

Проблема апертурной задержки в цифровых системах измерения и её аналитическое решение методом матричной экспоненты

А. Г. НАГИЕВ¹, В. В. САДЫХОВ², Г. А. НАГИЕВ^{2,3}

¹Сумгаитский государственный университет, Сумгаит, Азербайджан

²Институт математики и механики Национальной академии наук Азербайджана, Баку, Азербайджан

³Институт систем управления Национальной Академии Наук Азербайджана, Баку, Азербайджан, e-mail: alinagiev@gmail.com

Предложен метод аналитического решения проблемы апертурной задержки в цифровых системах измерения управляемых переменных состояния линейных детерминированных систем. Использован математический аппарат получения явного вида решения линейных дифференциальных уравнений, базирующийся на операторе матричной экспоненты и обеспечивающий малое расчётное время. Показано, что предлагаемый метод можно эффективно применять для устранения апертурных задержек, если измеряемые параметры являются динамично связанными переменными состояния управляемой системы. Приведены алгоритм и пример решения, иллюстрирующие эффективность предложенного метода.

Ключевые слова: апертурная задержка в системах измерения, косвенное измерение, ситуационное управление, явное решение линейных дифференциальных уравнений, метод матричной экспоненты.

The task of the analytical solution to the problem of aperture delay in digital systems for measurement of linear deterministic systems. The mathematical apparatus of obtaining the explicit form of the solution of linear differential equations based on the statement of the matrix exponential and provides the estimated time consumption is small. Elimination of measurement errors due to aperture delays is focused on situational management of industrial technological processes. It is shown that the proposed method can be effectively applied in all cases of eliminating aperture delays if the measured parameters are dynamically coupled state variables of the controlled system. The algorithm and sample solutions, illustrating the effectiveness of the proposed method.

Key words: aperture delay in measurement systems, indirect measurement, contingency management, solution of linear differential equations, the method of the matrix exponential.

В настоящее время в практике создания автоматизированных систем управления технологическими процессами накоплен огромный опыт, концентрирующий внимание на одной из специфических задач – необходимости учёта задержки в тракте передачи сигналов при косвенном оценивании технологических параметров [1, 2]. Проблема временных сдвигов, получившая общее название «апертурная задержка цифрового канала» [3], для широкого класса высокоскоростных процессов решается аппаратно с помощью специальных устройств выборки–хранения, имеющих малое апертурное время [4]. Апертурная задержка – это интервал времени от начала стробирующего импульса до момента, когда опрос устройства считается завершённым.

В современных цифровых системах передачи информации время доступа к источнику сигнала не строго регламентировано, но точно фиксируемо по протоколу передачи. Относительный сдвиговой параметр в зависимости от характерных времён канала может иметь разную погрешность косвенно оцениваемого параметра. Выявлено отрицательное влияние канальных задержек на точность косвенного оценивания переменных состояния в системах ситуационного управления конкретным промышленным технологическим процессом [2]. В то же время вопрос о возможности аналитического решения задачи коррекции измерений с апертурными задержками носит

общий характер и актуален при косвенном оценивании по динамично связанным параметрам.

Задержки в цифровых каналах опроса датчиков и возможность их расчётного устранения. В цифровых информационно-измерительных системах, входящих в состав современных промышленных сетей, существуют два режима опроса показаний средств измерений: по схеме «запрос–ответ», т. е. асинхронный обмен данными (например, в протоколе HART время обращения к датчику сигнала составляет 500 мс) и режим пассивного передатчика, когда все средства измерений циклически и с равными временными задержками (временной интервал в этом режиме составляет 250–300 мс) передают свои показания [5]. Время опроса одного аналогового канала в программируемых логических контроллерах, составляющих подавляющее большинство локальных средств управления, несколько ниже и равняется 100 мс.

