

Определение комплексных коэффициентов замедления и отражения при анализе волновых процессов в СВЧ-приборах с длительным взаимодействием

А. А. ЕЛИЗАРОВ

Московский институт электроники и математики Национального исследовательского Университета «Высшая школа экономики», Москва, Россия, e-mail: yelizarov@list.ru

На основе общего вида дисперсионного уравнения замедляющей системы с учетом свойств окружающих ее сред получены аналитические выражения для определения комплексных коэффициентов замедления и отражения. Такие коэффициенты могут быть также экспериментально измерены. Показано, что определение этих величин позволяет провести упрощенный анализ трансформации волн, структуры и пространственного заряда электронного пучка в СВЧ-приборах с длительным взаимодействием на примере волноводной модели лампы с бегущей волной.

Ключевые слова: замедляющая система, комплексные коэффициенты замедления и отражения, пространственный заряд, электронный пучок.

On the base of general view of slow wave system's dispersion equation with taking into account its environments characteristics the analytical expressions to define the complex coefficients of slowdown and reflection were obtained. Such coefficients can be also measured experimentally. It is shown in the example of waveguide travelling wave tube model that the use of these units allows to conduct a simplified analysis of the waves transformation, structure and the space charge of the electron beam in microwave instruments with long-term interaction.

Key words: slow wave system, complex coefficients of slowdown and reflection, space charge, electron beam.

Одним из основных конструктивных элементов сверхвысокочастотных (СВЧ) приборов с длительным взаимодействием, в частности ламп с бегущей и обратной волной (ЛБВ и ЛОВ), является замедляющая система (ЗС), традиционно используемая для обеспечения условия фазового синхронизма электронного пучка с электромагнитным полем бегущей волны. Это условие должно выполняться в достаточно широкой полосе частот, обеспечиваемой полосой пропускания и крутизной дисперсионной характеристики ЗС [1, 2].

В большинстве работ по теории ЛБВ О-типа волновые процессы анализируются на основе решения характеристического уравнения и нахождения комплексных постоянных распространения прямых и обратных волн ЗС и волн пространственного заряда пучка [1, 3, 4]. Однако, несмотря на комплексные значения постоянных распространения анализируемых волн, коэффициент замедления структуры, равный отношению скорости света к фазовой скорости волны, всегда полагали действительным. Следует также подчеркнуть, что прямой аналог коэффициента замедления — коэффициент преломления, широко применяемый при решении задач в оптическом диапазоне и физике сплошных сред, практически изначально рассматривали как комплексный [5]. Ниже на основе определения комплексных значений коэффициентов замедления и отражения волн проведен анализ волновых процессов в волноводной модели ЛБВ, позволивший упростить понимание взаимосвязи введенных параметров с постоянными распространения волн ЗС и волн пространственного заряда электронного пучка.

Замедление электромагнитной волны создается, в основном, увеличением пути, который волна проходит вдоль проводников, образующих ЗС. При анализе волновых процессов зависимость всех составляющих поля замедленной

волны от продольной координаты z характеризуется волновым множителем $\exp(j\omega t - j\beta z)$, где ω — угловая частота, β — проекция волнового вектора на направление распространения.

Действительная часть β называется фазовой постоянной и определяется соотношением $\text{Re}\beta = \omega/(v_\phi)_p$, где $(v_\phi)_p$ — фазовая скорость p -й пространственной гармоники. Мнимая часть β называется постоянной затухания замедленной электромагнитной волны α , позволяющей определить коэффициент затухания волны по мощности на единицу длины ЗС, $K_j = 8,68\alpha$.

Независимо от конструктивных особенностей ЗС и типа возбуждаемой волны $\text{Re}\beta > k$, где $k = \omega/c$ — модуль волнового вектора, c — скорость света в вакууме. При этом, по крайней мере, одна из проекций волнового вектора на поперечные координаты должна быть мнимой, что свидетельствует о поверхностном характере распределения поля замедленной волны.

В наиболее общем виде дисперсионное уравнение ЗС можно записать в виде

$$\beta^2 = k^2 \varepsilon(\omega) \mu(\omega),$$

где ε , μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, окружающей структуру.

Если теперь определить комплексный коэффициент замедления $N = \text{Re}n + j\text{Im}n$ из уравнения $\beta^2 = k^2 N$ и принять $\mu(\omega) = 1$, что справедливо при отсутствии вблизи ЗС ферромагнитных сред в рассматриваемой области частот, то полу-

чим хорошо известную формулу $N = \sqrt{\varepsilon}$. Разложение ее левой и правой частей на действительную и мнимую дает

$$\operatorname{Re} \varepsilon = (\operatorname{Re} n)^2 - (\operatorname{Im} n)^2; \quad \operatorname{Im} \varepsilon = 2 \operatorname{Re} n \operatorname{Im} n, \quad (1)$$

откуда

$$\begin{aligned} (\operatorname{Re} n)^2 &= 0,5 \left[\operatorname{Re} \varepsilon + \sqrt{(\operatorname{Re} \varepsilon)^2 + (\operatorname{Im} \varepsilon)^2} \right]; \\ (\operatorname{Im} n)^2 &= 0,5 \left[-\operatorname{Re} \varepsilon + \sqrt{(\operatorname{Re} \varepsilon)^2 + (\operatorname{Im} \varepsilon)^2} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, действительная часть коэффициента замедления пропорциональна действительной части фазовой постоянной β и определяет преломление замедленной волны на границе раздела среда—вакуум. Мнимая часть коэффициента замедления пропорциональна мнимой части фазовой постоянной, т. е. постоянной затухания α и характеризует ослабление волны в среде с комплексным значением относительной диэлектрической проницаемости.

