67,3 % оценки фотометрического расстояния [41], при нахождении SN вблизи оси диполя анизотропии красного смещения Leo – Virgo.

В-пятых, девиация оценок $\hat{D}_L(z)$ при учёте составляющей погрешности неадекватности за счёт несбалансированности выборок SN Ia (для калибровки СИ это эквивалентно контролю параметра $\Omega_p = \text{СМПН} - \text{CAO}$) с вероятностью $P \geq 0,2$ превышает 1 Гпк (рис. 4).

Заключение. Принцип изотропии длительное время играл роль фактора, упрощающего получение аналитических решений для космологических моделей. Важная особенность математических моделей в процессе познания физической реальности была раскрыта в метрологии, когда была осознана проблема их неадекватности. Наиболее заметно неадекватность математических моделей объектов измерений проявляется при попытках предсказывать или прогнозировать измеримые свойства или динамику

Таблица 2

Структурно-параметрическая идентификация модели (6) по данным [30, 31] в приближении структурированным трёхмерным рядом Тейлора

Алгоритм	$\mathcal{G}$	$D_L(l, b, z) = \theta_{000} + \theta_{001}z + \theta_{002}z^2 + \theta_{110}lb + \theta_{101}lz + \theta_{011}bz + \theta_{102}lz^2$						CAO, Мпк	СМПН, Мпк
		θ_{001}	θ_{002}	θ_{110}	θ_{101}	θ_{011}	θ_{102}		
ММКМНМ	01011100	6585,8984	0	6073406,4	-7,4480181	10,5672540	0	253,66292	280,88651
ММКМНК	01100110	4930,4692	2819,7024	0	0	9,9955969	-12,664675	226,03539	247,42842

Таблица 3

Отклонения δ расчётных значений расстояния по красному смещению от моделей (6), (11) и их девиация Δ_D за счёт анизотропии

n	SN	l	b	z	$\hat{D}_L(z)$, Мпк	$\delta_{(6)}$	$\delta_{(11)}$	Δ_D , Мпк
1	1992bo	258,945	-80,182	0,018	87,90225168	3,845160947	13,72912053	9,881083031
2	1992bc	245,160	-59,323	0,020	94,18895965	0,64428354	7,552986175	6,906329715
3	1992aq	2,020	-65,92	0,101	480,8393484	-21,11308239	20,90884232	42,00860887
4	1992ae	332,748	-42,492	0,075	363,0780548	-2,725639406	32,99148483	35,71075044
5	1992P	297,821	72,898	0,026	141,9057522	19,72211127	-4,587906562	-24,30622714
6	1990af	330,848	-42,728	0,050	202,3019179	-37,05700306	-19,4410585	17,61167176
7	1994M	293,175	62,865	0,024	119,6740531	6,544908085	-13,82486263	-20,36673949
8	1994S	187,897	85,748	0,016	71,44963261	-3,858849611	-22,13584591	-18,2742266
9	1994T	319,129	59,432	0,036	172,9816359	3,73750059	-22,91512131	-26,64837346
10	1995D	230,726	40,094	0,008	39,99447498	1,34570444	-4,462231607	-5,807267259
11	1995E	142,092	30,696	0,012	52,48074602	-2,13563227	-9,218429148	-7,082075288
12	1995ac	59,737	-55,415	0,049	234,4228815	0,59774807	15,54221361	14,93904757
13	1995ak	177,223	-53,099	0,022	107,1519305	3,907439351	9,910050053	6,000270272
14	1995bd	187,454	-21,055	0,016	67,60829754	-6,65384056	-7,688259637	-1,035089832
15	1996C	98,671	65,066	0,028	157,0362804	25,24115154	-0,463170027	-25,70067825
16	1996ab	42,954	56,447	0,125	633,8697113	4,857865651	-85,51034184	-90,35415186
17	1992ag	313,22	38,025	0,026	118,5768748	-3,60676613	-18,72198577	-15,11324234
18	1992al	347,526	-39,063	0,014	60,81350013	-4,356820147	-2,436678021	1,919048362
19	1992bg	274,758	-18,329	0,036	178,6487575	8,149108404	8,613561558	0,4631313061
20	1992bh	267,74	-37,238	0,045	240,9905429	26,38631023	37,02565764	10,63599599
21	1992bl	344,001	-64,486	0,043	178,6487575	-26,10392717	-2,80288861	23,29549277
22	1992bp	208,894	-50,536	0,079	338,8441561	-47,59979325	-11,84389225	35,74791631
23	1992br	287,353	-59,547	0,088	438,5306978	5,238153016	63,37398913	58,12535584
24	1992bs	239,675	-54,985	0,063	332,6595533	28,10208726	57,52132198	29,41230661
25	1993H	318,83	29,929	0,025	109,6478196	-6,712499684	-19,21731465	-12,50333142
26	1993O	313,028	28,566	0,052	254,6830253	5,372031696	-13,45385456	-18,822291539
27	1993ag	268,954	16,01	0,050	229,0867653	-10,27215566	-23,97186618	-13,69810952
28	1996E	253,85	34,546	0,43	2228,435149	-360,0218846	32,92858151	392,9801756
29	1996H	292,206	62,084	0,62	3944,573021	-103,2068757	841,5850553	944,8689152
30	1996I	278,248	59,995	0,57	3564,511334	-84,18494053	641,1243748	725,3777096
31	1996J	253,951	34,535	0,30	1887,991349	198,642366	340,9768997	142,3552547
32	1996K	224,871	20,935	0,38	2118,361135	-113,8473032	169,3394406	283,2026545
33	1996U	261,151	68,172	0,43	3235,936569	647,4795354	912,9990102	265,5781027
34	1997ce	69,188	36,344	0,44	2454,708916	-206,4836947	-250,7939108	-44,27823332
35	1997cj	125,399	54,904	0,50	3019,95172	-87,5925657	-27,57244511	60,0750246
36	1997ck	57,577	38,073	0,97	7555,922277	467,8508007	437,2633328	-30,51360633
37	1995K	260,581	43,492	0,48	3090,295433	133,3920151	625,7017013	492,3514385
38	1992bi	63,066	46,907	0,458	1986,094917	-807,2334649	-907,0220547	-99,74636498
39	1994F	260,41	68,302	0,354	1949,844600	-102,1681351	22,71590661	124,9323996
40	1994G	162,919	53,335	0,425	1506,607066	-1045,664769	-952,0379147	93,67218854
41	1994H	173,587	-52,927	0,374	1348,962883	-841,3486346	-384,075414	457,2336313
42	1994al	163,667	-34,258	0,420	2228,435149	-287,7741374	169,7024705	457,4478312
43	1994am	173,633	-52,972	0,372	1729,816359	-446,5710146	6,755823323	453,2874628
44	1994an	70,385	-49,352	0,378	2004,472027	-213,7500689	51,69945879	265,4122176
45	1995aq	114,498	-54,416	0,453	2477,422058	-279,0470331	209,2559126	488,2536448
46	1995ar	128,837	-58,151	0,465	2606,153550	-238,9761257	326,88772894	565,8093346
47	1995as	128,932	-58,018	0,498	3006,076303	-86,32218502	545,1680197	631,4324188
48	1995at	130,428	-57,807	0,655	2500,345362	-1832,649071	-851,6911029	980,8822413
49	1995aw	166,109	-53,511	0,400	1674,942876	-698,2566966	-197,853391	500,3604968
50	1995ax	166,684	-53,339	0,615	2398,832919	-1608,588865	-573,5656028	1034,957655
51	1995ay	177,325	-47,855	0,480	2523,480772	-433,4226459	254,2222503	687,5989554
52	1995az	202,361	-30,921	0,450	2301,441817	-432,9686789	169,7981364	602,7389863

n	SN	l	b	z	$\hat{D}_L(z)$, Мпк	$\delta_{(6)}$	$\delta_{(11)}$	Δ_D , Мпк
53	1995ba	216,464	23,509	0,388	1949,844600	-338,5151593	-66,13295226	272,40045
54	1996cf	251,452	50,269	0,570	2594,179362	-1054,516913	-384,0528808	670,5213384
55	1996cg	221,256	22,652	0,490	2322,736796	-709,259379	-208,3565833	500,9249946
56	1996ci	334,069	61,574	0,495	2051,162179	-1018,551461	-348,3036791	670,3087406
57	1996ck	302,781	61,832	0,656	3090,295433	-1252,916524	-112,7736983	1138,223949
58	1996cl	257,574	48,867	0,828	3801,893963	-2005,199775	-381,6794631	1623,601235
59	1996cm	11,185	46,139	0,450	2546,830253	-187,5802429	-421,7191102	-234,0973422
60	1996cn	335,246	61,294	0,430	2454,708916	-133,7481176	324,8417959	468,6426263
61	1997F	204,717	-27,879	0,580	2844,461107	-883,2413877	70,04326026	953,2523084
62	1997G	202,595	-25,926	0,763	3854,783577	-1386,553651	142,7491011	1529,263189
63	1997H	202,639	-25,632	0,526	2570,395783	-735,6671071	41,63899265	777,2791348
64	1997I	202,631	-25,625	0,172	762,0790100	-134,9264149	-49,40418743	85,51341245
65	1997J	210,337	15,928	0,619	3341,950400	-697,7500298	131,7226734	829,4924221
66	1997K	216,79	16,605	0,592	4168,693835	345,6431197	1125,619004	779,9955441
67	1997L	220,511	22,379	0,550	2884,031503	-607,9016151	41,07530079	649,0015328
68	1997N	221,144	22,598	0,180	816,5823714	-127,0021832	-112,1755915	14,83472705
69	1997O	220,554	22,498	0,374	2937,649652	747,3381344	1005,830427	258,509121
70	1997P	257,573	48,453	0,472	2387,811283	-509,3493435	-69,41272322	439,9823599
71	1997Q	257,872	48,576	0,430	1887,991349	-700,4656846	-358,3991757	342,1082842
72	1997R	257,948	48,697	0,657	3388,441561	-960,9916737	22,3269115	983,382573
73	1997S	257,962	48,899	0,612	3019,95172	-963,3023892	-129,0902428	834,2719988
74	1997ac	220,499	22,988	0,320	1412,537545	-409,2673087	-241,5221967	167,7598243
75	1997af	220,515	22,921	0,579	2924,152378	-795,6309665	-72,27835263	723,3791563
76	1997ai	250,966	50,626	0,450	2108,62815	-625,7823459	-265,162208	360,6657013
77	1997aj	257,594	48,417	0,581	2421,029047	-1314,596698	-575,3330433	739,3199151
78	1997am	257,348	49,259	0,416	1853,531623	-633,9164016	-326,3075277	307,6498574
79	1997ap	334,591	61,389	0,830	3265,878322	-2558,837107	-359,0027318	2199,936281

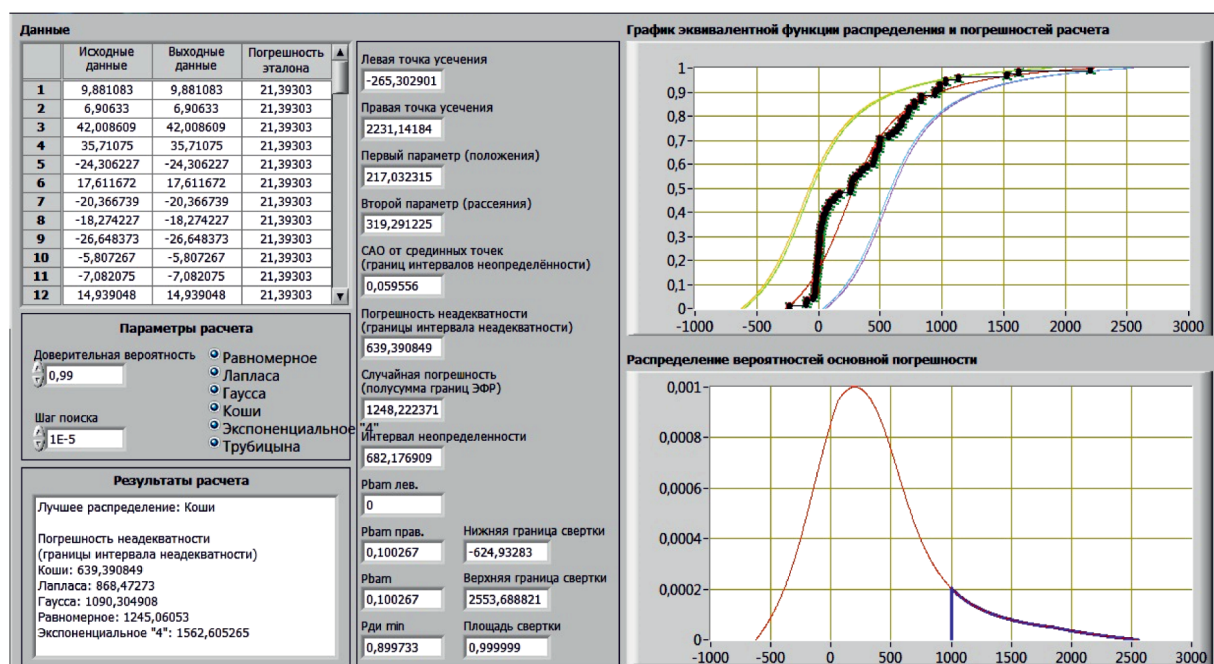


Рис. 4. Распределение девиаций расчётных значений расстояния

Fig. 4. Deviation distribution of calculated distance values

изменения этих объектов. Именно это обстоятельство позволяет среди совокупности математических моделей путём контрольных измерений находить менее неадекватные, что и характеризует глубину познания явлений природы. Поэтому современную метрологию следует рассматривать не просто как науку об измерениях, а как фундаментальную науку о методах и средствах *отображения* свойств физических объектов математическими моделями.

С метрологической точки зрения оценки фотометрических расстояний до сверхновых типа SN Ia, полученные к 1998–1999 гг. группами Supernova Cosmology Project и High-Z Supernova Search Team, представляют собой особо ценные данные для исследования шкал космологических расстояний на основе красного смещения. Это важно не потому, что было обнаружено ускорение расширения Вселенной, а по той фундаментальной роли, которую в космологии играют шкалы расстояний.

Математическим инструментом обнаружения ускорения расширения Вселенной была изотропная модель Фридмана–Робертсона–Уокера, интерпретация её параметров и метод минимума χ^2 А. Рисса. Однако статистический анализ, по словам одного из соавторов открытия Б. Шмидта, был для космологов «новой территорией», не говоря уже о методах идентификации неадекватности математических моделей. Космологами был упущен из виду тот факт, что шкала космологических расстояний на основе красного смещения является стохастической и обладает рядом экзотических свойств по сравнению с метрическими шкалами. Кроме того, идентификация космологических моделей относится к начальным задачам математической статистики, в которых при отсутствии достоверной априорной информации всё определяет логика статистического вывода.

Использование при структурно-параметрической идентификации модели Фридмана–Робертсона–Уокера методов, применяемых для калибровки средств измерений, позволило показать, что более правдоподобные результаты для данных 1998–1999 гг. дают методы на основе модульных критериев воспроизводимости в схеме перекрёстного наблюдения неадекватности с учётом анизотропии красного смещения для сверхновых типа SN Ia. Это обстоятельство вызывает сомнения в факте обнаружения «ускорения расширения Вселенной» и указывает на необходимость рассмотрения анизотропии как глобального свойства Вселенной.

Список литературы

- Slipher V., *Lowell Observatory Bulletin*, 2013, vol. I, pp. 56–57.
- Eddington A. S., *The Mathematical Theory of Relativity*, Cambridge, University Press, 1923.
- Friedman A., *Zeitschrift für Physik*, 1922, vol. 10, pp. 377–386.
- Lanczos K., *Zeitschrift für Physik*, 1923, vol. 17, p. 168.
- Weyl H., *Zeitschrift für Physik*, 1923, vol. 24, p. 230.
- Lemaître G., *Annales de la Societe scientifique de Bruxelles*, 1927, vol. A47, p. 49.
- Robertson H. P., *Philosophical Magazine*, 1928, vol. 5, p. 835.
- Hubble E., *Proceedings National Academy of Science*, 1929, vol. 15, pp. 168–173.
- Лене К. Астрофизические формулы. Руководство для физиков и астрофизиков. Часть 2 / Пер. с англ. А. Г. Дорошкевича, А. В. Засова и М. Ю. Хлопова под ред. Д. К. Надежина и Л. М. Озерного. М.: Мир, 1978.
- Chandrasekhar S., *Astrophysical Journal*, 1931, vol. 74, pp. 81–82.
- Robertson H. P., *Astrophysical Journal*, 1935, vol. 82, pp. 284–301.
- Robertson H. P., *Astrophysical Journal*, 1936, vol. 83, pp. 187–201.
- Robertson H. P., *Astrophysical Journal*, 1936, vol. 83, pp. 257–271.
- Walker A. G., *Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2*, 1936, vol. 42(I), pp. 90–127.
- Heckmann O.-H. L., *Theorien der Kosmologie*, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1942.
- Robertson H. P., *Publications of the Astronomical Society of Pacific*, 1955, vol. 67, p. 82.
- Hoyle F., Sandage A., *Publications of Astronomical Society of Pacific*, 1956, vol. 68, p. 301.
- Humason M., Mayall N., Sandage A., *Astronomical Journal*, 1956, vol. 61, pp. 97–162.
- Mattig W., *Astronomischen Nachrichten*, 1958, vol. 284, pp. 109–111.
- Хойль Ф. Проверка космологии наблюдениями // В кн. Уилер Дж. Гравитация, нейтрино и Вселенная. М.: ИЛ, 1962. С. 372–400.
- Sandage A. R., *The distance scale*, in: *Problems in extragalactic research*, Ed. G. McVittie, New York, Macmillan, 1962.
- Левин С. Ф. Оптимальная интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций в детерминированной версии метода Монте-Карло и закон красного смещения. М.: АН СССР, 1980.
- Panagia N., *Multifrequency observations of recent supernovae*, in *Supernovae as Distance Indicators. Lecture Notes in Physics*, Bartel N. (eds), Berlin, Heidelberg: Springer, 1985, vol. 224, pp. 14–33.
- Wheeler J. C., Levrault R., *Astrophysical Journal*, 1985, vol. 294, pp. L17–L20.
- Uomoto A., Kirshner R. P., *Astronomy and Astrophysics*, 1985, vol. 149, L7–L9.
- Перлмуттер С. Нобелевская лекция. Стокгольм. 08.12.2011 г. // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. № 10. С. 1060–1077.
- Шмидт Б. П. Нобелевская лекция. Стокгольм. 08.12.2011 г. // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. № 10. С. 1078–1089.
- Рисс А. Дж. Нобелевская лекция. Стокгольм. 08.12.2011 г. // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. № 10. С. 1090–1098.
- Carroll S., Press W., Turner E., *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 1992, vol. 30, pp. 499–542.

30. Riess A. G. et al., *Astronomical Journal*, 1998, vol. 116, pp. 1009–1038.
31. Perlmutter S. et al., *Astrophysical Journal*, 1999, vol. 517, pp. 565–586.
32. Beaton R. L., Freedman W. L., Madore B. F. et al., <http://arXiv.org/abs/1604.01788v3> [astro-ph.CO] (11 Nov 2016).
33. Freedman W. L., <http://arXiv.org/abs/1706.02739> (13 Jul 2017).
34. Ries Adam G. et al., *Preprint Astrophysical Journal*, <http://arXiv.org/abs/1604.01424v3> [astro-ph.CO] (9 Jun 2016).
35. Visser M., <http://arXiv.org/abs/gr-qc/0309109v4> (31 Mar 2004).
36. *Planck Collaboration*, *Astronomy & Astrophysics*, 2016, vol. 594, A13, pp. 1–63.
37. Левин С.Ф. Шкала космологических расстояний. Ч. 7. Новый казус с постоянной Хаббла и анизотропные модели // Измерительная техника. 2018. № 11. С. 15–21. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-11-15-21>
38. Riess A. et al., <http://arXiv.org/abs/1903.07603v2> [astro-ph.CO] (27 Mar 2019).
39. Hinshaw G. et al., *Astrophysical Journal Supplements*, 2009, vol. 180, pp. 225–245.
40. Planck Collaboration, *Astronomy & Astrophysics, Manuscript Planck Mission 2013*, <http://arXiv.org/abs/1303.5062v1> [astro-ph.CO] (20.03.2013).
41. Левин С. Ф. Шкала космологических расстояний. Ч. 8. Масштабный фактор // Измерительная техника. 2019. № 1. С. 8–15. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-1-8-15>
42. Левин С. Ф. Шкала космологических расстояний. Ч. 9. Параметр замедления // Измерительная техника. 2019. № 10. С. 8–14. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-10-8-14>
43. Левин С. Ф. Дефинициальная неопределённость и погрешность неадекватности // Измерительная техника. 2019. № 11. С. 7–17. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-11-7-17>
44. Migkas K., Reiprich T. H., *Astronomy & Astrophysics*, 2018, vol. 611, A50, pp. 1–18.
45. Migkas K. et al., *Astronomy & Astrophysics manuscript 2020-04-08*, <http://arXiv.org/abs/2004.03305v1> [astro-ph.CO] (7 Apr 2020).
46. Nielsen J.T., Guffanti A., Sarkar S., *Scientific Reports*, 2016, <http://arXiv.org/abs/1506.01354v3> [astro-ph.CO] (17 Oct 2016).
47. Colin J., Mohayaee R., Rameez M., Sarkar S., *Astronomy & Astrophysics*, 2019, vol. 631, L13, pp. 1–6.
48. Di Valentino E., Melchiorri A., Silk J., *Nature Astronomy*, 2020, vol. 4, pp. 196–203.
49. Левин С. Ф. Измерительная задача калибровки средства измерений // Измерительная техника. 2018. № 6. С. 7–16. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-6-7-16>
50. VIM-3. Международный словарь по метрологии. Основные и общие понятия и соответствующие термины, 3 изд.: Пер. с англ. ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, БелГИМ, СПб.: НПО «Профессионал», 2010. URL: https://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_200_2012.pdf (дата обращения: 10.01.2020).
51. Гаврилов Б. М. и др. Развитие деятельности по калибровке средств измерений // Доклад рабочей группы Межотраслевого совета по прикладной метрологии и приборостроению Российского союза промышленников и предпринимателей / Под ред. А. С. Кривова. М.: РСПП, 2016.
52. Руководство по выражению неопределённости измерения: Пер. с англ. ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, БелГИМ / Науч. ред. проф. В. А. Слаева. СПб.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1999.
53. Левин С. Ф. Неопределённость в узком и широком смыслах результатов поверки средств измерений // Измерительная техника. 2007. № 9. С. 15–19.
54. Левин С. Ф. Математическая теория измерительных задач: Приложения. Статистические процедуры контроля при высокоточных измерениях // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2018. № 3. С. 8–11.
55. Левин С. Ф. Статистический анализ систем обеспечения эксплуатации технических объектов // Вопросы кибернетики, ВК-94. Статистические методы в теории обеспечения эксплуатации. М.: АН СССР, НСК, 1982. С. 105–122.
56. Левин С. Ф., Блинов А. П. Научно-методическое обеспечение гарантированности решения метрологических задач вероятностно-статистическими методами // Измерительная техника. 1988. № 12. С. 5–8.
57. Левин С. Ф. Метрологическое аттестование и сопровождение программ статистической обработки данных // Измерительная техника. 1991. № 12. С. 16–18.
58. Левин С. Ф., Маркова Е. В. Планирование испытаний при метрологическом аттестовании программного обеспечения статистической обработки данных // Измерительная техника. 1995. № 6. С. 9–13.
59. Левин С. Ф. Об измерительных задачах косвенного функционального контроля технического состояния летательных аппаратов // Измерительная техника. 1996. № 5. С. 9–13.
60. Левин С. Ф., Мигачёв Б. С. Задача выбора точек измерительного контроля при поверке средств измерений // Измерительная техника. 1998. № 9. С. 69–72.
61. Левин С. Ф. Метрологическая аттестация математических моделей в измерительных задачах гравитации и космологии // Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. Тезисы докладов X Российской гравитационной конференции. М.: РГО, 1999. С. 245.
62. Левин С. Ф., Лисенков А. Н., Сенько О. В., Хартман Е. И. Система метрологического сопровождения статистических измерительных задач «ММК-стат М». Руководство пользователя. М.: Госстандарт РФ, РОСТЕСТ–Москва, ВЦ РАН, 1998.
63. Wilkinson D. T., Partridge R. B., *Nature*, 1967, vol. 215, p. 719.
64. Бербидж Дж., Бербидж М. *Квазары*: Пер. с англ. В. И. Слыша и Г. Б. Шоломицкого / Под ред. Н. С. Кардашева. М.: Мир, 1969.
65. Karachentsev I. D., Makarov D. I., *Proceedings of IAU Symposium*, 1999, vol. 186, p. 109.
66. Schwarz D. J., Weinhorst B., *Astronomy & Astrophysics*, 2007, vol. 474, pp. 717–729.
67. Кривонос Р. А. Жёсткое рентгеновское излучение на больших угловых масштабах – фоновое излучение Галактики

и внегалактический фон Вселенной: дисс. канд. физ.-мат. наук (Москва, ИКИ РАН, 2007).

68. Levin S. F., *Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of XV International Meeting*, Moscow, 6–9 July 2009, eds. M. C. Duffy et al., Moscow, BMSTU, 2009, pp. 235–241.

69. Левин С. Ф. Измерительная задача идентификации крупномасштабной анизотропии красного смещения в спектрах излучения внегалактических источников. Ч. 1 // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2009. № 6. С. 36–37.

70. Левин С. Ф. Измерительная задача идентификации крупномасштабной анизотропии красного смещения в спектрах излучения внегалактических источников. Ч. 2 // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2010. № 1. С. 35–36.

71. Левин С. Ф. Измерительная задача идентификации крупномасштабной анизотропии красного смещения в спектрах излучения внегалактических источников. Ч. 3 // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2010. № 2. С. 36–37.

72. Jones D. H. et al., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 31 March 2009.

73. Макаров Д. И. Движения галактик на больших и малых масштабах: дисс. канд. физ.-мат. наук (Н. Архыз, Специальная астрофизическая обсерватория РАН, 2000).

74. Левин С. Ф. Анизотропия красного смещения // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2011. Вып. 1 (15). Т. 8. С. 70–101.

75. Levin S. F., *Proceedings of International Meeting Physical Interpretation of Relativity Theory PIRT-2013*, Moscow, 1–4 July 2013, Eds. M. C. Duffy et al., Moscow, BMSTU, 2013, pp. 210–219.

76. Левин С. Ф. Шкала космологических расстояний. Ч. 5. Метрологическая экспертиза по сверхновым типа SN Ia // Измерительная техника. 2016. № 8. С. 3–10.

77. Левин С. Ф. Шкала космологических расстояний. Ч. 6. Статистическая анизотропия красного смещения // Измерительная техника. 2017. № 5. С. 3–6.
<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2017-5-3-6>

78. Левин С. Ф. Измерительная задача идентификации функции погрешности // Законодательная и прикладная метрология. 2016. № 4. С. 27–33.

References

- Slipher V., Lowell Observatory Bulletin, 2013, vol. I, pp. 56–57.
- Eddington A. S., *The Mathematical Theory of Relativity*, Cambridge, University Press, 1923.
- Friedman A., *Zeitschrift für Physik*, 1922, vol. 10, pp. 377–386.
- Lanczos K., *Zeitschrift für Physik*, 1923, vol. 17, p. 168.
- Weyl H., *Zeitschrift für Physik*, 1923, vol. 24, p. 230.
- Lemaître G., *Annales de la Societe scientifique de Bruxelles*, 1927, vol. A47, p. 49.
- Robertson H. P., *Philosophical Magazine*, 1928, vol. 5, p. 835.

8. Hubble E., *Proceedings National Academy of Science*, 1929, vol. 15, pp. 168–173.

9. Lang K. R., *Astronomical formulae. A Compendium for the Physicist and Astrophysicist*, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1974.

10. Chandrasekhar S., *Astrophysical Journal*, 1931, vol. 74, pp. 81–82.

11. Robertson H. P., *Astrophysical Journal*, 1935, vol. 82, pp. 284–301.

12. Robertson H. P., *Astrophysical Journal*, 1936, vol. 83, pp. 187–201.

13. Robertson H. P., *Astrophysical Journal*, 1936, vol. 83, pp. 257–271.

14. Walker A. G., *Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2*, 1936, vol. 42(I), pp. 90–127.

15. Heckmann O.-H. L., *Theorien der Kosmologie*, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1942.

16. Robertson H. P., *Publications of the Astronomical Society of Pacific*, 1955, vol. 67, p. 82.

17. Hoyle F., Sandage A., *Publications of Astronomical Society of Pacific*, 1956, vol. 68, p. 301.

18. Humason M., Mayall N., Sandage A., *Astronomical Journal*, 1956, vol. 61, pp. 97–162.

19. Mattig W., *Astronomischen Nachrichten*, 1958, vol. 284, pp. 109–111.

20. Hoyle F., *Proceedings of the Physical Society*, 1961, vol. 77, pt. 1, pp. 1–16.

21. Sandage A. R., *The distance scale*, in: *Problems in extragalactic research*, Ed. G. McVittie, New York, Macmillan, 1962.

22. Levin S. F. *Optimalnaya interpolatsionnaya filtratsiya statisticheskikh harakteristik sluchajnykh funktsij v determinirovannoj versii metoda Monte-Karlo i zakon krasnogo smeshcheniya*, Moscow, AN SSSR Publ., 1980 (in Russian).

23. Panagia N., *Multifrequency observations of recent supernovae*, in *Supernovae as Distance Indicators. Lecture Notes in Physics*, Bartel N. (eds), Berlin, Heidelberg: Springer, 1985, vol. 224, pp. 14–33.

24. Wheeler J. C., Levreault R., *Astrophysical Journal*, 1985, vol. 294, pp. L17–L20.

25. Uomoto A., Kirshner R. P., *Astronomy and Astrophysics*, 1985, vol. 149, L7–L9.

26. Perlmutter S., *Nobel Lecture*, Stockholm, 08.12.2011.

27. Schmidt B., *Nobel Lecture*, Stockholm, 08.12.2011.

28. Riess A., *Nobel Lecture*, Stockholm, 08.12.2011.

29. Carroll S., Press W., Turner E., *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 1992, vol. 30, pp. 499–542.

30. Riess A. G. et al., *Astronomical Journal*, 1998, vol. 116, pp. 1009–1038.

31. Perlmutter S. et al., *Astrophysical Journal*, 1999, vol. 517, pp. 565–586.

32. Beaton R. L., Freedman W. L., Madore B. F. et al., <http://arXiv.org/abs/1604.01788v3> [astro-ph.CO] (11 Nov 2016).

33. Freedman W. L., <http://arXiv.org/abs/1706.02739> (13 Jul 2017).

34. Ries Adam G. et al., *Preprint Astrophysical Journal*, <http://arXiv.org/abs/1604.01424v3> [astro-ph.CO] (9 Jun 2016).

