

Расчёт максимальных углов наклона кривой температуры для однопоточного нестационарного метода получения тепловых характеристик поверхностей теплообмена

К. С. ЕГОРОВ, В. И. КРЫЛОВ, Л. В. СТЕПАНОВА, А. Э. ФЕДОРЕНКО

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва, Россия, e-mail: blackbird05@mail.ru

Представлены результаты решения задачи о течении газа в пористом теле при наличии «ступеньки» температуры в диапазоне безразмерного коэффициента теплоотдачи 1–100 при учёте продольной теплопроводности. Задача решена численным конечно-разностным методом. Получены максимальные углы наклона температурных кривых, которые могут быть использованы для получения тепловых характеристик высококомпактных поверхностей теплообмена с однопоточным нестационарным методом. Даны рекомендации по диапазону применимости метода с учётом новых полученных результатов.

Ключевые слова: теплообменная поверхность, однопоточный нестационарный метод, максимальный угол наклона, коэффициент теплоотдачи.

Calculation results for the problem of flow through porous body with a step change in fluid temperature in range from 1 to 100 by numerical finite-difference method taking into account longitudinal conduction are presented. Maximum slopes of temperatures curves were obtained, which can be used for obtaining heat characteristics of heat transfer surfaces with high-compactness by the Single-Blow method. Recommendations for applying range for this method taking into consideration these new results are given.

Key words: heat transfer surface, the single-blow method, maximum slope, heat transfer coefficient.

В настоящее время существует необходимость в исследовании тепловых характеристик высококомпактных (коэффициент компактности в диапазоне 2000–3000) поверхностей теплообмена, которые широко используются в энергетике, нефтегазовой промышленности и т. д.

Тепловые характеристики представляют зависимости коэффициента теплоотдачи α (в безразмерном виде – фактора Кольборна j или числа Нуссельта Nu) от числа Рейнольдса Re : $j = f(Re)$ или $Nu = f(Re)$. В настоящее время наибольшее распространение получили два экспериментальных метода, позволяющих получать теплогидравлические характеристики подобных поверхностей: метод стационарного режима (метод баланса) [1]; нестационарный однопоточный метод [2, 3].

Метод стационарного режима для таких поверхностей был использован Кейсом и Лондоном [1]. Основной проблемой при исследовании поверхностей является измерение температуры поверхности теплообмена, так как разместить контактные датчики (например, термопары) на поверхности практически невозможно. Поэтому рассматриваемая пластинчато-ребристая матрица имела вид одноходового перекрестноточного теплообменного аппарата. Исследуемая сторона аппарата помещалась в аэродинамическую трубу, а на второй стороне происходила конденсация пара. Таким образом, воздушный поток нагревался на одной стороне поверхности теплообмена за счёт конденсации пара на другой стороне. При конденсации пара температура поверхности практически постоянна, её можно вычислять, зная давление

и температуру пара. В ходе эксперимента измерялся расход воздуха, температура на входе и выходе аппарата, а также давление и температура греющего пара. По этим параметрам можно определить значения фактора Кольборна j (критерия Нуссельта Nu) и критерия Рейнольдса. Это простой и практически отработанный метод, надёжность которого подтверждена многочисленными исследованиями.

Однако для исследования высококомпактных поверхностей получил распространение и другой метод. Основной его идеей является то обстоятельство, что при больших коэффициентах компактности такие поверхности можно считать близкими по своим свойствам к пористым материалам. Предпосылки для данного метода возникли в 1926 году. Тогда аналитически была решена задача о временном и пространственном распределении температуры в газе и пористом теле для пористого тела, находящегося сначала при постоянной температуре, при этом в начальный момент времени происходит скачкообразное изменение температуры газа, поступающей в тело. Это позволило в дальнейшем теоретически обосновать использование однопоточного нестационарного метода.

Метод нестационарного режима является более сложным с теоретической точки зрения, так как требует не только проведения довольно сложного эксперимента, но и серьёзного расчётно-аналитического обоснования [2, 3]. Однако этот метод более удобен в случае применения газов, отличных от воздуха (например, смесей высококистых инертных газов), что является важным для некоторых прикладных задач [4–6].