Проблема частично решается при использовании программно-аппаратного комплекса контроля и управления реальным временем SCADA. Надо отметить, что SCADA-сервер располагает собственной системой реального времени [6], которая синхронизируя отдельные функциональные блоки путём задания текущего абсолютного времени, позволяет осуществить программное управление опросом датчиков в заданный момент времени t , исключая сдвиги во времени между параметрами. При этом

время задержки реакции управляющего вычислительного комплекса уменьшить нельзя.

Задача синхронизации измерений имеет научно-экспериментальное, а также общее техническое значение. Поиски её эффективного решения ведутся в нескольких направлениях. Серверы временных меток, как одни из широко распространённых аппаратных решений интернет-сетей, в ряде систем позволяют достичь точности временной привязки до нескольких десятков миллисекунд [7]. Значительное продвижение в этой области обязано использованию синхронизирующих радиочасов [8]. Однако в масштабе глобальных сетей проблема остаётся нерешённой из-за колебаний в скорости межконтинентального распространения радиосигналов. Применение глобальной межконтинентальной оптоволоконной линии пока не имеет реальной перспективы [9]. Широкомасштабное внедрение новых технологий в этой области показывает всеобщий характер проблемы. В настоящее время уже имеются первые образцы систем, снабжённых сетью CPS-синхронизаторов и управляемых космическими станциями связи [10].

Приведённый обзор проблемы показывает широту круга задач и разносторонние, активные усилия к её решению. Следует отметить, что проблема временных задержек сигналов особо значима в задачах ситуационного управления технологическими процессами, поскольку параметры косвенного оценивания определяют множество управляемых состояний конкретного динамического узла. В этой ситуации временной сдвиг может быть учтён в связи с моделью динамики данного узла, а апертурные задержки в цифровых каналах измерения и передачи информации аналитически устраняемы.

Постановка задачи. Проанализируем задачу устранения апертурной задержки измерительных сигналов в связи с алгоритмизацией ситуационного управления. Пусть задана модель некоторого динамического узла в виде нормальной системы линейных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = Ax; \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}; \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad \frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Также известна функция некоторого косвенно измеряемого (критериального) параметра, т. е. $y = f(x_1, \dots, x_n)$. По значениям параметра y определим конкретную ситуацию. Выделим три ситуации и соответствующие им разные законы (программы) управления:

$$\left. \begin{aligned} u &= \varphi_1(y, t), \quad y \leq y_{\min}; \\ u &= \varphi_2(y, t), \quad y_{\min} < y < y_{\max}; \\ u &= \varphi_3(y, t), \quad y \geq y_{\max}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где u – управляющее воздействие; $y_{\min}$, $y_{\max}$ – крайние значе-

ния, зависящие от технологического регламента процесса.

Так как ситуации определяются косвенно оцениваемым фактором y , то точность оценки ситуации по уравнениям (2) будет сильно коррелирована с временными сдвигами опроса датчиков $\tau_1, \dots, \tau_n$. На основании измерений $x_i(t + \tau_i)$, $i = \overline{1, n}$, осуществляемых с указанными запаздываниями, необходимо восстановление значений переменных состояния системы (1) при нулевых сдвигах $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$. Таким образом, ставится задача приведения измерений к единому временному отсчёту t .

Так как функции $x_i(t + \tau_i)$ связаны системой (1), то определить по ней значения $x_i(t)$ принципиально возможно. Для этого необходимо получить численное решение краевой задачи для дифференциального уравнения (1), в которой краевые условия заданы во внутренних точках интервала $0 \leq t \leq t_1$, где $t_1 = \max(\tau_i)$.

Теория и практика численного решения подобного рода краевых задач располагает рядом методов, которые характеризуются итерационным решением задачи и требуют больших затрат вычислительных ресурсов [11]. Однако восстановление значений $x_i(t + \tau_i)$ невозможно в темпе процесса измерений. Следовательно, такой подход к решению задачи учёта временных сдвигов нельзя считать приемлемым из-за несоизмеримости масштабов времён.