35. Visser M., <http://arXiv.org/abs/gr-qc/0309109v4> (31 Mar 2004).
36. Planck Collaboration, *Astronomy & Astrophysics*, 2016, vol. 594, A13, pp. 1–63.
37. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 1, pp. 7–15. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01578-1>
38. Riess A. et al., <http://arXiv.org/abs/1903.07603v2> [astro-ph.CO] (27 Mar 2019).
39. Hinshaw G. et al., *Astrophysical Journal Supplements*, 2009, vol. 180, pp. 225–245.
40. Planck Collaboration, *Astronomy & Astrophysics, Manuscript Planck Mission 2013*, <http://arXiv.org/abs/1303.5062v1> [astro-ph.CO] (20.03.2013).
41. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 1, pp. 7–15. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01578-1>
42. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 10, pp. 855–862. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01705-3>
43. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 62, no. 11, pp. 933–944. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01716-0>
44. Migkas K., Reiprich T. H., *Astronomy & Astrophysics*, 2018, vol. 611, A50, pp. 1–18.
45. Migkas K. et al., *Astronomy & Astrophysics manuscript 2020-04-08*, <http://arXiv.org/abs/2004.03305v1> [astro-ph.CO] (7 Apr 2020).
46. Nielsen J. T., Guffanti A., Sarkar S., *Scientific Reports*, 2016, <http://arXiv.org/abs/1506.01354v3> [astro-ph.CO] (17 Oct 2016).
47. Colin J., Mohayaee R., Rameez M., Sarkar S., *Astronomy & Astrophysics*, 2019, vol. 631, L13, pp. 1–6.
48. Di Valentino E., Melchiorri A., Silk J., *Nature Astronomy*, 2020, vol. 4, pp. 196–203.
49. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 6, pp. 528–539. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1462-x>
50. International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM) 3rd edition, available at: https://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_200_2012.pdf (accessed: 10.01.2020).
51. Gavrilov B. M. et al., *Razvitie deyatel'nosti po kalibrovke sredstv izmerenij*, ed. A. S. Krivov, *Doklad rabochej gruppy Mezhotraslevogo soveta po prikladnoj metrologii i priborostroeniyu Rossijskogo soyuza promyshlennikov i predprinimatelej*, Moscow, RSPP Publ., 2016 (in Russian).
52. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). Sec. ed., Geneva, BIMP, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 1995.
53. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2007, vol. 50, no. 9, pp. 921–928. <https://doi.org/10.1007/s11018-007-0173-5>
54. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 11, pp. 1057–1065. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01549-6>
55. Levin S. F., *Voprosy kibernetiki, VK-94. Statisticheskie metody v teorii obespecheniya ekspluatatsii*, Moscow, AN SSSR Publ., NSK, 1982, pp. 105–122 (in Russian).
56. Levin S. F., Blinov A. P., *Measurement Techniques*, 1988, vol. 31, no. 12, pp. 1145–1150. <https://doi.org/10.1007/BF00862607>
57. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 1991, vol. 34, no. 12, pp. 1221–1225. <https://doi.org/10.1007/BF00982559>
58. Levin S. F., Markova E. V., *Measurement Techniques*, 1995, vol. 38, no. 6, pp. 606–613. <https://doi.org/10.1007/BF00991105>
59. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 1996, vol. 39, no. 5, pp. 470–476. <https://doi.org/10.1007/BF02375752>
60. Levin S. F., Migachev B. S., *Measurement Techniques*, 1998, vol. 41, no. 9, pp. 876–881. <https://doi.org/10.1007/BF02503936>
61. Levin S. F., *Abstracts of Papers Conference X-j RGK*, Moscow, RGO Publ., 1999, p. 245 (in Russian).
62. Levin S. F., Lisenkov A. N., Sen'ko O. V., Xara-t'yan E. I., *Sistema metrologicheskogo soprovozhdeniya staticheskix izmeritel'nyx zadach «MMK-stat M»*. *Rukovodstvo pol'zovatelya*, Moscow, Gosstandart RF, VC RAN Publ., 1998 (in Russian).
63. Wilkinson D. T., Partridge R. B., *Nature*, 1967, vol. 215, p. 719.
64. Burbidge G., Burbidge M., *Quasi-stellar Objects*, San Francisco, London, W.H. Freeman and Company, 1967.
65. Karachentsev I. D., Makarov D. I., *Proceedings of IAU Symposium*, 1999, vol. 186, p. 109.
66. Schwarz D. J., Weinhorst B., *Astronomy & Astrophysics*, 2007, vol. 474, pp. 717–729.
67. Krivonos R. A., Candidate dissertation Mathematics and Physics (Moscow, IKI RAN, 2007).
68. Levin S. F., *Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of XV International Meeting*, Moscow, 6–9 July 2009, Eds. M. C. Duffy et al., Moscow, BMSTU Publ., 2009, pp. 235–241.
69. Levin S. F., *Kontrolno-izmeritelnye pribory i sistemy*, 2009, no. 6, pp. 36–37 (in Russian).
70. Levin S. F., *Kontrolno-izmeritelnye pribory i sistemy*, 2010, no. 1, pp. 35–36 (in Russian).
71. Levin S. F., *Kontrolno-izmeritelnye pribory i sistemy*, 2010, no. 2, pp. 36–37 (in Russian).
72. Jones D. H. et al., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 31 March 2009.
73. Makarov D. I., Candidate dissertation Mathematics and Physics (Arkhyz, Special astrophysical laboratory, RAN, 2000).
74. Levin S. F., *Giperkompleksny'e chisla v geometrii i fizike*, 2011, vol. 1 (15), no. 8, pp. 70–101 (in Russian).
75. Levin S. F., *Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of International Meeting PIRT-2013*, Moscow, 1–4 July 2013, ed. M. C. Duffy et al., Moscow, BMSTU Publ., 2013, pp. 210–219.
76. Levin S.F., *Measurement Techniques*, 2016, vol. 59, no. 8, pp. 791–802. <https://doi.org/10.1007/s11018-016-1047-5>
77. Levin S. F., *Measurement Techniques*, 2017, vol. 60, no. 5, pp. 411–417. <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1211-6>
78. Levin S. F., *Zakonodatel'naya i prikladnaya metrologiya*, 2016, no. 4, pp. 27–33 (in Russian).

Дата поступления: 06.06.2020.

Дата принятия: 02.07.2020.

Cosmological distances scale: Part 10. The global Anisotropy

Sergey F. Levin

Moscow Institute for expertise and tests, Moscow, Russian Federation, e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

A brief overview of the history of the origin and development of the cosmological distance scale based on redshift is given. Statistical aspects of the problem of calibration of scales of this type are considered and their analogy with the problems of calibration of measurement tools is shown. The analysis of the first data on the basis of which the “accelerated expansion of the Universe” was detected. The Consequences of Anisotropy for Distance Scale is analyzed.

Key words: *photometric distance, supernova SN Ia, redshift, anisotropy, Friedman–Robertson–Walker model, Heckmann–approach, interpolation approach, Hubble parameter, deceleration parameter.*

Размерности плоского и телесного углов и их единицы в Международной системе единиц

М. И. Калинин, Л. К. Исаев, Ф. В. Булыгин

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы,
Москва, Российская Федерация, e-mail: kalinin@vniims.ru,
isaev-vm@vniims.ru, fbulygin@vniims.ru

Проанализирована ситуация, сложившаяся в Международной системе единиц (СИ) в результате принятия в 1980 г. рекомендации Международного комитета мер и весов, предложившей рассматривать плоский и телесный углы как безразмерные производные величины. Показано, что основанием для такого решения стало неправильное понимание математической формулы, связывающей длину дуги окружности с её радиусом и соответствующим центральным углом, а также разложений тригонометрических функций в ряды. Из проведённого анализа следует, что величина плоский угол не зависит ни от одной величины СИ и должна быть отнесена к основным величинам, а её единицу – радиан – необходимо включить в совокупность основных единиц СИ. Величина телесный угол при этом оказывается производной величиной от плоского угла, его единица –стерадиан – является когерентной производной единицей, равной радиану в квадрате.

Ключевые слова: основные величины, производные величины, плоский угол, телесный угол, основные единицы, производные единицы, радиан, стерадиан.

Введение. Величинам «плоский угол» и «телесный угол» изначально не повезло в Международной системе единиц (СИ). СИ строилась на предложенном Гауссом принципе, который подразумевал деление всех величин и их единиц на два класса – основные и производные. Однако метрологам не удалось договориться, к какому классу отнести обе рассматриваемые величины: существовали два противоположных мнения. Вариант разнесения плоского и телесного углов и их единиц в разные классы если и был, то не нашёл поддержки. Таким образом, единицы углов были включены в третий класс – дополнительных единиц, которые не рассматривались ни как основные, ни как производные.

Неопределённый статус рассматриваемых величин вызывал непонимание и путаницу. Поскольку размерности углов считались независимыми от размерностей других величин, то углы часто считали основными величинами, а их единицы – основными единицами. Постоянно шли запросы в МКМВ о статусе этих величин и их единиц. В 1969 г. в Рекомендации МКМВ [1] было дано разъяснение: «Название «дополнительные единицы»... присвоено единицам СИ, для которых Генеральная конференция отказывается конкретизировать, являются ли они основными или производными единицами». Такая рекомендация ситуацию не прояснила, и в 1980 г. сначала Консультативный комитет по единицам (ККЕ), а затем и Международный комитет мер и весов (МКМВ) приняли Рекомендации [2, 3],

в которых предложили рассматривать дополнительные единицы – радиан и стерадиан (обозначения соответственно «рад» и «ср») – как безразмерные производные единицы СИ. Плоский и телесный углы были объявлены в СИ безразмерными производными величинами, а их единицы – радиан и стерадиан – безразмерным числом 1 [4], которое записывалось для радиана и стерадиана различным образом:

$$1 \text{ рад} = 1 \text{ м/м}, \quad 1 \text{ ср} = 1 \text{ м}^2/\text{м}^2.$$

В 1995 г. 20-я ГКМВ приняла предложение ККЕ и МКМВ, упразднив класс дополнительных единиц и перенеся радиан и стерадиан в класс производных единиц [5]. На 26-й Генеральной конференции по мерам и весам (ГКМВ) в 2018 г. были приняты новые унифицированные определения семи основных единиц СИ. Однако определения радиана и стерадиана не изменились и в 9-й редакции Брошюры СИ [6].

Какие же аргументы легли в основу изменения в 1980 г. статуса плоского и телесного углов в СИ? В метрологической литературе приведены три основных аргумента.

1) Утверждение Рекомендации 1 МКМВ 1980 г. [3]: «...в используемых уравнениях плоский угол обычно выражают как отношение двух длин, а телесный угол как отношение площади к квадрату длины, и, следовательно, эти величины рассматриваются как безразмерные величины».

2) Дополнительным аргументом для объявления плоского угла безразмерной величиной считается также разложение тригонометрических функций $\sin \theta$, $\cos \theta$ в степенные ряды по θ (см., например, [7, 8]).

3) Утверждение Рекомендации 1 МКМВ [3] о том, что возможность «трактовки радиана истерадиана как основных единиц СИ... нарушает внутреннюю согласованность СИ на основе только семи основных единиц».

Первые два утверждения лежат в основе объявления плоского и телесного углов безразмерными величинами, а их единиц – радиана истерадиана – безразмерным числом 1. Последнее утверждение послужило основанием перевода радиана истерадиана в класс производных единиц. Проанализируем обоснованность этих утверждений.

Анализ формул, лежащих в основе объявления углов безразмерными величинами. Утверждение 1 опирается на формулу, связывающую длину s дуги окружности радиуса r с центральным углом, который ограничен этой дугой:

$$s = r\theta. \quad (1)$$

Символ θ был принят метрологами за величину плоский угол [2, 3], из чего и был сделан вывод о его безразмерности. Чем же на самом деле является θ можно понять из математического вывода формулы (1). Чтобы избежать путаницы с величиной θ , обозначим центральный угол символом φ . На рис. 1 изображены центральные углы и соответствующие им дуги. Нетрудно убедиться, что изменение угла φ приводит к пропорциональному изменению длины s соответствующей дуги. Это позволяет записать пропорцию

$$\varphi/\varphi' = s/s', \quad (2)$$

которая справедлива для окружности любого радиуса.

Из (2) следует, что отношение двух длин определяет не какой-то один угол, а отношение двух углов. Пропорция (2) не накладывает никаких ограничений на размерность величины плоский угол.

Для получения формулы, связывающей длину дуги s с радиусом r , необходимо выбрать такой угол φ' , для которого значение длины дуги s' известно. В качестве φ' естественно взять полный плоский угол, соответствующий полному повороту одной стороны угла в плоскости окружности относительно второй стороны. Обозначим его символом Φ . Для такого угла $\varphi' = \Phi$ дуга s' превращается в полную окружность, длина которой известна $s' = 2\pi r$. Пропорция (2) превращается в следующее уравнение:

$$\varphi/\Phi = s/(2\pi r). \quad (3)$$

В метрологии существует специальная форма записи любой величины, предложенная Максвеллом [9] (см. также [10]):

$$\varphi = \{\varphi\}[\varphi],$$

где $[\varphi]$ – единица измерения величины φ ; $\{\varphi\}$ – численное значение величины φ (безразмерное число), выраженной в единицах $[\varphi]$.

Используя такую запись в левой части уравнения (3), перепишем его в виде

$$\frac{\{\varphi\}[\varphi]}{\{\Phi\}[\Phi]} = \frac{s}{2\pi r}. \quad (4)$$

Единицу $[\varphi]$ в левой части уравнения (4) можно сократить. В результате слева остаётся отношение двух безразмерных чисел. Запишем получившееся равенство в виде выражения для s :

$$s = r\{\varphi\} \frac{2\pi}{\{\Phi\}}. \quad (5)$$

Выражение (5) не содержит размерности плоского угла, какой бы она ни была, и, следовательно, не накладывает никаких ограничений на неё. И тем более, не даёт никаких указаний на единицу плоского угла. Её задают из соображений удобства использования.

В зависимости от выбора единицы $[\varphi]$ плоского угла вид соотношения (5) будет разным. Если выражать углы в градусах, то $[\varphi] = 1^\circ$ и безразмерное число $\{\Phi\} = 360$. Выражение (5) примет вид

$$s = r\{\varphi\} \frac{\pi}{180}, \quad (6)$$

где $\{\varphi\}_\circ$ – численное значение угла φ в градусах.

Коэффициент $\pi/180$ (в общем случае $2\pi/\{\Phi\}$) возникает в математических расчётах, связанных с углами и функциями от них, нарушая компактность математических формул. И при большом количестве вычислений этот коэффициент будет многократно появляться в формулах, что сделает их слишком громоздкими и необозримыми.

Математики придумали единицу измерения, которая упрощает формулы, содержащие углы. Если выбрать такую

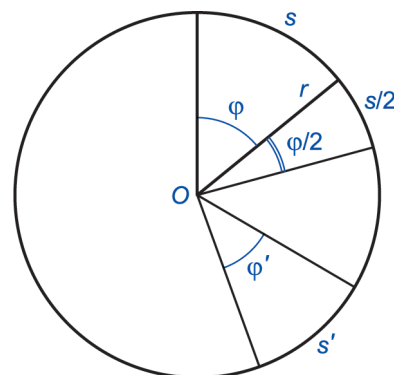


Рис. 1. Пропорциональность величин углов и длин дуг

Fig. 1. Proportionality of angle values and arc lengths

единицу $[\varphi]_{\text{рад}}$ измерения плоских углов, при использовании которой безразмерное число $\{\Phi\}$ будет равно 2π , то формула (5) примет компактный вид¹:

$$S = r \{\Phi\}_{\text{рад}}, \quad (7)$$

где $\{\varphi\}_{\text{рад}}$ – численное значение угла φ в единицах $[\varphi]_{\text{рад}}$.

Соответствующая единица $[\varphi]_{\text{рад}}$ плоского угла, обеспечивающая равенство $\{\Phi\} = 2\pi$, называется радианом. А радиан определяется условием, что полный плоский угол задаётся выражением

$$\Phi = 2\pi \text{ рад.} \quad (8)$$

Равенство (8) означает, что Φ можно принять в качестве определяющей константы для радиана, как это было сделано в 2018 г. для семи основных единиц СИ. Причём Φ является константой, не зависящей ни от времени, ни от пространственного положения во Вселенной. Константа Φ определяется только геометрией плоского двумерного пространства, которая всегда и везде одинакова.

Исторически плоский угол является первой величиной, единица которой была определена фиксацией точного значения определяющей константы. Ещё в древнем Вавилоне единица измерения угла – градус – была определена равенством $\Phi = 360^\circ$. Сегодня все известные единицы измерения плоского угла также определяются через эту константу:

$$\Phi = 360^\circ = 2\pi \text{ рад} = 400 \text{ град} = 1 \text{ об} = 32 \text{ румб.}$$

Эта же определяющая константа является теоретической основой Государственного первичного эталона единицы плоского угла ГЭТ 22-2014, находящегося во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева.

Из формулы (7) следует, что отношение двух длин определяет не угол φ , а его численное значение, измеренное в радианах $\{\varphi\}_{\text{рад}}$. Сравнивая (7) с (1), видим, что символ θ является не плоским углом, а его численным значением $\theta = \{\varphi\}_{\text{рад}}$, которое по определению является безразмерным числом. В противоположность утверждению Рекомендации 1 МКМВ 1980 г. выражение (7) не накладывает никаких ограничений на размерность² угла φ .

¹ Выражения (6), (7) приведены во всех математических справочниках и энциклопедиях (см., например, [11, с. 15]).

² В физической литературе имеется определение размерных и безразмерных величин [12]. Величины, численное значение которых зависит от выбора единиц измерения, называются размерными величинами. Величины, численное значение которых не зависит от выбора единиц измерения, называются безразмерными величинами. Например, масса, энергия, скорость являются размерными величинами. А постоянная тонкой структуры – безразмерная величина, для которой даже вид физической формулы зависит от выбора единиц, тем не менее, сохраняет своё численное значение во всех системах единиц. Согласно этому определению плоский угол является размерной величиной так же, как масса и длина.

Формула, аналогичная (7), была предложена в несколько ином виде без вывода и другими авторами из интуитивных соображений, например [13, 14]

Аналогичные рассуждения справедливы и для телесного угла ω . Для телесного угла нетрудно получить выражение, аналогичное соотношению (5) для плоского угла:

$$A = r^2 \{\omega\} \frac{4\pi}{\{\Omega\}}, \quad (9)$$

где $\{\omega\}$ – численное значение рассматриваемого телесного угла в единицах $[\omega]$; $\{\Omega\}$ – численное значение полного телесного угла в тех же единицах; A – площадь поверхности, ограниченной телесным углом ω на сфере радиуса r с центром в вершине угла.

Аналогично радиану единица телесного угла – стерadian – выбрана так, чтобы соотношение (9) имело компактный вид:

$$A = r^2 \{\omega\}_{\text{ср.}} \quad (10)$$

Таким образом, отношение площади к квадрату длины определяет не телесный угол ω , а его численное значение $\{\omega\}_{\text{ср.}}$, выраженное в стерadianах. Стерadian можно определить, задав значение полного телесного угла:

$$\Omega = 4\pi \text{ ср.} \quad (11)$$

Приведённый анализ показывает, что первый аргумент в пользу безразмерности плоских и телесных углов несостоятелен.

Разложение тригонометрических функций. Разложение тригонометрических функций в ряд по аргументу хорошо известно в математике и приведено во всех справочниках. Например, для синуса оно имеет вид

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \quad (12)$$

Поскольку синус – безразмерная функция, то из (12) неизбежно следует, что θ должна быть безразмерной величиной. Только в этом случае все слагаемые в правой части равенства будут безразмерными. В противном случае все слагаемые в правой части будут иметь разные размерности, а складывать величины разной размерности невозможно. Факт безразмерности θ в (12) некоторые авторы [7, 8] посчитали серьёзным аргументом в пользу безразмерности плоского угла.

Такой вывод основан на представлении, что аргументом тригонометрических функций может быть только величина плоский угол. Но это не совсем так. В математике существует два вида тригонометрических функций: тригонометрические функции углов и тригонометрические функции безразмерных чисел. Первые были введены более 2000 лет назад как отношения длин сторон прямоугольного треугольника. Тригонометрические функции углов были определены в узкой области значений углов $0-90^\circ$ и до сих

пор используются в геометрии и в практике инженерных расчётов.

Но, с развитием исчисления бесконечно малых, дифференциального и интегрального исчислений, математики определили другой вид тригонометрических функций – тригонометрические функции безразмерных аргументов. В математике доказано следующее утверждение [15, с. 146]: «Существует, и притом единственная, пара функций $S(x)$ и $C(x)$, определённых на всей бесконечной прямой вещественных чисел и удовлетворяющей определённым условиям».

Условия существования функций $S(x)$, $C(x)$ специально подобраны математиками так, чтобы они удовлетворялись для тригонометрических функций углов φ вида $\varphi = x$ рад: $\sin \varphi = \sin(x \text{ рад})$, $\cos \varphi = \cos(x \text{ рад})$. Тогда, в силу единственности функций $S(x)$, $C(x)$, тригонометрические функции углов вида $\varphi = x$ рад в интервале $0 \leq x \leq \pi/2$ будут полностью совпадать с введёнными функциями безразмерных аргументов $S(x)$, $C(x)$:

$$\sin(x \text{ рад}) = S(x), \cos(x \text{ рад}) = C(x). \quad (13)$$

Распространяя равенства (13) на все значения безразмерных чисел x , можно распространить область определения тригонометрических функций углов φ на весь бесконечный интервал их значений $-\infty \text{ рад} < \varphi < \infty \text{ рад}$. Функции $S(x)$, $C(x)$ математики назвали тригонометрическими функциями и обозначили теми же символами, что и тригонометрические функции углов: $\sin$, $\cos$. Но нужно всегда помнить, что тригонометрические функции углов и тригонометрические функции безразмерных чисел это, строго говоря, различные функции, имеющие разные области определения. На это обстоятельство указано ещё в работах [16–18]. Во избежание путаницы авторы работ [16, 17] предлагали обозначать два вида тригонометрических функций по-разному – функции безразмерных аргументов по-прежнему обозначать как $\sin$, $\cos$, а функции углов как Sin , Cos .

Для этих двух видов функций все тригонометрические формулы имеют совершенно одинаковый вид. Но при дифференцировании, интегрировании, разложении в ряды сразу проявляются различия между ними. В физике и математике все уравнения записываются с использованием тригонометрических функций безразмерных аргументов. Все математические справочники, включающие производные, интегралы, разложения в ряды, составлены для тригонометрических функций безразмерных аргументов.

По формулам разложения в ряд функций одного вида нельзя делать никакие заключения о размерности аргументов функций другого вида. Размерность плоского угла никак не зависит от вида разложения в ряд тригонометрических функций безразмерного аргумента. Разложение в ряд тригонометрической функции угла осуществляется не по углу, а по численному значению угла, выраженного в радианах, см., например, [19, 20].

Таким образом, и второй аргумент в пользу безразмерности плоского угла оказывается несостоятельным.

О включении радиана истерадиана в класс производных единиц. Третий аргумент – утверждение МКМВ о том, что возможность «трактовки радиана истерадиана как основных единиц СИ... нарушает внутреннюю согласованность СИ на основе только семи основных единиц» не очень убедителен.

Во-первых, почему основных единиц должно быть именно семь? И почему введение дополнительной основной единицы должно нарушать внутреннюю согласованность СИ? В 1960 г. СИ содержала шесть основных единиц. Введение в 1971 г. в класс основных единиц моля никак не нарушило внутренней согласованности и не добавило никаких затруднений в использовании расширенной совокупности основных единиц.

Во-вторых, почему рассматривались возможности только одновременного включения обеих единиц либо в класс основных, либо в класс производных единиц. Тогда как этот вопрос должен решаться исходя из физических соображений о характере плоского и телесного углов, их взаимодействия с другими величинами и их связи друг с другом. Именно эти физические соображения проанализированы далее.

Размерность плоского угла и его отношение к другим величинам. Прежде всего, отметим одно обстоятельство, которое отличает величины плоский угол и телесный угол от всех других величин. Они определяют количественную меру вполне конкретных физических объектов, имеющих те же самые названия. Никакие другие величины не имеют таких конкретных объектов. Нет физического объекта масса, нет физического объекта время, но есть физические объекты плоский угол и телесный угол. Именно физический характер объектов и должен определять существование или отсутствие связи углов с другими физическими величинами, а, следовательно, и принадлежность к классу основных или производных величин.

Физический объект плоский угол определяется как геометрическая фигура, состоящая из двух различных лучей, выходящих из одной точки [21, с. 467]. Лучи называются сторонами угла, а общая точка, из которой они выходят – вершиной. Как следует из определения, стороны угла представляют собой не отрезки прямых определённой длины, а лучи, т. е. заданные направления, исходящие из общей вершины. На рисунках они, естественно, изображаются конечными отрезками произвольной длины. Фактически, плоский угол является локальным объектом [20], состоящим из вершины и двух заданных в этой вершине направлений, вдоль которых можно рисовать стороны угла.

Физическая величина плоский угол характеризует отклонение направления одного луча объекта плоский угол от другого и не зависит от длины нарисованных сторон угла. На рисунках они могут быть больше или меньше, могут быть разной длины. Отклонение одного направления от другого при этом не изменяется. А, следовательно, не изменяется и величина плоский угол. В определении плоского угла (как объекта, так и физической величины) вообще отсутствуют какие-либо другие физические величины.

Это означает, что величина плоский угол имеет собственную размерность, не зависящую от размерностей любых

других величин. А значит, плоский угол не может быть производной величиной. Его следует отнести к основным величинам, а его единицу – радиан – к основным единицам СИ. Предложения включить радиан в класс основных единиц вносились и ранее, например [22–25].

Соотношение между плоским и телесным углами.

Согласно [21, с. 325] объект телесный угол – часть пространства, ограниченная одной полостью некоторой замкнутой конической поверхности (рис. 2). Его количественной характеристикой является величина телесный угол, характеризующая размер этой полости.

Плоский и телесный углы являются объектами различной геометрической размерности. Плоский угол – двумерный пространственный объект, телесный угол – трёхмерный. Их невозможно сравнивать по значению. Пытаться определить, что больше – плоский угол или телесный – бессмысленно. Это то же самое, что пытаться определить, что больше – двумерная фигура или отрезок прямой. А, следовательно, невозможно сравнивать и величины плоский угол и телесный угол, как невозможно сравнивать площадь двумерной фигуры с длиной отрезка, т. е. плоский и телесный углы имеют разные размерности. В противном случае их можно было бы сравнивать по значению. А это означает, что они не могут быть одновременно безразмерными величинами, как это сейчас имеет место в СИ.

Свойство плоского угла характеризовать отклонение одного луча от другого используется в математике для построения полярной системы координат на плоскости, а также цилиндрической, сферической и некоторых других систем координат в трёхмерном пространстве. Воспользуемся этим свойством для анализа связи между плоским и телесным углами.

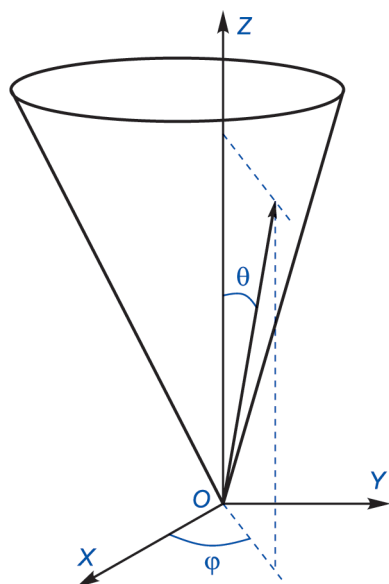


Рис. 2. Телесный угол и связанная с ним сферическая система координат

Fig. 2. Solid angle and related spherical coordinate system

Почти очевидно, что телесный угол образуется совокупностью плоских углов. На рис. 2 представлены телесный угол ω и связанные с ним декартова и сферическая системы координат. Любая точка трёхмерного пространства характеризуется вектором $\mathbf{r}$, начинающимся в начале системы координат и заканчивающимся в этой точке. В декартовой системе координат вектор $\mathbf{r}$ задаётся тремя координатами (x, y, z) . В сферической системе координат этот же вектор будет определяться координатами (r, θ, φ) , где r – длина вектора, θ – плоский угол между вектором $\mathbf{r}$ и осью OZ , φ – угол между проекцией вектора на плоскость (OXY) и осью OX . Область значений переменных сферической системы координат определяется неравенствами:

$$0 \leq r < \infty; 0 \leq \varphi < \Phi; 0 \leq \theta \leq \Phi/2.$$

Направление любого луча, исходящего из начала координат, задаётся в сферической системе координат двумя плоскими углами θ, φ (см. рис. 2). При каждом значении угла φ соответствующий луч конической поверхности будет образовывать с осью OZ некоторый плоский угол θ . Изменяя значение угла φ от 0 до Φ , получим совокупность плоских углов $\theta(\varphi)$, заполняющих весь рассматриваемый телесный угол. Этот процесс аналогичен процессу образования плоской двумерной фигуры совокупностью прямых отрезков или трёхмерного объекта совокупностью двумерных плоских фигур. Это означает, что телесный угол является производной величиной в СИ, образованной плоскими углами, так же как площадь является производной величиной длины.

Нетрудно найти связь между плоским и телесным углами и их единицами. Вся совокупность направлений лучей, задающих коническую поверхность телесного угла, будет определяться функцией $\theta(\varphi)$. Значение телесного угла ω получается интегрированием элемента телесного угла $d\omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ по области $0 \leq \varphi < \Phi; 0 \leq \theta \leq \theta(\varphi)$:

$$\omega = \int_0^{\Phi} d\varphi \int_0^{\theta(\varphi)} \sin\theta d\theta. \quad (14)$$

Здесь синус есть функция плоского угла. Интегрирование по углу θ выполняется переходом к безразмерной переменной интегрирования x по формуле $\theta = x \text{ рад} = x\Phi/(2\pi)$. В результате выражение (14) примет вид

$$\omega = \frac{\Phi}{2\pi} \int_0^{\Phi} [1 - \cos\theta(\varphi)] d\varphi. \quad (15)$$

Здесь φ по-прежнему является размерным углом, как и Φ . Из формулы (15) следует, что размерность телесного угла равна квадрату размерности плоского угла. Учитывая, что эти величины не могут иметь одинаковую размерность (см. выше), приходим к выводу, что плоский и телесный углы являются размерными величинами, их размерности

связаны соотношением $\dim \omega = (\dim \varphi)^2$. И если основной единицей плоского угла в СИ выбран радиан, то когерентной единицей телесного угла в СИ должна быть единица, равная радиану в квадрате.

Найдём связь междустерадианом и радианом в квадрате. Из (15) можно найти значение полного телесного угла Ω . Выберем в качестве телесного угла ω полость внутри кругового конуса. Соответствующая функция $\theta(\varphi)$ будет константой θ и интеграл в (14) даёт следующее значение для ω :

$$\omega = (1 - \cos \theta) \Phi^2 / (2\pi). \quad (16)$$

При $\theta = 0$ рассматриваемая коническая поверхность вырождается в ось OZ и соответствующий телесный угол будет равен нулю. Значение полного телесного угла Ω найдём из (16) при $\theta = \Phi/2$, для которого $\cos(\Phi/2) = -1$. Откуда

$$\Omega = \Phi^2 / \pi. \quad (17)$$

Сравнивая (17) с формулами (8), (11), получаем $1 \text{ sr} = 1 \text{ рад}^2$. Такой же результат представлен в работах [17, 18, 24]. Из него следует, чтостерадиан является когерентной производной единицей в СИ, но не метра, как указано в Брошюре СИ [6], а радиана. Единицы же плоского угла (и радиан, и градус) не зависят от других единиц СИ и задаются аксиоматически как все основные единицы СИ.

Закключение. Рекомендации ККЕ и МКМВ 1980 г. и Резолюция 8 20-й ГКМВ, объявившие плоский и телесный углы безразмерными величинами, производными от величины длина, основаны на неправильном понимании некоторых математических формул. В статье показано, что ни математические выражения, связывающие длины с углами, ни разложения тригонометрических функций не накладывают никаких ограничений на размерности плоского и телесного углов и на выбор их единиц. Проведённый в статье анализ физической природы углов и их связи с другими величинами и между собой позволяет сделать следующие утверждения:

величина плоский угол не зависит ни от одной из единиц СИ и должна быть включена в класс основных величин. Её единица – радиан – должна быть включена в класс основных единиц СИ. Радиан задаётся фиксацией точного значения полного плоского угла: $\Phi = 2\pi \text{ рад}$;

величина телесный угол является производной от величины плоский угол. Размерность телесного угла квадратична по размерности плоского угла. Единица телесного угла –стерадиан – задаётся фиксацией точного значения полного телесного угла: $\Omega = 4\pi \text{ ср}$;

стерадиан – когерентная производная единица от радиана: $1 \text{ ср} = 1 \text{ рад}^2$.

Список литературы

1. CIPM, 1969, 58 Session: Recommendation 1, p. 30, available at: <https://www.bipm.org/en/CIPM/db/1969/1/> (accessed: 31.08.2020).

2. Comité Consultatif des Unités 1980, 7 session: Recommendation U1, p. U12, available at: <https://www.bipm.org/utis/common/pdf/CC/CCU/CCU7.pdf> (accessed: 31.08.2020).

3. CIPM, 1980, 69 Session: Recommendation 1 (CI-1980), p. 24, available at: <https://www.bipm.org/utis/common/pdf/CIPM-PV-OCR/CIPM1980.pdf> (accessed: 31.08.2020).

4. The International System of Units (SI). 1985, 5th ed., available at: https://www.bipm.org/utis/common/pdf/si_brochure_5.pdf (accessed: 31.08.2020).

5. Quinn T. J., *Metrologia*, 1996, vol. 33, no. 1, pp. 81–89. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/33/1/11>

6. The International System of Units (SI), 2019, 9th ed., available at: <https://www.bipm.org/utis/common/pdf/si-brochure/SI-Brochure-9-EN.pdf> (accessed: 31.08.2020).

7. Mills I. M., Taylor B. N., and Thor A. J., *Metrologia*, 2001, vol. 38, no. 4, pp. 353–361. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/38/4/8>

8. Quincey P., *Metrologia*, 2016, vol. 53, no. 2, pp. 840–845. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/53/2/840>

9. Максвелл Д. К. Трактат об электричестве и магнетизме: серия «Классики науки», в 2-х т. Пер с англ. М.: Наука, 1989. Т. 1. 415 с.

10. Standard ISO 80000-1, 2009. Quantities and units. Part 1: General.

11. Математическая энциклопедия: в 5-и т. / И. М. Виноградов [и др.] М.: Советская энциклопедия, 1984. Т. 4. 1216 с.

12. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. 438 с.

13. Mohr P. J., and Phillips W. D., *Metrologia*, 2015, vol. 52, no. 1, pp. 40–47. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/1/40>

14. Quincey P., Mohr P. J., and Phillips W. D., *Metrologia*, 2019, vol. 56, no. 4, 043001. <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab27d7>

15. Ильин В. А., Позняк Е. Г. Основы математического анализа, Ч. 1. М.: Физматлит, 2005.

16. Torrens A. B., *Metrologia*, 1986, vol. 22, no. 1, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/22/1/002>

17. Brownstein K. R., *Am. J. Phys.*, 1997, vol. 65, no. 7, pp. 605–614. <https://doi.org/10.1119/1.18616>

18. Kalinin M. I., *Metrologia*, 2019, vol. 56, no. 6, 065009. <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab3fbf>

19. Eder W. E., *Metrologia*, 1982, vol. 18, no. 1, pp. 1–12. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/18/1/002>

20. Emerson W. H., *Metrologia*, 2005, vol. 42, no. 4, pp. L23–L26. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/42/4/L02>

21. Математическая энциклопедия: в 5-и т./ И. М. Виноградов [и др.] М.: Советская энциклопедия, 1985. Т. 5. 1248 с.