Суть метода заключается в том, что на входе в модель (пористое тело) скачкообразно (ступенчато) изменяется температура газа. При этом происходит изменение температуры газа на выходе из модели. По экспериментальным кривым изменения температуры находят коэффициент теплоотдачи α .

Теоретические основы однопоточного нестационарного метода. Кривые изменения температуры пористого тела и газа получают из решения описанной выше задачи о распределении значений температур в газе (или жидкости) и в пористом теле в функции координат и времени. Решение основано на уравнении сохранения энергии, применимом к элементу пористого тела. Подробно получение системы дифференциальных уравнений, описывающих данную схему, рассмотрено в [7]. При выводе дифференциальных уравнений были приняты допущения: свойства газа не зависят от температуры; течение газа стационарно; пористость тела однородна; теплопроводности газа и пористого тела в направлении перпендикулярном потоку бесконечны; теплопроводность газа в направлении течения равна нулю.

Задача решается при следующих краевых условиях: изначально тело находится при равномерной температуре; в начальный момент времени температура поступающего в пористое тело газа мгновенно изменяется до некоторого нового постоянного значения, т. е. имеет место ступенчатое изменение температуры; границы рассматриваемого тела являются теплоизолированными. Была получена система дифференциальных уравнений, описывающих изменение температур пористого тела и газа в зависимости от времени и безразмерной координаты:

$$\left. \begin{aligned} \partial t_r / \partial \tau &= \lambda NTU / \partial t^2 s / \partial z^2 + (t_r - t_g); \\ \partial t_r / \partial z &= t_r - t_g, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где t_r , t_g – температуры твёрдого пористого тела и газа, соответственно; $\tau = \alpha F \theta / (m_s C_s)$ – безразмерное время; α – коэффициент теплоотдачи; F , F_T – площади соответственно поверхности и поперечного сечения матрицы теплообменного аппарата; m_r , L , C_r – масса, длина и удельная теплоёмкость материала матрицы теплообменного аппарата, соответственно; θ – время; $\lambda = \lambda_r F_T / (G C_p L)$ – безразмерный параметр продольной теплопроводности; λ_r – теплопроводность материала матрицы; G – массовый расход; C_p – удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении; $NTU = \alpha F / (G C_p)$ – безразмерный коэффициент теплоотдачи (количество переданных «единиц» теплоты); $z = NTU x / L$ – безразмерная координата; x – продольная координата.

Рассмотрим, насколько приведённые выше допущения при выводе системы дифференциальных уравнений могут влиять на точность этого метода. Диапазон изменений значений температур газа при измерениях данным экспериментальным методом составляет 10–20 К, температура используемого в экспериментах газа, как правило, находится далеко от критической точки, следовательно, изменение всех теплофизических свойств (теплопроводности, теплоёмкости, плотности) будет незначительным. Например, теплоёмкость воздуха при постоянном давлении, равном 10^5 Па в диапа-

зоне 290–320 К будет в интервале 1006–1007 Дж/(кг·К), что составляет менее 0,1 % [8]. Если плотность газа изменяется незначительно, то можно считать его течение стационарным. Теплопроводность газа в направлении течения можно полагать равной нулю, так как теплопроводность теплообменной поверхности твёрдого тела в реальных условиях эксперимента значительно (в 10^2 – 10^3 раз) больше теплопроводности газа. Например, для стали аустенитного класса 12Х18Н9Т теплопроводность при 293 К составляет 15 Дж/(кг·К), а для воздуха при постоянном давлении 10^5 Па – значение 0,0243 Дж/(кг·К), следовательно, тепловым потоком газа можно пренебречь [9]. Пористость твёрдого тела в реальных условиях можно считать однородной, поскольку технологическая точность изготовления матрицы теплообменного аппарата в настоящее время довольно высока. Условие равенства бесконечности теплопроводностей газа и твёрдого тела в перпендикулярном направлении эквивалентно постоянству всех параметров в этом направлении. Соблюдение данного условия в эксперименте возможно только при постоянстве температуры и скорости газа на входе в теплообменную матрицу. Для проверки этого условия требуются предварительные тесты.

