

Векторное выражение единицы физической величины

В. Д. Мазин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия, e-mail: masin@list.ru

На основе векторного представления физической величины в псевдоевклидовой плоскости рассмотрены варианты соответствующей координатной системы, выражающей систему единиц величин. Указаны недостатки системы СИ – как избыточность, так и недостаточность. Предложен вариант системы, учитывающий трёхмерность физического пространства, благодаря чему исчезают «размерные изотопы», т. е. величины, имеющие разный физический смысл, но одинаковую размерность в системе СИ. Показано, что математическое выражение нормы вектора единицы величины, называемой «системной единицей», позволяет судить о нахождении единицы в пределах диапазона неопределённости этой величины.

Ключевые слова: псевдоевклидова плоскость, координатная система, система единиц, размерные изотопы, норма вектора единицы величины.

Представление логарифма физической величины вектором псевдоевклидовой плоскости породило двумерность её единицы [1]. Одна (нулевая) координата вектора выражает размер единицы-эталоны, другая – размер «системной единицы» [2], устанавливаемый диапазоном неопределённости значения величины. Причём данная величина является одной из характеристик физического объекта. Вектор, представляющий единицу, является одной из четырёх новых сущностей, возникающих при вышеуказанном представлении. Обсуждаемая проблема достаточно актуальна, поскольку не потеряли значимости поиски минимального количества фундаментальных физических свойств, из которых можно сложить все прочие свойства. Наряду с выбором надлежащей системы единиц можно указать на признание в настоящее время существования четырёх видов главных взаимодействий – гравитационного, электромагнитного, сильного и слабого [3].

Задача данного исследования заключается прежде всего в обсуждении координатной системы для представления векторной модели единицы величины, а также в попытке указания на этой основе возможной системы единиц, с теоретической позиции не обладающей недостатками системы СИ. Такими недостатками, как показано ниже, являются как избыточность (с одной стороны), так и недостаточность (с другой). Вторая задача – указание свойств нормы вектора единицы, подлежащих изучению.

Координатная система. Полное множество физических величин в логарифмическом представлении образует векторное пространство, мерность которого на единицу превосходит минимальное количество фундаментальных свойств, являющихся слагаемыми всех прочих свойств. Этот факт имеет место, поскольку нулевая координата – одна на всех и выражает количество, в то время как каждая системная единица – определённое качество. Число независимых сущностей по смыслу должно равняться числу основных единиц системы. В системе СИ таких единиц семь, однако эта система созда-

валась в основном из соображений практического удобства. Практической востребованности в её модификации в настоящее время не существует, а ведущиеся исследования, как правило, сводятся к методике определения значений единиц с целью повышения точности (здесь большую роль играет работа по переопределению единиц СИ на основе фундаментальных физических констант [4, 5]) и совершенствования эталонной базы. Тем не менее, теоретический запрос на число и вид основных единиц остаётся. В поисках ответа можно констатировать существование двух противоположных концепций. Первая базируется на принципе: если в некоторой физической системе две величины связаны между собой фундаментальной константой, то имеется основание «не различать» их и не строить двух различных эталонов, поскольку единицу одной можно точно выразить через единицу другой. Фактически это сделано, например, введением единых эталонов длины, времени и частоты с применением в качестве фундаментальной константы скорости света в вакууме. Такой подход ведёт к уменьшению числа основных единиц. Если признать тот факт, что мир физики сводится к свойствам пространственно-временного континуума [6], что соответствует принятию кинематической системы размерностей $L^{\lambda}T^{\lambda}$, то можно прийти к установлению единственности основной единицы. В самом деле, тогда получится, что любую физическую величину можно выразить через длину и время, а последние связаны скоростью света. Существуют и другие пути объединения основных единиц, один из которых предполагает использование кроме скорости света отношения заряда электрона к его массе и классического радиуса электрона. При этом отношение заряда электрона к массе принимается равным единице, а далее делается следующий аналогичный шаг – единицы массы и длины объединяются на том основании, что электрон обладает классическим радиусом. Концепция одномерного (точнее, двумерного базиса) кажется довольно далёкой от требований практики. Тем не менее, она имеет корни в единстве окружающего мира.

