

Нелинейная динамическая оценка углов ориентации подвижного объекта по распределённым спутниковым измерениям

С. В. Соколов¹, В. А. Погорелов²

¹Ростовский государственный экономический университет, Ростов, Россия,

e-mail: s.v.s.888@yandex.ru

²Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи, Ростов-на-Дону, Россия,

e-mail: vadim.pogorelov.rnd@gmail.com

Решена задача динамического нелинейного стохастического оценивания параметров ориентации подвижного объекта по измерениям пространственно-разнесённых спутниковых приёмников. Показано, что использование углов Эйлера–Крылова в качестве текущих параметров ориентации объекта обеспечивает резкое сокращение размерности предложенного алгоритма оценки по сравнению с существующими алгоритмами. Приведён пример, иллюстрирующий эффективность разработанного алгоритма стохастического оценивания.

Ключевые слова: нелинейное стохастическое оценивание, углы Эйлера–Крылова, пространственно-разнесённые спутниковые измерения.

Одним из главных аспектов решения задачи навигации подвижного объекта является нахождение параметров его углового движения. В подавляющем большинстве навигационных систем для этого применяют инерциальные измерители – датчики угловой скорости [1]. В силу известного недостатка инерциальных измерений – накопления с течением времени ошибок – определение ориентации объекта с высокой точностью возможно только на ограниченном интервале времени. Однако за счёт использования спутниковых навигационных систем (СНС) точность позиционирования объектов в настоящее время доведена до субсантиметрового диапазона, что позволяет вычислять параметры углового движения с точностью угломерных геодезических систем [2–4].

Определить ориентацию объекта с помощью СНС можно либо по предварительно найденным базовым векторам, либо по непосредственно измеренным углам ориентации [5–11]. Первый подход основан на оценке матрицы преобразования координат и применяется для статических или слабодинамических объектов. Второй подход к определению ориентации позволяет отказаться от оценки матрицы преобразования координат и даёт возможность сразу перейти к оценке углов Эйлера, а также установить текущую ориентацию объекта в выбранной системе координат. Однако параметризация через углы Эйлера приводит к нелинейной задаче разрешения неоднозначности одномоментных измерений, для решения которой в настоящее время отсутствуют эффективные вычислительные алгоритмы [12]. Заметим, что в обоих подходах используются одномоментные измерения по базовым векторам с последующей обработкой этих измерений известными статистическими алгоритмами. Поэтому, во-первых, невозможно обеспечить требуемую точность оценки для высокодинамических вращающихся объектов, а во-вторых, нельзя задействовать методы теории стохастической фильтрации,

обеспечивающие принципиальную возможность оптимального динамического оценивания углов ориентации.

Постановка задачи. В работе [4] описано применение методов стохастической оптимальной фильтрации для динамической оценки параметров ориентации объекта при условии комплексирования СНС с инерциальной системой. В более общей постановке – только при использовании СНС – задача динамической оценки параметров угловой ориентации решена для матрицы направляющих косинусов и представлена в статье [13]. Недостатком данного решения является большой объём вычислительных затрат, так как сначала необходимо реализовать фильтр большой размерности, а затем пересчитать направляющие косинусы в углы Эйлера. Поэтому дальнейшее развитие подхода к динамическому оцениванию параметров угловой ориентации на основе методов нелинейной фильтрации представляет значительный интерес. Такой способ позволит оценивать угловое положение объекта непосредственно по углам Эйлера и обеспечит требуемую точность оценки параметров пространственной ориентации объекта.

Рассмотрим в качестве измерений, используемых для построения алгоритма и реализующих описанный выше подход, фазовые (кодовые) и доплеровские измерения СНС. При этом решение поставленной задачи приведём для СНС с высокой частотой поступления навигационных сообщений, позволяющей считать характер спутниковых измерений по отношению к динамике изменения навигационных параметров объекта непрерывным. Заметим, что в настоящее время частота приёма спутниковых сообщений в навигационных приёмниках Topcon (ранее Javad) и Trimble (США) составляет 100 Гц с дальнейшей тенденцией к увеличению [3].