Систему (1) дифференциальных уравнений следует дополнить начальными и граничными условиями. Примем, что в начальный момент времени температура пористого тела равняется t_{r1} , на входе в пористое тело температура газа постоянна и равна t_{r1} . Также выполняются граничные условия второго рода (условие равенства теплового потока нулю), поскольку тепловые потоки в условиях эксперимента на входе и на выходе из модели пористого тела пренебрежительно малы. Таким образом, система дифференциальных уравнений и граничные и начальные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \partial t_r / \partial \tau &= \lambda NTU / \partial t^2 s / \partial z^2 + (t_r - t_g); \\ \partial t_r / \partial z &= t_r - t_g; \\ t_r(z=0, \tau) &= t_{r1}; \\ t_g(z, \tau=0) &= t_{r1}; \\ \partial t_r / \partial z(z=0, \tau) &= 0; \\ \partial t_r / \partial z(z=NTU, \tau) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Аналитически полученная система (1) дифференциальных уравнений с граничными условиями (2) была решена Шуманом при упрощающем предположении равенства продольной теплопроводности нулю: $\lambda = 0$.

Задача (2) решена численным методом в общем виде при условии продольной теплопроводности в 60-х гг. XX в. Тогда решение данной задачи при больших значениях $NTU > 60$ (малых чисел Рейнольдса) было сопряжено с серьезными трудностями из-за недостаточных компьютерных мощностей [5]. В настоящее время эту задачу можно решить без особых проблем. Таким образом можно расширить диапазон применимости данного метода на большие значения NTU (малые числа Рейнольдса).

Ранее был использован инженерный метод тепловых балансов или интегро-интерполяционный метод, в настоящей работе используется метод конечных разностей [10]. Результаты были подтверждены в [3] при $NTU < 20$ (расхождение со-

Результаты расчётов значений максимального угла наклона кривых температуры $S_{\max}$