Поскольку знания человечества об окружающем мире непрерывно углубляются, вполне вероятно, что будут появляться новые величины, а с их появлением возрастать мерность базиса пространства. В пределе можно прийти к антиподу одномерного векторного пространства, т. е. к пространству бесконечномерному, или гильбертову.

Существуют величины, так называемые «размерные изотопы», которые имеют разный физический смысл, но одинаковую размерность в системе СИ. Классический пример – единица энергии и механического момента $\text{Н} \cdot \text{м}$. Наличие таких величин обедняет общую картину, «скрадывая» оттенки, определяющие различие между величинами. Если две величины объединяются в одну, в геометрическом представлении при этом происходит проецирование пространства величин на гиперплоскость, перпендикулярную оси, выражающей единицу «удаляемой» величины. Получающаяся картина оказывается приблизительно настолько же беднее реальности, насколько фотография беднее её объёмного оригинала. Чтобы разделить по размерности величины, относительно которых нет сомнений в их качественном различии, можно допустить существование не одной, а трёх независимых размерностей длины L_1, L_2, L_3 с единицами соответственно m_1, m_2, m_3 , которые, конечно, могут иметь один и тот же размер [6]. Характерно, что такой подход существовал еще во времена Платона [7]. В этом случае при размерности энергии $\text{Н} \cdot m_1$ размерность момента может быть $\text{Н} \cdot m_2$, либо $\text{Н} \cdot m_3$, где m_1 ориентирован в направлении действия силы, а m_2, m_3 – перпендикулярно ей. Применение трёх размерностей длины органически делает реальное физическое пространство составной частью общего пространства величин и потому представляется вполне логичным. Кстати, оно помогает при представлении рассматриваемым образом величин, являющихся тензорами. Последние обычно появляются как следствие трёхмерности физического пространства. При использовании трёх единиц длины каждая координата тензора получает собственную размерность и поэтому может быть представлена как отдельный вектор.

Основные единицы системы СИ не могут все входить в базис пространства величин, так как среди них не соблюдается требование линейной независимости: моль как единица количества вещества не нужен с принципиальной точки зрения, поскольку есть килограмм; кандела выражает мощность; температура представляет среднюю энергию движения молекул. Вместе с тем, для исключения размерных изотопов базис должен содержать три измерения обычного физического пространства, которые можно представить не только прямоугольными, но также цилиндрическими и сферическими координатами. Таким образом, один из возможных базисов может быть составлен (помимо безразмерной единицы) тремя единицами длины, а также единицами массы, времени и электрического тока.

Применение системы СИ как основы базиса естественно, поскольку в ней отражён многовековой опыт человечества по выбору минимального количества фундаментальных свойств. Правда, то обстоятельство, что эта система создавалась в значительной степени из условия практического удобства, породило, как описано ранее, «лишние» единицы. С этой точки

зрения она избыточна. Поскольку система СИ не учитывает трёхмерности реального физического пространства, она недостаточна. Мерность базиса, получающаяся при устранении «лишних» единиц и добавлении недостающих пространственных, видимо, в наибольшей степени соответствует сегодняшнему уровню знаний об окружающем мире. Это позволяет считать базис пространства семимерным.

Что касается выбора самих элементов базиса, то он, разумеется, в каждом конкретном случае должен производиться, исходя из требования максимального удобства. При этом возможны два подхода. Первый подразумевает в качестве элементов базиса реальные, характеризующие данный объект величины. Другой основан на использовании формул размерности и выражении единиц всех величин через основные единицы системы.

К физическому смыслу формул размерности. При втором подходе возникает вопрос о физическом смысле разложения векторов величин по векторам базиса. Как и в случае числа элементов последнего, на физический смысл размерностей величин существуют противоположные точки зрения [6]. Согласно одной из них размерность выражает физическую взаимосвязь между соответствующей величиной и величинами, чьи единицы представлены в формуле размерности. В этой связи можно, видимо, сказать, что в формулах размерности содержатся все физические законы. Противоположная точка зрения предполагает, что единственный смысл размерности – указание на то, как изменится единица данной величины при известном изменении единиц, принятых в качестве основных. Автор придерживается первой точки зрения, для обоснования которой можно рассмотреть следующий пример.