Решение на основе метода матричной экспоненты. Предлагаемая авторами методика заключается в применении к решению поставленной задачи математического аппарата матричной экспоненты [12]. Этот математический аппарат в анализе многоканальных систем автоматического управления обозначен как переходная экспонента [13]. Матричная экспонента удобна, так как с её помощью можно ранжировать решения в зависимости от коэффициентов уравнения и начальных условий. Использование этого аппарата как средства быстрого решения задачи Коши, освобождающего от необходимости применения итеративных алгоритмов решения краевых задач, в данном случае особенно эффективен.

Экспонента от квадратной матрицы A является матрицей той же размерности, которую принято обозначить e^{At} . Одно из фундаментальных приложений e^{At} , связанных с решением линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, вытекает из факта, что сумма любой квадратной матрицы A сходится при любом выборе нормы, т. е.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^n}{n!} = e^A. \quad (3)$$

Запись решения уравнения (1) в явной форме (с использованием экспоненты матрицы A) можно представить в следующем виде [14]:

$$x(t) = e^{At} x(0), \quad t \geq 0, \quad (4)$$

где $x(0)$ – вектор начальных данных задачи Коши.

Прямое вычисление ряда (3) сопряжено с приближённостью необходимого результата. Точный результат можно получить при использовании алгебраических методов, в основе которых лежит приведение матрицы преобразования A к диагональному виду. Существует множество методов для построения этой матрицы. Следует особо указать на одну из статей по этой тематике [15], где приведено множество примеров с приложениями анализа матричной экспоненты к решению линейных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим случай, когда матрица имеет различные и вещественные собственные значения, т. е. вариант, когда корни характеристического уравнения $\det[A - \lambda E]$ вещественны и различны. Обозначим собственные векторы матрицы A как $\Xi = \{\xi_1, \dots, \xi_n\}$, т. е. $A\xi_i = \lambda_i \xi_i$, $i = 1, \dots, n$, и запишем матрицу в диагональной форме относительно системы базисов Ξ :

$$[A]^\xi = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора e^{At} в том же базисе имеет вид:

$$[e^{At}]^\xi = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & & 0 \\ & e^{\lambda_2 t} & \\ 0 & \dots & e^{\lambda_n t} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В случае кратных собственных чисел пользуются жордановой нормальной формой матрицы, так как матрица $[e^{At}]^\xi$ в этом случае будет иметь блочно-диагональную структуру.

Матричную экспоненту в виде формулы (5) нельзя применять в (4), поскольку она соответствует решению в базисе ξ , а именно – только решению $\xi_i(t) = e^{\lambda_i t} \xi_i(0)$.

Решение (4) можно получить после разложения векторов $x(t), x(0)$ по базису собственных векторов ξ_i . Для этого применяют невырожденную матрицу линейного преобразования H , на основе которого вычисляют e^{At} в исходном базисе матрицы A , где матрицу H составляют собственные векторы $V_1, \dots, V_n$ матрицы A и $H = (V_1, \dots, V_n)$:

$$e^{At} = H[e^{At}]^\xi H^{-1}, \quad (6)$$

Таким образом, построив матричную экспоненту для уравнения (1) в виде (6), приступим к восстановлению информации в связи со сдвигами при измерениях. Для этого выпишем вектор решения (4) в точке $t=0$, компоненты которого сдвинуты относительно начала временного отсчёта на величины $\tau_1, \dots, \tau_n$:

$$x(0+\tau) = e^{A(0+\tau)} x(0), \quad (7)$$

где $x(0+\tau) = [x_1(0+\tau_1), \dots, x_n(0+\tau_n)]$ – измерения, произведённые в моменты τ_i после начала стробирующего импульса; $x(0) = [x_1(0), \dots, x_n(0)]$ – искомый начальный вектор;

$e^{A(0+\tau)}$ – матрица, т. е.