$N_{\text{из}}$	Безразмерный параметр продольной теплопроводности														
	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,06	0,08	0,1	0,5	1	10
1,0	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,370	0,391
1,1	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,403	0,408	0,435
1,2	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,435	0,443	0,476
1,3	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,461	0,464	0,476	0,515
1,4	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,483	0,490	0,506	0,552
1,5	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,502	0,515	0,534	0,586
1,6	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,517	0,537	0,559	0,618
1,8	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,536	0,537	0,575	0,604	0,674
2,0	0,541	0,541	0,542	0,542	0,542	0,543	0,543	0,544	0,545	0,547	0,551	0,554	0,608	0,642	0,722
2,2	0,544	0,545	0,546	0,547	0,549	0,550	0,551	0,553	0,554	0,559	0,564	0,569	0,635	0,674	0,763
2,4	0,549	0,551	0,553	0,555	0,557	0,559	0,561	0,562	0,564	0,571	0,577	0,583	0,659	0,701	0,797
2,6	0,557	0,560	0,562	0,564	0,567	0,569	0,571	0,573	0,575	0,583	0,590	0,597	0,679	0,724	0,826
2,8	0,566	0,569	0,572	0,574	0,577	0,579	0,582	0,584	0,586	0,595	0,603	0,610	0,697	0,744	0,849
3,0	0,577	0,580	0,582	0,585	0,588	0,590	0,593	0,595	0,598	0,607	0,615	0,623	0,712	0,760	0,869
3,2	0,587	0,590	0,593	0,596	0,599	0,602	0,604	0,607	0,609	0,618	0,627	0,635	0,726	0,775	0,885
3,4	0,598	0,601	0,604	0,607	0,610	0,613	0,615	0,618	0,620	0,630	0,639	0,647	0,738	0,787	0,899
3,6	0,609	0,613	0,616	0,619	0,621	0,624	0,627	0,629	0,632	0,641	0,650	0,658	0,749	0,798	0,910
3,8	0,621	0,624	0,627	0,630	0,633	0,635	0,638	0,641	0,643	0,652	0,661	0,669	0,759	0,807	0,920
4,0	0,632	0,635	0,638	0,641	0,644	0,646	0,649	0,652	0,654	0,663	0,672	0,679	0,767	0,815	0,928
4,5	0,660	0,663	0,666	0,669	0,671	0,674	0,676	0,678	0,681	0,689	0,697	0,704	0,786	0,832	0,942
5,0	0,688	0,691	0,693	0,695	0,697	0,700	0,702	0,704	0,706	0,713	0,720	0,726	0,801	0,844	0,951
5,5	0,715	0,717	0,719	0,721	0,723	0,725	0,726	0,728	0,730	0,736	0,742	0,747	0,813	0,854	0,956
6,0	0,741	0,743	0,744	0,746	0,747	0,748	0,750	0,751	0,752	0,757	0,761	0,766	0,823	0,861	0,960
6,5	0,767	0,768	0,769	0,769	0,770	0,771	0,772	0,773	0,773	0,777	0,780	0,783	0,832	0,867	0,963
7,0	0,792	0,792	0,792	0,792	0,792	0,793	0,793	0,793	0,793	0,795	0,797	0,799	0,839	0,872	0,964
7,5	0,816	0,815	0,815	0,814	0,814	0,813	0,813	0,813	0,813	0,812	0,813	0,813	0,845	0,876	0,965
8,0	0,840	0,838	0,837	0,836	0,835	0,834	0,833	0,832	0,831	0,829	0,828	0,827	0,851	0,879	0,966
9,0	0,885	0,882	0,879	0,876	0,873	0,871	0,869	0,867	0,865	0,859	0,854	0,851	0,859	0,884	0,967
10,0	0,929	0,923	0,918	0,914	0,909	0,905	0,902	0,899	0,895	0,885	0,878	0,872	0,866	0,888	0,968
11,0	0,970	0,962	0,955	0,949	0,943	0,937	0,932	0,928	0,923	0,909	0,899	0,891	0,871	0,891	0,968
12,0	1,010	1,000	0,990	0,982	0,974	0,967	0,961	0,955	0,949	0,931	0,917	0,907	0,876	0,893	0,968
13,0	1,048	1,035	1,024	1,013	1,004	0,995	0,987	0,979	0,973	0,950	0,934	0,921	0,879	0,895	0,969
14,0	1,086	1,070	1,056	1,043	1,031	1,021	1,011	1,003	0,995	0,968	0,949	0,934	0,882	0,896	0,969
15,0	1,122	1,103	1,086	1,071	1,058	1,045	1,034	1,024	1,015	0,984	0,962	0,945	0,885	0,897	0,969
16,0	1,156	1,134	1,115	1,098	1,082	1,068	1,056	1,044	1,034	0,999	0,974	0,956	0,887	0,898	0,969
18,0	1,223	1,195	1,170	1,148	1,128	1,111	1,095	1,081	1,068	1,026	0,996	0,974	0,890	0,900	0,969
20,0	1,286	1,251	1,220	1,193	1,170	1,149	1,130	1,113	1,098	1,049	1,014	0,989	0,892	0,901	0,969
22,0	1,347	1,304	1,267	1,235	1,207	1,183	1,161	1,142	1,124	1,069	1,030	1,001	0,894	0,902	0,969
24,0	1,404	1,354	1,311	1,274	1,242	1,214	1,189	1,167	1,148	1,086	1,043	1,012	0,896	0,902	0,969
26,0	1,460	1,401	1,352	1,310	1,274	1,243	1,215	1,191	1,169	1,102	1,055	1,021	0,897	0,903	0,969
28,0	1,513	1,446	1,390	1,343	1,303	1,269	1,238	1,212	1,188	1,115	1,065	1,030	0,898	0,903	0,969
30,0	1,565	1,489	1,427	1,375	1,331	1,293	1,260	1,231	1,206	1,128	1,075	1,037	0,899	0,904	0,970
32,0	1,615	1,530	1,461	1,404	1,356	1,315	1,280	1,249	1,222	1,139	1,083	1,043	0,899	0,904	0,970
34,0	1,664	1,569	1,494	1,432	1,380	1,336	1,298	1,265	1,236	1,149	1,090	1,049	0,900	0,904	0,970
36,0	1,711	1,607	1,525	1,458	1,402	1,355	1,315	1,280	1,250	1,158	1,097	1,054	0,900	0,904	0,970
38,0	1,757	1,643	1,554	1,482	1,423	1,373	1,331	1,294	1,262	1,166	1,103	1,059	0,901	0,904	0,970
40,0	1,801	1,678	1,582	1,506	1,443	1,390	1,345	1,307	1,273	1,174	1,108	1,063	0,901	0,904	0,970
45,0	1,909	1,759	1,647	1,559	1,487	1,428	1,378	1,335	1,299	1,190	1,120	1,072	0,902	0,905	0,970
50,0	2,010	1,834	1,705	1,605	1,526	1,461	1,406	1,360	1,320	1,204	1,130	1,079	0,902	0,905	0,970
55,0	2,107	1,903	1,758	1,647	1,560	1,489	1,430	1,381	1,338	1,216	1,138	1,085	0,903	0,905	0,970
60,0	2,199	1,968	1,806	1,684	1,590	1,514	1,451	1,399	1,354	1,225	1,145	1,090	0,903	0,905	0,970
70,0	2,373	2,084	1,890	1,749	1,641	1,556	1,487	1,429	1,380	1,241	1,155	1,097	0,903	0,905	0,970
80,0	2,536	2,186	1,961	1,802	1,683	1,590	1,515	1,452	1,400	1,254	1,164	1,103	0,904	0,905	0,970
90,0	2,688	2,277	2,023	1,848	1,718	1,618	1,538	1,472	1,416	1,263	1,170	1,108	0,904	0,905	0,970
100,0	2,833	2,358	2,077	1,887	1,748	1,641	1,557	1,488	1,430	1,271	1,175	1,112	0,904	0,905	0,970