Каков физический смысл формулы размерности давления $[p] = L^{-1}MT^{-2}$, где L, M, T – единицы длины, массы и времени соответственно? Непосредственно, рассматривая только эту формулу, непросто ответить на этот вопрос. Ясность возникает, если дать не только окончательное, но и промежуточные определения единицы давления:

$$[p] = [F][S]^{-1} = M[a]L^{-2} = MLT^{-2}L^{-2} = L^{-1}MT^{-2},$$

где $[F], [S], [a]$ – единицы силы, площади и ускорения соответственно.

В этой цепочке определений первое не подлежит сомнению, так как и сила, и площадь – реальные, физически «осязаемые» величины. Что же касается второго определения, то на первый взгляд непонятно, о каких массе и ускорении идет речь. Ответ должен быть таким: масса и ускорение могут иметь любой смысл при условии, что ускорение направлено противоположно силе, создаваемой давлением, а его произведение на массу равно этой силе. Тем самым указывается, что последняя получается в гипотетическом опыте, когда некоторая масса подвергается некоторому ускорению. Кстати, такой опыт вполне можно провести, подвергая ускорению тело, на которое действует давление – результат будет тем же.

Следующее определение единицы давления получается, если ускорение выразить обычным образом через путь и время. Ни того, ни другого может и не быть, но можно предста-

вить себе гипотетическую ситуацию, в которой тело движется с ускорением, и потому последнее может быть определено абсолютным методом.

В предложенной интерпретации операция сокращения степеней L , предпринятая для получения последнего определения, оказывается некорректной, так как для сокращения необходимо, чтобы единица сокращаемой величины как в числителе, так и в знаменателе, имела один и тот же физический смысл (неважно какой – реальный или гипотетический). Однако в данном случае в числителе стоит перемещение, а в знаменателе – линейный размер. Более того, возведение в степень этого линейного размера также некорректно и по той же причине: в действительности площадь образуется посредством перемножения двух размеров, обладающих разным физическим смыслом. Здесь вновь ощущается целесообразность использования трёх различных размерностей длины. При этом последнее определение единицы давления будет

$$[p] = L_1 L_2^{-1} L_3^{-1} M T^{-2},$$

что является более осмысленным и менее выглядит как формальная комбинация.

Таким образом, основные единицы, через которые выражается единица любой величины, вполне могут служить координатами соответствующего вектора. При этом удобство заключается в том, что формулы размерности для всех без ис-

ключения величин и, следовательно, соответствующие формулы разложения их векторов по векторам заданного системой единиц базиса известны.

Модель множества физических величин в виде векторного пространства даёт возможность применения положений проективной геометрии, что является перспективным, поскольку последняя представляет собой «всю геометрию» [8].

Норма вектора единицы. Норма логарифмического вектора единицы величины в модели согласно работе [1] составляет

$$|\ln[x]| = (-a_a a_b)^{0.5}, \quad (1)$$

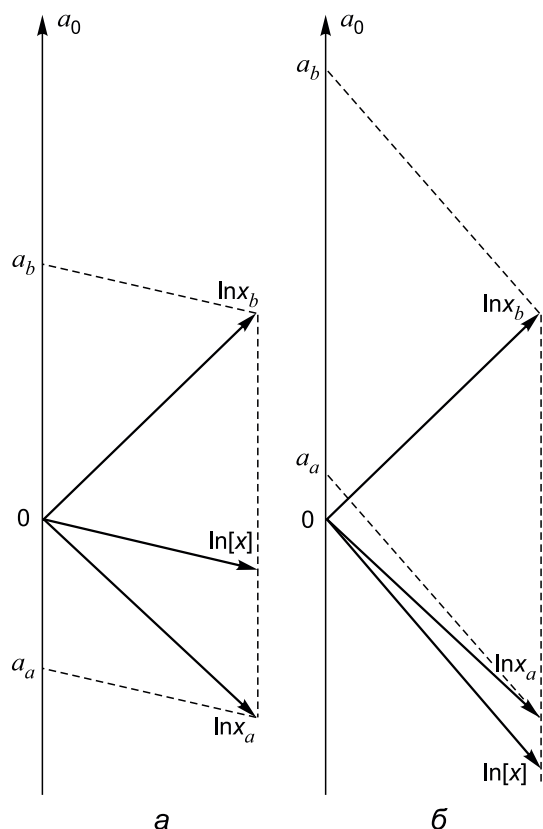
где a_a, a_b – логарифмические пределы статистического распределения значений величины x .