Рассмотрим пример. Пусть на объекте расположены два навигационных приёмника, причём координаты $\{x_i; y_i; z_i\}$, $i=1, 2$,

каждого i -го приёмника в системе координат $OXYZ$, связанной с объектом, неизменны и известны с высокой точностью. В геоцентрической системе координат $O\xi\eta\zeta$ координаты $\{\xi_i; \eta_i; \zeta_i\}$ этих приёмников определяются по спутниковым измерениям. Тогда координаты вектора, построенного по точкам расположения приёмников, в геоцентрической системе координат примут вид

$$\begin{pmatrix} \xi_1 - \xi_2 \\ \eta_1 - \eta_2 \\ \zeta_1 - \zeta_2 \end{pmatrix}.$$

Эти же координаты в системе координат, связанной с объектом:

$$\begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix}.$$

Для упрощения вычислений положим, что $\{x_2; y_2; z_2\} = 0$. Введём для краткости изложения следующие обозначения: $\xi_1 - \xi_2 = \xi$; $\eta_1 - \eta_2 = \eta$; $x_1 - x_2 = x$; $\zeta_1 - \zeta_2 = \zeta$; $y_1 - y_2 = y$; $z_1 - z_2 = z$.

Взаимную ориентацию указанных векторов представим как

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = D(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где

$$D(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{pmatrix}$$

– матрица направляющих косинусов ориентации геоцентрической системы координат относительно системы координат, связанной с объектом, причём

$$\begin{aligned} D_{11} &= \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma + \cos\beta \cos\gamma; & D_{12} &= \cos\alpha \sin\gamma; \\ D_{13} &= \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma - \sin\beta \cos\gamma; & D_{21} &= \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma - \cos\beta \sin\alpha; \\ D_{22} &= \cos\alpha \cos\gamma; & D_{23} &= \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma + \sin\beta \sin\gamma; & D_{31} &= \sin\beta \cos\alpha; \\ D_{32} &= -\sin\alpha; & D_{33} &= \cos\beta \cos\alpha; \end{aligned}$$

α, β, γ – углы Эйлера–Крылова, подлежащие определению по спутниковым измерениям.

Соотношения (1) являются исходными для вывода дифференциальных уравнений, определяющих динамику изменения углов Эйлера–Крылова.

Решение задачи. Вывод уравнений динамики изменения углов Эйлера–Крылова осуществим следующим образом. Продифференцируем уравнение (1) по времени:

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \dot{D}(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\dot{D}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \dot{D}_{11} & \dot{D}_{12} & \dot{D}_{13} \\ \dot{D}_{21} & \dot{D}_{22} & \dot{D}_{23} \\ \dot{D}_{31} & \dot{D}_{32} & \dot{D}_{33} \end{pmatrix},$$

причём

$$\begin{aligned} \dot{D}_{11} &= \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \dot{\alpha} - \sin\beta \cos\gamma \dot{\beta} + \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\beta} - \\ &\quad - \cos\beta \sin\gamma \dot{\gamma} + \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\gamma}; \end{aligned}$$

$$\dot{D}_{12} = -\sin\alpha \sin\gamma \dot{\alpha} + \cos\alpha \cos\gamma \dot{\gamma};$$

$$\begin{aligned} \dot{D}_{13} &= \cos\alpha \cos\beta \sin\gamma \dot{\alpha} - \cos\beta \cos\gamma \dot{\beta} - \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\beta} + \\ &\quad + \sin\beta \sin\gamma \dot{\gamma} + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\gamma}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{D}_{21} &= \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \dot{\alpha} + \sin\beta \sin\gamma \dot{\beta} + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\beta} - \\ &\quad - \cos\beta \cos\gamma \dot{\gamma} - \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\gamma}; \end{aligned}$$

$$\dot{D}_{22} = -\sin\alpha \cos\gamma \dot{\alpha} - \cos\alpha \sin\gamma \dot{\gamma};$$

$$\begin{aligned} \dot{D}_{23} &= \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma \dot{\alpha} + \cos\beta \sin\gamma \dot{\beta} - \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\beta} + \\ &\quad + \sin\beta \cos\gamma \dot{\gamma} - \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\gamma}; \end{aligned}$$

$$\dot{D}_{31} = -\sin\alpha \sin\beta \dot{\alpha} + \cos\alpha \cos\beta \dot{\beta};$$

$$\dot{D}_{32} = -\cos\alpha \dot{\alpha};$$

$$\dot{D}_{33} = -\sin\alpha \cos\beta \dot{\alpha} - \cos\alpha \sin\beta \dot{\beta}.$$