22. Wittmann H. A., *Metrologia*, 1988, vol. 25, no. 4, pp. 193–203. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/25/4/001>

23. Mohr P. J., and Phillips W. D., A proposal to classify the radian as a base unite in the SI. <http://arXiv.org/abs/1604.06774v1> (18 Feb 2016).

24. Kalinin M. I., On the status of plane and solid angles in the International System of Units (SI). arXiv:1810.12057v3 (8 Nov 2018). <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab3fbf>

25. Калинин М. И. Плоский и телесный углы в Международной системе единиц // Законодательная и прикладная метрология. 2018. № 6. С. 12–16.

References

1. CIPM, 1969, 58 Session: Recommendation 1, p. 30, available at: <https://www.bipm.org/en/CIPM/db/1969/1/> (accessed: 31.08.2020).
2. Comité Consultatif des Unités 1980, 7 session: Recommendation U1, p. U12, available at: <https://www.bipm.org/utis/common/pdf/CC/CCU/CCU7.pdf> (accessed: 31.08.2020).
3. CIPM, 1980, 69 Session: Recommendation 1 (CI-1980), p. 24, available at: <https://www.bipm.org/utis/common/pdf/CIPM-PV-OCR/CIPM1980.pdf> (accessed: 31.08.2020).
4. The International System of Units (SI). 1985, 5th ed., available at: https://www.bipm.org/utis/common/pdf/si_brochure_5.pdf (accessed: 31.08.2020).
5. Quinn T. J., *Metrologia*, 1996, vol. 33, no. 1, pp. 81–89. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/33/1/11>
6. The International System of Units (SI), 2019, 9th ed., available at: <https://www.bipm.org/utis/common/pdf/si-brochure/SI-Brochure-9-EN.pdf> (accessed: 31.08.2020).
7. Mills I. M., Taylor B. N., and Thor A. J., *Metrologia*, 2001, vol. 38, no. 4, pp. 353–361. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/38/4/8>
8. Quincey P., *Metrologia*, 2016, vol. 53, no. 2, pp. 840–845. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/53/2/840>
9. Maxwell James Clerk, The scientific papers, vol. 1, Cambridge: At the university press, 1890.
10. Standard ISO 80000-1, 2009. Quantities and units. Part 1: General.
11. Vinogradov I. M. (ed), *Matematicheskaya Encyclopedia*, Moscow, Sovetskaya encyclopedia Publ., vol. 4, 1984, 1216 p. (in Russian).

12. Sedov L. I., *Metody podobija i razmernosti v mekhanike*, Moscow, Nauka Publ., 1877, 438 p. (in Russian).
13. Mohr P. J., and Phillips W. D., *Metrologia*, 2015, vol. 52, no. 1, pp. 40–47. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/52/1/40>
14. Quincey P., Mohr P. J., and Phillips W. D., *Metrologia*, 2019, vol. 56, no. 4, 043001. <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab27d7>
15. Ilyin V. A., Poznyak E. G. *Fundamentals of Mathematical Analysis: Part1, 7th edn*, Moscow, Fizmatlit Publ., 2005, 646 p. (in Russian).
16. Torrens A. B., *Metrologia*, 1986, vol. 22, no. 1, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/22/1/002>
17. Brownstein K. R., *Am. J. Phys.*, 1997, vol. 65, no. 7, pp. 605–614. <https://doi.org/10.1119/1.18616>
18. Kalinin M. I., *Metrologia*, 2019, vol. 56, no. 6, 065009. <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab3fbf>
19. Eder W. E., *Metrologia*, 1982, vol. 18, no. 1, pp. 1–12. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/18/1/002>
20. Emerson W. H., *Metrologia*, 2005, vol. 42, no. 4, pp. L23–L26. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/42/4/L02>
21. Vinogradov I. M. (ed), *Matematicheskaya Encyclopedia*, Moscow, Sovetskaya encyclopedia Publ., vol. 5, 1985, 1248 p. (in Russian).
22. Wittmann H. A., *Metrologia*, 1988, vol. 25, no. 4, pp. 193–203. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/25/4/001>
23. Mohr P. J., and Phillips W. D., A proposal to classify the radian as a base unite in the SI. <http://arXiv.org/abs/1604.06774v1> (18 Feb 2016).
24. Kalinin M. I., On the status of plane and solid angles in the International System of Units (SI). arXiv:1810.12057v3 (8 Nov 2018). <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ab3fbf>
25. Kalinin M. I., *Zakonodatel'naja i prikladnaja metrologia*, 2018, no. 6, pp. 12–16.

Дата поступления: 02.07.2020.

Дата принятия: 07.08.2020.

Dimensions of plane and solid angles and their units in the International System of Units (SI)

Mikhail I. Kalinin, Lev K. Isaev, Fedor V. Bulygin

Russian Research Institute for Metrological Service (VNIIMS), Moscow, Russia,
e-mail: kalinin@vniims.ru, isaev-vm@vniims.ru, fbulygin@vniims.ru

The situation that has developed in the International System of Units (SI) as a result of adopting the recommendation of the International Committee of Weights and Measures (CIPM) in 1980, which proposed to consider plane and solid angles as dimensionless derived quantities, is analyzed. It is shown that the basis for such a solution was a misunderstanding of the mathematical formula relating the arc length of a circle with its radius and corresponding central angle, as well as of the expansions of trigonometric functions in series. From the analysis presented in the article, it follows that a plane angle does not depend on any of the SI quantities and should be assigned to the base quantities, and its unit, the radian, should be added to the base SI units. A solid angle, in this case, turns out to be a derived quantity of a plane angle. Its unit, the steradian, is a coherent derived unit equal to the square radian.

Key words: base quantities, derived quantities, plane angle, solid angle, base units, derived units, radian, steradian.

Методика измерений джиттера электронно-оптических камер

М. В. Канзюба, В. Б. Лебедев

Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,
Москва, Российская Федерация, e-mail: mkanzyuba@vniiofi.ru

Рассмотрено явление джиттера применительно к электронно-оптическим камерам, применяемым при исследовании быстротекущих процессов. Предложена методика измерений джиттера электронно-оптических камер, работающих в режиме линейной развертки исследуемого импульсного оптического сигнала. Описана экспериментальная установка, реализующая эту методику измерений. Данная установка используется во ВНИИОФИ для контроля джиттера выпускаемых электронно-оптических камер на соответствие спецификации либо требованиям технических заданий заказчиков.

Ключевые слова: джиттер, измерение, электронно-оптическая камера.

Введение. Электронно-оптические камеры (ЭОК), работающие в режиме линейной развертки исследуемого импульсного оптического сигнала, незаменимы при исследованиях разнообразных быстротекущих процессов, таких как горение, взрыв, ударные и детонационные волны, разрушение материалов и конструкций, баллистика, естественные и искусственные электрические разряды, импульсные излучения и их взаимодействие с веществом, динамика плазмы, фазовые переходы, химические реакции [1–4].

В общем случае джиттером, или фазовым дрожанием, называется явление фазовой модуляции принимаемого сигнала (как аналогового, так и цифрового) [5]. На практике джиттер представляет собой нестабильность импульсного периодического сигнала в виде изменения временного интервала (разброса) между заданным началом периода и последовательными реализациями сигнала в каждом периоде.

При исследовании повторяющихся оптических процессов с помощью ЭОК, работающих в режиме линейной развертки, джиттер проявляется в виде разброса наблюдаемого положения оптического импульсного сигнала на развертке при синхронном с сигналом запуске ЭОК. Основная причина разброса заключается в нестабильности времени срабатывания генератора высоковольтных импульсов развертки. Помимо собственного джиттера ЭОК вклад в наблюдаемый на её экране джиттер может вносить джиттер запускающего ЭОК сигнала относительно регистрируемого процесса. Поэтому для корректного измерения собственного джиттера ЭОК при её запуске необходимо исключить джиттер запускающего сигнала.

Количественно джиттер можно характеризовать различным образом. Полный джиттер (англ. peak-to-peak jitter) определяется как максимальный разброс во времени положений импульса на развертке, т. е. разность максимальной

и минимальной задержек относительно начала развертки. Однако по мере накопления статистики полный джиттер будет монотонно возрастать с увеличением размера выборки, и к тому же на него будут влиять большие случайные флуктуации (выбросы). Поэтому предпочтительнее в качестве характеристики джиттера использовать параметр статистики положений импульса, определяющий ширину распределения и не зависящий от размера выборки. В типичном практическом случае, когда распределение положений импульса является нормальным или близко к нему, джиттер удобно характеризовать среднеквадратичным значением. Таким образом, среднеквадратичное значение джиттера – это параметр ширины нормального распределения, несмещённой оценкой которого является среднее квадратическое отклонение (СКО) положения импульса.

При работе ЭОК в режиме накопления повторяющихся сигналов значение джиттера непосредственно определяет погрешность измерения длительности этих сигналов. Поэтому джиттер необходимо измерять на всех диапазонах развертки ЭОК.

Значение джиттера, отнесённое к длительности развертки (относительный джиттер), характеризует качество ЭОК. Чем меньше относительный джиттер, тем выше качество ЭОК. Наибольшего значения относительный джиттер достигает на самой быстрой развертке ЭОК. Поэтому, как правило, в технических заданиях на ЭОК заказчики выставляют требования именно к джиттеру на самой быстрой развертке.

Экспериментальная установка. Разработанная во ВНИИОФИ экспериментальная установка, предназначенная для измерения джиттера ЭОК, реализует прямой метод измерения. При измерении джиттера ЭОК многократно регистрируется положение одиночного короткого лазерного импульса на развертке. Запуск ЭОК при этом осуществляется по электрическому сигналу коаксиального фотоэлемента

ФЭК [6, 7] производства ВНИИОФИ. С помощью светоделительной пластинки на фотоэлемент отводится часть излучения регистрируемого лазерного импульса. Чтобы изображение импульса попадало на развёртку, необходимо синхронизировать время прихода лазерного импульса на фотокатод ЭОК с моментом её запуска. Для синхронизации используются оптическая линия задержки, которая задерживает падающий на фотокатод ЭОК импульс, и линия задержки запускающего электрического сигнала фотоэлемента.

На рис. 1 представлена функциональная схема экспериментальной установки. Фемтосекундный лазер 6 генерирует последовательность импульсов длительностью порядка 100 фс на длине волны 1050 нм с частотой повторения 70 МГц. Электрооптический затвор 5 выделяет из этой последовательности одиночный импульс. Генератор второй гармоники 4 преобразует частоту лазерного излучения в видимый диапазон. В результате энергия лазерного импульса на длине волны 525 нм составляет около 30 нДж. Светоделительная пластинка 3 отводит часть излучения на фотоэлемент 2. Электрический импульс фотоэлемента служит для запуска ЭОК, которой свойственна определённая задержка срабатывания («мёртвое время»). Основная часть излучения проходит оптическую линию задержки 12, состоящую из одного сферического и двух плоских зеркал. Чтобы лазерный импульс попал на развёртку, регулируют задержку. Для её регулировки используют линию задержки

запускающего электрического сигнала фотоэлемента в виде отрезка радиочастотного кабеля 13 регулируемой длины. С целью предотвращения чрезмерной облучённости фотокатода ЭОК, приводящей к искажению регистрируемых сигналов, применяют нейтральные светофильтры 11. Расширитель пучка 10 служит для заполнения излучением всей длины щели ЭОК. Чтобы облучённость щели после расширителя не уменьшалась, за расширителем устанавливают цилиндрическую линзу 9, фокусирующую излучение на щель ЭОК. Изображения, зарегистрированные ЭОК, фиксируются встроенной в ЭОК цифровой телекамерой. Изображения передаются в компьютер 7 для отображения на мониторе, записи на диск и последующего анализа.

Методика измерений. Джиттер измеряют следующим образом. Настраивают частоту повторения выделенных лазерных импульсов, чтобы она не превышала максимально допустимую частоту запуска ЭОК. Запускают ЭОК в режиме циклической съёмки на самой медленной развёртке. Подбирают длину кабеля между фотокатодом и ЭОК, чтобы на мониторе в середине развёртки наблюдалось изображение лазерного импульса в виде узкой вертикальной полосы. Данная полоса представляет собой временную аппаратную функцию ЭОК на этом диапазоне развёртки. Используя программное обеспечение ЭОК, записывают в файлы не менее 100 последовательных изображений импульса. Повторяют указанную процедуру на следующих более быстрых диапазонах развёртки. Длительность самой быстрой развёртки ЭОК с пикосекундным временным разрешением составляет доли наносекунды. Плавную регулировку момента срабатывания ЭОК на этой развёртке осуществляют путём небольших плавных перемещений фотоэлемента в одну или другую сторону вдоль его оптической оси – навстречу пучку или в обратную сторону в зависимости от требуемого уменьшения или увеличения задержки запускающего сигнала.

Обрабатывать записанные изображения можно как вручную, так и с использованием программных средств автоматизации анализа изображений. На каждом изображении определяют координату импульса на развёртке t_p , т. е. интервал времени от начала развёртки до момента времени, когда интенсивность сигнала максимальна. Связь между координатой x на развёртке, выраженной в пикселях изображения, и временным

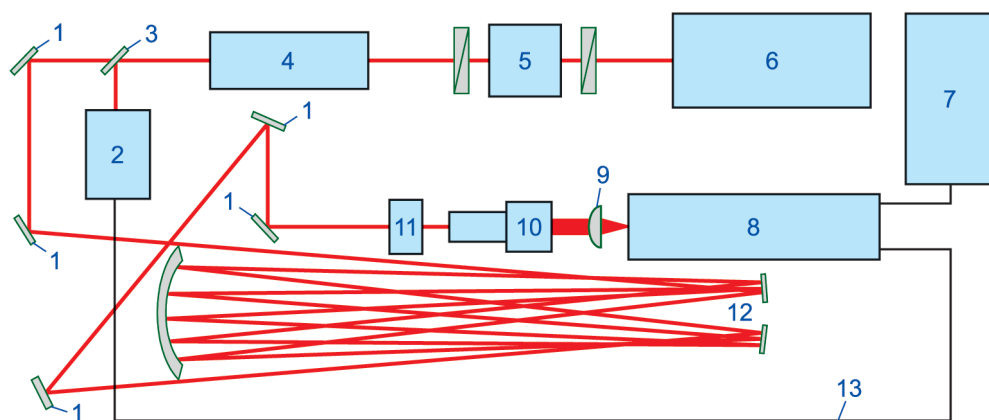


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения джиттера электронно-оптической камеры:

1 – зеркала; 2 – фотоэлемент; 3 – светоделительная пластинка; 4 – генератор второй гармоники; 5 – электрооптический затвор; 6 – фемтосекундный лазер; 7 – компьютер; 8 – электронно-оптическая камера; 9 – цилиндрическая линза; 10 – расширитель пучка; 11 – нейтральные светофильтры; 12 – оптическая линия задержки; 13 – линия задержки запускающего электрического сигнала

Fig. 1. Schematic diagram of the experimental setup for jitter measurement of an image converter streak camera:

1 – mirrors; 2 – phototube; 3 – beam splitter; 4 – second harmonic generator; 5 – electro-optical shutter; 6 – femtosecond laser; 7 – computer; 8 – streak camera; 9 – cylindrical lens; 10 – beam expander; 11 – neutral light filters; 12 – optical delay line; 13 – trigger signal delay line

интервалом t , который отсчитывается от начала развёртки, в общем случае выражается градуировочной зависимостью

$$t = \int_0^x k(x) dx,$$

где $k(x)$ – коэффициент развёртки, зависящий от координаты.

В случае, когда неоднородность коэффициента развёртки пренебрежимо мала, либо если программное обеспечение ЭОК осуществляет программную коррекцию неоднородности $k(x)$, связь между значением координаты импульса на развёртке в единицах времени (t_i) и в пикселах изображения (x_i) определяется формулой

$$t_i = k x_i,$$

где k – значение коэффициента развёртки, приведённое в эксплуатационной документации ЭОК либо установленное экспериментально [8].

В программное обеспечение ЭОК может также входить функция автоматического преобразования координат из пикселей изображения в единицы времени в процессе записи изображения в файл.

Далее рассчитывают среднее значение t_{cp} и СКО σ_t положения импульса по формулам соответственно

$$t_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i;$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - t_{cp})^2},$$

где $i = 1, \dots, N$, N – количество обработанных изображений.

Результатом измерений джиттера ЭОК является среднеквадратичное значение (СКЗ) джиттера $J_{СКЗ}$, в соответствии с приведённым выше определением равно СКО:

$$J_{СКЗ} = \sigma_t.$$

Стандартную неопределённость по типу А результата измерений джиттера ЭОК вычисляют по формуле, выведенной для стандартной неопределённости оценки параметра ширины нормального распределения по конечной выборке [9]:

$$u_A(J_{СКЗ}) = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} \cdot 100.$$

Стандартную неопределённость по типу В результата измерений джиттера ЭОК рассчитывают с учётом стандартной неопределённости коэффициента развёртки $u(k)$, приведённой в эксплуатационной документации ЭОК либо установленной экспериментально при измерении коэффициента развёртки:

$$u_B(J_{СКЗ}) = u(k).$$

Суммарную стандартную неопределённость результата измерений джиттера ЭОК рассчитывают по формуле

$$u_c(J_{СКЗ}) = \sqrt{u_A^2(J_{СКЗ}) + u_B^2(J_{СКЗ})}.$$

Расширенную неопределённость результата измерений джиттера ЭОК для коэффициента охвата, равного двум, вычисляют как

$$U(J_{СКЗ}) = 2u_c(J_{СКЗ}).$$

Измерение джиттера ЭОК КВФШ65.10.000. Данная камера является прототипом выпускаемых ВНИИОФИ серийных ЭОК К016 и используется как эталонное средство измерений длительности лазерного импульса в составе установки КВФШ65.00.000. Установка аттестована в качестве государственного вторичного эталона длительности импульса лазерного излучения (регистрационный номер в Федеральном информационном фонде по обеспечению единства измерений 2.1.ZZA.0101.2017).

На самой быстрой развёртке ЭОК (0,1 нс/см) длительностью 150 пс записали 1000 изображений одиночного фемтосекундного лазерного импульса. Гистограмма распределения количества изображений по координате импульса $N(i)$ приведена на рис. 2. Распределение имеет один максимум и по форме похоже на нормальное (показано кривой

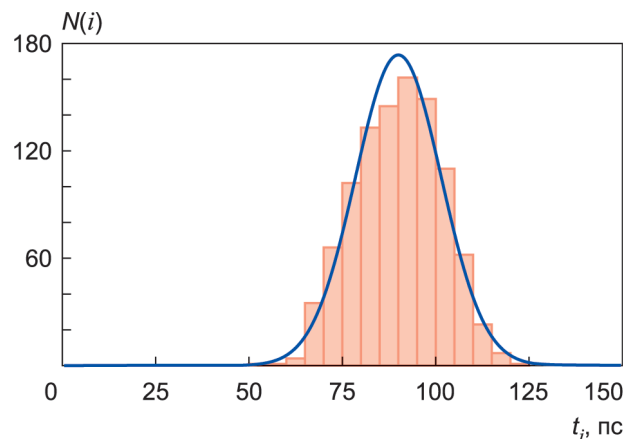


Рис. 2. Гистограмма распределения положения одиночного фемтосекундного лазерного импульса на развёртке электронно-оптической камеры КВФШ65.10.000; кривая – график нормального распределения с теми же значениями среднего и среднего квадратического отклонения

Fig. 2. Histogram of the distribution of the single femtosecond laser pulse position on the sweep of the KVFSH65.10.000 streak camera; plotted by a solid line is the graph of the normal distribution with the same values of mean and root-mean-square deviation

линией на рис. 2), что подтверждает правомерность оценки джиттера его среднеквадратичным значением.

Результат измерений джиттера ЭОК КВФШ65.10.000 составил $J_{СКЗ} = 11,5$ пс, что в 13 раз меньше длительности самой быстрой развёртки данной ЭОК (150 пс). Такой джиттер позволяет применять ЭОК K016 как средство измерений временных параметров быстропротекающих процессов, сопровождающихся оптическим излучением, в том числе и периодически повторяющихся процессов. Рассчитанные неопределённости составили: $u_A(J_{СКЗ}) = 2,24\%$; $u_B(J_{СКЗ}) = 2,67\%$; $u_C(J_{СКЗ}) = 3,5\%$; $U(J_{СКЗ}) = 7\%$.

Существуют задачи, например, измерение длительности импульсов малой интенсивности в режиме накопления сигнала от множества повторяющихся импульсов, при решении которых требуется нивелировать джиттер. Тогда для получения корректного результата измерений необходимо использовать программные либо программно-аппаратные средства компенсации джиттера, реализованные в конструкции и программном обеспечении ЭОК [10].

Заключение. Разработанная методика измерений джиттера пригодна для электронно-оптических камер, работающих в режиме линейной развёртки исследуемого импульсного оптического сигнала. Созданная экспериментальная установка, реализующая предложенную методику измерений, применяется во ВНИИОФИ для контроля джиттера ЭОК. В рамках методики измерен джиттер электронно-оптической камеры – прототипа серийных ЭОК K016, выпускаемых ВНИИОФИ. ЭОК K016 предназначены для измерения временных характеристик оптических импульсов и являются средствами измерений утверждённого типа (регистрационный номер в Федеральном информационном фонде по обеспечению единства измерений 71686-18) [11]. Достигнутой точности измерений джиттера по предложенной методике достаточно для оценки соответствия значения джиттера выпускаемых ЭОК требованиям технических заданий заказчиков.

Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП высокоточных измерительных технологий в области фотоники (скр.vniiofi.ru), созданного на базе ФГУП «ВНИИОФИ» и поддержанного Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения № 05.595.21.0005 (уникальный идентификатор RFMEFI59519X0005).

Список литературы

1. Лебедев В. Б., Фельдман Г. Г., Карпов М. А., Федоров А. В., Меньших А. В., Назаров Д. В., Финюшин С. А., Давыдов В. А. Применение камеры K008 в диагностике ударных и детонационных волн // Измерительная техника. 2007. № 5. С. 46–49.
2. Shcherbakov Y. V., Lebedev V. B., Rakov V. A., Feldman G. G., Gorin B. N., Syssoev V. S., Karpov M. A., *Proceedings of SPIE*, 2007, vol. 6279, 62795D. <https://doi.org/10.1117/12.725386>
3. Lebedev V. B., Feldman G. G., Savel'ev A. B., Bugar I., Chorvat Jr. D., *Proceedings of SPIE*, 2005, vol. 5580, pp. 898–904. <https://doi.org/10.1117/12.597451>

4. Ананьев С. С., Данько С. А., Калинин Ю. Г. Определение параметров горячей компоненты плазмы при сжатии многопроволочных сборок по времяза разрешённым рентгеновским спектрам H- и He- подобных ионов // Физика плазмы. 2014. Т. 40. № 2. С. 111–124. <https://doi.org/10.7868/S0367292114020024>
5. Бакланов И. Г. Методы измерений в системах связи. М.: Эко-Трендз, 1999. 204 с.
6. Андреева Л. И., Степанов Б. М. Фотоэлементы для измерения мощных импульсов света // Измерительная техника. 1965. № 8. С. 38–43.
7. Андреева Л. И., Кайдалов С. А., Семичастнова З. М., Степанов Б. М. Фотоэлектронные приборы для энергетической фотометрии. – В сб.: Импульсная фотометрия. Вып. 6. Л.: Машиностроение, 1979. С. 204.
8. Kanzyuba M. V., Berlizov A. B., Krutikov V. N., Lebedev V. B., Feldman G. G., *Proceedings of SPIE*, 2017, vol. 10328, 103280G. <https://doi.org/10.1117/12.2269298>
9. Ahn S., Fessler J. E. Standard errors of mean, variance, and standard deviation estimators. Technical report. The University of Michigan, July 24, 2003. URL: <https://web.eecs.umich.edu/~fessler/papers/files/tr/stderr.pdf> (дата обращения: 23.06.2020).
10. Агеева Н. Н., Бронеовой И. Л., Забегаев Д. Н., Кривоносов А. Н. Математический алгоритм устранения джиттера при измерении с помощью электронно-оптических камер усреднённой хронограммы пикосекундного импульса света // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 11. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/13/text.pdf> (дата обращения: 23.06.2020). <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.11.13>
11. Канзюба М. В. Метрологическое обеспечение измерений временных характеристик импульсного лазерного излучения в пикосекундном диапазоне // Фотоника. 2019. № 7. С. 670–675. <https://doi.org/10.22184/1993-7296.FROS.2019.13.7.670.675>

References

1. Lebedev V. B., Fel'dman G. G., Karpov M. A., Fedorov A. V., Men'shikh A. V., Nazarov D. V., Finyushin S. A., Davydov V. A., *Measurement Techniques*, 2007, vol. 50, no. 5, pp. 524–528. <https://doi.org/10.1007/s11018-007-0104-5>
2. Shcherbakov Y. V., Lebedev V. B., Rakov V. A., Feldman G. G., Gorin B. N., Syssoev V. S., Karpov M. A., *Proceedings of SPIE*, 2007, vol. 6279, 62795D. <https://doi.org/10.1117/12.725386>
3. Lebedev V. B., Feldman G. G., Savel'ev A. B., Bugar I., Chorvat Jr. D., *Proceedings of SPIE*, 2005, vol. 5580, pp. 898–904. <https://doi.org/10.1117/12.597451>
4. Anan'ev S. S., Dan'ko S. A., Kalinin Y. G., *Plasma Physics Reports*, 2014, vol. 40, no. 2, pp. 89–100. <https://doi.org/10.1134/S1063780X14020020>
5. Baklanov I. G., *Metody izmereniy v sistemakh svyazi*, Moscow, Eko-Trendz Publ., 1999, 204 p. (in Russian).
6. Andreeva L. I., Stepanov B. M., *Measurement Techniques*, 1965, vol. 8, pp. 748–755. <https://doi.org/10.1007/BF00985638>

7. Andreeva L. I., Kaidalov S. A., Semichastnova Z. M., Stepanov B. M., in collection: *Impulsnaya Fotometriya*, no. 6, Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1979, p. 204 (in Russian).
 8. Kanzyuba M. V., Berlizov A. B., Krutikov V. N., Lebedev V. B., Feldman G. G., *Proceedings of SPIE*, 2017, vol. 10328, 103280G. <https://doi.org/10.1117/12.2269298>
 9. Ahn S., Fessler J. E., Standard errors of mean, variance, and standard deviation estimators. Technical report. The University of Michigan, July 24, 2003, available at: <https://web.eecs.umich.edu/~fessler/papers/files/tr/stderr.pdf> (accessed: 23.06.2020).
 10. Ageeva N. N., Bronevoi I. L., Zabegaev D. N., Krivonozov A. N., *Journal of Radio Electronics*, 2018, no. 11, available at: <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/13/text.pdf> (accessed: 23.06.2020, in Russian). <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.11.13>
 11. Kanzyuba M. V., *Photonics Russia*, 2019, vol. 13, no. 7, pp. 670–675 (in Russian). <https://doi.org/10.22184/1993-7296.FROS.2019.13.7.670.675>
- Дата поступления: 02.07.2020.
Дата принятия: 02.08.2020.

Jitter measurement technique for image converter streak cameras

Mikhail V. Kanzyuba, Vitaly B. Lebedev

All-Russia Research Institute of Optophysical Measurements (VNIIOFI), Moscow, Russia

The phenomenon of jitter is considered for image converter streak cameras used in fast process research. Jitter measurement technique is proposed for image converter streak cameras working in linear sweep mode of the pulsed optical signal in study. The experimental setup implementing this measurement technique is described. This setup is used in VNIIOFI for jitter checking of manufactured image converter streak cameras for compliance with specification or customer requirements.

Key words: jitter, measurement, streak camera.

Зависимость характеристик поршневой пары высокого давления от свойств рабочей жидкости ПЭС-3 и распределения давления в зазоре между поршнем и цилиндром

А. Э. Асланян

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений,
г. п. Менделеево, Московская обл., Российская Федерация, e-mail: andrey_aslanyan@vniiftri.ru

Проведено моделирование применения жидкости ПЭС-3 в поршневой паре высокого давления, определены параметры поршневой пары. Приведены уравнения математической модели, описывающие изменение давления в зазоре между поршнем и цилиндром. В результате проведенных вычислений определены распределения давления в зазоре между поршнем и цилиндром при подпоршневых давлениях меньше 1,6 ГПа. Рассчитаны профили зазоров между деформированными поршнем и цилиндром при разных подпоршневых давлениях, получены зависимости скорости опускания поршня и эффективного зазора от подпоршневого давления при разных зазорах недеформированной поршневой пары. Результаты исследований можно применять при конструировании поршневых пар, работающих на жидкости ПЭС-3 в диапазоне давлений 0,01–1,6 ГПа.

Ключевые слова: поршневая пара высокого давления, противодавление, эффективный зазор, скорость опускания поршня.

Введение. В настоящее время в ведущих метрологических институтах мира ведётся детальное изучение эффектов, влияющих на воспроизведение высокого давления. Наибольшее количество публикаций посвящено исследованиям барических поправок [1–4]. Интерес к изучению барических поправок связан с увеличением требований к точностям приборов для измерения давлений. Влияние формы распределения давления в канале между поршнем и цилиндром на барическую поправку может составлять до 0,005 %, что критично для эталонов и высокоточных средств измерений высокого давления. Чтобы избежать разрушения цилиндра поршневой пары под действием растягивающих механических напряжений, в поршневых парах высокого давления применяется противодавление [5]. Противодавление прикладывается к внешней боковой поверхности и торцу цилиндра поршневой пары. Противодавление соответствует подпоршневому давлению. Такая система позволяет воспроизводить высокие давления, например до 1,6 ГПа [6, 7]. Низкая скорость опускания поршня обеспечивается малым начальным зазором между недеформированными стенками поршня и цилиндра, так называемым начальным недеформированным зазором. Начальный недеформированный зазор – зазор между поршнем и цилиндром до деформации в точке $z=0$, где z – продольная координата, направленная по оси цилиндра вверх от точки с подпоршневым давлением p_0 до точки с атмосферным

давлением $p_{\text{атм}}$. Недеформированный зазор – зазор между недеформированным поршнем и цилиндром. В поршневых парах высокого давления с противодавлением значение недеформированного зазора зависит от координаты z . Форма распределения давления влияет на барическую поправку [8]. Для того, чтобы стенки поршня и цилиндра, образующие зазор, не смыкались при малых давлениях, внутренний канал цилиндра расширяют. В зависимости от профиля недеформированного зазора между поршнем и цилиндром изменяется распределение давления в канале поршневой пары.

На форму распределения давления и на поправку к воспроизводимому давлению влияют свойства рабочей жидкости. Себакатовые смеси затвердевают при давлениях до 1,6 ГПа [9]. Смеси глицерина с этиленгликолем, используемые при давлениях до 1,6 ГПа, – токсичные, поэтому для перехода на нейтральные жидкости необходимо рассчитать профиль недеформированного зазора, чтобы барические поправки к воспроизводимому давлению были минимальны. Замена одной жидкости на другую в поршневой паре приводит к изменению барической поправки и скорости опускания поршня. Моделирование процесса воспроизведения давления поршневой парой позволит учесть все аспекты применения жидкости ПЭС-3. Для вычисления профиля зазора недеформированной поршневой пары, скорости опускания поршня, барических поправок нужно определить распределение давления в канале поршневой пары.

Метод расчёта распределения давления. Распределение давления в канале поршневой пары рассчитаем из уравнения и граничных условий:

$$\frac{dp}{dz} = -Q \frac{6\eta(p)}{\pi r_{д.п}(p) \rho(p) H_{д.п}^3(z, p)}; \quad (1)$$

$$p(0) = p_0;$$

$$p(L) = p_{атм},$$

где p – давление в зазоре поршневой пары; L – длина зазора между поршнем и цилиндром; $\eta(p)$ – сдвиговая вязкость рабочей жидкости; $r_{д.п}$ – радиус деформированного поршня; $H_{д.п}(z, p)$ – профиль зазора деформированной поршневой пары; Q – расход жидкости через зазор.

Профиль зазора деформированной поршневой пары вычислим следующим образом:

$$H_{д.п} = H_0(z) + k p(z) - k' p_0;$$

$$k = r \left(\frac{1}{E_2} \left(\frac{1 + (r/R)^2}{1 - (r/R)^2} + \mu_2 \right) + \frac{1 - \mu_1}{E_1} \right);$$

$$k' = r \left(\frac{\mu_1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \left(\mu_2 - \frac{2}{1 - (r/R)^2} \right) \right);$$

где $H_0(z)$ – зазор недеформированной поршневой пары; k , k' – коэффициенты; E_1 , E_2 , μ_1 , μ_2 – соответственно модули Юнга, коэффициенты Пуассона поршня и цилиндра; r , R – внутренний и внешний радиусы цилиндра.

Радиус деформированного поршня найдём как

$$r_{д.п}(p) = r \left(\frac{1 - \mu_1}{E_1} p(z) + \frac{\mu_1}{E_1} p_0 \right).$$

Зависимости сдвиговой вязкости и плотности рабочей жидкости определяются следующими выражениями соответственно:

$$\eta(p) = \eta_{атм} \exp[c(p(z) - p_{атм})];$$

$$\rho(p) = \rho_{атм} (1 + \gamma(p(z) - p_{атм})),$$

где $\eta_{атм}$ – сдвиговая вязкость при атмосферном давлении; c – пьезокоэффициент вязкости; $\rho_{атм}$ – плотность рабочей жидкости при атмосферном давлении; γ – коэффициент сжимаемости жидкости.