ставляло приблизительно от 1,5 до 7 %), а также измеренными интегральными результатами [11]. В настоящей работе была также поставлена задача уточнить результаты и при $NTU < 60$. В дальнейшем инженерный метод тепловых балансов был усовершенствован, его применяли как метод так называемого максимального наклона: для нахождения NTU не требуется сложного и зависящего в значительной степени от человеческого фактора процесса сопоставления кривых. В этом случае достаточно лишь сравнить значения максимального наклона этих кривых. Возможность использования данной методики была доказана в [11]. Для практического применения требуется тангенс максимального угла наклона кривой температуры потока на выходе из модели пористого тела:

$$S_{\max} = \operatorname{tg}(\alpha_{\max}) = \{d[(t_r - t_{r1})/(t_{r1} - t_{r1})]/d[\tau/NTU]\}_{\max}.$$

Конечно-разностная схема. Авторы настоящей статьи для решения системы дифференциальных уравнений использовали явную конечно-разностную схему. При записи дискретных аналогов дифференциальных уравнений индекс $i = 0, 1 \dots n$ обозначал шаг по координате, индекс $k = 0, 1 \dots m$ – шаг по времени. Для аппроксимации производной $\partial t_r / \partial z$ применяли левую конечную разность с первым порядком аппроксимации:

$$\partial t_r / \partial z = (t_{r(i+1, k)} - t_{r(i, k)}) / \Delta z,$$

где Δz – шаг по координате.

Производную $\partial t_r / \partial z$ определяли аналогично по правой схеме:

$$\partial t_r / \partial z = (t_{r(i, k)} - t_{r(i-1, k)}) / \Delta z.$$

Для аппроксимации производной по времени служила явная схема:

$$\partial t_r / \partial \tau = (t_{r(i, k+1)} - t_{r(i, k)}) / \Delta \tau,$$

где $\Delta \tau$ – шаг по времени.