Тогда

$$\dot{D}(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{31} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} r_{11} &= (\cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \dot{\alpha} - \sin\beta \cos\gamma \dot{\beta} + \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\beta} - \\ &\quad - \cos\beta \sin\gamma \dot{\gamma} + \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\gamma})x + (-\sin\alpha \sin\gamma \dot{\alpha} + \\ &\quad + \cos\alpha \cos\gamma \dot{\gamma})y + (\cos\alpha \cos\beta \sin\gamma \dot{\alpha} - \cos\beta \cos\gamma \dot{\beta} - \\ &\quad - \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\beta} + \sin\beta \sin\gamma \dot{\gamma} + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\gamma})z; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{21} &= (\cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \dot{\alpha} + \sin\beta \sin\gamma \dot{\beta} + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\beta} - \\ &\quad - \cos\beta \cos\gamma \dot{\gamma} - \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\gamma})x + (-\sin\alpha \cos\gamma \dot{\alpha} - \\ &\quad - \cos\alpha \sin\gamma \dot{\gamma})y + (\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma \dot{\alpha} + \cos\beta \sin\gamma \dot{\beta} - \\ &\quad - \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma \dot{\beta} + \sin\beta \cos\gamma \dot{\gamma} - \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma \dot{\gamma})z; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{31} &= (-\sin\alpha \sin\beta \dot{\alpha} + \cos\alpha \cos\beta \dot{\beta})x + (-\cos\alpha \dot{\alpha})y + \\ &\quad + (-\sin\alpha \cos\beta \dot{\alpha} - \cos\alpha \sin\beta \dot{\beta})z. \end{aligned}$$

Полученный вектор представим в виде

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix},$$

где

$$R_{11} = \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma x - \sin\alpha \sin\gamma y + \cos\alpha \cos\beta \sin\gamma z;$$

$$R_{12} = (-\sin\beta \cos\gamma + \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma)x -$$

$$-(\cos\beta \cos\gamma + \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma)z;$$

$$R_{13} = (-\cos\beta \sin\gamma + \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma)x + \cos\alpha \cos\gamma y +$$

$$+(\sin\beta \sin\gamma + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma)z;$$

$$R_{21} = \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma x - \sin\alpha \cos\gamma y + \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma z;$$

$$R_{22} = (\sin\beta \sin\gamma + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma)x +$$

$$+(\cos\beta \sin\gamma - \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma)z;$$

$$R_{23} = -(\cos\beta \cos\gamma + \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma)x - \cos\alpha \sin\gamma y +$$

$$+(\sin\beta \cos\gamma - \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma)z;$$

$$R_{31} = \sin\alpha \sin\beta x - \cos\alpha y - \sin\alpha \cos\beta z;$$

$$R_{32} = \cos\alpha \cos\beta x - \cos\alpha \sin\beta z;$$

$$R_{33} = 0.$$

Тогда уравнение (2) запишем как

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = A(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z) \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix},$$

где

$$A(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix};$$

$$A_{11} = \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma x - \sin\alpha \sin\gamma y + \cos\alpha \cos\beta \sin\gamma z;$$

$$A_{12} = (-\sin\beta \cos\gamma + \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma)x -$$

$$-(\cos\beta \cos\gamma + \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma)z;$$

$$A_{13} = (-\cos\beta \sin\gamma + \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma)x + \cos\alpha \cos\gamma y +$$

$$+(\sin\beta \sin\gamma + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma)z;$$

$$A_{21} = \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma x - \sin\alpha \cos\gamma y + \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma z;$$

$$A_{22} = (\sin\beta \sin\gamma + \cos\beta \sin\alpha \cos\gamma)x +$$

$$+(\cos\beta \sin\gamma - \sin\beta \sin\alpha \cos\gamma)z;$$

$$A_{23} = -(\cos\beta \cos\gamma + \sin\beta \sin\alpha \sin\gamma)x - \cos\alpha \sin\gamma y +$$

$$+(\sin\beta \cos\gamma - \cos\beta \sin\alpha \sin\gamma)z;$$

$$A_{31} = -\sin\alpha \sin\beta x - \cos\alpha y - \sin\alpha \cos\beta z;$$

$$A_{32} = \cos\alpha \cos\beta x - \cos\alpha \sin\beta z;$$

$$A_{33} = 0.$$

Так как матрица $A(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z)$ – невырожденная, что проверяется вычислением, то из выражения (2) получим уравнение, описывающее динамику изменения углов Эйлера–Крылова:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = A^{-1}(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z) \begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $A^{-1}(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z)$ – матрица, обратная $A(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z)$.