Методы решения уравнения (1) описаны в [10]. Из решения уравнения (1) следует, что изменяя расстояние между поршнем и цилиндром определённым образом, получаем линейное распределение давления в канале поршневой

пары при максимальном подпоршневом давлении. Рассмотрим поршневую пару с противодавлением, состоящую из твердосплавного цилиндра и стального поршня. Зазор между недеформированными поршнем и цилиндром имеет такую форму, при которой распределение давления в канале поршневой пары линейное при максимальном подпоршневом давлении 1,6 ГПа. Рабочей жидкостью в данной

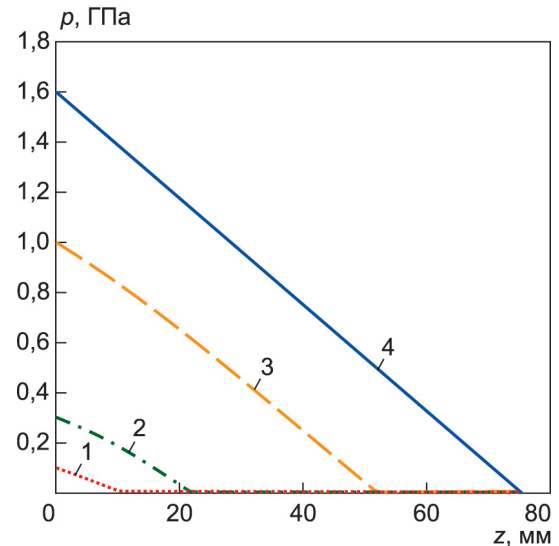


Рис. 1. Распределения давления p в зазоре z поршневой пары при подпоршневом давлении $p_0 = 0,1; 0,3; 1,0; 1,6$ ГПа соответственно кривые 1–4

Fig. 1. Pressure distribution in the gap piston-cylinder unit. The under piston pressures p_0 are 0.1; 0.3; 1.0; 1.6 GPa (curves 1–4 accordingly)

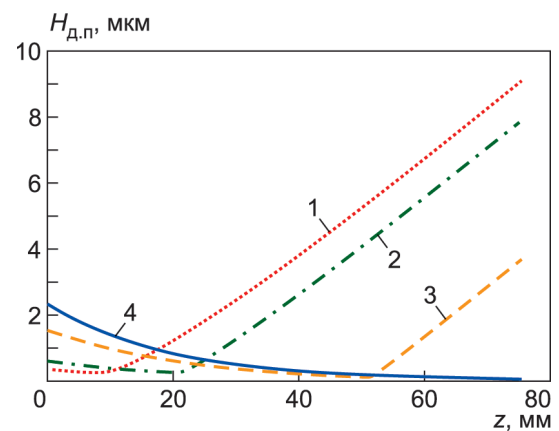


Рис. 2. Профили зазоров $H_{д.п}$ деформированных поршневых пар при подпоршневых давлениях $p_0 = 0,1; 0,3; 1,0; 1,6$ ГПа соответственно кривые 1–4

Fig. 2. Deformed profile of the gap between piston and cylinder. The under piston pressures p_0 are 0.1; 0.3; 1.0; 1.6 GPa (curves 1–4 accordingly)

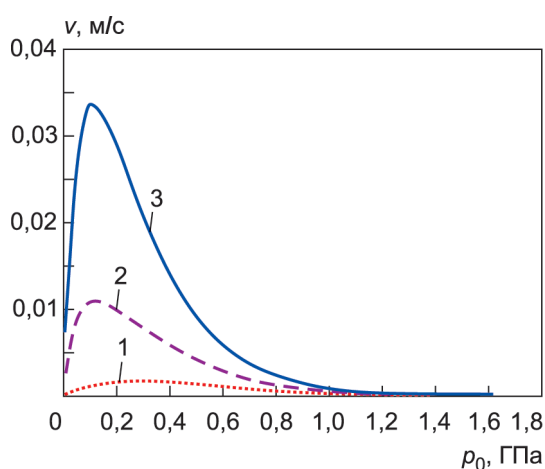


Рис. 3. Зависимости скорости опускания поршня от подпоршневых давлений для разных профилей начальных недеформированных зазоров $H_0(z=0)=0,2; 0,6; 1,0$ мкм – соответственно кривые 1–3

Fig. 3. Dependence velocity of down movement of the piston on the under-piston pressures and different initial undeformed gaps $H_0(z=0)=0,2; 0,6; 1,0$ μm – curves 1–3 accordingly

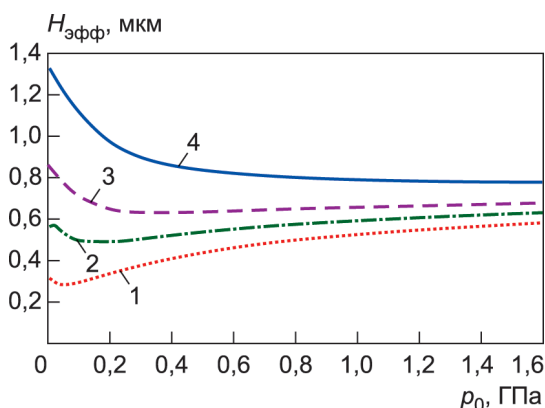


Рис. 4. Зависимость эффективного зазора $H_{эфф}$ от подпоршневого давления p_0 при начальных недеформированных зазорах $H_0(z=0)=0,2; 0,4; 0,6; 1,0$ мкм – соответственно кривые 1–4

Fig. 4. Dependence effective gaps on the under-piston pressures and different initial undeformed gaps $H_0(z=0)=0,2; 0,4; 0,6; 1,0$ μm – curves 1–4 accordingly

поршневой паре является ПЭС-3, так как она нетоксична и может находиться в жидком состоянии при давлениях до 1,6 ГПа. Расчёты проводили для подпоршневых давлений в диапазоне 0,01–1,60 ГПа. Начальный недеформированный зазор между поршнем и цилиндром варьировался в диапазоне 0,2–1,0 мкм. На основании экспериментальных данных [5] пьезокоэффициент вязкости ПЭС-3 зависит от подпоршневого давления:

$$c = -4,102p_0^3 + 14,79p_0^2 - 17,911p_0 + 14,828.$$

Результаты вычислений. Используем численные методы решения уравнения (1) и определим распределение давления в зазоре поршневой пары при подпоршневых давлениях 0,01–1,60 ГПа (рис. 1).

Исходя из полученных распределений давлений, упругих свойств материалов, геометрических размеров цилиндра и поршня, определим деформацию стенок поршня и цилиндра, образующих зазор, и расход жидкости через зазор. На рис. 2 показаны кривые, характеризующие профили зазоров деформированных поршневых пар при разных подпоршневых давлениях.

Расстояние между деформированными цилиндром и поршнем изменяется в зависимости от подпоршневого давления. В некоторой точке данное расстояние (т. е. зазор между деформированными стенками) будет минимальным. Расход рабочей жидкости через зазор увеличивается при увеличении указанного расстояния. Для одной и той же поршневой пары при разных подпоршневых давлениях минимальный зазор между деформированными поршнем и цилиндром будет различным, наибольшее значение зазор примет при подпоршневых давлениях 0,1–0,3 ГПа. Соответственно, при подпоршневых давлениях 0,1–0,3 ГПа будет максимальный расход жидкости через зазор поршневой пары. Скорость опускания поршня связана с расходом жидкости через зазор следующей формулой:

$$v = Q / (\pi r_{д.п}^2 (p_0) \rho_0),$$

где ρ_0 – плотность рабочей жидкости при подпоршневом давлении.

При высоких подпоршневых давлениях скорость опускания поршня будет малой из-за деформации стенок зазора и малого расхода жидкости. Низкие подпоршневые давления приведут к малому расходу жидкости через зазор и, соответственно, малой скорости опускания поршня. Максимальное значение скорости опускания поршня при разных недеформированных зазорах будет при подпоршневых давлениях 0,1–0,3 ГПа. На рис. 3 представлены зависимости скоростей опускания поршня от подпоршневых давлений при разных недеформированных зазорах. Максимальная скорость опускания поршня соответствует давлению 0,1 ГПа для начальных недеформированных зазоров в диапазоне 0,4–1,0 мкм и давлению 0,3 ГПа для начального недеформированного зазора 0,2 мкм. При максимальных подпоршневых давлениях скорость опускания поршня для всех недеформированных зазоров будет меньше 0,04 мкм/с.

Рассчитаем эффективный зазор по формуле

$$H_{эфф} = \frac{1}{\rho_0} \int_{p_{атм}}^{p_0} H_{д.п}(z, p) dp.$$

Эффективный зазор определяет поправку, которую нужно добавить к радиусу поршня, чтобы вычислить площадь, соответствующую давлению, воспроизводимому поршневой парой при нагружении поршня известной силой.

На рис. 4 представлена зависимость эффективного зазора от подпоршневого давления при разных начальных недеформированных зазорах поршневой пары. Недеформированный зазор поршневой пары влияет на вид зависимости эффективного зазора от подпоршневого давления. При начальном недеформированном зазоре 0,4 мкм изменение эффективного зазора от подпоршневого давления пренебрежимо мало и составляет 0,06 мкм, следовательно, барическая поправка для поршневой пары с таким начальным недеформированным зазором будет постоянной во всём диапазоне воспроизводимых давлений. Также полученные зависимости показывают, что барические поправки при подпоршневом давлении 1,6 ГПа слабо зависят от недеформированного зазора. Разница между значениями эффективных зазоров при давлении 1,6 ГПа для поршневой пары с начальным недеформированным зазором 1 мкм и начальным недеформированным зазором 0,2 мкм составляет 0,15 мкм. При подпоршневых давлениях меньше 0,6 ГПа влияние начального недеформированного зазора на барическую поправку увеличивается. Разница между значениями эффективных зазоров при давлении 0,01 ГПа для поршневой пары с начальными недеформированными зазорами 1,0 и 0,2 мкм составляет 1,01 мкм.

Закключение. Вычисления показали возможность создания поршневой пары с противодавлением с малой скоростью опускания поршня и постоянной барической поправкой. Определён характер зависимости барической поправки и недеформированного зазора между поршнем и цилиндром для разных подпоршневых давлений поршневой пары высокого давления. При конструировании поршневых пар высокого давления до 1,6 ГПа оптимально выбирать начальный недеформированный зазор 0,4 мкм. В случае воспроизведения на этой поршневой паре давлений меньше 0,6 ГПа, барическую поправку нужно определять по зависимости эффективного зазора (см. рис. 4). В случае воспроизведения давлений больше 0,6 ГПа барическую поправку допускается считать постоянной и определять на основании эффективного зазора 0,6 мкм. Если поршневая пара нужна для воспроизведений давления в диапазоне 0,6–1,6 ГПа, то оптимальным выбором будет пара с начальным недеформированным зазором 0,6 мкм. Эффективный зазор на этом интервале подпоршневых давлений меняется слабее, чем для поршневой пары с начальным недеформированным зазором 0,4 мкм. Для вычисления барической поправки на указанном интервале давлений эффективный зазор принимается равным 0,66 мкм.

Список литературы

1. Dorga S., Yadav S., Bandyopadhyay A.K., *Measurement*, 2010, vol. 43, no. 10, pp. 1345–1354. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2010.07.010>
2. Yadav S., Prakash O., Gupta V. K., Bandyopadhyay A. K., *Metrologia*, 2007, vol. 44, pp. 222–233. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/44/3/009>
3. Kajikawa H., Ide K., Kobata T., *The Review of Scientific Instruments*, 2009, vol. 80, no. 9, pp. 095101–095110. <https://doi.org/10.1063/1.3203150>

4. Sabuga W., Molinar G., Buonanno G., Esward T., Legras J.-C., Yagmur L., *Metrologia*, 2006, vol. 43, no. 3, pp. 311–325. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/43/3/015>
5. Исследования в области высоких давлений / Под ред. Е. В. Золотых. М.: Изд-во стандартов. 1987. 200 с.
6. Боровков В. М. Грузопоршневые манометры высокого давления: математическое моделирование и реализация поршневых пар с противодавлением // Альманах современной метрологии. 2019. № 1(17). С. 109–115.
7. Боровков В. М., Кузнецов Д. И., Секоян С. С., Щипунов А. Н., Асланян А. Э., Гаврилкин С. М. Создание Государственного первичного эталона единицы давления в диапазоне 10–1600 Мпа // Измерительная техника. 2014. № 11. С. 7–10.
8. Vergne P., *High Temperatures-High Pressures*, 1990, vol. 22, no. 6, pp. 613–621.
9. Асланян А. Э. Отклонения деформации поршня и цилиндра поршневой пары высокого давления от деформации, рассчитанной с использованием решения задачи Ляме // Метрология. 2011. № 6. С. 20–25.
10. Асланян А. Э. Методы уменьшения неисключенной систематической составляющей погрешности государственного первичного специального эталона единицы давления ГЭТ 43-73 / Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук, Менделеево, 2012.

References

1. Dorga S., Yadav S., Bandyopadhyay A.K., *Measurement*, 2010, vol. 43, no. 10, pp. 1345–1354. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2010.07.010>
2. Yadav S., Prakash O., Gupta V. K., Bandyopadhyay A. K., *Metrologia*, 2007, vol. 44, pp. 222–233. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/44/3/009>
3. Kajikawa H., Ide K., Kobata T., *The Review of Scientific Instruments*, 2009, vol. 80, no. 9, pp. 095101–095110. <https://doi.org/10.1063/1.3203150>
4. Sabuga W., Molinar G., Buonanno G., Esward T., Legras J.-C., Yagmur L., *Metrologia*, 2006, vol. 43, no. 3, pp. 311–325. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/43/3/015>
5. Zolotykh E. V. (ed.), *Issledovaniya v oblasti vysokih davleniy*, Izdatel'stvo standartov, Moscow, 1987 (in Russian).
6. Borovkov V. M., *Al'manah sovremennoy metrologii*, 2019, no. 1(17), pp. 109–115 (in Russian).
7. Borovkov V. M., Kuznetsov D. I., Sekoyan S. S., Shchipunov A. N., Aslanyan A. E., Gavrilkin S. M., *Measurement Techniques*, 2015, vol. 57, no. 11, pp. 1233–1237. <https://doi.org/10.1007/s11018-015-0611-8>
8. Vergne P., *High Temperatures-High Pressures*, 1990, vol. 22, no. 6, pp. 613–621.
9. Aslanyan A. E., *Measurement Techniques*, 2011, vol. 54, no. 6, pp. 694–697. <https://doi.org/10.1007/s11018-011-9788-7>
10. Aslanyan A. E., *Candidate's dissertation Technical Sciences* (Mendeleevo, 2012) (in Russian).

Дата поступления: 30.03.2020.

Дата принятия: 08.04.2020.

Influence of pressure distribution in the gap of piston-cylinder unit and properties of working fluid PES-3 on characteristics of high pressure piston-cylinder unit

Andrey E. Aslanyan

*Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering (VNIIFTRI),
Mendeleevo, Moscow Region, Russian Federation,
e-mail: andrey_aslanyan@vniiftri.ru*

A simulation of the use of PES-3 liquid in a high-pressure piston-cylinder units was performed, and the parameters of the piston-cylinder units were determined in the article. The equations of the mathematical model describing the pressure change in the gap between the piston and the cylinder are given. As a result of the calculations, the pressure distributions in the gap between the piston and the cylinder are determined at under piston pressures less than 1.6 GPa. The profiles of the gaps between the deformed piston and cylinder at different under piston pressures are calculated. The dependences of the speed of lowering the piston and the effective gap on the under piston pressure at different gaps of the undeformed piston-cylinder unit are obtained. The research results can be used in the design of piston cylinder units operating on PES-3 liquid in the pressure range of 0.01–1.6 GPa.

Key words: *high pressure piston cylinder unit, counter-pressure, effective gap, velocity of down movement of the piston.*

Измерение покомпонентного расхода газожидкостной среды тепловым методом

М. М. Беляев, А. И. Попов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук,
Москва, Российская Федерация, e-mail: mih295@yandex.ru,
daten@ipu.ru, daten2012@yandex.ru

Рассмотрена проблема измерения массового покомпонентного расхода потока газожидкостной среды. Предложен тепловой метод измерения покомпонентного расхода газожидкостной среды, протекающей по каналу с равномерно распределённой по сечению тепловой энергией. Компоненты среды с различной теплоёмкостью принимают разные по значению импульсные тепловые заряды, регистрируемые датчиками теплового потока. По поглощённой тепловой энергии определяются тип и количество компонентов. При реализации данного теплового метода не требуется сложное оборудование. Теплоёмкости измеряют с минимальными искажениями передачи теплового потока с помощью новейших датчиков градиентного типа с малой постоянной времени и высокой чувствительностью.

Ключевые слова: многокомпонентная среда, расходомер, датчики теплового потока, газожидкостная среда, поток, масса, теплоёмкость.

Введение. Измерение расхода многокомпонентной газожидкостной среды (ГЖС), в частности нефтегазоводяной смеси, является сложной задачей, для решения которой необходимо разрабатывать измерители расхода многокомпонентных газожидкостных потоков [1–8].

В настоящее время суммарный расход потока ГЖС измеряют каким-либо широко распространённым расходомером, например расходомером Кориолиса, принятым в качестве базового, и вспомогательными измерителями, характеризующими отдельные компоненты ГЖС, – влагомером, плотномером, датчиком перепада давления и пр. Такая комплектация известных многокомпонентных расходомеров является типичной. По этой схеме построены различные многофазные зарубежные Alpha (Weus Holding Inc., США), Pietro Fiorentini (Pietro Fiorentini S.p.A., Италия) и российские ГРСИ РФ № 64321-16, ГРСИ РФ № 74242-19, ГРСИ РФ № 63591-16, NetOil&Gas (ГМС Нефтемаш) расходомеры. Массовый расход каждого компонента определяют по результатам измерений вспомогательных устройств.

С точки зрения функциональной и аппаратурной реализаций более эффективными является покомпонентные расходомеры. Идентификация компонентов ГЖС с помощью таких устройств основана на использовании единого для всех компонентов физического параметра (свойства). Так, существуют расходомеры, принцип действия которых связан с измерением электромагнитной энергии сверхвысокочастотного диапазона при прохождении волны от излучателя через контролируемый поток ГЖС или с применением акусто-магнитоэлектрического эффекта при

пропускании вдоль потока ультразвуковых акустических волн [9] либо оптико-акустического эффекта, при пересечении потока лазерным лучом [10]. Использование единого физического свойства позволяет значительно упростить систему покомпонентного измерения.

Тепловой метод измерения расхода ГЖС. Авторами настоящей статьи предложено определять покомпонентный расход ГЖС по измеренным теплоёмкостям отдельных компонентов. После воздействия на поток ГЖС некоторой тепловой равномерно распределённой по сечению канала энергии компоненты, обладающие различной теплоёмкостью, приобретают разные импульсные тепловые заряды, пропорциональные теплоёмкости компонента. По количеству поглощённой тепловой энергии можно определить тип и количество компонента. Для реализации предложенного теплового метода не требуется сложное оборудование.

На рис. 1 показана схема измерителя расхода многокомпонентной газожидкостной среды. Из источника 7 стабилизированных тепловых импульсов в сечение 2 канала 1, по которому протекает поток исследуемой ГЖС, поступают одиночные тепловые импульсы Q теплового потока Φ_1 . Поскольку излучаемые в зоне сечения 2 нагрева тепловые импульсные порции энергии равны между собой и одинаковы для различных компонентов 3 ГЖС, то поглощённое количество тепловой энергии будет пропорционально удельным теплоёмкостям и массам этих компонентов. В измерительном сечении 5 канала расходомера равномерно установлены датчики 4 теплового потока, регистрирующие значения импульсных тепловых зарядов.

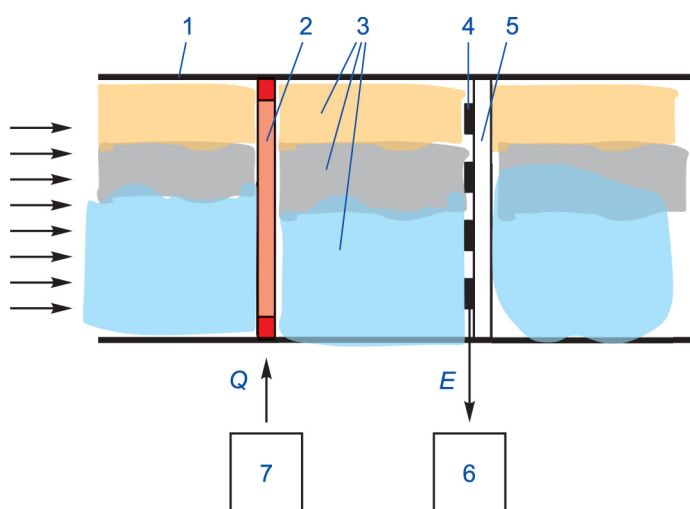


Рис. 1. Схема измерителя покомпонентного расхода газожидкостной среды:

1 – канал; 2, 5 – соответственно нагреваемое и измерительное сечения канала; 3 – компоненты газожидкостной среды; 4 – датчики теплового потока; 6 – вычислитель с регистратором; 7 – стабилизированный источник тепловых импульсов

Fig. 1. Diagram of a component-by-component flow meter for a gas-liquid medium:

1 – channel; 2, 5 – heated and measuring cross – sections of the channel, respectively; 3 – components of the gas-liquid medium; 4 – heat flow sensors; 6 – computer with a logger; 7 – a stabilized source of heat pulses

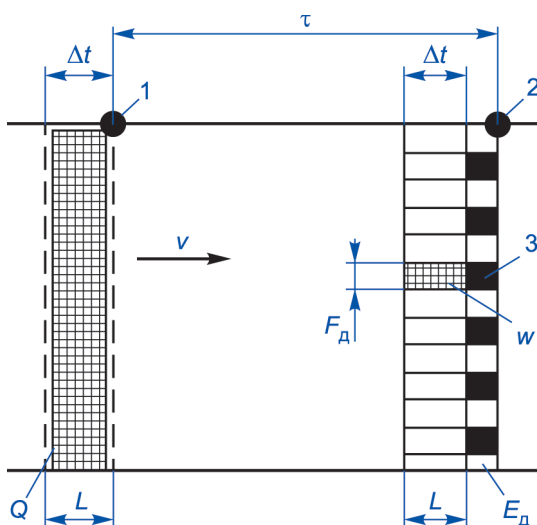


Рис. 2. Измерительный участок канала расходомера:

1, 2 – точки канала, используемые при определении времени пробега зоны нагретых компонентов; 3 – датчики

Fig. 2. Measuring section of the flow meter channel:

1, 2 – channel points used for determining the travel time of the zone of heated components; 3 – sensors

От датчиков информация поступает в вычислитель 6 с регистратором, где рассчитываются доли каждого компонента. В рассматриваемом измерителе расхода установлены гетерогенные градиентные датчики теплового потока (далее – датчики). Постоянная времени датчиков составляет всего 10^{-8} с, что позволило уменьшить время обработки сигналов от компонентов и, соответственно, взаимнообмен тепловой энергией между компонентами, повысив достоверность получаемой информации. Датчик выполнен на основе кристалла висмута, который вырабатывает электродвижущую силу (ЭДС) E_d при обтекании потоком тепловой энергии. В датчике используется поперечный эффект Зеебека. Размерный диапазон датчиков составляет от 1×1 до 10×10 мм², толщина 0,1–0,2 мм [11]. Результаты измерений датчиков поступают в вычислитель в виде выработанных сигналов ЭДС.

Измерения проходят в три этапа.

На первом этапе каждому компоненту ГЖС от импульсного источника тепловой энергии с тепловым потоком Φ_1 периодически поступают одинаковые импульсы тепловой энергии Q . За заданное время Δt подачи теплового заряда компоненты нагреваются до температуры T_r в соответствии с их удельной теплоёмкостью и массой:

$$\Phi_1 \Delta t = Q = C_k (T_r - T_x) = cm (T_r - T_x). \quad (1)$$

где C_k – теплоёмкость нагретого компонента массой m в единичном объёме w перед датчиком; T_x – температура холодного компонента; c – удельная теплоёмкость компонента.

На втором этапе в датчик поступает тепловая энергия Q каждого нагретого компонента с температурой T_r :

$$cm (T_r - T_x) = K_1 cm (T_r - T_x) / \Delta t = K_1 \Phi_2, \quad (2)$$

где K_1 – коэффициент пропорциональности между зарядом и тепловым потоком; Φ_2 – тепловой поток, проходящий мимо датчиков.

На третьем этапе тепловой поток Φ_2 преобразуется в ЭДС датчика E_d :

$$K_1 \Phi_2 = K_1 K_2 E_d, \quad (3)$$

где K_2 – коэффициент преобразования датчика.

На основе уравнений (1)–(3) можно представить тепловой тракт от потока Φ_1 импульсного источника заряда Q для нагрева компонентов до преобразованного в ЭДС потока Φ_2 в измерительном сечении канала, где установлены датчики:

$$\begin{aligned} \Phi_1 \Delta t = Q = C_k (T_r - T_x) = cm (T_r - T_x) = \\ = K_1 cm (T_r - T_x) / \Delta t = K_1 \Phi_2 = K_1 K_2 E_d. \end{aligned} \quad (4)$$

Из уравнения (4) определим ЭДС датчика как

$$E_d = \Phi_2 / K_2 = cm (T_r - T_x) / \Delta t K_2.$$

Таким образом, по измеренной ЭДС конкретного компонента, обусловленной его удельной теплоёмкостью, можно найти искомую массу компонента в единичном объёме, поскольку различаются теплоёмкости компонентов.

Все датчики воспринимают только поток тепловой энергии в виде импульсов, независимо от вида компонента ГЖС (например, нефти, воды или газа), «сортируют» эти импульсы ЭДС по их принадлежности к конкретным компонентам и определяют доли компонентов в общем потоке. Для решения этих задач необходимо вычислить массу нагретого компонента в единичном объёме измерительного участка канала расходомера. Единичный объём w ограничен размерами датчика: фронтальной площадью F_d и длиной L зоны, нагретой тепловым импульсом в нагреваемом сечении канала (рис. 2):

$$w = L F_d.$$

Внутри такого единичного объёма по уровню амплитуды импульса датчика можно сразу идентифицировать конкретный компонент ГЖС. В каждом единичном объёме измерительного участка канала при изменении скорости v потока изменяется длина L единичного объёма ($L = var$). Таким образом, внутри единичного объёма изменяется плотность теплового заряда, в результате чего изменяются проходящий через датчики тепловой поток Φ_2 и ЭДС датчиков. В данный момент измерения для каждого датчика одновременно будут одинаковыми единичные объёмы w и будет изменяться пропорционально изменению скорости измеряемого потока только длина L . Массы $m = \rho w$ различных компонентов в единичном объёме для каждого датчика будут различаться, поскольку различаются плотности ρ соответствующих компонентов. При этом теплоёмкость нагретого компонента

$$C_k = cm = c\rho w,$$

где удельные теплоёмкости c и плотности ρ каждого компонента (воды, нефти и газа) являются справочными данными и составляют соответственно 4,2 (вода), 2,1 (нефть), 1,4 кДж/(кг·К) (газ) и 1009 (вода), 900 (нефть), 1,29 кг/м³ (газ). Измеренная ЭДС датчика пропорциональна теплоёмкости C_k компонента:

$$E_d = K_1 C_k = K_1 cm = K_1 c\rho w.$$

Введение единичного объёма позволяет выявить принадлежность компонентов и затем найти их доли α в общей массе потока ГЖС. При изменении скорости потока ГЖС ($v = var$) изменяются единичный объём и ЭДС датчика ($E_d = var$). На рис. 3 показаны возможные единичные объёмы w_1 , w_2 , образованные при изменении скорости потока $v = v_1, v_2; v_1 > v_2$.

Увеличение скорости потока ($v = v_1$) при одинаковых тепловых зарядах $Q_1 = Q_2$ и временах подачи зарядов $\Delta t_1 = \Delta t_2$ приводит к увеличению длины нагретой тепловым импульсом

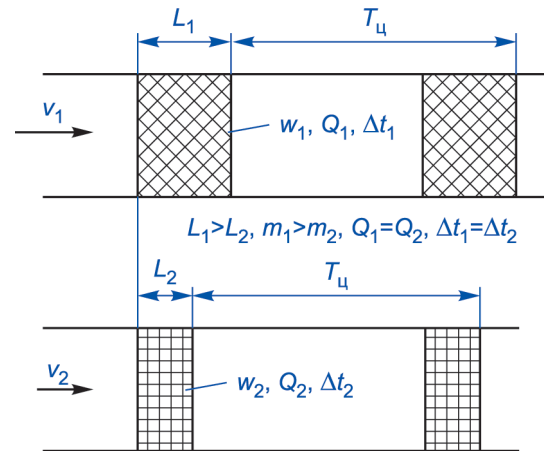


Рис. 3. Изменение длины L нагретой зоны потока газожидкостной среды при скоростях потока $v = v_1, v_2; v_1 > v_2$

Fig. 3. Change in the length of the heated zone of the gas-liquid medium flow at flow rates $v = v_1, v_2; v_1 > v_2$

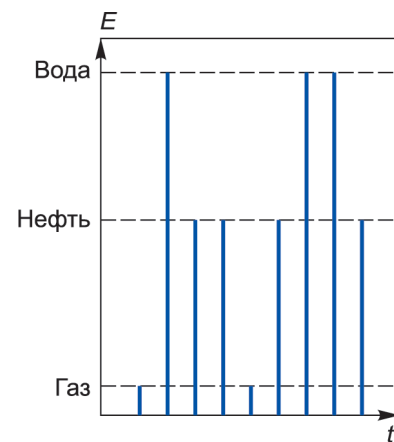


Рис. 4. Скорректированные по скорости потока газожидкостной среды импульсы ЭДС одного датчика, позволяющие распознавать компоненты потока – воду ($c\rho = 4,2 \cdot 1009$), нефть ($c\rho = 2,1 \cdot 900$), газ ($c\rho = 1,4 \cdot 2,9$)

Fig. 4. The EMF pulses of a single sensor adjusted for the flow rate of the gas-liquid medium, which allow recognizing the components of the gas-liquid medium flow – water ($c\rho = 4,2 \cdot 1009$), oil ($c\rho = 2,1 \cdot 900$), gas ($c\rho = 1,4 \cdot 2,9$)

зоны ($L_1 > L_2$) и массы компонента в соответствующем единичном объёме ($m_1 > m_2$). При этом остаются неизменными период T_f частоты f подачи теплового заряда и время Δt . В соответствии с формулой

$$L = v\Delta t$$

изменение длины при изменении скорости потока приводит к изменению единичного объёма $w = LF$.

Для учёта влияния скорости потока в вычислителе предусмотрена функция коррекции скорости потока по импульсам ЭДС от датчиков. Затем по амплитудам импульсов ЭДС компоненты идентифицируются и распределяются по «корзинам» (видам). Для выполнения коррекции по скорости потока при подаче импульсов измеряют скорость потока на измерительном участке канала расходомера (см. рис. 2). С этой целью оценивают время τ пробега теплового заряда со скоростью v потока с момента прекращения подачи нагрева в нагревательном сечении канала (см. рис. 2, точка 1) до момента прекращения измерения датчиком 3 теплового потока в измерительном сечении канала (см. рис. 2, точка 2). По найденному времени пробега вычислитель корректирует амплитуды E импульсов ЭДС по скорости потока ГЖС в соответствии с зависимостью

$$E = E_d / v = E_d \tau.$$

На рис. 4 приведены показания одного датчика в виде импульсов ЭДС от разных компонентов для сравнения с уставками, скорректированными по амплитуде импульсов при изменении скорости потока v . По скорректированным амплитудам E импульсов вычислитель однозначно определяет и распределяет полученные импульсы по «корзинам» вода, нефть и газ. При корректировании уставки (т. е. уровни амплитуды ЭДС) также должны изменяться пропорционально скорости потока.

После идентификации вычислитель определяет долю $\alpha = M_k / M$ общей массы M_k каждого компонента в общей

массе M потока по количеству скорректированных импульсов, попавших в соответствующую «корзину».

На рис. 5 представлена геометрическая интерпретация распределения компонентов (их долей, которые вычислитель должен определить по количеству импульсов в «корзинах») по измерительному сечению канала, квадратами показаны равномерно установленные датчики. Такая интерпретация правомочна, поскольку доли компонентов в потоке можно представить количеством датчиков с соизмеримыми значениями ЭДС. Вычислитель определяет доли, подсчитывая общее количество $n_{\text{общ}}$ одновременно полученных по всему измерительному сечению импульсов и количество импульсов, распределённых по «корзинам» (вода, нефть и газ соответственно): $\alpha_B = n_B / n_{\text{общ}}$; $\alpha_H = n_H / n_{\text{общ}}$; $\alpha_G = n_G / n_{\text{общ}}$.