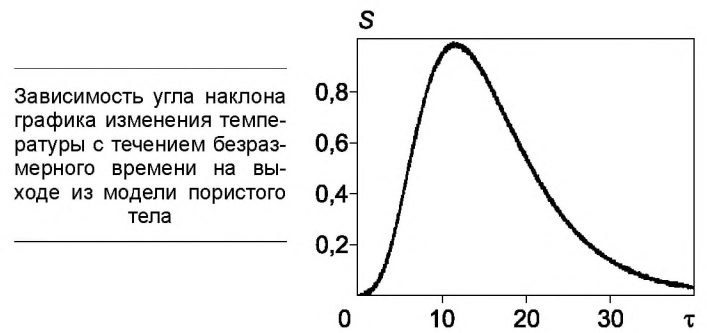
Аппроксимацию второй производной выполняли по центрально-разностной схеме:

$$\partial^2 t_r / \partial z^2 = (t_{r(i+1, k)} - 2 t_{r(i, k)} + t_{r(i-1, k)}) / [2(\Delta z)^2].$$

Тангенс максимального угла наклона находили как

$$S_{\max} = \{NTU [(t_{r(n, k+1)} - t_{r1}) / (t_{r1} - t_{r1}) - (t_{r(n, k)} - t_{r1}) / (t_{r1} - t_{r1})] / \Delta \tau\}_{\max}.$$

Точность полученного решения оценивали следующим образом: выполняли расчёты при определенном количестве разбиений по координате и по времени, далее расчёты повторяли с увеличенным в 2 раза количеством разбиений и, если разность между решениями по значениям температур составляла менее 0,1 %, вычисления прекращали и это решение считали точным. Кроме того, для дополнительной проверки численные полученные данные сравнивали с аналитическим решением при $\lambda=0$ во всем диапазоне NTU (таблица).



Зависимость угла наклона графика изменения температуры с течением безразмерного времени на выходе из модели пористого тела

Результаты расчётов. Максимальный наклон является практически важной величиной, так как именно по нему определяют в дальнейшем, каким значениям параметров NTU , λ соответствует задача. Момент окончания расчёта определяли по графику изменения угла α наклона кривой (рисунок). Вычисления останавливали при $\alpha < 0,05^\circ$. В этот момент времени не было перепада значений температур газа вдоль модели пористого тела, что говорило об отсутствии тепловых процессов в газе. Этот момент будет конечным, так как дальше потоки тепла будут только уменьшаться, как и перепады значений температур.

Закключение. Таким образом, в результате проведённого исследования получены ранее неизвестные значения $S_{\max}$ для больших $NTU=60 \dots 100$ (малых числах Рейнольдса) для однопоточного нестационарного метода теплообмена. Также уточнены значения максимальных углов наклона при $NTU < 60$. При $NTU \leq 3$ возникает большая погрешность (неопределённость) результатов измерения, за исключением ситуации $\lambda=0$ (в данном случае задача усложняется тем, что тангенс максимального угла наклона достигается в начальный момент времени, что требует использования сверхбыстродействующей аппаратуры). Для соблюдения условия $\lambda=0$ необходимо изготовить матрицу теплообменного аппарата из материала с низкой теплопроводностью, что в большинстве случаев трудно выполнимо. Этот метод ограничен в пределах $2 \leq NTU \leq 3$. Это следует из того, что авторами настоящей статьи были получены кривые $NTU(S_{\max}, \lambda)$, которые при $NTU \leq 3$ практически совпадают при $0 \leq \lambda \leq 0,1$, в отличие от [11], где кривые при этом условии не сливаются. Наиболее точным этот метод становится при $NTU \geq 10$. При этом, как отмечалось ранее, максимальный угол наклона кривых при $NTU > 60$ сложно получить с помощью современной компьютерной техники (см. таблицу). Погрешность этого метода при определении фактора Кольборна в [4] оценили на уровне 15 %.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России (госзадание № 13.5521.2017/БЧ).

Л и т е р а т у р а

1. Dong J., Chen J., Chen Z. Flow and heat transfer in compact offset strip fin surfaces // Frontiers of Energy and Power Engineering in China. 2008. V. 2. Iss. 3. P. 291–297.

2. Ren H., Lingjun L. Cui Y. Sensitivity analysis and numerical experiments on transient test of compact heat exchanger surfaces // *Frontiers of Energy and Power Engineering in China*. 2008. V.2. No. 4. P. 374–380.