Отметим, что с позиций теории вращения, существуют два условия, приводящие к вырождению матрицы A . Этим условиям соответствуют либо нулевые значения компонент вектора $[x y z]^T$, либо вращение объекта вокруг вектора. Второй случай для реальных объектов маловероятен, а ненулевые значения компонент вектора $[x y z]^T$ обеспечиваются при размещении приёмников на объекте. Полученное уравнение (3) позволяет применить для оценки параметров ориентации объекта методы динамической нелинейной фильтрации, что становится возможным при его трансформации в уравнение оцениваемого вектора угловых параметров (углов Эйлера–Крылова) в форме Ланжевена.

Предположим, что

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_2 = V_{\xi 1} - V_{\xi 2};$$

$$\dot{\eta} = \dot{\eta}_1 - \dot{\eta}_2 = V_{\eta 1} - V_{\eta 2};$$

$$\dot{\zeta} = \dot{\zeta}_1 - \dot{\zeta}_2 = V_{\zeta 1} - V_{\zeta 2},$$

где $V_{\xi i}, V_{\eta i}, V_{\zeta i}, i=1,2$ – проекции линейной скорости i -й антенны на оси геоцентрической системы координат.

С помощью стандартных алгоритмов обработки спутниковых сообщений, изложенных в работах [2, 3, 14, 15], определим (по доплеровским измерениям или вычислением первых разностей координат) оценки проекций скорости $\hat{V}_{\xi i}, \hat{V}_{\eta i}, \hat{V}_{\zeta i}$ и рассчитаем их разности с соответствующими случайными ошибками $W_{\xi}, W_{\eta}, W_{\zeta}$, которые в самом неблагоприятном случае можно аппроксимировать центрированными белыми гауссовыми шумами (БГШ) с

известными интенсивностями D_{ξ} , D_{η} , D_{ζ} . Тогда стохастическое уравнение вектора угловых параметров в форме Ланжевена запишем в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = A^{-1}(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z) \begin{pmatrix} \hat{V}_{\xi 1} - \hat{V}_{\xi 2} \\ \hat{V}_{\eta 1} - \hat{V}_{\eta 2} \\ \hat{V}_{\zeta 1} - \hat{V}_{\zeta 2} \end{pmatrix} + A^{-1}(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z) \begin{pmatrix} W_{\xi} \\ W_{\eta} \\ W_{\zeta} \end{pmatrix},$$

где $\hat{V}_{\xi i}$, $\hat{V}_{\eta i}$, $\hat{V}_{\zeta i}$ – измеренные и известные в текущий момент времени оценки проекций линейной скорости i -й антенны на оси геоцентрической системы координат.

В векторной форме стохастическое уравнение вектора угловых параметров примет вид

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, t) + \mathbf{F}_1(\mathbf{Y})\gamma, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [\alpha \ \beta \ \gamma]^T; \quad \mathbf{Y}_0 = \mathbf{Y}(0); \\ \mathbf{F}(\mathbf{Y}, t) &= A^{-1}(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z) \begin{pmatrix} \hat{V}_{\xi 1} - \hat{V}_{\xi 2} \\ \hat{V}_{\eta 1} - \hat{V}_{\eta 2} \\ \hat{V}_{\zeta 1} - \hat{V}_{\zeta 2} \end{pmatrix}; \\ \mathbf{F}_1(\mathbf{Y}) &= A^{-1}(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z); \\ \gamma &= \begin{pmatrix} W_{\xi} \\ W_{\eta} \\ W_{\zeta} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Уравнения наблюдения вектора угловой ориентации объекта. Для использования методов нелинейной стохастической фильтрации при апостериорном динамическом оценивании вектора $\mathbf{Y}$ параметров углового движения объекта необходимо получить уравнение наблюдения за этим вектором, т. е. создать аналитическую модель сигнала, несущего информацию о компонентах вектора $\mathbf{Y}$ [16]. При этом для определения функциональной зависимости наблюдений от угловых параметров произведём следующие преобразования. Введём обозначение $\mathbf{\hat{\Theta}}_j = [\xi_j \ \eta_j \ \zeta_j]^T$, $j=1,2$. С учётом соотношения (1) и принятых ранее обозначений запишем выражение

$$\mathbf{\hat{\Theta}}_1 - \mathbf{\hat{\Theta}}_2 = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{\hat{\Theta}}_1 - \mathbf{\hat{\Theta}}_2 = D(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Известные из работ [1, 2] алгоритмы обработки спутниковых сообщений, например итеративные или ме-

тода наименьших квадратов, позволяют получить по сигналам измерения псевдодальностей оценки $\hat{\mathbf{\Theta}}_j$, $j=1,2$ векторов $\mathbf{\hat{\Theta}}_j$ с соответствующими случайными ошибками:

$$\hat{\mathbf{\Theta}}_j = \mathbf{\Theta}_j + \mathbf{W}_j, \quad j=1,2,$$

где $\mathbf{W}_j$ – вектор погрешностей оценивания, аппроксимируемый в наиболее неблагоприятном случае БГШ с нулевым средним и матрицей интенсивности D_{W_j} .