Для нахождения масс компонентов вычислитель рассчитывает общую массу M всех компонентов измеряемого потока ГЖС как сумму масс m всех компонентов во всех единичных объёмах w , изменяющихся в зависимости от скорости v потока:

$$M = M_B + M_H + M_G = \sum m_B + \sum m_H + \sum m_G = (\sum \rho w)_B + (\sum \rho w)_H + (\sum \rho w)_G.$$

Согласно формуле (4) каждый датчик измеряет тепловой поток при нагреве одним импульсом теплового заряда, поэтому общая масса всех компонентов потока определяется вычислителем по суммам импульсов ЭДС всех датчиков от всех компонентов, которые находятся в «корзинах»:

$$M = \frac{1}{K_1} \left(\frac{\sum E_{д.в}}{c_B} + \frac{\sum E_{д.н}}{c_H} + \frac{\sum E_{д.г}}{c_G} \right) = \frac{1}{K_1} \sum_{i=1}^3 \frac{\sum E_{дi}}{c_i}, \quad (5)$$

где $i = 1, 2, 3$ соответственно для воды, нефти и газа; импульсы ЭДС от воды, нефти и газа выражаются соответственно

$$\sum E_{д.в} = K_1 (\sum \rho F V \Delta t)_B c_B;$$

$$\sum E_{д.н} = K_1 (\sum \rho F V \Delta t)_H c_H;$$

$$\sum E_{д.г} = K_1 (\sum \rho F V \Delta t)_G c_G.$$

Общая масса, определённая по формуле (5), является только частью массы нагретых компонентов, так как в формуле учтена только часть компонента, которая контактирует с фронтальными поверхностями датчиков. Для учёта теплового потока, проходящего измерительное сечение канала, вычислитель вводит поправку

$$\beta = F_{\text{сеч}} / F_{д. \Sigma},$$

где $F_{\text{сеч}}$ – площадь сечения канала; $F_{д. \Sigma}$ – сумма фронтальных площадей всех датчиков.

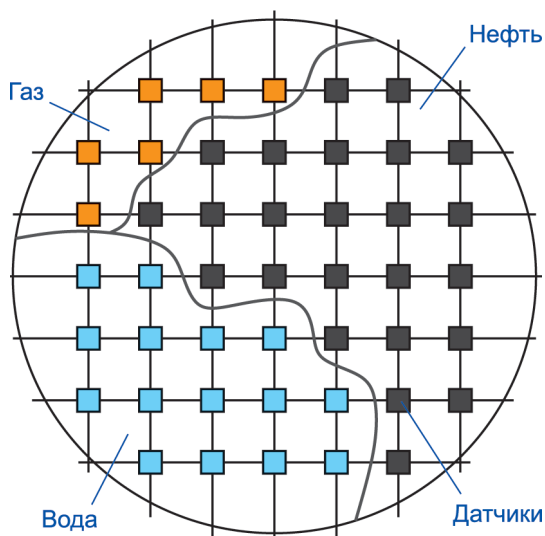


Рис. 5. Геометрическая интерпретация долей компонентов газожидкостной среды в измерительном сечении потока, рассчитанных по количеству датчиков с равными ЭДС

Fig. 5. Geometric interpretation of the proportions of gas-liquid medium components in the flow measurement cross-section calculated from the number of sensors with equal EMF

С учётом поправки β полная масса всех нагретых компонентов выражается как

$$M_n = \beta M. \quad (6)$$

В момент подачи теплового импульса текущие массы компонентов ГЖС определяются произведениями доли компонента на полную массу нагретых компонентов: $M_B = \alpha_B M_n$; $M_H = \alpha_H M_n$; $M_T = \alpha_T M_n$.

Для оценки количества накопленных масс компонентов, прошедших за конкретный промежуток времени, например сутки, вычислитель подсчитывает количество импульсов, зарегистрированных в течение этого времени. При этом учитывается, что в промежутках между подачами тепловых импульсов поток в канале не нагревается. Таким образом, в текущий момент измерений вычислитель определяет следующие параметры:

массу $M = \sum m$ всех компонентов, нагретых одним тепловым импульсом (сумму масс m компонентов в единичных объёмах всех датчиков);

полную массу M_n (см. формулу (6));

общую суммарную массу M_Σ компонентов потока ГЖС, нагретых и не нагретых тепловым импульсом, прошедших измерительное сечение за один цикл T_Σ частоты подачи импульсов (см. рис. 3), при этом справедливо допущение, что в ненагретом участке потока сохраняются массы компонентов, найденные в этом же цикле измерений при нагреве потока, то есть $M_\Sigma = M_n T_\Sigma / \Delta t$;

накопленные за заданный промежуток времени, например сутки, значения суммарных масс $M_{\text{нак}} = N M_\Sigma$, где N – количество импульсов, прошедших в течение заданного промежутка времени.

Накопленные значения массы отдельных компонентов рассчитываются по формулам

$$M_{\text{нак.в}} = \alpha_B M_{\text{нак}};$$

$$M_{\text{нак.н}} = \alpha_H M_{\text{нак}};$$

$$M_{\text{нак.г}} = \alpha_T M_{\text{нак}}.$$

Заключение. С использованием информации о массах отдельных компонентов ГЖС, массе и скорости потока ГЖС решена поставленная задача по измерению массового покомпонентного расхода потока. По измеренному времени пробега потока можно определить текущие расходы компонентов ГЖС. Подсчёт количества тепловых импульсов, прошедших через расходомер за заданное время позволяет оценить потребление продукта в коммерческих целях. Например, при нулевых расходах в расходомере можно отключить подачу тепловых импульсов.

При измерениях покомпонентного расхода ГЖС предложенным методом упрощена его аппаратная реализация, поскольку используемым параметром является только теплоёмкость компонента и нет необходимости

специально измерять плотность контролируемой среды, вязкость, сепарирование газа и др.

Список литературы

1. Пат. № 2 517 764 С1 РФ / Спасский А. С., Логинов В. Я., Равичев Л. В., Беспалов А. В. // Изобретения. Полезные модели. 2014. № 5.
2. Тоски Э., Хансен В., Смит Д., Теувени Б. Эволюция измерений многофазных потоков и их влияние на управление эксплуатацией // Технологии ТЭК. 2003. Декабрь. С. 50–57.
3. Frank M., Kamenicky R., Drikakis D., Thomas L., Ledin H., Wood T., *Energies*, 2019, vol. 12(11), p. 2116. <https://doi.org/10.3390/en12112116>
4. Вакулин А. А., Гильманов Ю. А., Голубев Е. В., Котлов В. В., Никулин С. Г., Лищук А. Н. Проблемы измерения расхода и количества многофазных потоков // Нефтяное хозяйство. 2015. № 5. С. 96–99.
5. Волынский И. А., Кокуев А. Г. Измерения расхода фаз многофазного газожидкостного потока // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2013. № 8. С. 22–25.
6. Karnakov P., Litvinov S., Koumoutsakos P., *International Journal of Multiphase Flow*, 2020, vol. 125, April, p. 103209. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103209>
7. Amooiea M. A., Moortgat J., *International Journal of Multiphase Flow*, 2018, vol. 105, August, pp. 45–59. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.03.016>
8. Falcone G., Hewitt G. F., Alimonti C. A., Harrison B., *SPE 71474 Annual Technical Conference*, New Orleans, 30 September – 3 October 2001. <https://doi.org/10.2118/74689-JPT>
9. Васильев Т. Р., Кокуев А. Г. Прибор для измерения расхода многофазного потока на основе оптико-акустического эффекта // Вестник Дагестанского технического университета. 2016. Т. 43. Вып. 4. С. 34–41.
10. Кокуев А. Г., Сорин А. В. Устройство для измерения расхода многофазного потока // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер. Управление, вычисление, техническая информация. 2015. № 1. С. 7–14.
11. Сапожников С. З., Митяков В. Ю., Митяков А. В. Основы градиентной теплометрии. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2012. 215 с.

References

1. Spassky A. S., Loginov V. Ya., Ravichev L. V., Bespalov A. V., RF Patent no. 2 517 764 C1 RF, *Byull. Izobret.*, no. 5 (2014).
2. Toski E., Hansen V., Smith D., Teuveni B., *Oil-and-gas Review*, 2003, pp. 69–77.
3. Frank M., Kamenicky R., Drikakis D., Thomas L., Ledin H., Wood T., *Energies*, 2019, vol. 12(11), p. 2116. <https://doi.org/10.3390/en12112116>
4. Vakulin A. A., Gilmanov Yu. A., Golubev E. V., Kotlov V. V., Nikulin S. G., Lischuk A. N., *Neftyanoe hozyajstvo*, 2015, no. 5, pp. 96–99 (in Russian).

5. Volynsky I. A., Kokuev A. G., *Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz' v neftyanoy promyshlennosti*, 2013, no. 8, pp. 22–25 (in Russian).

6. Karnakov P., Litvinov S., Koumoutsakos P., *International Journal of Multiphase Flow*, 2020, vol. 125, April, p. 103209. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103209>

7. Amooiea M. A., Moortgat J., *International Journal of Multiphase Flow*, 2018, vol. 105, August, pp. 45–59. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.03.016>

8. Falcone G., Hewitt G. F., Alimonti C. A., Harrison B., *SPE 71474 Annual Nechnical Conference*, New Orleans, 30 September – 3 October 2001. <https://doi.org/10.2118/74689-JPT>

9. Vasiliev T. R., Kokuev A. G., *Vestnik Dagestanskogo tekhnicheskogo universiteta*, 2016, vol. 43, no. 4, pp. 34–41 (in Russian).

10. Kokuev A. G., Sorin A. V., *Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Upravlenie, vychislenie, tekhnicheskaya informatsiya*, 2015, no. 1, pp. 7–14 (in Russian).

11. Sapozhnikov S. Z., Mityakov V. Yu., Mityakov A. V., *Fundamentals of gradient thermometry*, Saint Petersburg, Izdatel'stvo Politekhnikeskogo universiteta Publ., 2012, 215 p. (in Russian).

Дата поступления: 03.06.2020.

Дата принятия: 25.06.2020.

Measurement of the component-by-component flow rate of a gas-liquid medium by thermal method

Mikhail M. Belyaev, Alexander M. Popov

V. A. Trapeznikov Institute of Management Problems of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation,
e-mail: mih295@yandex.ru, daten@ipu.ru, daten2012@yandex.ru

A thermal method for measuring the component-by-component flow rate of a gas-liquid medium flowing through a channel with evenly distributed thermal energy is considered. Taking some heat energy evenly distributed over the cross-section of the channel, the components, due to their different heat capacity, acquire each its own pulse heat charge. Then, moving along the flow, the components give this information about the charge value to the heat flow sensors, which is used to form the fractions of each component in a numerical block. Each component is able to take a heat charge in proportion to its heat capacity. By the amount of heat absorbed, you can determine the type of component and its quantity. This thermal method does not require the use of complex equipment. To measure the heat capacity with minimal heat flow transmission measurements, the latest gradient-type sensors with a small value of the time constant and high sensitivity are used.

Key words: multi-component, flow meter, heat flow sensors, gas-liquid medium, flow, mass, heat capacity.

Исследование неопределённости воспроизведения единицы высокого импульсного электрического напряжения

А. В. Сухов, К. Ю. Сахаров, Ю. М. Золотаревский, О. В. Михеев, В. А. Туркин

Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,
Москва, Российская Федерация, e-mail: sukhov@vniiofi.ru, sax-m12@vniiofi.ru,
ymz@vniiofi.ru, mikhv-m12@vniiofi.ru, turkin@vniiofi.ru

Решена задача метрологического обеспечения генераторов высоковольтных импульсов напряжения с субнаносекундной длительностью фронта, а также импульсных делителей напряжения, применяемых в энергетике, авиационной и ракетно-космической отраслях. В результате совершенствования Государственного первичного специального эталона единиц напряжённостей импульсных электрического и магнитного полей с длительностью фронта импульсов в диапазоне 0,1–10,0 нс ГЭТ 148-2013 реализован режим воспроизведения единицы высокого импульсного электрического напряжения с минимальной длительностью фронта импульсов 100 пс. Оценены неопределённости воспроизведения единицы высокого импульсного электрического напряжения, полученные численным моделированием по методу Монте-Карло, а также в соответствии с Руководством по выражению неопределённости измерения (GUM). Также оценена погрешность воспроизведения единицы в соответствии с ГОСТ 8.381-2009 «ГСИ. Эталоны. Способы выражения точности».

Ключевые слова: эталон, неопределённость измерений, погрешность измерений, Монте-Карло, GUM, импульсное напряжение.

Введение. В результате совершенствования Государственного первичного специального эталона единиц напряжённостей импульсных электрического и магнитного полей с длительностью фронта импульсов в диапазоне 0,1–10,0 нс ГЭТ 148-2013 реализован режим воспроизведения единицы высокого импульсного электрического напряжения. Введение этого режима позволит метрологически обеспечить высокоэнергетичные генераторы импульсов напряжения с субнаносекундной длительностью фронта [1, 2], ёмкостные и резистивные делители быстронарастающих импульсов напряжения [3, 4], а также другие средства измерений, применяемые в энергетике, в том числе, атомной, авиационной и ракетно-космической отраслях [5, 6]. Принципы и пути совершенствования ГЭТ 148-2013 рассмотрены в работах [7, 8].

Воспроизведение единицы импульсного напряжения. Воспроизведение единицы высокого импульсного напряжения в ГЭТ 148-2013 осуществляется методом двойного преобразования «напряжение – электромагнитное поле – напряжение». Для этого разработан сверхширокополосный ёмкостный измерительный преобразователь (компаратор). Реализация режима происходит следующим образом. Сначала компаратор размещают в наносекундной полеобразующей системе ПС-1 ГЭТ 148-2013, где определяется отношение амплитуды импульсов напряжения на выходе компаратора к амплитуде импульсов напряжённости

воспроизводимого электрического поля в установившемся режиме. Затем компаратор размещают в рабочей зоне субнаносекундной полеобразующей системы ПС-2 [7], к входу которой подключен полупроводниковый генератор импульсов напряжения с субнаносекундной длительностью фронта [8]. При воспроизведении генератором импульсов напряжения в рабочей зоне ПС-2 возникает импульсное электрическое поле, амплитуда которого в установившемся режиме однозначно связана с разностью потенциалов на электродах ПС-2. Амплитуда импульсов электрического поля определяется с помощью компаратора и таким образом может быть определена разность потенциалов на электродах ПС-2, т. е. воспроизводимая единица импульсного напряжения.

Определим амплитуду V_0 воспроизводимых ГЭТ 148-2013 импульсов напряжения по формуле

$$V_0 = (V_2/V_1)E_1d_{\text{эфф}}, \quad (1)$$

где V_1 , V_2 – амплитуды импульсов на выходе компаратора при измерениях соответственно в ПС-1 и ПС-2; E_1 – амплитуда импульсов напряжённости электрического поля, воспроизводимых в ПС-1; $d_{\text{эфф}}$ – эффективный межэлектродный зазор в ПС-2.

При воспроизведении единицы импульсного напряжения необходимо учесть несколько поправок. Во-первых, рабочая

зона однородного поля в ПС-1 находится на полувысоте межэлектродного зазора. Компаратор является пристеночным и при определении его коэффициента преобразования необходимо также ввести поправочный коэффициент, связывающий напряжённость электрического поля на полувысоте ПС-1 и на поверхности заземлённого электрода.

Во-вторых, ПС-1 и ПС-2 имеют различные межэлектродные зазоры и картины распределения электромагнитного поля в сечении (рис. 1). При размещении компаратора в рабочей зоне ПС-2 происходит большее искажение распределения поля в сечении, чем при расположении компаратора в ПС-1. Принимая значение коэффициента преобразования компаратора, определённое в ПС-1 (межэлектродный зазор 0,24 м) за значение, эквивалентное свободному пространству, необходимо вводить поправочный

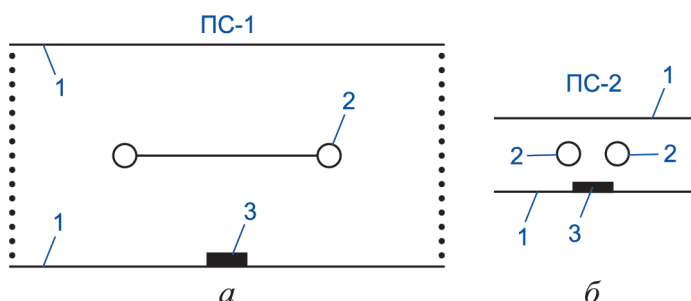


Рис. 1. Размещение компаратора в ПС-1 (а) и ПС-2 (поперечное сечение) (б):

1, 2 – заземлённые и потенциальные электроды соответственно; 3 – компаратор; ПС-1, ПС-2 – нано- и субнаносекундная полеобразующие системы соответственно

Fig. 1. A comparator placement in the PS-1 and in the PS-2 (cross section): 1 – grounded electrode; 2 – potential electrode; 3 – comparator; PS-1 – nanosecond range field-forming system; PS-2 – subnanosecond range field-forming system

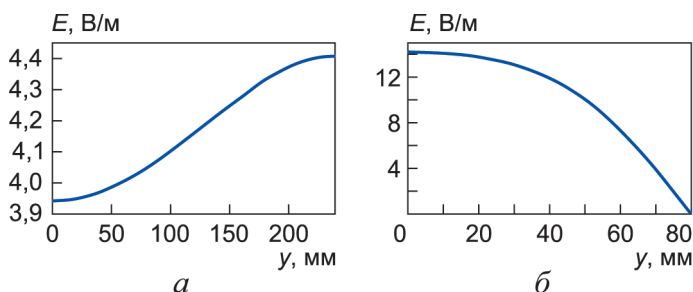


Рис. 2. Зависимость напряжённости электрического поля E от высоты y точки наблюдения над поверхностью заземлённого электрода: а – ПС-1; б – ПС-2

Fig. 2. The dependence of the electric field E on the height of the observation point y above the surface of the grounded electrode: а – PS-1; б – PS-2

коэффициент при измерении напряжённости импульсного электрического поля в ПС-2.

В-третьих, в силу особенности конструкции ПС-2 её межэлектродный зазор нельзя определить напрямую измерением высоты, поэтому его необходимо вычислять расчётным методом. Также необходимо учесть коэффициент деления ослабителя на выходе компаратора, который необходим при измерениях в ПС-2.

Соответственно, в результате учёта поправочных коэффициентов формула (1) воспроизведения единицы импульсного напряжения трансформируется в следующее выражение:

$$V_0 = (\alpha_1/\alpha_2)(V_2 K_d/V_1) E_1 d_{\text{эфф}}, \quad (2)$$

где α_1 – коэффициент, учитывающий неоднородность электрического поля в рабочей зоне ПС-1; α_2 – коэффициент, учитывающий искажение поля при размещении компаратора в рабочей зоне ПС-2; K_d – коэффициент деления ослабителя, используемого при измерениях в ПС-2.

На основе формулы (2) и информации о разбросе значений входящих величин оценим точность воспроизведения единицы в рамках моделей неопределённости и погрешности (по ГОСТ 8.381-2009 «ГСИ. Эталоны. Способы выражения точности»). Для контроля используем оценку неопределённости воспроизведения единицы, полученную методом Монте-Карло [9, 10].

Оценка разброса значений входящих величин. Для расчёта поправочных коэффициентов α_1 , α_2 и эффективного межэлектродного зазора $d_{\text{эфф}}$ в ПС-2 применим систему численного моделирования ELCUT в режиме решения электростатических задач. В установившемся режиме при распространении в ПС-1 и ПС-2 ТЕМ-волны картина распределения поля соответствует электростатике. На заземлённых электродах задавался нулевой потенциал, а на потенциальных электродах ПС-1 и ПС-2 – потенциалы 1 В. На рис. 2 показаны зависимости напряжённости E электрического поля от высоты y над заземлённым электродом (вдоль продольной оси ячеек). При моделировании шаг сетки последовательно уменьшали таким образом, чтобы сходимость результатов расчёта напряжённости электрического поля достигла уровня 10^{-3} В/м.

Из расчётов следует, что в ПС-1 на полувысоте межэлектродного зазора $E = 4,17$ В/м, что соответствует формуле воспроизведения единицы напряжённости импульсного электрического поля в ГЭТ 148-2013 [7]. У поверхности заземлённого электрода $E = 3,94$ В/м, а на высоте 20 мм – $E = 3,95$ В/м. Учитывая возможную вариацию габаритных размеров компаратора в дальнейших расчётах используем среднее значение 3,945 В/м. В таком случае поправочный коэффициент $\alpha_1 = 3,945/4,17 = 0,946$ и соответствующая погрешность $\Theta_{\alpha_1} = (3,95 - 3,94)/(2 \cdot 4,17) = 0,001$.

Эффективный межэлектродный зазор в ПС-2 определим как отношение разности потенциалов на электродах и напряжённости электрического поля. У поверхности заземлённого электрода $E = 14,19$ В/м, на высоте 15 мм – $E = 13,97$ В/м.

В связи с большей неоднородностью поля в ПС-2 по сравнению с ПС-1 необходимо учитывать смещение компаратора относительно продольной оси ячейки. При смещении на 5 мм напряжённость электрического поля у поверхности заземлённого электрода составляет 14,22 В/м. Таким образом, $d_{эфф} = 0,0703...0,0716$ м. Для дальнейших расчётов примем среднее значение $d_{эфф} = 0,07095$ м и соответствующую погрешность $\Theta_{d_{эфф}} = 6,5 \cdot 10^{-4}$ м.

Для расчёта коэффициента α_2 необходимо оценить отношение расчётных амплитуд импульсов на выходе компаратора при установке одинаковых значений напряжённости электрического поля в рабочих зонах ПС-1 и ПС-2. Зададим разность потенциалов на электродах ПС-2 $V_{ПС-2} = 0,278$ В. Таким образом, напряжённость электрического поля в ПС-2 соответствует напряжённости электрического поля в ПС-1 (на поверхности заземлённого электрода) при разности потенциалов между электродами 1 В. Компаратор представляет собой пассивный сверхширокополосный ёмкостный измерительный преобразователь, его параметры приведены в табл. 1. Далее компаратор последовательно располагали в ПС-1 и ПС-2 и измеряли разности потенциалов на электродах компаратора соответственно $V_{к1}$, $V_{к2}$.

Напряжённость электрического поля $E_{к1}$, измеренная компаратором, и напряжённость электрического поля в ПС-2 $E_{ПС-2}$, заданная через разность потенциалов $V_{ПС-2}$, связаны следующим образом:

$$E_{к1}/E_{ПС-2} = V_{к2}/V_{к1} = \alpha_2. \quad (3)$$

Таким образом, поправочный коэффициент $\alpha_2 = 1,02$. Варьируя диэлектрические проницаемости в пределах ± 10 %, получаем, что пределы вариации α_2 составляют $\Theta_{\alpha_2} = 0,01$.

При измерениях в ПС-1 задавали напряжённость электрического поля $E_1 = 5 \cdot 10^4$ кВ. В соответствии с паспортом ГЭТ 148-2013 неисключённая систематическая погрешность (НСП) воспроизведения единицы напряжённости электрического поля $\Theta_{E_1} = 6,0$ % ($P = 0,99$), среднее квадратическое отклонение (СКО) $S_{E_1} = 0,4$ %, а суммарная стандартная неопределённость $u_c(E_1) = 2,5$ %.

Амплитуда импульсов V_1 на выходе компаратора при измерениях в ПС-1 составила 0,550 В при СКО $S_{V_1} = 2 \cdot 10^{-3}$ В (по результатам 10 наблюдений). Амплитуда импульсов V_2 на выходе компаратора при

измерениях в ПС-2 составила 0,834 В при СКО $S_{V_2} = 1 \cdot 10^{-3}$ В (по результатам 10 наблюдений). При измерениях амплитуды импульсов V_2 использовали ослабитель с коэффициентом деления $K_d = 10,11$ В/В и стандартной неопределённостью коэффициента деления $u(K_d) = 8,6 \cdot 10^{-2}$. При этом ПС-2 возбуждали полупроводниковым генератором импульсов ГИН-60-10 с номинальным значением амплитуды выходных импульсов 50 кВ и длительностью фронта импульсов не более 100 пс. Погрешность $\Theta_{осц}$ измерений напряжения с помощью осциллографа составила 0,7 %, а неравномерность $\Theta_{н.в}$ вершины импульсов не превысила 1 %.

Оценка неопределённости воспроизведения единицы. В табл. 2 приведён бюджет неопределённости (погрешности) воспроизведения единицы импульсного напряжения. Стандартные неопределённости u_c входящих величин

Таблица 1

Параметры компаратора напряжённости импульсного электрического поля

Компонент	Диаметр, мм	Толщина, мм	Материал	ε
Подложка	120	1,5	Латунь	—
Печатная плата	90	0,5	Стеклотекстолит	4,0
Проводники	—	0,05	Медь	—
Крышка	120	10,0	Пенополистирол	1,1

Таблица 2

Бюджет неопределённости воспроизведения единицы импульсного напряжения

Входящая величина	Значение	Погрешность	u_c	Вид распределения	Параметры распределения
α_1	0,946	$\Theta_{\alpha_1} = 0,001$	$6 \cdot 10^{-4}$	Равномерное	$a = 0,945$ $b = 0,947$
α_2	1,02	$\Theta_{\alpha_2} = 0,01$	$6 \cdot 10^{-3}$	Равномерное	$a = 1,01$ $b = 1,03$
V_1 , В	0,550	$S_{V_1} = 0,002$ $\Theta_{осц} = 0,004$ $\Theta_{н.в} = 0,006$	0,004	Стюдента	$\mu = 0,550$ $\sigma = 0,004$ $\nu = 20$
V_2 , В	0,834	$S_{V_2} = 0,001$ $\Theta_{осц} = 0,006$ $\Theta_{н.в} = 0,008$	0,006	Стюдента	$\mu = 0,834$ $\sigma = 0,006$ $\nu = 15$
K_d	10,11	$\Theta_{K_d} = 0,15$	0,086	Нормальное	$\mu = 10,11$ $\sigma = 0,086$
E_1 , В/м	$5,0 \cdot 10^4$	$S_{E_1} = 2 \cdot 10^2$ $\Theta_{E_1} = 2,1 \cdot 10^3$	$1,25 \cdot 10^3$	Нормальное	$\mu = 5,0 \cdot 10^4$ $\sigma = 1,25 \cdot 10^3$
$d_{эфф}$, м	0,07095	$\Theta_{d_{эфф}} = 6,5 \cdot 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$	Равномерное	$a = 0,0703$ $b = 0,0716$

Примечание. a , b – нижняя и верхняя границы возможных значений величины; μ – математическое ожидание; σ – стандартное отклонение; ν – число степеней свободы.

Таблица 3

Сравнение результатов оценки неопределённости и погрешности

Метод оценки	V_0 , В	Интервал охвата ($P=0,99$), В
GUM	50440	[45983; 54897]
ГОСТ 8.381-2009	50440	[46661; 54218]
Монте-Карло	50443	[46686; 54321]

рассчитаны в соответствии с ГОСТ 8.381-2009 «Эталоны. Способы выражения точности». Виды распределений значений величин и соответствующие параметры определены на основании данных выше оценок. Число степеней свободы рассчитано по формуле Уэлча–Саттертуэйта.

Для расчёта по методу Монте-Карло использовали адаптивную процедуру по ISO/IEC Guide 98-3/Suppl 1:2008. Погрешность вычисления δ задавали 0,5, первоначальное число испытаний $M_0=10^5$. В результате применения адаптивной процедуры общее число испытаний составило $M=6,1 \cdot 10^6$. Амплитуда воспроизводимых импульсов напряжения $V_{0\text{ММК}}=50443$ В, стандартная неопределённость $u_{\text{СММК}}(V_0)=1482$ В. Нижняя и верхняя границы интервала охвата при доверительной вероятности 0,99 соответственно $V_{0\text{Н}}=46686$ В, $V_{0\text{В}}=54321$ В.

Амплитуда воспроизводимых импульсов напряжения, рассчитанная по формуле (2): $V_0=50440$ В.

Для первичных эталонов рекомендуется принимать доверительную вероятность (уровень доверия), равную 0,99. В соответствии с законом трансформирования неопределённостей суммарная стандартная неопределённость воспроизведения единицы составляет $u_C(V_0)=1486$ В, а расширенная неопределённость $U_{0,99}(V_0)=4457$ В (коэффициент охвата $k=3$).

При расчёте погрешности воспроизведения единицы импульсного напряжения доверительные границы суммарной погрешности ГЭТ 148-2013 $\Delta_{V_0}(0,99)=3779$ В. Суммарное СКО воспроизводимой единицы величины $S_{\Sigma V_0}=1477$ В, коэффициент $K_{\Sigma}=2,56$.

В табл. 3 приведено сравнение полученных выше оценок неопределённости и погрешности.

Из табл. 3 следует, что значения V_0 , рассчитанные по (2) и полученные методом Монте-Карло, очень близки (разница 0,3 процента). При этом метод Монте-Карло даёт наиболее узкую оценку интервала охвата, чем расчёты по ГОСТ 8.381-2009. В данном случае целесообразно принять в качестве результата диапазон охвата, рассчитанный по GUM, и установить расширенную неопределённость воспроизведения единицы ГЭТ 148-2013 $U_{0,99}(V_0)=4457$ В или в относительном виде $U_{0,99}(V_0)=8,8$ %.

Выводы. Неопределённость воспроизведения единицы высокого импульсного электрического напряжения в усовершенствованном ГЭТ 148-2013 оценена методом Монте-Карло. Для сравнения проведена оценка неопределённости и погрешности воспроизведения единицы по ГОСТ 8.381-2009. В качестве итогового результата принято значение $U_{0,99}(V_0)=8,8$ %.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования высокоточных измерительных технологий в области фотоники (сскр.vniiofi.ru), созданного на базе ФГУП «ВНИИОФИ» при поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения № 05.595.21.0005 (уникальный идентификатор RFMEFI59519X0005).

Список литературы

1. Efanov V. M., Efanov M. V., Yarin P., Komashko A., Arbutov A., Dyublov A., *Pulse power supplies for power lasers based on FID technology, Abstracts IEEE Int. Conf. on Plasma Science (ICOPS)*, San-Francisco, USA, 16–21 June 2013, 2013. <https://doi.org/10.1109/PLASMA.2013.6634864>
2. Коротков С. В., Аристов Ю. В., Воронков В. Б. Генератор высоковольтных наносекундных импульсов с субнаносекундным фронтом нарастания // Приборы и техника эксперимента. 2010. № 2. С. 80–82.
3. Алексимов Д. В., Жуков И. А., Склонин А. В. Испытательный комплекс установок для проведения экспресс-оценки защищенности образцов изделий от действия блуждающих токов // Сб. докладов VIII Всеросс. научно-техн. конф. «Электромагнитная совместимость». 2019. С. 155–157.
4. Ryu J., Kwon H., Park S. H., and Yim D. W., *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, vol. 65, no. 3, pp. 680–684. <https://doi.org/10.1109/TIM.2015.2510551>
5. Балюк Н. В., Перцев С. Ф., Орлов С. Д. Электромагнитные факторы среды и научно-методические основы испытаний образцов ВВТ // Технологии электромагнитной совместимости. 2020. № 1. С. 31–38.
6. Агапов Е. В., Заруцкий А. О., Зеленский И. И., Красноперов Д. Б., Оленевский В. В., Пашков А. Ю., Плыгач В. А., Самсонов Г. В. Методы и средства воспроизведения воздействия импульсных электромагнитных полей и токов молнии на экспериментально-испытательной базе 12 ЦНИИ // Технологии электромагнитной совместимости. 2020. № 1. С. 97–108.
7. Сахаров К. Ю., Михеев О. В., Туркин В. А., Сухов А. В., Добротворский М. И. Государственный первичный специальный эталон единиц напряжённостей импульсных электрического и магнитного полей с длительностью фронта импульсов в диапазоне от 0,1 до 10,0 нс ГЭТ 148-2013 // Измерительная техника. 2018. № 10. С. 9–13. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-10-9-13>
8. Сухов А. В., Сахаров К. Ю., Михеев О. В., Туркин В. А., Уголев В. Л., Денисов М. Ю., Родин Р. А. Радиофотонный измерительный преобразователь напряжённости импульсного электрического поля в субнаносекундном диапазоне // Измерительная техника. 2018. № 6. С. 61–65. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it-2018-6-61-65>
9. Possolo A., Iyer H. K., *Review of Scientific Instruments*, 2017, vol. 88, pp. 011301-1-33. <https://doi.org/10.1063/1.4974274>
10. Захаров И. П., Водотыка С. В. Применение метода Монте-Карло для оценивания неопределённости в измерениях // Системы обработки информации. 2008. № 4. С. 34–37.