3. Егоров К. С., Щёголев Н. Л. Исследование характеристик высококомпактных пластинчато-ребристых поверхностей теплообмена со смещенным ребром // *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2012. № 4. [Электрон. версия] <http://technomag.edu.ru/doc/431788.html> (дата обращения 19.12.2016).

4. Arbekov A. N., Surovtsev I. G., Dermer P. B. Efficiency of Heat Transfer in Recuperative Heat Exchangers with HighSpeed Gas Flows at Low Prandtl Numbers // *High Temperature*. 2014. V. 52. No. 3. P. 449–454.

5. Varaksin A. Y., Romash M. E., Kopeitsev V. N. Effect of Net Structures on Wall-Free Non-Stationary Air Heat Vortices // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2013. V. 64. P. 817–828.

6. Арбеков А. Н. Выбор рабочего тела для замкнутых газотурбинных установок мощностью от 6 до 12 кВт, работающих на органическом топливе // *Теплофизика высоких температур*. 2014. Т. 52. № 1. С. 1–5.

7. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача: учебник для вузов. М: АРИС, 2014.

8. Александров А. А., Орлов К. А., Очков В. Ф. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики: справочник. М.: Издательский дом МЭИ, 2009.

9. Масленков С. Б., Масленкова Е. А. Стали и сплавы для высоких температур: Справочник. Т. 1. М.: Металлургия, 1991.

10. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. М.: Высшая школа, 2009.

11. Арбеков А. Н., Леонтьев А. И. Развитие космических газотурбинных установок в работах В. Л. Самсонова // *Труды МАИ*. 2011. № 43. С. 1–13.

Дата принятия: 10.03.2017.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

621.317.335.2:537.226:621.319.1

Определение зависимости ёмкости сегнетокерамических конденсаторов от напряжения методом импульсного разряда

О. А. ЕМЕЛЬЯНОВ, А. П. ПЛОТНИКОВ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: andreyplotnikow@gmail.com

Теоретически и экспериментально обоснована аналитическая модель зависимости ёмкости керамических конденсаторов от приложенного напряжения. На основе точного решения нелинейного дифференциального уравнения разряда конденсатора разработан метод определения параметров аналитической модели. Приведены экспериментальные данные для сегнетокерамических многослойных конденсаторов. Отмечено соответствие результатов предлагаемого метода данным прямым измерений с помощью RLC-измерителя и сведений, указанных производителем конденсаторов, во всём диапазоне рабочих напряжений.

Ключевые слова: нелинейная зависимость ёмкости, сегнетокерамический конденсатор, нелинейное дифференциальное уравнение, импульсный разряд конденсатора.

The analytical voltage-dependent capacitance model of ceramic capacitors is proposed and proved theoretically as well as experimentally. The method of model parameters calculation based on the exact solution of nonlinear differential equation is developed. The experimental data for multilayer ferroelectric ceramic capacitor showing good agreement of proposed method results with those obtained by using LCR meter are presented.

Key words: nonlinear capacitance dependence, ferroelectric ceramic capacitor, nonlinear differential equation, capacitor's pulsed discharge.

Существенной особенностью современных сегнетокерамических конденсаторов является высокая плотность ёмкости на единицу монтажной площади или объёма конденсатора. Это достигается за счёт сочетания в конструкции конденсатора большого числа тонких слоев диэлектрика с высокой относительной диэлектрической проницаемостью порядка 1000–10000 [1]. Диэлектрики со столь высокими проницаемостями, как правило, являются сегнетоэлектриками. Для них

характерна нелинейная зависимость диэлектрической проницаемости ϵ от напряжённости E и направления электрического поля (анизотропия), а также температуры T . В современных керамических конденсаторных материалах сегнетоэлектрики в чистом виде обычно не используются, так как им свойственна весьма резкая зависимость $\epsilon(T, E)$, связанная с фазовым переходом (точка Кюри). Практическое применение нашли твёрдые растворы сегнетоэлектриков и различных до-