В этом случае наблюдатель $\mathbf{Z}$ угловых параметров может быть построен с учётом системы (5) по оценкам векторов $\hat{\mathbf{\Theta}}_j$ координат всех приёмников следующим образом:

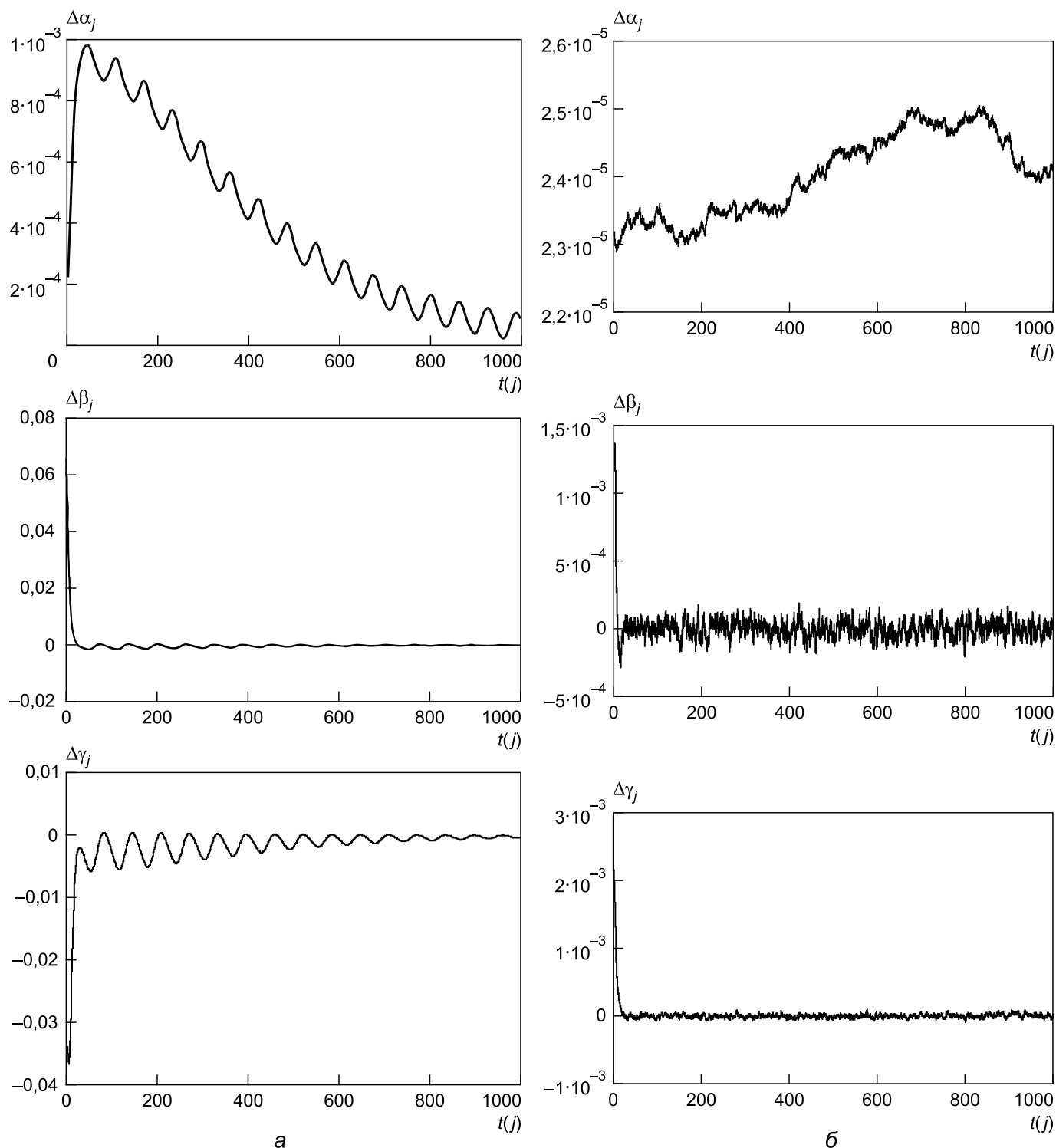
$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \hat{\mathbf{\Theta}}_1 - \hat{\mathbf{\Theta}}_2 = \mathbf{\Theta}_1 - \mathbf{\Theta}_2 + \mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2 = \\ &= D(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2 = \mathbf{H}(\mathbf{Y}) + \mathbf{W}; \\ \mathbf{H}(\mathbf{Y}) &= \mathbf{H}(\alpha, \beta, \gamma) = D(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \\ \mathbf{W} &= \mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\mathbf{W}$ – векторный БГШ с нулевым средним и матрицей интенсивности $D = D_{W_1} + D_{W_2}$.