References

1. Efanov V. M., Efanov M. V., Yarin P., Komashko A., Arbutov A., Dyublov A., *Pulse power supplies for power lasers based on FID technology, Abstracts IEEE Int. Conf. on Plasma Science (ICOPS)*, San-Francisco, USA, 16–21 June 2013, 2013. <https://doi.org/10.1109/PLASMA.2013.6634864>
2. Korotkov S. V., Aristov Yu. V., Voronkov V. B., *Instruments and Experimental Techniques*, 2010, vol. 53, pp. 230–232. <https://doi.org/10.1134/S0020441210020132>
3. Apeksimov D. V., Zhukov I. A., Sklonin A. V., *Collection of reports of the VIII All-Russian Scientific and Technical Conference "Ehlektromagnitnaya sovместimost"*, 2019, pp. 155–157.
4. Ryu J., Kwon H., Park S. H., and Yim D. W., *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, vol. 65, no. 3, pp. 680–684. <https://doi.org/10.1109/TIM.2015.2510551>
5. Balyuk N. V., Pertsev S. F., Orlov S. D., *Technologies of electromagnetic compatibility*, 2020, no. 1(72), pp. 31–38.
6. Agapov E. V., Zarutskiy A. O., Zelensky I. I., Krasnopev D. B., Olenevskiy V. V., Pashkov A. Yu., Plygach V. A., Samsonov G. V., *Technologies of electromagnetic compatibility*, 2020, no. 1(72), pp. 97–108.
7. Sakharov K. Y., Mikheev O. V., Turkin V. A., Sukhov A. V., Dobrotvorskii M. I., *Measurement Techniques*, 2019, vol. 61, pp. 967–972. <https://doi.org/10.1007/s11018-019-01534-z>
8. Sukhov A. V., Sakharov K. Y., Mikheev O. V., Turkin V. A., Ugolev V. L., Denisov M. Yu., Rodin R. A., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, pp. 627–632. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1475-5>
9. Possolo A., Iyer H. K., *Review of Scientific Instruments*, 2017, vol. 88, pp. 011301-1-33. <https://doi.org/10.1063/1.4974274>
10. Zakharov I. P., Vodotika S. V., *Information Processing Systems*, 2008, no. 4(71), pp. 34–37.

Дата поступления: 14.07.2020.

Дата принятия: 14.08.2020.

A study of high transient voltage unit realization uncertainty

Alexander V. Sukhov, Konstantin Yu. Sakharov, Yuri M. Zolotarevsky, Oleg V. Mikheev, Vladimir A. Turkin

All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements, Moscow, Russian Federation,
e-mail: sukhov@vniiofi.ru, sax-m12@vniiofi.ru, ymz@vniiofi.ru,
mikhv-m12@vniiofi.ru, turkin@vniiofi.ru

The problem of metrological support of high-voltage pulse generators with subnanosecond rise time, as well as pulse voltage dividers used in power engineering, aviation and rocket-space industries, has been solved. As a result of the modernization of the State primary special standard of transient electric and magnetic field strengths units with a pulse rise time in the range of 0.1–10.0 ns GET 148-2013, a mode of realization a unit of high transient electric voltage with a minimum pulse rise time of 100 ps was implemented. Uncertainties of high transient electric voltage unit realization obtained by numerical simulations using the Monte Carlo method, as well as in accordance with the Guide to the Expression of Uncertainty of Measurement (GUM), are estimated. Also, the error of a unit realization was estimated in accordance with GOST 8.381-2009 "GSI. Standards. Methods to Express Accuracy".

Key words: standard, uncertainty of measurements, measurement accuracy, Monte Carlo, GUM, transient voltage.

Моделирование чувствительного элемента на планарном грибовидном метаматериале для неразрушающего контроля и поиска неоднородностей в технологических средах

А. А. Елизаров, А. А. Скуридин, Э. А. Закирова

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Москва, Российская Федерация, e-mail: a.yelizarov@hse.ru,
askuridin@hse.ru, ezakirova@hse.ru

Создана компьютерная модель чувствительного элемента на планарном грибовидном метаматериале с ячейками типа «мальтийский крест». Представлены результаты численного эксперимента. Показана возможность использования такой электродинамической структуры при неразрушающем контроле геометрических и электрофизических параметров технологических сред, а также при поиске в них неоднородностей по изменению коэффициента затухания и резонансной частоты чувствительного элемента.

Ключевые слова: чувствительный элемент, грибовидный метаматериал, резонансная частота, коэффициент затухания, технологическая среда, неразрушающий контроль, поиск неоднородностей.

Введение. Стремительное развитие микроволновых технологий на рубеже XX и XXI вв. привело к появлению новых трендов в области разработки и применения оригинальных электродинамических структур и устройств на их основе. Перспективными направлениями такого развития стало исследование физических свойств и создание конструкций метаматериалов, существование которых было теоретически предсказано в работе [1]. Метаматериал – это искусственно созданная среда с периодической структурой, состоящей из элементарных ячеек, размеры которых значительно меньше, чем рабочая длина волны устройства. Отличительная особенность метаматериалов – возникновение в них физических явлений, не наблюдаемых в природных веществах и средах. Например, отрицательные значения относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей, отсутствие обратных волн при отражении и др. Важно отметить, что эти физические явления возникают именно в определённой периодической структуре, а не в результате изменения химического состава метаматериала.

Практическая реализация конструкций метаматериалов впервые осуществлена научной группой Д. Смита [2] на основе более ранних работ группы Д. Пендри [3]. Первые метаматериалы представляли собой комбинацию из разомкнутых кольцевых резонаторов и прямолинейных проводников. Совокупные свойства этих двух типов ячеек позволяли получать одновременно отрицательные диэлектрическую ϵ и магнитную μ проницаемости. За последние 20 лет метаматериалы получили очень активное

развитие, и к настоящему моменту число различных типов ячеек и метаструктур исчисляется десятками.

Одной из возможных практических реализаций метаматериала является планарная грибовидная структура, представляющая собой диэлектрическую подложку с периодически расположенными на ней элементарными ячейками, связанными друг с другом ёмкостными зазорами и имеющими омический контакт с металлизированным экраном на обратной стороне подложки. Такая частотно-селективная поверхность, впервые предложенная в [4], содержала периодически расположенные грибовидные ячейки в виде планарных шестигранников, соединённых со слоем заземления через переходные отверстия. Данная структура является модификацией гофрированных высокоимпедансных замедляющих систем [5, 6].

В настоящее время метаматериалы подобного типа получили широкое распространение в качестве элементов микроволновых и терагерцовых устройств, таких как малогабаритные антенны и излучатели, режекторные фильтры, переключатели и цепи беспроводных устройств телекоммуникаций и др. [7–10]. К преимуществам грибовидных метаматериалов можно отнести относительную простоту их изготовления, а также широкие возможности по модификации и подстройке характеристик и параметров. Например, изменение геометрических размеров грибовидных ячеек существенно влияет на эквивалентные погонные параметры индуктивности и ёмкости всей структуры и её резонансную частоту. Практический интерес представляет расширение рабочей полосы частот метаматериалов и использование модулированных частотно-селективных поверхностей,

объединяющих грибовидные ячейки с различными геометрическими размерами [11, 12]. Кроме того, включение параллельно ёмкостным зазорам грибовидной структуры диодов-варикапов позволяет в реальном времени обеспечивать адаптивную перестройку высокоимпедансной поверхности в заданном диапазоне частот [13, 14].

Ещё одним из перспективных направлений является возможность использования структур на основе планарных метаматериалов в качестве малогабаритных чувствительных элементов различных сенсорных устройств [15–19]. К достоинствам их применения следует отнести способность к отражению синфазных волн и ограничению распространения поверхностных волн, что позволяет концентрировать электромагнитное поле, а также обеспечивать преимущественное сосредоточение или разделение электрического и магнитного полей в заданной контролируемой области. Такие свойства позволяют создавать на основе метаматериалов эффективные чувствительные элементы для мониторинга незначительных отклонений контролируемых электрофизических параметров материалов и технологических сред, составляющих доли процента.

Компьютерная модель чувствительного элемента.

На основе анализа структуры метаматериала можно сделать вывод, что модель частотно-селективной поверхности имеет вид множества параллельно соединённых LC-контуров. Возникновение тока вдоль частотно-селективной поверхности невозможно, поскольку контуры играют роль фильтров, при этом электромагнитное поле сосредотачивается вблизи поверхности структуры, а движение электромагнитной волны замедляется.

Степень локализации электромагнитного поля между конструктивными элементами ячеек метаматериала, образующих частотно-селективную поверхность, прямо пропорциональна их взаимной протяжённости.

Эквивалентные погонные ёмкости, образующиеся между близко расположенными «шляпками» элементов, обратно пропорциональны расстоянию d между ними:

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 S / d,$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость; ε_0 – электрическая постоянная вакуума; S – площадь между «шляпками» элементов.

Эквивалентные погонные ёмкости образуются за счёт «ножек» грибовидных элементов поверхности:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} l (\mu_c \ln(l/r) + \mu_i / 4),$$

где μ_0 – магнитная постоянная вакуума; μ_c , μ_i – относительные магнитные проницаемости соответственно внешней среды и материала проводника; l , $r \ll l$ – длина и радиус сечения провода соответственно.

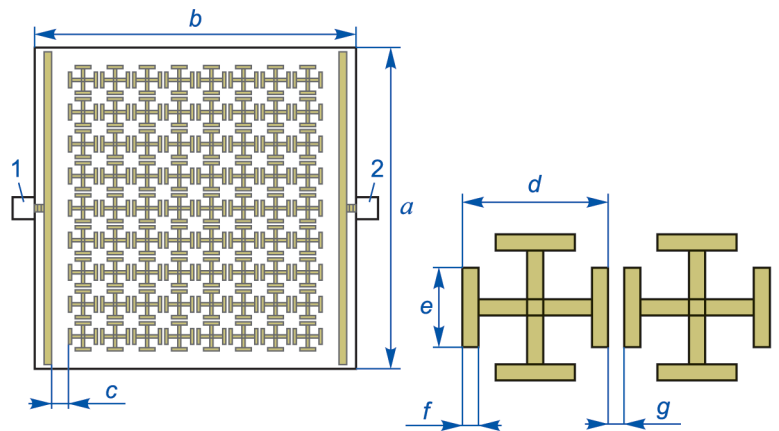


Рис. 1. Модель чувствительного элемента и его геометрические размеры: $a=2,73$ мм, $b=3,15$ мм, $c=0,07$ мм, $d=0,28$ мм, $e=0,14$ мм, $f=0,04$ мм, $g=0,07$ мм

Fig. 1. The model of the sensitive element and its geometric dimensions: $a=2.73$ mm, $b=3.15$ mm, $c=0.07$ mm, $d=0.28$ mm, $e=0.14$ mm, $f=0.04$ mm, $g=0.07$ mm

Практический интерес представляют ячейки заданной конфигурации, которые могут составлять частотно-селективные поверхности необходимых геометрических размеров и площадей [20, 21]. Для учёта ячеек заданной конфигурации в компьютерную модель частотно-селективной поверхности метаматериала внесены поправки на площадь поверхности, занимаемую «шляпками» грибовидных элементов:

$$F_{\text{пов}} = S_{\text{пов}} / S_{\text{гр}},$$

где $S_{\text{гр}} = xy$ – общая площадь частотно-селективной поверхности, x , y – геометрические размеры элемента метаматериала; $S_{\text{гр}}$ – общая площадь «шляпок» грибовидных элементов.

Таким образом, требуемую ёмкость частотно-селективной поверхности метаматериала можно рассчитать по формуле

$$C_{\text{пов}} = CF_{\text{пов}}.$$

Относительное изменение резонансной частоты чувствительного элемента определяется выражением:

$$\frac{\Delta f}{f_p} = \frac{\int_V (\Delta \varepsilon_c \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_0 + \Delta \mu_c \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_0) dV}{\int_{V_0} (\varepsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}_0|^2) dV},$$

где $\Delta \varepsilon_c = \varepsilon_c - \varepsilon_0$; $\Delta \mu_c = \mu_c - \mu_0$; $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ – векторы электрической и магнитной напряжённости поля, индекс 0 соответствует значениям невозмущённого поля, индекс 1 – полю с искажениями, вызванными изменением контролируемого параметра; ε_c , μ_c – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости контролируемой среды; V – объём контролируемой среды; V_0 – объём, занимаемый электромагнитным полем резонатора (чувствительного элемента);

f_p – резонансная частота, соответствующая невозмущённому полю; $\Delta f = f - f_p$ – сдвиг резонансной частоты.

При малых возмущениях поля допустимо приближение:

$$\frac{\Delta f}{f_p} = \frac{\int_V (\Delta \epsilon_c |\mathbf{E}_0|^2 + \Delta \mu_c |\mathbf{H}_0|^2) dV}{\int_{V_0} (\epsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}_0|^2) dV}.$$

Следует подчеркнуть, что грибовидная частотно-селективная поверхность может быть выполнена в нескольких конструктивных вариантах. Например, в виде двухслойных или трёхслойных поверхностей, содержащих квадратные или шестиугольные «шляпки» элементов. Это обусловлено вариантом практического применения той или иной структуры,

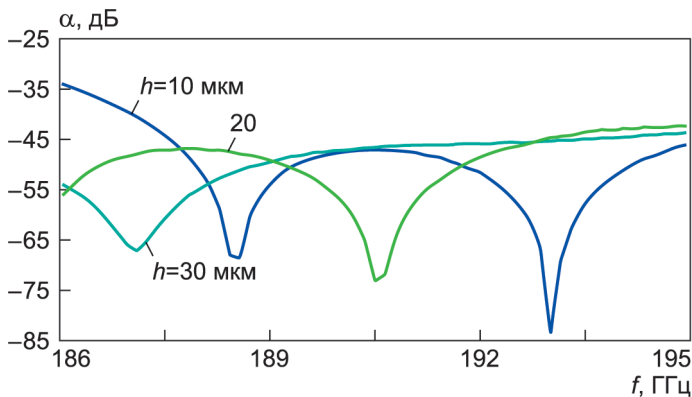


Рис. 2. Зависимости коэффициента затухания α от частоты f при изменении толщины h пластины из тефлона

Fig. 2. Dependences of the attenuation coefficient α on the frequency f when changing the thickness h of the Teflon plate

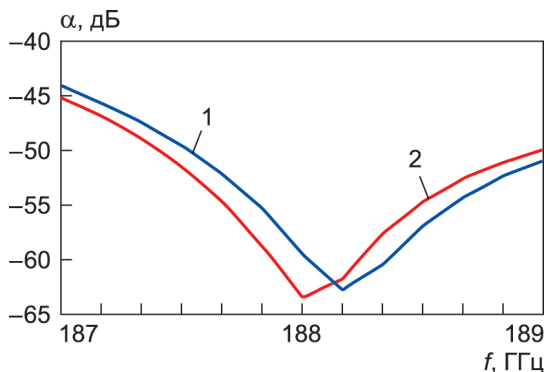


Рис. 3. Зависимости коэффициента затухания α от частоты f при контроле расположения металлической неоднородности в центре (кривая 1) и на краю (кривая 2) диэлектрической пластины

Fig. 3. Dependences of the attenuation coefficient α on the frequency f when controlling the location of a metal inhomogeneity in a dielectric plate. Curve 1 corresponds to the inhomogeneity in the center, curve 2 to the inhomogeneity at the edge

при котором наиболее важным остаётся обеспечение широкополосности частотно-селективной поверхности. В этой связи наиболее перспективным является использование «шляпок» грибовидных элементов, выполненных в форме «мальтийского креста», что позволяет преобразовать частотно-селективную поверхность метаматериала в резонансную сетку, удобную для моделирования.

Компьютерная модель чувствительного элемента на основе грибовидного метаматериала с элементами, выполненными в форме «мальтийского креста», создана в программе CST Studio Suite. Общий вид модели и геометрические размеры отдельных ячеек метаматериала представлены на рис. 1.

В число практических задач, решение которых может обеспечить такой чувствительный элемент, входит контроль толщины, диэлектрической проницаемости и типа диэлектрической пластины, а также поиск неоднородностей в ней. Мониторинг указанных параметров осуществляется при внесении исследуемого объекта в электромагнитное поле чувствительного элемента, что приводит к изменению его резонансной частоты и коэффициента затухания α .

Анализ результатов моделирования. Результаты численного эксперимента по контролю толщины пластины, выполненной из тефлона с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,1$, показаны на рис. 2 в виде зависимостей коэффициента затухания от частоты. При изменении толщины пластины в диапазоне 10–30 мкм резонансная частота изменяется в диапазоне 193,5–187,1 ГГц, а $\alpha = -83,21 \dots -67,14$ дБ. Следует отметить, что по мере увеличения толщины пластины наблюдается последовательный сдвиг резонансной частоты в сторону уменьшения, что сопровождается также значительным уменьшением коэффициента затухания.

Для моделирования неоднородностей в исследуемый образец (диэлектрическую пластину) вводили шайбу из меди, диаметр которой соразмерен одиночной ячейке метаповерхности и составляет 0,3 мм. Сначала шайбу размещали на краю диэлектрической пластины, а затем в её центре. Результаты моделирования представлены на рис. 3. Из полученных зависимостей следует, что при изменении положения металлической неоднородности резонансная частота изменялась в диапазоне 188,0–188,3 ГГц при $\alpha = -63,48 \dots -62,77$ дБ. При этом дополнительный численный эксперимент показал, что характер изменения резонансной частоты чувствительного элемента сохраняется независимо от того, с какой стороны к центру движется неоднородность. Это упрощает возможность её локализации.

На рис. 4 показаны результаты, демонстрирующие возможность мониторинга относительной диэлектрической проницаемости пластин одинаковой толщины и определения типа диэлектрика, из которого пластина изготовлена. Так резонансная частота чувствительного элемента без контролируемого объекта составляет 198,6 ГГц при $\alpha = -59,60$ дБ. При расположении диэлектрической пластины из тефлона с $\epsilon = 2,1$ непосредственно на поверхности

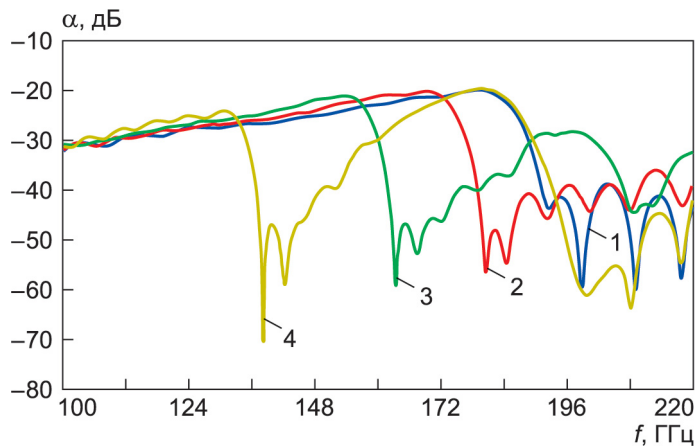


Рис. 4. Зависимости коэффициента затухания α от частоты f при мониторинге относительной диэлектрической проницаемости пластин одинаковой толщины:

1 – воздух; 2 – тефлон; 3 – FR-4; 4 – поликор

Fig. 4. Dependences of the attenuation coefficient α on the frequency f when monitoring the relative permittivity of the equal thickness plates. The curves correspond to Air (1), Teflon (2), FR-4 (3), and Alumina (4)

чувствительного элемента наблюдается отклонение резонансной частоты до 180,4 ГГц при $\alpha = -56,45$ дБ, если пластина выполнена из стеклотекстолита типа FR-4 с $\epsilon = 4,4$, то резонансная частота равна 163,2 ГГц при $\alpha = -59,31$ дБ, для пластины из поликора с $\epsilon = 9,8$ резонансная частота составляет 138,0 ГГц при $\alpha = -70,13$ дБ.

Полученные результаты численных экспериментов показали принципиальную возможность мониторинга значительно меньших отклонений относительной диэлектрической проницаемости. На рис. 5 показаны зависимости коэффициента затухания от частоты для тефлоновой пластины с $\epsilon = 2,1$ при изменении её диэлектрической проницаемости в пределах нескольких десятых долей.

Из результатов моделирования следует, что при отклонении диэлектрической проницаемости пластины в положительную сторону от номинального значения $\epsilon = 2,1$ (+5 %) резонансная частота изменяется в интервале 194,4–194,1 ГГц, а $\alpha = -65,70 \dots -64,94$ дБ. При отклонении диэлектрической проницаемости в отрицательную сторону (–5 %) резонансная частота составляет 195,0 ГГц при $\alpha = -4,71$ дБ. При дальнейшем увеличении отклонения диэлектрической проницаемости пластины от номинального значения (+15 %) получим изменение частоты до 193,2 ГГц, а коэффициента затухания до –64,58 дБ. При отклонении ϵ на –15 % резонансная частота составляет 195,9 ГГц, а $\alpha = -65,66$ дБ.

Закключение. Полученные результаты численного моделирования показали, что чувствительный элемент на базе планарного грибовидного метаматериала с ячейками типа «мальтийский крест» можно использовать для контроля геометрических и электрофизических параметров

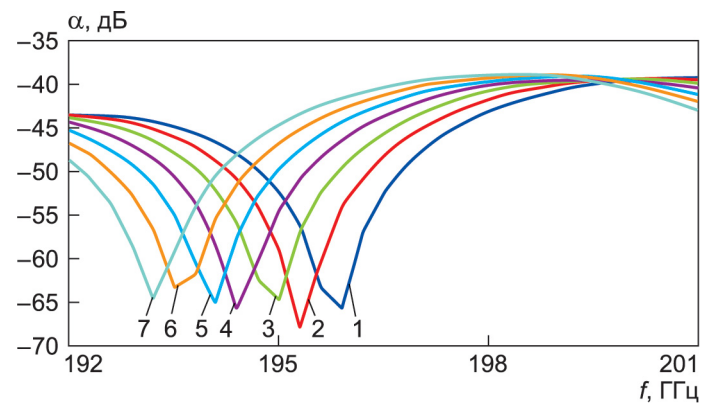


Рис. 5. Зависимости коэффициента затухания α от частоты f при мониторинге малого отклонения относительной диэлектрической проницаемости ϵ пластины из тефлона; ϵ изменяется в диапазоне –15...+15 % номинального значения с шагом 5 %:

1–7 – соответственно –15; –10; –5; 0; 5; 10; 15 %

Fig. 5. Dependences of the attenuation coefficient α on the frequency f when monitoring a small deviation in the relative permittivity of the Teflon plate. The permittivity value varies from –15 % of the nominal value to +15 % in 5 % increments. The curves are numbered in ascending order from 1 to 7, respectively

исследуемых образцов. При этом параметры материалов и технологических сред можно контролировать как по изменению резонансной частоты чувствительного элемента, так и по изменению его коэффициента затухания, что является более эффективным для сред с большим значением относительной диэлектрической проницаемости, составляющим несколько десятков.

К преимуществам предложенного чувствительного элемента следует отнести простоту его конструкции, малые размеры и высокую чувствительность, обусловленные использованием физических и конструктивных особенностей планарного грибовидного метаматериала. Это позволяет использовать его в качестве элемента автоматизированных систем контроля качества или сортировочных систем в технологических процессах современного производства.

Статья подготовлена в результате проведения исследования (№ 19-04-005) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2019–2020 гг. и в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5–100».

Список литературы

1. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // УФН. 1967. Т. 92. № 7. С. 517–526. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0092.196707d.0517>
2. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., and Schultz S., *Physical Review Letters*, 2000, vol. 84. pp. 4184–4187. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>

3. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., and Youngs I., *Physical Review Letters*, 1996, vol. 76, pp. 4773–4776. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.4773>
4. Sievenpiper D. F., *High-impedance electromagnetic surfaces*, PhD dissertation, Los Angeles, University of California, 1999.
5. Иларионов Ю. А. Расчёт гофрированных и частично заполненных волноводов. М.: Советское радио, 1980.
6. Елизаров А. А., Пчельников Ю. Н. Радиоволновые элементы технологических приборов и устройств с использованием электродинамических замедляющих систем. М.: Радио и связь, 2002.
7. Елизаров А. А., Кухаренко А. С. Микроволновые частотно-селективные устройства на резонансных отрезках электродинамических замедляющих систем и структурах с метаматериалами. М.: Издательский дом ВШЭ, 2019. <https://doi.org/10.17323/978-5-7598-1796-3>
8. Елизаров А. А., Закирова Э. А. Микрополосковые СВЧ-устройства на печатных платах с многослойными диэлектрическими подложками. М.: Медиа-Паблишер, 2016.
9. Кухаренко А. С., Елизаров А. А. Практическое применение метаматериалов в конструкциях устройств СВЧ. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016.
10. Кухаренко А. С., Елизаров А. А. Анализ физических особенностей метаматериалов и частотно-селективных СВЧ устройств на их основе // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 5. С. 36–41.
11. Yelizarov A. A., Nazarov I. V., Skuridin A. A., *Computer Simulations of Multiband Waveguide Filter on Modulated Metasurface, Proceedings of the 14th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2020)*, Copenhagen, Denmark, 2020. pp. 1–4.
12. Кухаренко А. С., Елизаров А. А. Методы расширения полосы заграждения сверхвысокочастотных устройств на основе планарных модифицированных грибовидных структур метаматериалов // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61. № 2. С. 192–198. <https://doi.org/10.7868/S0033849416010071>
13. Кухаренко А. С., Елизаров А. А. Исследование частотно-селективной поверхности на основе планарного грибовидного метаматериала с электронной перестройкой полосы запираания // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61. № 9. С. 865–870. <https://doi.org/10.1134/S1064226916090060>
14. Yelizarov A. A., Kukharencov A. S., *Metamaterial-based frequency selective surface with a band gap electronic adjustment, Proceedings of the 2016 German Microwave Conference*, Bochum, IMATech e.V. Ratingen, 2016, pp. 271–273.
15. Munk B. *Frequency selective surfaces: theory and design*, N.Y., A John Wiley & Sons Inc., 2000.
16. Yelizarov A. A., Kukharencov A. S., Skuridin A., *Metamaterial-based Sensor for Measurements of physical Quantities and Parameters of technological Processes, Proceedings of the 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave phenomena (METAMATERIALS 2018)*, Espoo, Finland, 2018, pp. 448–450.
17. Yelizarov A. A., Nazarov I., Kukharencov A. S., Skuridin A., *Investigation of microwave sensor on the planar mushroom-shaped metamaterial, Proceedings of the 18th IEEE International Vacuum Electronic Conference (IVEC-2017)*, London, 2017, pp. 1–2.
18. Пат. № 170 145 РФ / А. С. Кухаренко, А. А. Елизаров, А. А. Скуридин, М. И. Закирова // Изобретения. Полезные модели. 2017. № 11.
19. Пат. № 2 585 178 РФ / А. А. Елизаров, А. С. Кухаренко // Изобретения. Полезные модели. 2016. № 15. С. 1–9.
20. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019613769 / А. А. Елизаров, О. Е. Малинова, Т. В. Сидорова, А. А. Скуридин // Изобретения. Полезные модели. 2019. № 4. С. 1–2.
21. Yelizarov A. A., Nazarov I. V., Skuridin A. A., Zakirova E. A., *Computer Model of Frequency-Selective Surface on Mushroom-Shaped Metamaterial, Proceedings of the Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO 2020)*, IEEE Conference, 49631, Svetlogorsk, Kaliningrad region, Russia, 2020, pp. 1–4.

References

1. Veselago V. G., *UFN*, 1967, vol. 92, no. 7, pp. 517–526. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0092.196707d.0517>
2. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., and Schultz S., *Physical Review Letters*, 2000, vol. 84, pp. 4184–4187. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>
3. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., and Youngs I., *Physical Review Letters*, 1996, vol. 76, pp. 4773–4776. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.4773>
4. Sievenpiper D. F., *High-impedance electromagnetic surfaces*, PhD dissertation, Los Angeles, University of California, 1999.
5. Ilarionov Yu. A., *Calculation of corrugated and partially filled waveguides*, Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1980.
6. Yelizarov, A. A., Pchel'nikov Yu. N., *Radio wave elements of technological devices and devices with use of the electrodynamic slow wave systems*, Moscow, Radio and Communication Publ., 2002.
7. Yelizarov A. A., Kukharencov A. S., *Microwave Frequency Selective Devices at Resonant Segments of Electrodynamic Slow-Wave Structures and Metamaterials*, Moscow, HSE Publishing House, 2019. <https://doi.org/10.17323/978-5-7598-1796-3>
8. Yelizarov A. A., Zakirova E. A., *Microstrip microwave devices on printed circuit boards with multilayer dielectric substrates*, Moscow, Media Publisher Publ., 2016.
9. Kukharencov A. S., Yelizarov A. A., *Practical use of metamaterials in microwave device designs*, Saarbrücken, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016.
10. Kukharencov A. S., Yelizarov, A. A., *T-Comm: Telecommunications and transport*, 2015, vol. 9, no. 5, pp. 36–41.
11. Yelizarov A. A., Nazarov I. V., Skuridin A. A., *Computer Simulations of Multiband Waveguide Filter on Modulated Metasurface, Proceedings of the 14th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2020)*, Copenhagen, Denmark, 2020. pp. 1–4.
12. Kukharencov A. S., Yelizarov (Elizarov) A. A., *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 204–210. <https://doi.org/10.7868/S0033849416010071>

13. Kukhareno A. S., Yelizarov A. A., *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2016, vol. 61, no. 9, pp. 1015–1019. <https://doi.org/10.1134/S1064226916090060>
 14. Yelizarov A. A., Kukhareno A. S., *Metamaterial-based frequency selective surface with a band gap electronic adjustment, Proceedings of the 2016 German Microwave Conference*, Bochum, IMATech e.V. Ratingen, 2016, pp. 271–273.
 15. Munk B. *Frequency selective surfaces: theory and design*, N.Y., A John Wiley & Sons Inc., 2000.
 16. Yelizarov A. A., Kukhareno A. S., Skuridin A., *Metamaterial-based Sensor for Measurements of physical Quantities and Parameters of technological Processes, Proceedings of the 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave phenomena (METAMATERIALS 2018)*, Espoo, Finland, 2018, pp. 448–450.
 17. Yelizarov A. A., Nazarov I., Kukhareno A. S., Skuridin A., *Investigation of microwave sensor on the planar mushroom-shaped metamaterial, Proceedings of the 18th IEEE International Vacuum Electronic Conference (IVEC-2017)*, London, 2017, pp. 1–2.
 18. Kukhareno A. S., Yelizarov A. A., Skuridin A. A., Zakirova M. I., RF Patent no. 170 145, *Byull. Izobret.*, no. 11 (2017).
 19. Yelizarov A. A., Kukhareno S. A., RF Patent no. 2 585 178, *Byull. Izobret.*, no. 15 (2016), pp. 1–9.
 20. Yelizarov A. A., Malinova O. E., Sidorova T. V., Skuridin A. A., Certificate of state registration of the computer program no. 2019613769, *Inventions. Utility model*, no. 4 (2019), pp. 1–2.
 21. Yelizarov A. A., Nazarov I. V., Skuridin A. A., Zakirova E. A. *Computer Model of Frequency-Selective Surface on Mushroom-Shaped Metamaterial, Proceedings of the Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO 2020)*, IEEE Conference, 49631, Svetlogorsk, Kaliningrad region, Russia, 2020, pp. 1–4.
- Дата поступления: 13.07.2020.
Дата принятия: 13.08.2020.

Modeling of a sensitive element on a planar mushroom-shaped metamaterial for non-destructive testing and searching for inhomogeneities in technological media

Andrey A. Yelizarov, Andrey A. Skuridin, Elmira A. Zakirova

National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russian Federation,
e-mail: a.yelizarov@hse.ru, askuridin@hse.ru, ezakirova@hse.ru

A computer model and the results of a numerical experiment for a sensitive element on a planar mushroom-shaped metamaterial with cells of the "Maltese cross" type are presented. The proposed electrodynamic structure is shown to be applicable for non-destructive testing of geometric and electrophysical parameters of technological media, as well as searching for inhomogeneities in them. Resonant frequency shift and change of the attenuation coefficient value of the structure serve as informative parameters.

Key words: sensitive element, mushroom metamaterial, resonant frequency, attenuation coefficient, technological medium, non-destructive testing, searching for inhomogeneities.

Автоматизированный комплекс «Микрон» для определения погрешности микроволновых радиоинтерферометров

Д. Е. Безруков, Н. С. Корнев, Н. А. Макарычев, К. В. Минеев,
А. В. Назаров, Д. А. Трегубенко

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская обл., Российская Федерация,
e-mail: bezdumruk@yandex.ru, korneff15@rambler.ru, nickmak52@gmail.com,
mineevkv@gmail.com, nazarov52@mail.ru, tregubenko-dima@mail.ru

Приведена методика радиоинтерферометрических измерений и дана теоретическая оценка погрешности измерения перемещения отражающей поверхности. Перемещения измеряют с помощью микроволновых радиоинтерферометров. Описаны устройство и принцип действия автоматизированного комплекса «Микрон». Комплекс предназначен для экспериментального определения погрешности измерения перемещения отражающей поверхности, а также для проведения первичной и периодических проверок микроволновых радиоинтерферометров. В состав комплекса «Микрон» входит средство измерений 3-го класса точности – инкрементный преобразователь линейных перемещений ЛИР-7А, измеряющий перемещения отражающей поверхности тестового объекта. Для комплекса «Микрон» предусмотрена поверка измерительной линии продольных перемещений, позволяющая поверять преобразователь ЛИР-7А без его демонтажа. В качестве исходного эталона при поверке можно использовать плоскопараллельные концевые меры длины или аналогичные эталоны. Выполнено сравнение измеренных значений перемещения, определённых при поверке и полученных альтернативным методом, обеспечивающим требуемую точность радиоинтерферометрических измерений.

Ключевые слова: микроволновый радиоинтерферометр, перемещение, измерение, погрешность, поверка, измерительная техника, автоматизированный комплекс.

Введение. В настоящее время для исследования процессов распространения ударных волн, детонации и горения, экстремального состояния вещества, динамики конструкций широко применяются микроволновые радиоинтерферометры разработки НИИИС им. Ю. Е. Седакова – филиала РЯЦ-ВНИИЭФ. Данные устройства способны регистрировать перемещения отражающей поверхности в диапазоне 10–100 мм с погрешностью не более 0,15 мм [1] и реализуют радиоинтерферометрический метод измерений. Преимуществами этого метода [2–4] является возможность непрерывной регистрации движения диагностируемого объекта или процесса в реальном времени, высокая информативность, простота интеграции с другими методами (лазерными, рентгенографическими, протонографическими [4–10] и др.).