$$[e^{A(0+\tau)}] = \begin{pmatrix} \alpha_{11}(0+\tau_1) & \dots & \alpha_{1n}(0+\tau_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1}(0+\tau_1) & \dots & \alpha_{nn}(0+\tau_n) \end{pmatrix}.$$

Поскольку в (7) вектор $x(0)$ является искомым, а известным считается вектор $x(0+\tau)$, то следует решать обратную задачу нахождения $x(0+\tau)$. Тогда

$$x(0) = [e^{A(0+\tau)}]^{-1} x(0+\tau),$$

где $[e^{A(0+\tau)}]^{-1}$ – обратная матрица экспоненты.

Пример. Рассмотрим косвенное оценивание параметра $y = x_1 x_2 / x_3$, связанное с переменными состояниями линейной трёхмерной однородной системы $x'(t) = Ax(t)$ матрицей коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

По результатам измерений осуществим восстановление сигналов. При $t=0$ $x_1(t+\tau_1)=1.5$; $x_2(t+\tau_2)=1$; $x_3(t+\tau_3)=2$. Измерительные сигналы получены по каналам с задержками коммутирующих устройств, равными соответственно $\tau_1=0.04$; $\tau_2=0.08$; $\tau_3=0.12$. Если заданы числа $y_{\min}=0.5$; $y_{\max}=1.5$, то можно определить одну из трёх функций управления (2).

Вначале приведём последовательность действий для получения явного вида решения заданного уравнения в виде матричной экспоненты. Далее рассмотрим процедуру коррекции косвенного измерения параметра y .

Опишем алгоритм нахождения матричной экспоненты линейного оператора A .

1. Вычисление собственных значений λ_i , $i=\overline{1,3}$ матрицы оператора A и составление характеристического уравнения системы:

$$\det A = \begin{vmatrix} -1-\lambda & 3 & -1 \\ -3 & 5-\lambda & -1 \\ -3 & 3 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)^2(1-\lambda) = 0;$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2; \lambda_3 = 1.$$

2. Составление системы уравнений для нахождения собственных векторов, соответствующих найденным собственным числам:

$$\begin{pmatrix} -1-\lambda & 3 & -1 \\ -3 & 5-\lambda & -1 \\ -3 & 3 & 1-\lambda \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0.$$

Фундаментальными решениями полученной системы при собственных значениях $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$ могут служить векторы $V_1 = (1; 0; -3)^T$; $V_2 = (0; 1; 3)^T$. При $\lambda_3 = 1$ имеем собственный вектор $V_3 = (1; 1; 1)^T$.

При повторяющихся собственных значениях матрицы A

следует обращаться к процедуре формирования присоединённых векторов. Порядок действия описан в [16, 17].

3. Формирование невырожденной квадратной матрицы из решений $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3$:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Синтезирование матричной экспоненты $\mathbf{e}^{At}$ на основе канонического разложения вектора $\mathbf{A}$ (жордановой формы представления), т. е. с использованием конструкции

$$\mathbf{A} = H[\mathbf{A}]^{\xi} H^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{-1};$$

$$\mathbf{e}^{At} = H[\mathbf{e}^{At}]^{\xi} H^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{2t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{2t} & 0 \\ 0 & 0 & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{-1}.$$

5. Вычисление обратной матрицы H^{-1} :

$$\Delta(H) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 3 + 3 = 1;$$

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta(H)} \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Нахождение матричной экспоненты:

$$\mathbf{e}^{At} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{2t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{2t} & 0 \\ 0 & 0 & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} & 0 & e^t \\ 0 & e^{2t} & e^t \\ -3e^{2t} & 3e^{2t} & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} e^{2t} + e^t & e^{2t} & e^{2t} - e^t \\ e^t & e^{2t} & 3e^{2t} - 3e^t \\ -3e^{2t} + e^t & 0 & 6e^{2t} - 3e^t \end{pmatrix}.$$

7. Запись общего решения системы в виде

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} + e^t & e^{2t} & e^{2t} - e^t \\ e^t & e^{2t} & 3e^{2t} - 3e^t \\ -3e^{2t} + e^t & 0 & 6e^{2t} - 3e^t \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix}.$$

Проведём коррекцию измерений по следующему алгоритму.