Полученное представление вектора угловых параметров объекта в форме «объект–наблюдатель» позволяет построить для вектора $\mathbf{Y}$ апостериорную плотность $p_z(\mathbf{Y}, t)$ (t – время), знание которой решает проблему определения любых вероятностных оценок угловых параметров [5]. Однако из-за сложности формирования плотности $p_z(\mathbf{Y}, t)$ в теории нелинейной фильтрации для получения оценок нелинейных процессов вида (4) применяют различные приближённые (субоптимальные) методы [5], наиболее известным и востребованным из которых является обобщённый (нелинейный) фильтр Калмана. Использование данного фильтра позволяет достичь компромисса между требуемой точностью и вычислительными затратами в современных СНС. В связи с изложенным выше, рассмотрим возможность применения обобщённого фильтра Калмана в исследуемом случае.

Уравнения оценки вектора угловых параметров объекта. Запишем обобщённый фильтр Калмана для рассматриваемого вектора угловой ориентации объекта на основании уравнений (4), (6):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}, t) + \mathbf{K}(\hat{\mathbf{Y}}, t) [\mathbf{Z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{Y}})]; \\ \mathbf{K}(\hat{\mathbf{Y}}, t) &= R \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{Y}})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} D^{-1}; \\ \dot{R}(\hat{\mathbf{Y}}, t) &= \frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} R(\hat{\mathbf{Y}}, t) + R(\hat{\mathbf{Y}}, t) \frac{\partial \mathbf{F}^T(\hat{\mathbf{Y}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} + \\ &+ \mathbf{F}_1(\hat{\mathbf{Y}}) \mathbf{D}_1 \mathbf{F}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}) - \mathbf{K}(\hat{\mathbf{Y}}, t) \mathbf{D} \mathbf{K}^T(\hat{\mathbf{Y}}, t); \end{aligned} \quad (7)$$



Ошибки оценивания углов α , β , γ для первого (а) и второго (б) вариантов движения антенны

$$D_1 = \begin{bmatrix} D_\xi & 0 & 0 \\ 0 & D_\eta & 0 \\ 0 & 0 & D_\zeta \end{bmatrix},$$

где $\hat{\mathbf{Y}}$ – оценка вектора состояния $\mathbf{Y}(t)$; $R(\hat{\mathbf{Y}}, t)$ – апостериорная ковариационная матрица; $\hat{\mathbf{Y}}_0 = M(\mathbf{Y}_0)$; $R_0 = M\{(\mathbf{Y}_0 - \hat{\mathbf{Y}}_0)(\mathbf{Y}_0 - \hat{\mathbf{Y}}_0)^T\}$.

Преимуществом приведённого алгоритма фильтрации уравнения (7) по сравнению с алгоритмом, изложенным в работе [13], является его малая размерность, равная девяти с учётом симметрии апостериорной ковариационной матрицы. Представленный алгоритм имеет все преимущества фильтра Калмана перед одномоментными алгоритмами (в том числе на основе использования метода наименьших квадратов [1, 2]),

вытекающими из уравнений динамики параметров углового движения объекта. Наряду с возможностью сокращения вычислительных затрат при оценивании навигационного вектора, это позволяет существенно повысить точность определения всех параметров движения наблюдаемого объекта.

Численное моделирование оценки вектора угловых параметров.

Для иллюстрации эффективности предложенного подхода выполнено численное моделирование углового движения объекта вокруг его центра масс при следующих параметрах: $\alpha_0=8 \cdot 10^{-4}$ рад; $\beta_0=6 \cdot 10^{-4}$ рад; $\gamma_0=3,5 \cdot 10^{-4}$ рад; $x=12$ м; $y=11$ м; $z=14$ м. Рассмотрено два варианта углового движения антенны.