Микроволновые радиоинтерферометры как средства измерений должны проходить первичную и периодические проверки с целью подтверждения пределов допускаемой основной погрешности измерений перемещения отражающей поверхности. При поверке результаты радиоинтерферометрических измерений перемещения отражающей поверхности должны сравниваться с результатами

измерений, полученными альтернативным методом, обеспечивающим требуемую точность.

В НИИИС им. Ю. Е. Седакова разработан и применяется специализированный автоматизированный комплекс «Микрон», предназначенный для определения погрешности радиоинтерферометрических измерений перемещения отражающей поверхности и проведения первичной и периодических проверок микроволновых радиоинтерферометров.

Методика радиоинтерферометрических измерений и расчёт погрешности измерений. Радиоинтерферометр – радиотехническое устройство, предназначенное для измерения перемещений и скоростей физических объектов, способных отражать электромагнитное излучение, принцип его работы основан на эффекте Доплера [1–4, 11–13]. На объект исследования направляется излучение в виде непрерывного гармонического сигнала $\sin(\omega_0 t)$. В простейшем случае одной отражающей поверхности на вход приёмника возвращается сигнал $\sin(\omega_0 t + \Omega t + \varphi)$ с доплеровским сдвигом частоты Ω и избыточным набегом фазы φ , определяемым особенностями отражения от объекта. На выходе радиоинтерферометра формируются два квадратурных сигнала (интерферограмма процесса), которые

записываются двухканальным цифровым осциллографом. При окончательной обработке результатов в автоматизированном режиме строится график – годограф интерферограммы, по оси абсцисс откладываются отсчёты косинусного канала интерферограммы, по оси ординат – одновременные отсчёты синусного канала. Если интерферограмма содержит единственную спектральную компоненту на фоне аддитивного гауссова шума, то согласно алгоритму определения параметров движения исследуемого объекта по выходным сигналам радиоинтерферометра оценивают мгновенную частоту и текущую фазу интерферограммы при известной длине волны зондирующего излучения в исследуемой среде. В этом случае при расчёте погрешностей оценивают параметры распределений фазы и её производной для радиус-вектора интерферограммы, координаты которого независимы и имеют нормальное распределение.

Скорость объекта определяют по формуле

$$V = \lambda \Omega \cos \alpha / (4\pi\sqrt{\varepsilon}), \quad (1)$$

где λ – длина волны зондирующего излучения радиоинтерферометра в свободном пространстве; Ω – доплеровский сдвиг частоты принимаемого сигнала; ε – диэлектрическая проницаемость среды, в которой движется объект; α – угол между вектором скорости и линией визирования объекта.

В формуле (1) при перпендикулярном зондировании $\cos \alpha = 1$ и

$$V = dX/dt;$$

$$\Omega = d\varphi/dt,$$

где X – перемещение объекта; φ – набег фазы сигнала доплеровской частоты на интервале перемещения.

Тогда перемещение выражают как

$$X = \lambda \varphi / (4\pi\sqrt{\varepsilon}). \quad (2)$$

Перемещение, рассчитанное по формуле (2), содержит случайную и систематическую составляющие погрешности. Случайную составляющую определяют по измеренному отношению сигнал/шум экспериментальной интерферограммы. Для этого на её начальном участке, соответствующем неподвижному объекту, измеряют среднее квадратическое отклонение (СКО) шума $\sigma_{\text{ш}}$. Затем на участке, содержащем доплеровскую частоту, измеряют минимальную амплитуду полезного сигнала U_{Amin} . Распределение фазы вектора с независимыми случайными компонентами при $\sigma_{\text{ш}} \ll U_{\text{Amin}}$ подчиняется нормальному закону [14] с СКО

$$\sigma_{\varphi} = (\sigma_{\text{ш}} / U_{\text{Amin}})^2.$$

СКО перемещения определяется равенством

$$\sigma_X = \lambda \sigma_{\text{ш}}^2 / (U_{\text{Amin}}^2 4\pi\sqrt{\varepsilon}). \quad (3)$$

При доверительной вероятности $P=0,95$ случайная составляющая погрешности измерения перемещения выражается в виде

$$\Delta X_{\text{сл}} = 2\sigma_X = \lambda \sigma_{\text{ш}}^2 / (U_{\text{Amin}}^2 2\pi\sqrt{\varepsilon}). \quad (4)$$

Значения $\sigma_{\text{ш}}$, U_{Amin} из формул соответственно (3), (4) содержат погрешность аналого-цифрового преобразователя (АЦП) осциллографа. В современных цифровых осциллографах (например, Infiniium 9000A (Keysight Technologies,

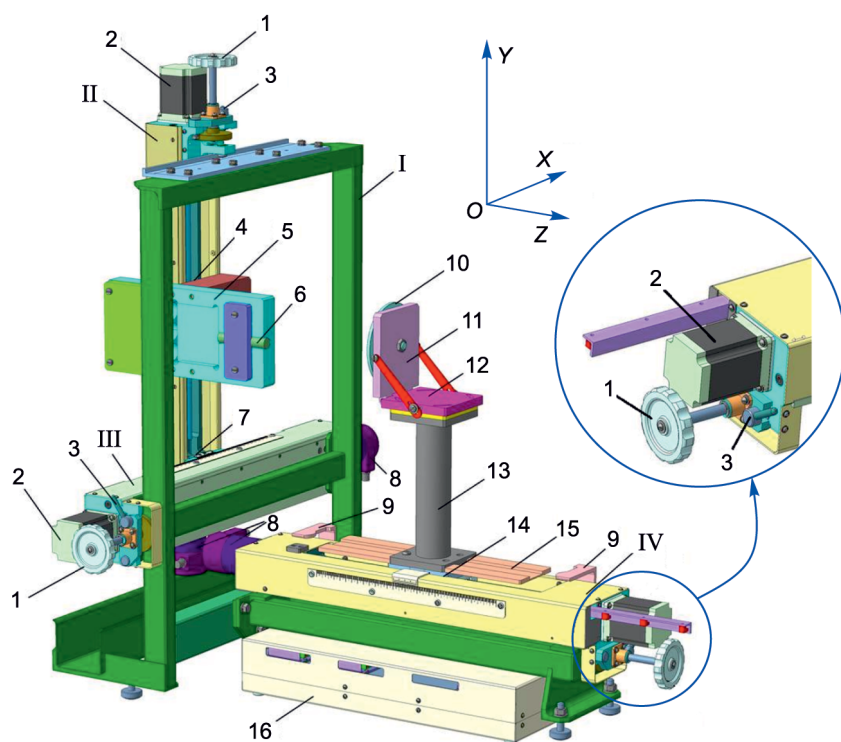


Рис. 1. Схема автоматизированного комплекса «Микрон»:

I – каркас; II–IV – механизмы соответственно вертикальных, поперечных и продольных перемещений; 1 – маховик механического привода каретки; 2 – шаговый двигатель; 3 – ручка; 4, 7, 14 – каретки соответственно вертикального, поперечного и продольного механизмов перемещений; 5 – держатель; 6 – приёмно-передающая антенна; 8 – абсолютный энкодер; 9 – упор юстировочного устройства; 10 – отражатель; 11, 12 – основания; 13 – опора; 15 – юстировочное устройство; 16 – блок управления

Fig. 1. General view of the automated complex "Micron":

I – frame; II–IV – mechanisms of vertical, transverse and longitudinal movements; 1 – flywheel of mechanical drive of carriage; 2 – stepper motor; 3 – handle; 4, 7, 14 – carriages of vertical, transverse and longitudinal movement mechanisms; 5 – holder; 6 – transceiver antenna; 8 – absolute encoder; 9 – emphasis adjustment device; 10 – reflector; 11, 12 – bases; 13 – prop; 15 – adjustment device; 16 – control unit

США), входящих в состав микроволновых радиоинтерферометров разработки НИИИС им. Ю. Е. Седатова), содержатся высокоскоростные (8–12 бит) АЦП. В режиме измерения двумя маркерами с компенсацией напряжения смещения погрешность АЦП на порядок менее $\sigma_{\text{ш}}$, поэтому её вкладом можно пренебречь.

Систематическую составляющую погрешности измерения рассчитывают по формуле

$$\delta X_{\text{сист}} = \sqrt{(\delta\lambda)^2 + (\delta\epsilon/2)^2 + (\delta\phi)^2}, \quad (5)$$

где $\delta\lambda$ – относительная погрешность (нестабильность) длины волны зондирующего излучения; $\delta\epsilon$ – относительная погрешность определения диэлектрической проницаемости среды, в которой движется объект; $\delta\phi$ – относительная погрешность определения набега фазы, определяемые при доверительной вероятности $P=0,95$.

В формуле (5) относительная погрешность $\delta\epsilon$ является характеристикой окружающей среды, в которой находится исследуемый объект, относительные погрешности $\delta\lambda$, $\delta\phi$ являются характеристиками измерительной аппаратуры.

Автоматизированный комплекс «Микрон». С целью экспериментального определения погрешности измерения перемещения отражающей поверхности и проведения первичной и периодических проверок микроволновых радиоинтерферометров в НИИИС им. Ю. Е. Седатова был разработан автоматизированный комплекс «Микрон». Для подтверждения технических характеристик радиоинтерферометров необходимо, чтобы погрешность средств измерений, входящих в состав комплекса «Микрон», была как минимум в 3–5 раз меньше, чем параметр, подлежащий

подтверждению (предел допускаемой основной погрешности измерений перемещения отражающей поверхности).

Схема комплекса «Микрон» представлена на рис. 1. Конструкция комплекса «Микрон» состоит из сварного стального каркаса I, к которому крепятся механизмы вертикальных (по оси Y) II, поперечных (по оси X) III и продольных (по оси Z) IV перемещений.

Во время работы шаговый двигатель 2 вращает винт, при этом происходит перемещение по оси соответствующей каретки 4, 7, 14. Для определения координат при позиционировании приёмно-передающей антенны микроволнового радиоинтерферометра 6 относительно металлического отражателя 10 на осях размещены три абсолютных энкодера 8. Для точного контроля положения каретки по оси Z в механизме продольных перемещений установлен инкрементный преобразователь линейных перемещений ЛИР-7А, являющийся средством измерений 3-го класса точности (погрешность ЛИР-7А не превышает $\pm(2+4,5L)$ мкм, где L – перемещение в метрах). При движении каретки по оси Z сигналы с ЛИР-7А передаются в устройство сопряжения, в котором находится счётчик импульсов. Информация о количестве импульсов с выхода устройства сопряжения поступает для обработки на микроконтроллер, расположенный в блоке управления 16. Данные о положении каретки выводятся на экран монитора компьютера в виде абсолютного значения текущей координаты.

В автоматизированном комплексе «Микрон» реализована возможность поверки измерительной линии продольных перемещений без частичного демонтажа механизма продольных перемещений и извлечения ЛИР-7А. В качестве исходного эталона при поверке используют концевые плоскопараллельные образцовые меры длины 3-го разряда с погрешностью ± 3 мкм (ГОСТ 9038-90 «Меры длины концевые плоскопараллельные. Технические условия») или аналогичные эталоны.

В этом случае поверка измерительной линии механизма продольных перемещений осуществляется по следующему алгоритму:

с помощью ЛИР-7А фиксируют начальное положение каретки по оси Z (координата А);

кадетка отъезжает на расстояние, необходимое для того, чтобы в юстировочное устройство 15 установить концевую меру необходимой длины;

оператор плавно вращает маховик механического привода каретки, пока каретка продольного механизма перемещений с установленной в юстировочное устройство концевой мерой не коснется упора 9. Момент касания упора фиксируется по сигналу светодиода, загорающего при замыкании электрической цепи;

фиксируют текущее значение координаты, поступающее с ЛИР-7А (координата Б);

определяют перемещение каретки |А–Б|;

погрешность измерения перемещения каретки находят как модуль разности значений измеренного перемещения каретки и номинального размера концевой меры;

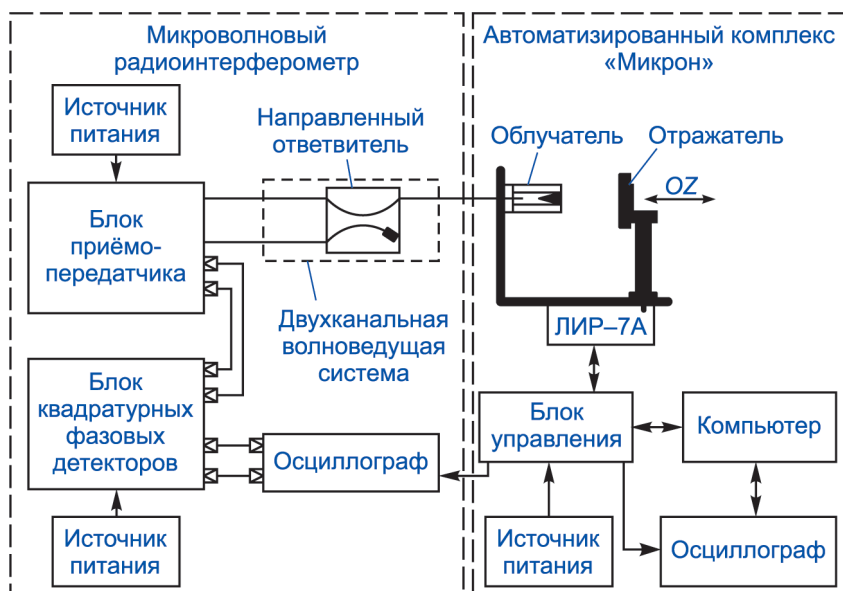


Рис. 2. Схема поверки микроволновых радиоинтерферометров

Fig. 2. Verification scheme of microwave radio interferometers

измерения повторяют для других значений перемещения из рабочего диапазона.

Результаты поверки комплекса «Микрон» считаются удовлетворительными, если погрешность перемещения каретки не превышает 30 мкм в диапазоне перемещений 10–170 мм при установке концевых мер слева и справа от каретки продольного механизма перемещений.

Поверка микроволновых радиоинтерферометров.

Схема поверки микроволновых радиоинтерферометров с применением автоматизированного комплекса «Микрон» приведена на рис. 2. Блок приёмопередатчика микроволнового радиоинтерферометра генерирует на выходе непрерывный зондирующий сверхвысокочастотный (СВЧ) сигнал, который через боковой канал двухканальной волноведущей системы в комплекте с направленным ответвителем поступает в облучатель. Отражённый сигнал принимается прямым каналом двухканальной волноведущей системы.

После начала движения отражателя, установленного на каретке, на цифровом осциллографе радиоинтерферометра регистрируются выходные напряжения с выхода блока квадратурных фазовых детекторов. На компьютере автоматизированного комплекса «Микрон» регистрируются значения координаты каретки, поступающие с преобразователя ЛИР-7А. После остановки отражателя компьютер по зарегистрированным сигналам радиоинтерферометра и координатам каретки, поступившим с преобразователя ЛИР-7А, рассчитывает перемещения отражающей поверхности. Затем автоматически рассчитывается погрешность определения перемещения отражающей поверхности микроволновым радиоинтерферометром. Значения погрешности выводятся на экран монитора в графическом и табличном видах.

На рис. 3 приведены результаты определения погрешности измерения перемещений радиоинтерферометром ПРИ-03, полученные с помощью автоматизированного комплекса «Микрон». Измерения проводились в допустимых для автоматизированного комплекса «Микрон» климатических условиях: температура окружающей среды 15–30 °С; относительная влажность не более 80 %; атмосферное давление 97,3–104,0 кПа. Из рис. 3 следует, что в рабочем для радиоинтерферометра ПРИ-03 диапазоне перемещений $X=10\ldots100$ мм максимальное отклонение ΔX измеренного радиоинтерферометром перемещения поверхности отражателя от контрольной величины не превышает 0,13 мм.

Закключение. Разработанный автоматизированный комплекс «Микрон», предназначенный для определения погрешности измерения перемещения отражающей поверхности микроволновыми радиоинтерферометрами, позволяет сократить затраты на проведение их первичной и периодических поверок за счёт уменьшения трудоёмкости выполняемых операций и автоматизации проводимых измерений.

Полученные с помощью комплекса «Микрон» экспериментальные значения погрешностей измерения перемещения микроволновым радиоинтерферометром ПРИ-03 не превышают целевое значение предела допускаемой основной погрешности измерений $\pm 0,15$ мм.

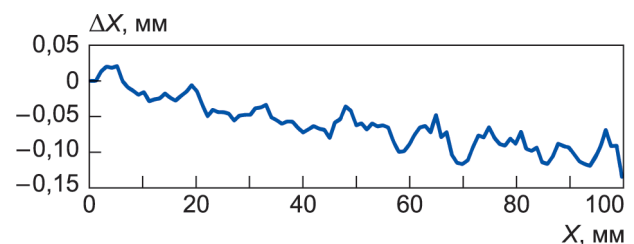


Рис. 3. Абсолютная погрешность измерения перемещения отражающей поверхности с помощью радиоинтерферометра ПРИ-03

Fig. 3. Accuracy of measuring the movement of a reflecting surface using a PRI-03 radio interferometer

Список литературы

1. Канаков В. А., Катин С. В., Корнев Н. С., Михайлов А. Л., Назаров А. В., Орехов Ю. И., Родионов А. В., Хворостин В. Н. Состояние и перспективы развития микроволновой радиоинтерферометрии для диагностики газодинамических процессов // Антенны. 2016. № 1 (221). С. 49–54.
2. Бельский В. М., Михайлов А. Л., Родионов А. В., Семенов А. А. Микроволновая диагностика ударно-волновых и детонационных процессов // Физика горения и взрыва. 2011. № 6. С. 29–41.
3. Канаков В. А., Лупов С. Ю., Орехов Ю. И., Родионов А. В. Методы извлечения информации о перемещении границ раздела в газодинамических экспериментах с использованием радиоинтерферометров миллиметрового диапазона длин волн // Известия вузов. Радиофизика. 2008. № 3. С. 234–246.
4. Невозмущающие методы диагностики быстротекающих процессов / Под ред. А. Л. Михайлова. Саратов: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015.
5. Мокрушин С. С., Аникин Н. Б., Малюгина С. Н., Павленко А. В., Тяктев А. А. Интерферометр с частотно-временным уплотнением сигналов для исследования свойств материалов в ударно-волновых экспериментах // Приборы и техника эксперимента. 2014. № 4. С. 107–110.
6. Павленко А. В., Малюгина С. Н., Перешитов В. В., Лисицина И. Н. Двухканальный лазерно-интерферометрический комплекс VISAR для исследования свойств материалов при ударно-волновом нагружении // Приборы и техника эксперимента. 2013. № 2. С. 127–129.
7. Чудаков Е. А., Федоров А. В., Финюшин С. А., Калашников Д. А., Шмелев И. В. Регистрация скорости и удельной массы потока частиц, выбрасываемых с поверхности металлов, при их ударно-волновом нагружении // Физика горения и взрыва. 2018. № 5. С. 90–95.
8. Панов К. А., Комрачков В. А., Целиков И. С. Рентгенографические исследования процесса взаимодействия ударных и детонационных волн во взрывчатом веществе // Физика горения и взрыва. 2007. № 3. С. 132–138.
9. Власов А. Н., Журавлев А. В., Пашенцев В. А., Смирнов В. Н., Смирнов Е. Б., Столбиков М. Ю., Череманов В. Е., Тен К. А., Прууэл Э. Р., Кашкаров А. О., Рубцов И. А.,

Кременко С. И. Рентгенографическое исследование динамики развития пылевых струй с поверхности металла // Физика горения и взрыва. 2018. № 5. С. 90–95.

10. Аринин В. А., Картанов С. А., Куропаткин Ю. П., Лебедев А. И., Михайлов А. Л., Михайлюков К. Л., Огородников В. А., Орешков В. А., Панов К. Н., Сырунин М. А., Таценко М. В., Ткаченко Б. И., Ткаченко И. А., Храмов И. В., Цой А. П. Новые возможности протонной радиографии для регистрации быстропротекающих газодинамических процессов // Физика горения и взрыва. 2018. № 5. С. 3–12.

11. Koch B. C., C. R. Acad. Sci. Paris, 1953, vol. 236, pp. 661–663.

12. Cawsey G. F., Farrands G. F., Thomas S., Proc. Roy. Soc. London. Ser. A: Mathematical and Physical Sciences, 1958, vol. 248, pp. 499–521.

13. McCall G. H., Bongianni W. L., Miranda G. A., Rev. Sci. Instrum., 1985, no. 8, pp. 1612–1618.

14. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989.

References

1. Kanakov V. A., Katin S. V., Kornev N. S., Mikhailov A. L., Nazarov A. V., Orekhov Yu. I., Rodionov A. V., Khvorostin V. N., Antennas, 2016, vol. 1 (221), pp. 49–54.

2. Bel'skii V. M., Mikhailov A. L., Rodionov A. V., Sedov A. A., Combustion, Explosion, and Shock Waves, 2011, vol. 47, pp. 639–650.

3. Kanakov V. A., Lupov S. Yu., Orekhov Yu. I., Rodionov A. V., Radiophysics and Quantum Electronics, 2008, vol. 3, pp. 210–221.

4. Nevozmushchayushchie metody diagnostiki bystroprotekayushchikh protsessov, ed. A. L. Mikhailov, Sarov, RFNC-VNIIEF Publ., 2015 (in Russian).

5. Mokrushin S. S., Anikin N. B., Malyugina S. N., Pavlenko A. V., Tyaktev A. A., Instruments and Experimental Techniques, 2014, vol. 4, pp. 475–478.

6. Pavlenko A. V., Malyugina S. N., Pereshitov V. V., Lisitsina I. Instruments and Experimental Techniques, 2013, vol. 2, pp. 240–241.

7. Chudakov E. A., Fedorov A. V., Finyushin S. A., Kalashnikov D. A., Shmelev I. V., Combustion, Explosion, and Shock Waves, 2018, vol. 5, pp. 593–598.

8. Panov K. N., Komrachkov V. A., Tselikov I. S., Combustion, Explosion, and Shock Waves, 2007, vol. 3, pp. 365–371.

9. Vlasov A. N., Zhuravlev A. V., Pashentsev V. A., Smirnov V. N., Smirnov E. B., Stolbikov M. Y., Cheremazov V. E., Ten K. A., Prueel E. R., Kashkarov A. O., Rubtsov I. A., Kremenko S. I., Combustion, Explosion, and Shock Waves, 2019, vol. 4, pp. 409–417.

10. Arinin V. A., Kartanov S. A., Kuropatkin Y. P., Lebedev A. I., Mikhailov A. L., Mikhailyukov K. L., Ogorodnikov V. A., Oreshkov O. V., Panov K. N., Syrunin M. A., Tatsenko M. V., Tkachenko B. I., Tkachenko I. A., Khramov I. V., Tsoi A. P., Combustion, Explosion, and Shock Waves, 2018, vol. 5, pp. 513–521.

11. Koch B. C., C. R. Acad. Sci. Paris, 1953, vol. 236, pp. 661–663.

12. Cawsey G. F., Farrands G. F., Thomas S., Proc. Roy. Soc. London. Ser. A: Mathematical and Physical Sciences, 1958, vol. 248, pp. 499–521.

13. McCall G. H., Bongianni W. L., Miranda G. A., Rev. Sci. Instrum., 1985, no. 8, pp. 1612–1618.

14. Levin B. R., Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radio-tekhniki, Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989 (in Russian).

Дата поступления: 03.06.2020.

Дата принятия: 13.07.2020.

Automated complex “Micron” for determining measurement error of microwave radio interferometers

Dmitriy Ye. Bezrukov, Nikolay S. Kornev, Nikolay A. Makarichev, Kirill V. Mineev, Andrey V. Nazarov, Dmitriy A. Tregubenko

Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod region, Russian Federation, e-mail: bezdumruk@yandex.ru, korneff15@rambler.ru, nickmak52@gmail.com, mineevkv@gmail.com, nazarov52@mail.ru, tregubenko-dima@mail.ru

The technique of radiointerferometric measurements is presented and a theoretical estimate of the measuring error the reflecting surface movement is given. The movement are measured with microwave radio interferometers. The automated complex “Micron” design and principle of operation are described. The complex is intended for experimental determination of the error in measuring the movement of a reflecting surface, as well as for primary and periodic verification of microwave radio interferometers. The complex “Micron” includes a measuring instrument of the 3rd accuracy class – an incremental linear displacement transducer LIR-7A, which measures the reflecting surface movement of the test object. For the “Micron” complex verification of the longitudinal movement measuring line is provided, which makes it possible to verify the LIR-7A transducer without dismantling it. Plane-parallel gauge blocks or similar standards can be used as the initial standard for verification. The comparison of the movement measured values determined during verification and obtained by an alternative method providing the required accuracy of radio interferometric measurements is carried out.

Key words: microwave radio interferometer, movement, measurement, measurement error, verification, measuring equipment, automated complex.

Измерение внутренних размеров сверхвысокочастотных объёмных резонаторов

В. Н. Егоров¹, Е. Ю. Токарева¹, Ле Куанг Туен²

¹Восточно-Сибирский филиал Всероссийского научно-исследовательского института физико-технических и радиотехнических измерений, Иркутск, Российская Федерация, e-mail: egorov@vniiftri-irk.ru, dep14@vniiftri-irk.ru

²Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Российская Федерация, e-mail: lequangtuyen1402@gmail.com

Точное измерение внутренних размеров замкнутых полостей с проводящими стенками без доступа измерительных инструментов внутрь полостей актуально при измерениях параметров радиоматериалов, размеров металлических сосудов с ограниченным доступом к ним, при уточнении постоянной Больцмана, а также в газовой термометрии и других задачах. Приведены результаты измерения внутренних размеров полостей – объёмных резонаторов сверхвысоких частот – по спектру их резонансных частот. Уточнены различия собственных и резонансных частот в резонаторе с идеально проводящими стенками и в реальном резонаторе с импедансными стенками. Проанализированы виды функций, подходящих для описания резонансной амплитудно-частотной характеристики реальных резонаторов. Представлены результаты измерения внутреннего диаметра и длины (высоты) сверхвысокочастотных резонаторов из состава Государственного первичного эталона единиц комплексной диэлектрической проницаемости в диапазоне частот от 1 до 178,4 ГГц ГЭТ 110-2012.

Ключевые слова: размеры резонатора, собственная частота, резонансная частота, добротность, скин-слой, импеданс стенок.

Введение. Современная теория объёмных электромагнитных резонаторов позволяет рассчитывать их характеристики с точностью, превышающей точность расчёта характеристик других радиотехнических устройств. Наивысшая точность достигается для резонансных полостей простых форм: прямоугольного параллелепипеда, кругового и эллиптического цилиндров, сферы и других, металлические стенки которых совпадают с координатными поверхностями в какой-либо ортогональной системе координат [1].

Высокое значение произведения добротности Q на резонансную частоту f_0 в объёмных резонаторах ($Qf_0 = 10^{14} \dots 10^{15}$ Гц) позволяет с их помощью точно измерять различные величины [2], в том числе внутренние размеры резонатора по его резонансным частотам. Размеры резонатора используют при измерениях электромагнитных параметров материалов в сверхвысокочастотном (СВЧ) диапазоне и при решении других задач. При уточнении постоянной Больцмана с применением акустического термометра требуются точные диаметр и длина цилиндрического резонатора или радиус сферической полости [3, 4].

Целью настоящей статьи является измерение внутренних размеров полостей с проводящими стенками по спектру резонансных частот электромагнитных колебаний в них на примере цилиндрических резонаторов, оценка

отклонений в геометрии и отличий характеристик реальных резонаторов от их моделей.

Собственная и резонансная частоты резонатора.

В теории и практике резонансных измерений используют понятия вещественных и комплексных собственных и резонансных частот. Измеряемая величина в резонансных методах связана с частотой собственных колебаний резонатора без возбуждающего сигнала. На практике применяют резонаторы в режиме вынужденных колебаний в измерительном тракте с источником возбуждения. Резкое возрастание амплитуды колебаний при приближении частоты сигнала возбуждения к собственной частоте резонатора позволяет заменять собственную частоту (математическое решение краевой задачи) на экспериментальную (резонансную) частоту сигнала возбуждения, при которой наблюдается экстремум амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) резонатора. В прецизионных измерениях важно отличать резонансную частоту от собственной частоты реального резонатора и его модели с идеально проводящими стенками. В моделях с идеально проводящими стенками поле не проникает в стенки. Геометрические и «электромагнитные» размеры в таком резонаторе одинаковы [1]. Собственные частоты резонатора, получаемые как собственные значения краевой

задачи с нулевыми граничными условиями (идеально проводящими стенками) при этом вещественны. В реальных резонаторах стенки обладают комплексным импедансом, что приводит к изменению электромагнитных размеров резонатора за счёт проникновения поля в стенки. Для учёта потерь энергии вводят комплексную собственную частоту, мнимая часть которой описывает потери в резонаторе. Вещественная часть собственной частоты реального резонатора отличается от вещественной собственной частоты резонатора тех же размеров с идеальными стенками. Таким образом, существуют два теоретических понятия:

собственная частота ω_0 (вещественная величина) модели резонатора с идеально проводящими стенками и без потерь энергии;

комплексная собственная частота $\dot{\omega}_n = \omega'_n + j\omega''_n$ резонатора с импедансными стенками и потерями энергии.

В экспериментальной практике используют резонансную частоту $f_m = \omega_m / (2\pi)$ – частоту в характерной точке на экспериментальной АЧХ резонатора: в максимуме $|S_{21}(f)|$ проходного резонатора; в минимуме $|S_{11}(f)|$ отражательного; в минимуме $|S_{21}(f)|$ резонатора-неоднородности по частоте f источника возбуждения. Здесь $S_{ij}(f)$ – это S-параметры резонатора как функции частоты возбуждения (измерения). Резонансную частоту обычно принимают за вещественную часть комплексной собственной частоты реального резонатора: $\omega'_n = \omega_m$. Значение мнимой части собственной частоты $\omega''_n \ll \omega'_n$ или нагруженной добротности $Q = \omega'_n / (2\omega''_n)$ получают из точек $\omega_{0,5}^+$, $\omega_{0,5}^-$ на уровне 0,5 от «вершины» резонансной АЧХ по мощности $2\omega''_n = \omega_{0,5}^+ - \omega_{0,5}^- = 2\pi(f_{0,5}^+ - f_{0,5}^-)$ по экспериментальной АЧХ или в результате её аппроксимации. Положение точек f_m , $f_{0,5}^+$, $f_{0,5}^-$, ω'_n , ω''_n определяется не только резонансной зависимостью, но и другими частотно-зависимыми факторами. Для повышения точности переходят от измерения в трёх точках (на резонансе f_m и в точках $f_{0,5}^+$, $f_{0,5}^-$) к аппроксимации экспериментального числового массива АЧХ размером до нескольких тысяч точек с помощью аналитически заданной функции наиболее подходящего вида. Искомые параметрами аппроксимирующей функции могут быть f_m , $|S_{21}(f_m)|$, Q и (или) другие, настраивающие функцию наилучшим образом под экспериментальную резонансную АЧХ. При использовании наиболее распространённой лоренцевой функции могут наблюдаться непереносимые отклонения от экспериментальных данных. В прецизионных экспериментах необходимы функции, учитывающие несимметрию и другие обычные особенности экспериментальных АЧХ. Вид функций для аппроксимации экспериментальных АЧХ может зависеть от особенностей возбуждения резонатора.

Возбуждение резонатора и вид АЧХ. Поле вынужденного колебания с компонентами $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ в резонаторе с импедансными стенками и потерями энергии представляют в виде ряда по собственным функциям $\mathbf{E}_n$, $\mathbf{H}_n$ резонатора тех же размеров с идеально проводящими стенками и без потерь энергии [1], [5]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_n A_n \mathbf{E}_n; \\ \mathbf{H} &= \sum_n B_n \mathbf{H}_n, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$A_n = -j \frac{\omega a_n - \dot{\omega}_n b_n}{\omega^2 - \dot{\omega}_n^2}; \quad B_n = -j \frac{\dot{\omega}_n a_n - \omega b_n}{\omega^2 - \dot{\omega}_n^2};$$

$$a_n = \frac{1}{N_n V} \int (\delta_E \mathbf{E}_n) dV; \quad b_n = \frac{1}{N_n V} \int (\delta_H \mathbf{H}_n) dV,$$

где A_n , B_n – амплитуды компонент поля $\mathbf{E}_n$, $\mathbf{H}_n$; ω – частота возбуждения; δ_E , δ_H – плотности электрического и магнитного сторонних токов возбуждения; N – норма (удвоенная энергия) колебания.

Собственные функции $\mathbf{E}_n$, $\mathbf{H}_n$ резонатора с идеальными стенками рассчитываются при вещественных аргументах, содержащих ω'_n .

В окрестности резонанса $\omega \rightarrow \omega'_n$ и резонансные члены с амплитудами A_n , B_n рядов (1) значительно превышают все остальные члены, так что полное поле описывается с высокой точностью одним слагаемым в выражениях (1). Резонансная частотная зависимость в (1) одинакова для различных типов электромагнитных резонаторов на разных частотах и типах колебаний, поэтому обычно её описывают безразмерными переменными – нормированным коэффициентом передачи (отражения) резонатора как функцией его обобщённой расстройки. Современные цифровые анализаторы цепей дают наиболее точные АЧХ в виде числового массива (матрицы S-параметров).