1. Создание сдвинутых во времени (τ_1, τ_2, τ_3) решений в произвольные моменты времени t :

$$\begin{pmatrix} x_1(t + \tau_1) \\ x_2(t + \tau_2) \\ x_3(t + \tau_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2(t+\tau_1)} + e^{t+\tau_1} & e^{2(t+\tau_2)} & e^{2(t+\tau_3)} - e^{t+\tau_3} \\ e^{t+\tau_1} & e^{2(t+\tau_2)} & 3e^{2(t+\tau_3)} - 3e^{t+\tau_3} \\ -3e^{2(t+\tau_1)} + e^{t+\tau_1} & 0 & 6e^{2(t+\tau_3)} - 3e^{t+\tau_3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix}.$$

2. Формирование сдвинутых во времени решений при $t=0$:

$$\begin{pmatrix} x_1(\tau_1) \\ x_2(\tau_2) \\ x_3(\tau_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2\tau_1} + e^{t+\tau_1} & e^{2\tau_2} & e^{2\tau_3} - e^{t+\tau_3} \\ e^{t+\tau_1} & e^{2\tau_2} & 3e^{2\tau_3} - 3e^{t+\tau_3} \\ -3e^{2\tau_1} + e^{t+\tau_1} & 0 & 6e^{2\tau_3} - 3e^{t+\tau_3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix}.$$

3. Определение искомого вектора $\mathbf{x}(0)$ при $t=0$:

$$\begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2\tau_1} + e^{t+\tau_1} & e^{2\tau_2} & e^{2\tau_3} - e^{t+\tau_3} \\ e^{t+\tau_1} & e^{2\tau_2} & 3e^{2\tau_3} - 3e^{t+\tau_3} \\ -3e^{2\tau_1} + e^{t+\tau_1} & 0 & 6e^{2\tau_3} - 3e^{t+\tau_3} \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} x_1(\tau_1) \\ x_2(\tau_2) \\ x_3(\tau_3) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 21241 & 11735 & 0,1437 \\ 10408 & 11735 & 2,8563 \\ -22391 & 0 & 6,4997 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,5976 & 0,5976 & 0,1574 \\ 0,0289 & 0,8810 & -0,3821 \\ -0,2058 & 0,2058 & 0,0996 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix},$$

или в развернутой форме:

$$x_1(0) = 15 \cdot 0,5976 + 10 \cdot 0,5976 + 20 \cdot 0,1574 = 1,8088;$$

$$x_2(0) = 15 \cdot 0,0289 + 10 \cdot 0,8810 - 20 \cdot 0,3821 = 0,1601;$$

$$x_3(0) = -15 \cdot 0,2058 + 10 \cdot 0,2058 + 20 \cdot 0,0996 = 0,3617.$$

Проведём косвенное оценивание текущей ситуации. По измерениям, приведённым к началу временного отсчёта, вычислим текущее значение критериального параметра y :

$$y = \frac{x_1(0) x_2(0)}{x_3(0)} = \frac{1,8088 \cdot 0,1601}{0,3617} = 0,8006.$$

Следовательно, функцией текущего управления является $u = \varphi_2(x_2, t)$, поскольку удовлетворено условие $0,5 < y < 1,5$.

Таким образом, исходные данные задачи, решенной в качестве примера, оказались таковыми, что получено большое расхождение между истинным значением и результатом измерения по трём отдельным каналам: $\Delta x_1 = x_1(0) - x_1(\tau_1) = -0,3088$; $\Delta x_2 = 0,8399$; $\Delta x_3 = 1,6383$. Причём оказалось, что существует прямая зависимость между задержками и погрешностью измерений.