Параметры моделирования углового движения с большой скоростью:

$$V_{\xi 1}=0,8e^{-0,004t}\cos 0,01t;$$

$$V_{\eta 1}=0,3\sin 0,01t+0,2\cos 0,02t;$$

$$V_{\zeta 1}=0,5\sin 0,05t+0,2\cos 0,06t;$$

$$V_{\xi 2}=0,1e^{-0,004t}\cos 0,02t;$$

$$V_{\eta 2}=0,02\sin 0,03t+0,03\cos 0,04t;$$

$$V_{\zeta 2}=0,04\sin 0,07t+0,05\cos 0,08t.$$

Для второго варианта параметры модели движения были выбраны следующим образом: $\alpha_0=8 \cdot 10^{-4}$ рад; $\beta_0=6 \cdot 10^{-4}$ рад; $\gamma_0=3,5 \cdot 10^{-4}$ рад; $x=12$ м; $y=11$ м; $z=14$ м;

$$V_{\xi 1}=0,1e^{-0,004t}\cos 0,01t;$$

$$V_{\eta 1}=0,004\sin 0,01t+0,005\cos 0,02t;$$

$$V_{\zeta 1}=0,01\sin 0,05t+\cos 0,01t;$$

$$V_{\xi 2}=0,1e^{-0,04t}\cos 0,01t;$$

$$V_{\eta 2}=0,02\sin 0,03t+0,03\cos 0,04t;$$

$$V_{\zeta 2}=0,01\sin 0,07t+0,02\cos 0,08t.$$

Моделирование осуществляли на временном интервале $[0; 1000]$ с методом Рунге–Кутты четвёртого порядка с шагом 0,01 с. Оценки проекций линейной скорости $\hat{V}_{\xi j}, \hat{V}_{\eta j}, \hat{V}_{\zeta j}, j=1, 2$, антенны на оси геоцентрической системы координат формировали путём наложения на их истинные значения гауссовых центрированных случайных последовательностей со средними квадратическими отклонениями (СКО), равными 0,05 м/с, а оценки $\hat{\Theta}_j$ векторов $\Theta_j, j=1, 2$, создавали наложением гауссовых центрированных случайных последовательностей с СКО, равными 0,2 м, на значения соответствующих истинных геоцентрических координат $\xi_j; \eta_j; \zeta_j, j=1, 2$, полученных интегрированием истинных про-

Ошибки определения оценок ориентации объекта при моделировании углового движения

Угол	Первый вариант		Второй вариант	
	Момент измерений (100-я секунда)	Конец моделирования	Момент измерений (20-я секунда)	Конец моделирования
β , рад	$3,589 \cdot 10^{-4}$ (76")	$8,242 \cdot 10^{-5}$ (17")	$6,447 \cdot 10^{-5}$ (13")	$4,439 \cdot 10^{-5}$ (9")
γ , рад	$2,962 \cdot 10^{-3}$ (10')	$3,627 \cdot 10^{-4}$ (77")	$8,424 \cdot 10^{-5}$ (11")	$2,917 \cdot 10^{-5}$ (6")
α , рад	$-1,356 \cdot 10^{-4}$ (29")*	$7,698 \cdot 10^{-5}$ (16")	Тенденция к росту	$2,407 \cdot 10^{-5}$ (5")

Примечание. *Определение оценки на семисотой секунде.

екций линейной скорости. При построении фильтра (7) выбрали следующие значения матриц: $D=0,08E_3$; $D_1=0,005E_3$, где E_3 – единичная матрица размерности три. Начальные ошибки оценок углов $\hat{\alpha}_0, \hat{\beta}_0, \hat{\gamma}_0$ определяли как $\Delta \hat{\alpha}_0=2,185 \cdot 10^{-4}$ рад, т. е. 46"; $\Delta \hat{\beta}_0=0,066$ рад, т. е. 3,9"; $\Delta \hat{\gamma}_0=-0,034$ рад, т. е. -2°.

На рисунке представлены графики определения ошибок оценивания по каждому углу Эйлера–Крылова соответственно для первого и второго вариантов углового движения. Анализ полученных результатов показал, что, несмотря на значительные ошибки определения начальных оценок (критичные для существующих угломерных геодезических систем [4, 9, 15]), процесс оценивания по трём углам устойчив и обеспечивает высокую точность определения оценки ориентации (таблица).