Приведённая формула (1) показательна в том смысле, что определяет, находится ли единица величины внутри диапазона изменения последней. Если нет, то пределы a_a, a_b имеют один знак, а норма вектора единицы становится мнимой, т. е. единица оказывается несуществующей для объекта. Векторная модель величины x , представлена на рисунке, где a_0 – ось числовых значений в логарифмическом масштабе; x_a, x_b – границы интервала охвата. Рисунок демонстрирует случаи нахождения единицы внутри и вне диапазона изменения величины x и, соответственно, нахождения её вектора внутри или вне изотропного конуса, образованного векторами крайних логарифмических значений величин, которые характеризуют объект.

Системная единица в виде среднего геометрического логарифмов не является единственно возможной. Уже из модели, представленной в работе [1], видна возможность выбора в качестве системной единицы среднего арифметического логарифмических значений. Кроме того, возможны варианты среднего гармонического и среднего углового [9]. Сравнение всех вариантов – достойная задача исследования геометрических аспектов измерений.

Литература

1. **Mazin V. D.** Physical quantity as a pseudo-euclidean vector // ACTA IMEKO. International Measurement Confederation. 2015. V. 4. No. 4. P. 4–8.
2. **Дружинин В. В., Конторов Д. С.** Системотехника. М.: Радио и связь, 1985.
3. **Гребенщиков Г. К.** Индуктомеханика. СПб: Реноме, 2015.
4. **Stock M.** Redefinition of the SI – towards an international system of units based on fundamental constants // 175 Years of the D. I. Mendeleev Institute for Metrology (VNIIM) and National Measurements System: Book of the lectures abstracts of the International Scientific and Practical Conference. S. Petersburg, 2017, P. 11.
5. **Калинин М. И.** О предстоящей реформе международной системы единиц // Главный метролог. 2017. № 4. С. 64–70.
6. **Мазин В. Д.** К выбору размерности базиса пространства физических величин // III Всесоюзное совещание по теоретической метрологии. Л.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1986. С. 24–26.



Случаи нахождения единицы внутри (а) и вне (б) диапазона изменения величины x

7. Мальцев С. Н. К вопросу об измерении расстояний древними греками // Молодой учёный. 2014. № 21. С. 563–565.

8. Комацу М. Многообразие геометрии. М.: Знание, 1981.

9. Späth W. Zahl – Maß – Bild. Grundfragen der Meßtechnik. Stuttgart: Verlag A.W. Gentner KG, 1960.

Дата принятия: 11.12.2018.

Vector aspect of physical quantity unit

V. D. Mazin

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia, e-mail: masin@list.ru

Based on the vector representation of the physical quantity in the pseudo-Euclidean plane the variants of the corresponding coordinate system expressing the system of quantities units are discussed. The drawbacks of the SI system are indicated – both redundancy and insufficiency. A variant of the system, taking into account the three dimensional physical space, is proposed, due to which the "dimensional isotopes" disappear – quantities having different physical meaning, but the same dimension in the SI system. It is shown that the mathematical expression of the unit vector norm of the quantity called "system unit" allows judging whether the unit is within the range of uncertainty of this quantity.

Key words: *pseudo-euclidean plane, coordinate system, unit system, dimensional isotopes, unit vector norm.*