Рассмотрим влияние допущений и упрощений на точность описания резонансной АЧХ при переходе от строгого теоретического представления (1) к безразмерным переменным, вычисляемым по экспериментальным S-параметрам матрицы рассеяния резонатора. Переменные определим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega'_n + \Delta\omega; \\ Q &= \omega'_n / (2\omega''_n); \\ \xi &= 2Q\Delta\omega / \omega'_n = \Delta\omega / \omega''_n; \\ \eta(\xi) &= \xi + (\xi^2 + 1) / (4Q), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\Delta\omega$ – частотная расстройка; $Q \gg 1$ – нагруженная добротность резонатора; ξ – нагруженная обобщённая расстройка; η – несимметричная нагруженная обобщённая расстройка.

Представим амплитуды из выражений (1) как

$$A_n = |A_n| \exp(j\psi_A);$$

$$B_n = |B_n| \exp(j\psi_B)$$

и введём обозначения $c_n = a_n - b_n$; $S(\eta) = Q / (\omega'_n \sqrt{1 + \eta^2})$. Тогда можно записать

$$\begin{aligned} |A_n| &= S(\eta) \sqrt{[c_n + a_n \xi / (2Q)]^2 + [b_n / (2Q)]^2}; \\ |B_n| &= S(\eta) \sqrt{[c_n - b_n \xi / (2Q)]^2 + [a_n / (2Q)]^2}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \psi_A &= -\arctg(\eta) + \theta_A(\xi); \\ \psi_B &= -\arctg(\eta) + \theta_B(\xi); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \theta_A(\xi) &= -\arctg\{b_n / [2Qc_n + a_n \xi]\}; \\ \theta_B(\xi) &= \arctg\{a_n / [2Qc_n - b_n \xi]\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Величины a_n , b_n и A_n , B_n в (1) пропорциональны плотностям сторонних токов возбуждения, т. е. амплитуде падающей на вход резонатора волны. В терминах теории СВЧ цепей a_n , b_n , A_n , B_n пропорциональны комплексной амплитуде нормированной волны напряжения $\dot{u}_1^+$, падающей на первый вход резонатора. Выходящая из второго входа резонатора комплексная волна напряжения будет иметь амплитуду $\dot{u}_2^- = \dot{S}_{21} \dot{u}_1^+$, где $\dot{S}_{21}$ – комплексный коэффициент передачи по напряжению; индексы 1, 2 обозначают номера первого и второго входов резонатора; знаки « $\pm$ » соответствуют входящим и выходящим волнам. Активную мощность во входной и выходной линиях выразим как

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{M_1} ([\mathbf{E}_{1w} \times \mathbf{H}_{1w}^*] d\mathbf{s}) \right\} = (\dot{u}_1^+) (\dot{u}_1^+)^* = |\dot{u}_1^+|^2;$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{M_2} ([\mathbf{E}_{2w} \times \mathbf{H}_{2w}^*] d\mathbf{s}) \right\} = (\dot{u}_2^-) (\dot{u}_2^-)^* = |\dot{u}_1^+|^2 |\dot{S}_{21}|^2,$$

где $\mathbf{E}_{iw}$, $\mathbf{H}_{iw}$ – комплексные амплитуды поперечных компонент вектора напряжённости поля во входной ($i=1$) и выходной ($i=2$) линиях резонатора, * – знак комплексного сопряжения; M_i – поперечное сечение линий; $P_2/P_1 = |\dot{S}_{21}|^2$.

Резонатор может быть связан с измерительным трактом в различной степени, что даёт резонансные пики $\dot{S}_{21}(\eta(\xi))$ различной «высоты». Удобной является характеристика резонатора по напряжению или по мощности, нормированная к её значению на резонансе ($\xi=0$) – коэффициенты передачи по напряжению (КПН) и по мощности (КПМ) соответственно

$$\dot{K}_u(\eta(\xi)) = \dot{S}_{21}(\eta(\xi)) / \dot{S}_{21}(\eta(0));$$

$$K_p(\eta(\xi)) = |\dot{S}_{21}(\eta(\xi))|^2 / |\dot{S}_{21}(\eta(0))|^2.$$

Мощность в выходной линии пропорциональна произведению компонент поля в резонаторе:

$$(A_n B_n^*) = |A_n| |B_n| \exp[j(\psi_A - \psi_B)].$$

В выражениях (3)–(5) выполним приближения, сохранив члены до Q^{-2} включительно:

$$|A_n| |B_n| \approx [S(\eta(\xi)) c_n]^2 \left[1 + \frac{\eta(\xi)}{2Q} - \frac{\xi^2}{8Q^2} - \frac{(\xi^2 - 1) 2a_n b_n}{8Q^2 (c_n)^2} \right]; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \theta_A(\xi) &\approx -b_n / [2Qc_n + a_n \xi]; \\ \theta_B(\xi) &\approx a_n / [2Qc_n - b_n \xi]. \end{aligned} \quad (7)$$

При $\xi=0$ (на резонансе) с учётом выражений (2), (3) можно записать

$$\begin{aligned} (A_0 B_0^*) &= |A_0| |B_0| \exp[j(\psi_{A0} - \psi_{B0})]; \\ \eta &= \eta(0) = (4Q)^{-1}; \\ \arctg[\eta(0)] &\approx (4Q)^{-1}; \\ [S(\eta(0))]^2 &= (Q/\omega'_n)^2 \{1 + [\eta(0)]^2\}^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из формул (4), (6), (7) следуют приближенные равенства

$$|A_0| |B_0| \approx [S(\eta(0)) c_n]^2 \left\{ 1 + \frac{1}{8Q^2} \left[1 + \frac{2a_n b_n}{(c_n)^2} \right] \right\}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \psi_{A0} &\approx -(4Q)^{-1} (1 + 2b_n/c_n); \\ \psi_{B0} &\approx -(4Q)^{-1} (1 - 2a_n/c_n). \end{aligned} \quad (10)$$

Пронормируем амплитуды A_n , B_n к их значениям при $\xi=0$ и получим

$$\begin{aligned} A_{n0} &= \frac{|A_n|}{|A_0|} \exp[j(\psi_A - \psi_{A0})]; \\ B_{n0} &= \frac{|B_n|}{|B_0|} \exp[j(\psi_B - \psi_{B0})]; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\psi_A - \psi_{A0} = \psi_B - \psi_{B0} \approx -\arctg[\eta(\xi)] + \frac{1}{4Q} \left\{ 1 + \frac{2a_n b_n}{(c_n)^2} \frac{\xi}{2Q} \right\}. \quad (12)$$

Аргументы A_{n0} , B_{n0} в (11) совпадают (см. формулу (12)). Для линейного четырёхполюсника-резонатора нормированные КПМ $K_p(\eta(\xi))$ и КПН $\dot{K}_u(\eta(\xi))$ выразим через S-параметры:

$$\begin{aligned} (A_{n0} B_{n0}^*) &= |\dot{S}_{21}(\eta(\xi))|^2 / |\dot{S}_{21}(\eta(0))|^2 = K_p(\eta(\xi)); \\ \sqrt{A_{n0} B_{n0}} &= [\dot{S}_{21}(\eta(\xi))] / [\dot{S}_{21}(\eta(0))] = \dot{K}_u(\eta(\xi)). \end{aligned} \quad (13)$$

Обычно возбуждение резонатора производится либо электрическим диполем («штырём») в пучности (участке стоячей волны с наибольшей амплитудой) электрической компоненты ($a_n \neq 0, b_n = 0$) или магнитным диполем («петлёй», «щелью») в пучности магнитной компоненты ($a_n = 0, b_n \neq 0$). Подставим выражения (6), (7), (9), (10) в выражения (13), учтём соотношения (4), (8), (12) и получим КПМ и КПН соответственно:

$$K_p(\eta(\xi)) \approx \frac{1 + [\eta(0)]^2}{1 + [\eta(\xi)]^2} \left[1 + \left(\frac{\xi}{2Q} \right) \right]; \quad (14)$$

$$\dot{K}_u(\eta(\xi)) \approx \sqrt{K_p(\eta(\xi))} \exp \left\{ -j \left[\arctg(\eta(\xi)) - (4Q)^{-1} \right] \right\}. \quad (15)$$

Из выражений (14), (15) следует, что в резонансе КПМ $K_p(\eta(0)) = 1$ и равна нулю фаза КПН $\dot{K}_u(\eta(0))$.

Кроме резонансной зависимости в знаменателе (14) есть зависимость числителя от расстройки ξ (и частоты), что не является результатом введения несимметричной расстройки $\eta(\xi)$. Эта зависимость имеется в исходных выражениях (1), но обычно не учитывается из-за её слабого влияния. При малых $|\xi/(2Q)| \rightarrow 0, |(\xi^2 + 1)/(4Q)| \rightarrow 0$ расстройка $\eta(\xi) \rightarrow \xi$ и выражения (14), (15) переходят в обычные симметричные нормированные «лоренцевы» резонансные зависимости по мощности $(1 + \xi^2)^{-1}$ или по напряжению $(1/\sqrt{1 + \xi^2}) \exp[-j \arctg(\xi)]$.

АЧХ в виде (14), (15) является несимметричной по ξ . Выясним положение резонансной частоты ω_m (экстремума АЧХ) относительно ω'_n . Из выражения (14) для условия экстремума $\partial K_p\{\eta[\xi(\omega)]\}/\partial \omega = 0$ при $\partial \xi(\omega)/\partial \omega = 2Q/\omega'_n$ следует уравнение

$$1 + \eta^2 - 4Q\eta[1 + \xi/(2Q)]^2 = 0. \quad (16)$$

Подстановка в уравнение (16) $\eta = \xi + [(\xi^2 + 1)/(4Q)]$ приводит к решению $\xi \approx (4Q)^{-3} \approx 0$, что соответствует $\delta\omega_n = (\omega_m - \omega'_n)/\omega'_n \leq 2(4Q)^{-4}$ и меньше $\delta\omega_n \approx 2(4Q)^{-2}$ для симметричной «лоренцевой» АЧХ.

Аппроксимации резонансной АЧХ. Проведённый выше анализ АЧХ показывает, что аппарат обобщённых расстроек $\xi, \eta = \xi + [(\xi^2 + 1)/(4Q)]$ описывает теоретическую резонансную зависимость (1) с высокой точностью. Преобразование зависимости (1) к нормированной резонансной функции вида (14), (15) с расстройками ξ, η не вносит погрешностей в определение вещественной части собственной частоты ω'_n по резонансной частоте ω_m . Для точного нахождения резонансной частоты иногда используется АЧХ в виде резонансного слагаемого и степенного ряда по частоте, комплексные коэффициенты которого находят в результате аппроксимации экспериментальных данных [3]. Такой ряд не следует из (1) и уточнение ω'_n не происходит автоматически, без определения этой резонансной частоты ω'_n по выражению (1) или результатам его преобразования

(14), (15). Существенная причина искажения АЧХ и смещения резонансной частоты может находиться в самом резонаторе. Это прямое нерезонансное прохождение СВЧ сигнала со входа резонатора на его выход. Физическая сущность этого явления приводит к резонансной функции иного, чем (14), (15) и степенной ряд, вида [6]:

$$\dot{S}_M(f) = [\dot{S}_{21}(f) + M \exp(j\theta)] / (1 + M), \quad (17)$$

где $\dot{S}_{21}(f)$ – обычный резонансный коэффициент передачи; M, θ – модуль и фаза коэффициента нерезонансного прохождения.

Связь вещественной и комплексной собственных частот. При точном измерении внутренних размеров резонатора с импедансными стенками необходимо учесть эффективную глубину проникновения поля в проводящие стенки. Обычно эту глубину связывают со скин-слоем и омическими потерями. Собственная частота $\dot{\omega}_n$ резонатора является аналитической функцией поверхностного импеданса $\dot{Z}_S$ его стенок. Импеданс смещает частоту ω'_n от частоты ω_0 идеального резонатора, размеры которого совпадают с размерами исследуемого резонатора с $\dot{Z}_S = 0$.

Использование аналитических свойств $\dot{\omega}_n(\dot{Z}_S)$ как функции импеданса стенок резонатора $\dot{Z}_S = R_S + jX_S$ и разделение при $|\dot{Z}_S| \ll Z_0 = 120\pi$ Ом вещественных и мнимых частей в выражении для собственной частоты объёмного резонатора [7] при малых потерях ($\omega''_n \ll \omega'_n$) в линейном по $\dot{Z}_S$ приближении приводит к выражениям

$$\left. \begin{aligned} \omega'_n(\dot{Z}_S) &\approx \omega_0 - \frac{X_S}{2} \frac{1}{2W_\Sigma} \oint |H_\tau|^2 dS; \\ \omega''_n(\dot{Z}_S) &\approx \frac{R_S}{2} \frac{1}{2W_\Sigma} \oint |H_\tau|^2 dS, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где H_τ – касательная к стенкам компонента вектора напряжённости $\mathbf{H}$; W_Σ – полная запасённая в резонаторе энергия; S – площадь внутренней поверхности стенок резонатора.

Поверхностный импеданс проводящих стенок определяется как [8]:

$$\dot{Z}_S = R_S + jX_S = \sqrt{\frac{\omega\mu_0|\dot{\mu}|}{2\sigma}} \times \left\{ \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta_\mu}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta_\mu}{2}\right) \right] \right\}, \quad (19)$$

где $\dot{\mu} = \mu' - j\mu''$ – комплексная магнитная проницаемость стенок резонатора; $\delta_\mu = \arctg(\mu''/\mu')$ – угол магнитных потерь в металле стенок; σ – удельная проводимость стенок.

В немагнитных проводниках $\mu' = 1; \mu'' = 0; \delta_\mu = 0; X_S = R_S$. Омические потери $1/Q_R$ в стенках резонатора найдём из выражения

$$\frac{1}{Q_R} = \frac{R_S}{2} \frac{1}{\omega'_n W_S} \oint_S |H_\tau|^2 dS = \frac{2\omega''_n(\dot{Z}_S)}{\omega'_n},$$

где Q_R – омическая добротность.

При $R_S = X_S$ из выражений (18) получим известное соотношение

$$\omega_0 \approx \omega'_n [1 + (2Q_R)^{-1}]. \quad (20)$$

Из выражений (18) следует, что в линейном по $\dot{Z}_S$ приближении частота ω'_n изменяется только вследствие реактивной (индуктивной) части импеданса стенок $X_S > 0$, но не омических потерь в стенках. Активная часть импеданса R_S в этом приближении влияет лишь на добротность резонатора. Только при равенстве $X_S = R_S$ (в немагнитных проводниках) смещение ω'_n от ω_0 выражается в (20) через омическую добротность Q_R . Для резонатора со стенками из магнитного металла ($\mu \neq 1$) в выражении (19) $X_S \neq R_S$ и смещение частоты будет другим. Линейное приближение по $\dot{Z}_S$ в (19) соответствует обычному в теории резонаторов приближению аддитивного вклада потерь различной природы:

$$\omega''_n = \omega''_n(\dot{Z}_S) + \omega''_{n\delta} + \omega''_{n\beta} + \dots,$$

где $\omega''_{n\delta}$, $\omega''_{n\beta}$ – слагаемые мнимой части ω_n , обусловленные потерями во внутренней среде и потерями на связь.

Для колебания конкретного типа значение Q_R в выражении (20) можно рассчитать по проводимости σ стенок резонатора и его размерам. Экспериментально омическая добротность для колебания данного типа определяется по собственной добротности Q_0 резонатора без каких-либо потерь энергии, кроме омических потерь в его стенках. В действительности всегда существуют дополнительные потери энергии колебания в контактах соединяемых частей резонатора или зазорах, за счёт преобразования в колебания других типов на отклонениях формы резонансной полости и др. Поэтому всегда $Q_0 < Q_R$ на неизвестную величину. Из-за отсутствия оценок этой величины обычно принимается $Q_0 = Q_R$, что вносит погрешность в собственную частоту ω_0 .

Измерение внутренних размеров резонаторов. Экспериментальные исследования проводили в соответствии с изложенным выше подходом на цилиндрических H_{01p} -резонаторах СВЧ-диапазона из состава Государственного первичного эталона единиц комплексной диэлектрической проницаемости ГЭТ 110-2012. Резонансные характеристики с анализатора цепей P2M-18 сохраняли в виде числового массива частот измерения f_i и коэффициента передачи $|S_{21}(f_i)|^2$ в 2500–5000 точках АЧХ в полосе $|\xi| \leq 10$. Данные, преобразованные в массив обобщённой расстройки и нормированного коэффициента передачи, аппроксимировали резонансной функцией (14) или по выражению (17) для учёта возможного нерезонансного

просачивания мощности, вызванных этим искажений резонансной характеристики и погрешностей резонансной частоты и добротности [6]. При аппроксимации по большому числу экспериментальных точек всей АЧХ одновременно происходит фильтрация шумов, что увеличивает количество стабильных значащих цифр в результатах измерения f_m , Q_0 , K_p . Уточнённые значения f_m , Q_0 использовали для получения $f'_n = \omega'_n / (2\pi)$, $f_0 = \omega_0 / (2\pi)$ в двух вариантах: с расчётной Q_R и экспериментальной $Q_R = Q_0$ добротностями. Экспериментальные значения $f_0(p)$ колебаний H_{01p} (p – продольный индекс колебания, целое число) аппроксимировали функцией

$$f_0(p) = \frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_2}} \sqrt{\left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\nu'_{01}}{D}\right)^2}, \quad (21)$$

где ε_2 – диэлектрическая проницаемость среды в резонаторе (воздух); c – скорость света в вакууме; D , L – искомые диаметр и высота полости резонатора; ν'_{01} – первый корень производной функции Бесселя $J'_0(x)$.

Исследовали два резонатора, изготовленные из посеребрённого инвара с ($D \approx 50$ мм, $L \approx 102$ мм) и меди ($D \approx 60$ мм, $L \approx 114$ мм). Диэлектрическую проницаемость воздуха в формуле (21) рассчитывали по температуре, давлению и влажности воздуха в лаборатории. Температура резонатора во время измерений изменялась не более чем на 0,1 °С. По экспериментальной добротности Q_0 резонатора рассчитывали глубину Δ_{ex} скин-слоя. По справочным значениям удельной проводимости серебра $\sigma = 6,14 \cdot 10^7$ См/м и меди $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$ См/м рассчитывали теоретические значения добротности Q_R и глубины скин-слоя Δ_R . Результаты измерений и расчётов приведены в табл. 1, 2.

Из табл. 1, 2 следует, что пересчёт экспериментальных резонансных частот f_m в собственные частоты f_0 модели резонатора без проникновения поля в его стенки

Таблица 1

Экспериментальные значения резонансной частоты и добротности H_{01p} -резонаторов

D_n , мм	p	f_m , ГГц	Q_0	Q_R	$\Delta_{\text{ex}}/\Delta_R$
50	3	8,51957060	37504	41642	1,110
	4	9,35969751	41974	47151	1,123
	5	10,34005400	46919	53294	1,136
	6	11,42469200	50837	59711	1,175
	7	12,58655700	51575	66150	1,283
60	3	7,25792693	41398	44946	1,086
	4	8,04743401	46213	51027	1,104
	5	8,96092123	52099	57647	1,106
	6	9,96424066	53595	64414	1,202
	7	11,03308110	61199	71085	1,162

Таблица 2

Размеры H_{01p} -резонаторов с различными поправками

D_n , мм	Поправка	L , мм	D , мм	δf
50	Нет	102,2932	50,0833	$6,3 \cdot 10^{-6}$
	$(2Q_0)^{-1}$	102,2926	50,0826	$6,6 \cdot 10^{-6}$
	$(2Q_R)^{-1}$	102,2928	50,0826	$6,3 \cdot 10^{-6}$
60	Нет	114,0514	59,9793	$5,1 \cdot 10^{-6}$
	$(2Q_0)^{-1}$	114,0508	59,9785	$4,6 \cdot 10^{-6}$
	$(2Q_R)^{-1}$	114,0510	59,9785	$5,1 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3

Экспериментальные резонансные частоты E_{n10} -колебаний и расчётные диаметры полости

n	f_n , ГГц	D_0 , мм
3	3,999554	152,1845
4	4,757445	152,1681
5	5,499498	152,1599
6	6,230280	152,1455
7	6,94995	152,1792

уменьшает размеры резонатора на 0,8...0,6 мкм, что близко к средней глубине скин-слоя в стенках в данном диапазоне частот. При замене экспериментальных значений Q_0 на расчётные Q_R длина резонатора изменилась на 0,02 мкм. Различие экспериментальных и теоретических значений глубины скин-слоя составляет 8–28 % и увеличивается с увеличением частоты. Колебания H_{01p} вырождены с колебаниями E_{11p} , и пониженная экспериментальная добротность может быть вызвана «перекачкой» части энергии в E_{11p} -колебания со значительно большими омическими потерями. Относительное среднее квадратическое отклонение (СКО) δf экспериментальных резонансных частот от значений аппроксимирующей функции (21) при найденных D , L составляет менее $7 \cdot 10^{-6}$. Неопределённость D , L существенно больше этого значения и связана с неопределённостью диэлектрической проницаемости воздуха в резонаторе. Влиянием диэлектрической проницаемости воздуха можно пренебречь при измерениях размеров резонатора в вакуумной камере без разности давлений внутри и вне резонатора.

По резонансным частотам также можно измерять диаметр и оценивать эллиптичность цилиндрической полости независимо от её высоты. Такие измерения проводили без учёта смещения резонансных частот импедансом стенок резонатора. Измерение диаметра резонатора независимо от его высоты возможно на колебаниях E_{nm0} с однородным по высоте резонатора полем. При исследованиях использовали коаксиальный резонатор с посеребрённым цилиндрическим корпусом и удалённым центральным электродом. В центре торцевых крышек корпуса предусмотрены отверстия и выступ для крепления центрального электрода. Эти конструктивные отличия от идеального цилиндра существенно влияют на частоты колебаний E_{010} , E_{110} . В центральной области резонатора поле азимутальных

E_{n10} -колебаний при $n \gg 1$ пренебрежимо мало, что и требуется для измерения диаметра полости данного резонатора. В табл. 3 приведены экспериментальные частоты E_{n10} -колебаний и рассчитанные значения диаметра полости.

Среднее значение диаметра составило $D_0 = 152,167$ мм с относительным СКО $9,1 \cdot 10^{-5}$. По этому диаметру и экспериментальным частотам H_{n11} -колебаний с азимутальным индексом $n = 2...5$ рассчитали среднюю высоту $L_0 = 67,34$ мм. При инструментальных измерениях получили диаметр $D_0 = 152,17$ мм и высоту $L_0 = 67,8$ мм полости вблизи цилиндрической стенки резонатора. Отличие на 0,46 мм «инструментального» размера L_0 вблизи цилиндрической стенки от «электромагнитного» размера L_0 связано с прогибом дна полости внутрь резонатора, наибольшим в её центре (до 0,6 мм), что и уменьшило среднюю (эффективную) высоту резонатора для поля.

В цилиндрических резонаторах колебания с азимутальным индексом $n \geq 1$ имеют двукратное поляризационное вырождение. В реальных резонаторах вырождение обычно снимается и резонансные частоты расщепляются. Одна из основных причин этого – деформация кругового поперечного сечения, которая характеризуется относительным отклонением диаметра поперечного сечения от среднего значения D_0 :

$$\delta D = (D_{\max} - D_{\min}) / D_0 \ll 1.$$

Первое приближение для деформированного круга – эллипс с эксцентриситетом $e \approx 2\sqrt{\delta D}$.

Эллиптическая деформация смещает на разные значения поперечные волновые числа и резонансные частоты H_{n1p} -колебаний с чётными (с) и нечётными (s) по углу φ функциями $H_z(\varphi)$. Здесь φ – азимутальный угол в системе координат r, φ, z с отсчётом φ от минимального диаметра. Резонансные частоты H_{n1p} -колебаний связаны с волновыми числами:

$$k^2 = h^2 + \chi^2,$$

где

$$h = p\pi/L, \quad p = 1, 2, 3, \dots;$$

$$k = 2\pi f_n \sqrt{\epsilon_2} / c.$$

В деформированном резонаторе расщепляются волновые числа χ на $\chi_{nc, s}$ и резонансные частоты на $f_{nc, s}^H$ для чётных и нечётных колебаний:

$$f_{nc, s}^H = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_2}} \sqrt{\left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 + (\chi_{nc, s})^2}, \quad (22)$$

$$\chi_{nc, s} = (2v'_{n1}/D_0)(1 + \delta\chi_{nc, s}),$$

где v'_{n1} – первый корень производной функции Бесселя $J'_n(x)$; $\delta\chi_{nc, s}$ – относительные смещения безразмерного

радиального волнового числа $\chi D_0/2$ под влиянием деформации.

Из (22) получим относительные смещения

$$\delta x_{nc,s} = -1 + \left(\frac{D_0}{2\nu_{n1}'} \right) \sqrt{\left(\frac{2\pi f_{nc,s}^H \sqrt{\varepsilon_2}}{c} \right)^2 - \left(\frac{p\pi}{L} \right)^2}. \quad (23)$$

Из колебаний с азимутальным индексом $n \geq 1$ только H_{11p} -колебания имеют расщепление $\delta \chi_1^H = \delta x_{1s} - \delta x_{1c}$ порядка δD , у других колебаний этот порядок $(\delta D)^2$ [9]. Поэтому для оценки эллиптичности используем H_{11p} -колебания с расщеплением

$$\delta \chi_1^H \approx \frac{x_0^2 + 1}{x_0^2 - 1} \delta D - \frac{1}{8} \left[\frac{(5x_0^2 - 3)(x_0^2 - 1)(x_0^2 - 12) + 2(x_0^2 - 3)^2}{(x_0^2 - 1)^2} \right] (\delta D)^2, \quad (24)$$

где $x_0 = \nu_{11}'$.

Частоты f_{ns}^H, f_{nc}^H расщеплённых H_{111} -колебаний составили соответственно 2,518432 и 2,518080 ГГц, что дало $\delta D = 3,6 \cdot 10^{-4}$, соответствующее $\Delta D = D_{\max} - D_{\min} \approx 0,055$ мм.

Заключение. Размеры полостей простой правильной формы с проводящими стенками можно измерить с высокой точностью по спектру резонансных частот при возбуждении полостей как электромагнитных резонаторов. Известный результат теоретической задачи о возбуждении резонатора (1) сводится к принятому в экспериментальной практике описанию СВЧ-цепей через измеряемые S-параметры без упрощений, уменьшающих точность определения резонансной частоты и добротности резонатора. При описании резонансной характеристики в безразмерных нормированных переменных, кроме обычной обобщённой расстройки в симметричном виде ξ^2 , в КПМ появляется несимметричная расстройка η и множитель $[1 + (4Q)^{-2}][1 + (\xi/2Q)]$, учитывающие несимметрию теоретической резонансной АЧХ в (1), (14), (15).

Смещение экспериментальных резонансных частот от расчётных собственных частот моделей с идеальными стенками прежде всего связано с реактивной частью импеданса реальных стенок. Учёт влияния индуктивного импеданса стенок по экспериментальной добротности колебаний может давать завышенную глубину проникновения поля в стенки реального резонатора из-за дополнительных (кроме омических) потерь.

Использование электромагнитных колебаний определённых типов позволяет в некоторых случаях исключать влияние имеющихся в резонаторах локальных отклонений геометрии и измерять размеры полости путём выбора колебаний с минимальным полем в области этих отклонений. Также можно оценивать эллиптичность цилиндрической полости и независимо от высоты измерять её диаметр.

Список литературы

1. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
2. Фрум К., Эссен Л. Скорость света и радиоволн. М.: Мир, 1973. 196 с.
3. Moldover M. R., Gavioso R. M., Mehl J. B., Pitre L., Podesta M., Zhang J. T., *Metrologia*, 2014, vol. 51 (1), R1. <https://doi.org/10.10188/0026-1394/51/1/R1>
4. Pitre L., Moldover M. R., Tew W. L., *Metrologia*, 2006, vol. 43, pp. 142–162. <https://doi.org/10.10188/0026-1394/43/1/020>
5. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания в электродинамических системах с потерями. М.: МГУ, 1983. 232 с.
6. Егоров В. Н., Токарева Е. Ю. Повышение точности измерений резонансных характеристик // Измерительная техника. 2017. № 7. С. 20–25. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2017-7-20-25>
7. Каценеленбаум Б. З. Высокочастотная электродинамика, М.: Наука, 1966. 240 с.
8. Егоров В. Н., Токарева Е. Ю. Поверхностное сопротивление немагнитных и магнитных металлов на СВЧ // Известия вузов. Физика. 2012. № 8/2. С. 302–304.
9. Егоров В. Н. Расщепление высших собственных значений круглого волновода при слабой эллиптической деформации // Радиотехника и электроника. № 6. 1997. С. 686–690.

References

1. Winstein L. A., *Elektromagnitnye volny*, Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1988, 440 p. (in Russian).
2. Frum K., Essen L., *Skorost' sveta i radiovoln*, Moscow, Mir Publ., 1973, 196 p. (in Russian).
3. Moldover M. R., Gavioso R. M., Mehl J. B., Pitre L., Podesta M., Zhang J. T., *Metrologia*, 2014, vol. 51 (1), R1. <https://doi.org/10.10188/0026-1394/51/1/R1>
4. Pitre L., Moldover M. R., Tew W. L., *Metrologia*, 2006, vol. 43, pp. 142–162. <https://doi.org/10.10188/0026-1394/43/1/020>
5. Il'inskiy A. S., Slepian G. Ja., *Kolebania v elektrodinamicheskikh sistemakh s potieriami*, Moscow, MGU Publ., 1983. 232 p. (in Russian).
6. Egorov V. N., Tokarieva Je. Ju., *Measurement Techniques*, 2017, vol. 60, no. 7, pp. 676–683. <https://doi.org/10.1007/s11018-017-1253-9>
7. Katsienielienbaum B. Z., *Vysokochastotnaia Elektrodinamika*, Moscow, Nauka Publ., 1966, 240 p. (in Russian).
8. Egorov V. N., Tokarieva Je. Ju., *Izvestiya vuzov. Fizika*, 2012, no. 8/2, pp. 302–304 (in Russian).
9. Egorov V. N., *Radiotekhnika i elektronika*, 1997, no. 6, pp. 686–690 (in Russian).

Дата поступления: 03.06.2020.

Дата принятия: 26.06.2020.

The measurement of inner sizes of VHF cavity resonators

Viktor N. Egorov¹, Elena Yu. Tokareva¹, Le Quang Tuyen²

¹East-Siberian branch of Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: egorov@vniiftri-irk.ru, dep14@vniiftri-irk.ru

²Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: lequangtuyen1402@gmail.com

The measurement of inner sizes of VHF cavity resonators and simple shapes cavities with conducting walls by using resonant frequency spectrum of its electromagnetic oscillations is considered. The differences between eigenfrequencies and resonant frequencies for resonator with perfect conducting walls and real resonator with impedance walls have been specified. The type of function for resonant amplitude-frequency characteristic of real resonators is discussing. The measurement results of inner diameter and length of cavity resonators from primary national standard GET 110-2012 are presented.

Key words: resonator sizes, eigenfrequency, resonant frequency, quality factor, skin-layer, walls impedance.

ВСЕМИРНЫЙ ДЕНЬ МЕТРОЛОГИИ

Измерения для глобальной торговли

РСТ

ВНИИМС



Bureau
International des
Poids et
Mesures



20 мая 2020
www.worldmetrologyday.org

© 2020 BIPM, OIML

ПОДПИСКА – 2021

на печатную и электронную версии журнала «Измерительная техника»
и электронную версию сетевого издания «Метрология»

- ▶ во всех почтовых отделениях ФГУП «Почта России»
- ▶ онлайн на сайтах подписных агентств
- ▶ в редакции

**В почтовых отделениях Российской Федерации,
а также в странах СНГ и Балтии**

по каталогу «Газеты. Журналы» Агентства «Роспечать» www.rospr.ru
«Измерительная техника» – индекс 70391

по объединённому каталогу «Пресса России» АО «АПР» www.apr.ru
«Измерительная техника» – индекс 38168

Подписка через Интернет

ГК «Урал-Пресс»

www.ural-press.ru

Тел./факс: +7 (495) 789-86-36; +7 (499) 700-05-07

ООО «Информнаука»

www.informnauka.com

Тел.: +7 (495) 787-38-73; +7 (499) 152-54-81

e-mail: informnauka@viniti.ru

Агентство «Книга-Сервис»:

- интернет-каталог «Пресса по подписке» www.akc.ru
- объединённый каталог «Пресса России» www.ppressa-rf.ru
Тел.: +7 (495) 631-62-54
e-mail: podpiska@pressa-rf.ru

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU www.elibrary.ru

Электронно-библиотечная система «РУКОНТ» www.lib.rucont.ru

**Подписка в редакции
на номера текущего года
и архивные номера 2016–2020 гг.**

- ▶ по телефону +7 (495) 430-28-02
- ▶ по электронной почте kersova@vniims.ru
- ▶ на сайтах www.vniims.ru, www.izmt.ru

Адрес редакции:

119361 Москва, ул. Озёрная, 46, ФГУП «ВНИИМС»

Тел.: +7 (495) 781-48-70

E-mail: izmt@vniims.ru

www.izmt.ru