Результаты эксперимента позволяют сделать вывод, что устойчивость предложенного алгоритма и его высокая точность обеспечивают возможность непрерывного использования данного алгоритма в объектах, совершающих угловой манёвр, в течение практически неограниченного времени и без какой-либо дополнительной коррекции.

Заключение. Рассмотренный подход к решению задачи определения угловых параметров движения объекта на основе нелинейного стохастического фильтра, инвариантного к виду подвижного объекта и характеру его углового движения, обладает преимуществами фильтра Калмана перед традиционными схемами обработки спутниковых сообщений на основе одномоментных измерений, например с использованием метода наименьших квадратов. Предложенный подход позволяет не только повысить точность оценки всех навигационных параметров подвижных объектов в результате учёта динамики углового движения, но и даёт возможность сократить объём вычислительных затрат при реализации алгоритмов фильтрации в бортовом вычислителе за счёт их невысокой размерности.

Работа выполнена при поддержке РУДН (программа «5-100») в рамках государственного задания № 1.11772.2018/11.12.

Литература

1. Соколов С. В., Погорелов В. А. Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016.
2. Перов А. И., Харисов В. Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010.

3. **Nurmi J., Lohan E. S., Sand S., Hurskainen H.** Galileo Positioning Technology. Springer Dordrecht, 2015.
4. **Анучин О. Н., Емельянцева Г. И.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. / Под общей ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электронприбор», 2003.
5. **Pogorelov V. A., Sokolov S. V.** Solution to the problem of the close integration of satellite and inertial platform navigation systems Cosmic Research. 2015. T. 53. № 6. С. 458–468.
6. **Kleusberg A.** Mathematics of Attitude Determination with GPS // GPS WORLD. 1995. V. 6. № 9. P.72–78.
7. **Graas F. Van, Braasch M. S.** GPS Interferometric Attitude and Heading Determination: Initial Flight Test Results // Navigation: Journal of the Institute of Navigation: 1991–1992. No. 38(4). P. 279–316.
8. **Nadler Assaf, Bar-Itzhack, Itzhack Y.** An Efficient Algorithm for Attitude Determination Using GPS / Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998). Nashville, TN. September 1998. P. 1783–1789.
9. **Rapoport L., Barabanov I. Khvalkov A., Kutuzov A., Ashjaee J.** OCTOPUS: Multi antennae GPS/GLONASS RTK System / Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). Nashville, TN. September 1999. P. 797–804.
10. **Euler Hans-Jiirgen, Hil Craig.** Attitude Determination: Exploiting all Information for Optimal Ambiguity Resolution / Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1995). Palm Springs, CA. September 1995. P. 1751–1757.
11. **Собцов Н. В.** К задаче регрессии при неоднозначных измерениях // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. № 6. С. 1303–1305.
12. **Пензин К. В.** Алгоритмы оперативной обработки многошкальных измерений по критерию максимального правдоподобия // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35. № 1. С. 97–106.
13. **Лукаевич В. И., Погорелов В. А., Соколов С. В.** Алгоритм оценки параметров вращения распределённой антенны по спутниковым измерениям // Радиотехника. 2015. № 6. С. 122–132.
14. **Interface** Control Document: NAVSTAR GPS Space Segment / Navigation User Interfaces (ICD-GPS-200). Rockwell Int. Corp., 1987.3427. [Электрон. ресурс]: <https://www.gps.gov/technical/icwg/> (дата обращения: 14.07.2018).
15. **Шебшаевич В. С., Дмитриев П. П., Иванцевич Н.** Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1993.
16. **Тихонов В. И., Харисов В. Н.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.

Дата принятия: 14.09.2018.

Nonlinear dynamic evaluation of orientation angles of a moving object using diverse satellite measurements

S. V. Sokolov¹, V. A. Pogorelov²

¹Rostov State Economic University, Rostov, Russia, e-mail: s.v.s.888@yandex.ru

²Federal research and production center RNIIRS, Rostov-on-don, Russia, e-mail: vadim.pogorelov.rnd@gmail.com

The article attempts to solve the task of nonlinear dynamic stochastic current attitude parameter evaluation of a moving object using measurements by spatially diverse satellite receivers. The use of Euler-Krylov angles for current attitude parameters provides for a dramatic size reduction of the suggested evaluation algorithm as compared to the existing ones. A practical illustration demonstrates the effectiveness of the proposed stochastic evaluation algorithm.

Key words: nonlinear stochastic evaluation, Euler–Krylov angles, spatially diverse satellite measurements.