Закключение. В практике автоматического контроля процессов нередки случаи, когда измеряющиеся параметры связаны между собой как переменные состояния единой динамической системы. Часто эта система является линейной или допускающей линеаризацию. Апертурные задержки при опросе каналов поступления измерительных сигналов в этом случае аналитически устранимы в силу детерминированности динамических связей в информационной системе. Этот вопрос особенно актуален для систем ситуационного управления технологическими процессами, поскольку в этих системах оценивание состояния чаще всего осуществляют при косвенных измерениях с применением динамично связанных параметров.

Использование математического аппарата матричной экспоненты для линейных систем, на основе которого по-

строен предлагаемый метод, требует несравнимо малых вычислительных ресурсов и не препятствует реализации оперативной расчётной коррекции. Косвенное измерение, основанное на комплексе прямых измерений в детерминированной среде, характерно для систем ситуационного управления, однако не является их исключительной особенностью. Предложенный метод можно эффективно применять во всех случаях устранения апертурных задержек, если измеряемые параметры представляют собой динамично связанные переменные состояния управляемой системы.

Л и т е р а т у р а

1. Новосёлов О. Н., Гуфельд И. Л. Прогнозирование состояния динамической системы по результатам измерений // Измерительная техника. 2015. № 10. С. 11–15.
2. Нагиев А. Г., Имранов Ф. Б., Нагиев Г. А. Многолистый фазовый стерео портрет трёхмерной динамической системы и визуализация процесса управления объектами с множественностью стационарных состояний // Автоматика и вычислительная техника. 2011. № 1. С. 18–29.
3. Гельман М. М. Аналого-цифровые преобразователи для информационно-измерительных систем. М.: Издательство стандартов, 2009.
4. Темников А. Н. Измерительный канал на основе регистра сдвига // Вестник Казанского технологического университета. 2013. №19. С. 256–258.
5. Новодачный М. Промышленный Ethernet – концепция и стандарты // Мир компьютерной автоматизации: встраиваемые компьютерные системы. 2011. № 6. С. 52–57.
6. Андреев Е. Б., Куцевич Н. А., Синенко О. В. SCADA-системы: Взгляд изнутри. М.: РТ Софт, 2004.

7. Mills D. L. Computer Network Time Synchronization: the Network Time Protocol on Earth and in Space. Lodon: CRC Press, 2011.

8. Lombardi M. A. How Accurate is a Radio Controlled Clock? // Horological J. 2010. № 3. P. 108–110.

9. Śliwczyński Ł., Krehlik P., Buczek Ł., Lipiński M. Active Propagation Delay Stabilization for Fiber-Optic Frequency Distribution Using Controlled Electronic Delay Lines // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2011. № 4. P. 1480–1488.

10. Włodarczyk P., Pustelny S., Budker D., Lipiński M. Multi-channel data acquisition system with absolute time synchronization. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2014. № 4. P. 150–154.

11. Виноградов Ю. И. Методы вычислений и построение алгоритмов решения краевых задач строительной механики // Тез. докл. АН СССР. 1988. № 2. С. 308–313.

12. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск: Удмуртский ГУ, 2000.

13. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления, М.: Профессия, 2003.

14. Волков И. К., Зуев С. М., Цветкова Г. М. Случайные процессы. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999.

15. Cleve M., Charles V. L. Nineteen Dubious Ways to compute the Exponential of a Matrix, Twenty-Five Years Later // SIAM Review. 2003. № 1. P. 3–49. DOI: 10.1137/S00361445024180.

16. Шафаревич И. Р., Ремизов А. О. Линейная алгебра и геометрия. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.

17. Бутузов В. Ф., Крутицкая Н. Ч., Шишкин А. А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

Дата принятия: 16.05.2017.