При замене ЗС эквивалентной длинной линией пользуются погонными параметрами индуктивности L_0 , емкости C_0 и сопротивления R_0 . На практике $|j\omega L_0| \gg R_0$, что позволяет записать приближенные выражения

$$\operatorname{Re} n \approx \beta \approx \omega \sqrt{L_0 C_0}; \quad \operatorname{Im} n \approx \alpha \approx R_0 / 2Z_0,$$

где $Z_0 = \sqrt{L_0 / C_0}$ — волновое сопротивление ЗС, прямо пропорциональное сопротивлению связи R_c . Отметим, что не следует отождествлять волновое сопротивление и сопротивление связи ЗС. В общем случае $Z_0 = \beta^4 R_c / \tau^4$, где $\tau^2 = \beta^2 - k^2$ — поперечная постоянная.

Экспериментально определить $\operatorname{Re} n$ и $\operatorname{Im} n$ весьма сложно. Можно измерить коэффициент отражения Γ и по нему найти $\operatorname{Re} \varepsilon$ и $\operatorname{Im} \varepsilon$. Для частного случая отражения замедленной волны от изотропной среды с комплексной относительной диэлектрической проницаемостью получим

$$\Gamma = \frac{|1 - N|^2}{|1 + N|^2} = \frac{(1 - \operatorname{Re} n)^2 + (\operatorname{Im} n)^2}{(1 + \operatorname{Re} n)^2 + (\operatorname{Im} n)^2}, \quad (3)$$

т. е. полностью определяется $\operatorname{Re} \varepsilon$ и $\operatorname{Im} \varepsilon$. Однако непосредственно выразить указанные величины можно лишь при из-

вестной зависимости между ними во всем диапазоне частот измерения Γ .

В качестве примера применения введенных комплексных величин коэффициентов замедления и отражения воспользуемся волноводной моделью ЛБВ, представляющей систему, состоящую из круглого волновода, заполненного изотропным диэлектриком для снижения фазовой скорости волны. Поперечное сечение диэлектрика полностью пронизывается электронным потоком. При этом допускается, что электроны могут свободно перемещаться в толще диэлектрика [3].

В частном случае отсутствия потерь в системе для определения частотных свойств среды, моделирующей пучок, можно воспользоваться соотношениями [4]:

$$\operatorname{Re} \varepsilon(\omega) = 1 - (\omega_{\text{пл}}/\omega)^2; \quad \operatorname{Im} \varepsilon(\omega) = -\pi \omega_{\text{пл}}^2 d\delta(\omega)/d\omega, \quad (4)$$

где $\omega_{\text{пл}}$ — плазменная частота пучка; $\delta(\omega)$ — функция Дирака.

При $\omega > 0$ величина $\operatorname{Im} \varepsilon$ обращается в нуль. Из (2) получим

$$\operatorname{Re} n = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < \omega < \omega_{\text{пл}}; \\ \sqrt{\operatorname{Re} \varepsilon} & \text{при } \omega \geq \omega_{\text{пл}}; \end{cases} \quad \operatorname{Im} n = \begin{cases} \sqrt{|\operatorname{Re} \varepsilon|} & \text{при } 0 < \omega < \omega_{\text{пл}}; \\ 0 & \text{при } \omega \geq \omega_{\text{пл}}. \end{cases} \quad (5)$$

При $\omega = 0$ обе величины в (5) имеют особенность вида $d\delta(\omega)/d\omega$. Для коэффициента отражения из (3) следует

$$\Gamma = \begin{cases} 1 & \text{для } \omega \leq \omega_{\text{пл}}; \\ \left(\frac{(1 - \sqrt{\operatorname{Re} \varepsilon})}{(1 - \sqrt{\operatorname{Im} \varepsilon})} \right)^2 & \text{для } \omega \geq \omega_{\text{пл}}. \end{cases} \quad (6)$$

Выражение (6) содержит также значение для $\omega = 0$. Зависимости, полученные по (5) и (6), показаны на рис. 1 сплошными линиями.

Для анализа волноводной модели ЛБВ с учетом потерь в соотношениях (5) необходимо принять во внимание среднее время пролета $t_{\text{пр}}$ электронов в среде:

$$\operatorname{Re} \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{пл}}^2}{\omega^2 + t_{\text{пр}}^{-2}}; \quad \operatorname{Im} \varepsilon(\omega) = \frac{\omega_{\text{пл}}^2}{t_{\text{пр}} \omega (\omega^2 + t_{\text{пр}}^{-2})}. \quad (7)$$

В (4), (7) выражения для $\operatorname{Re} \varepsilon$ отличаются незначительно, тогда как для $\operatorname{Im} \varepsilon$ особенность в виде $d\delta(\omega)/d\omega$ размывается и приобретает конечную ширину. Такое же влияние оказывает затухание на этой особенности в $\operatorname{Re} n$ и $\operatorname{Im} n$. Для коэффициента отражения Γ затухание приводит лишь к сглаживанию острого угла при $\omega = \omega_{\text{пл}}$, причем с уменьшением $t_{\text{пр}}$, что может быть связано с ростом тока или тепловых скоростей электронов пучка, сглаживание увеличивается. Кривые, построенные по (7), показаны на рис. 1 штриховыми линиями.

Из анализа зависимостей на рис. 1 следует, что в рассматриваемой вол-

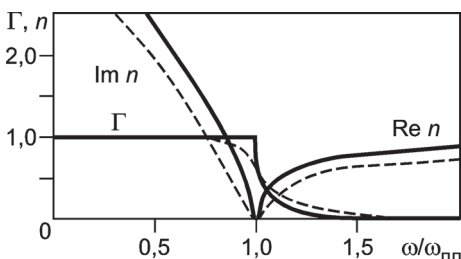


Рис. 1. Зависимости комплексных коэффициентов замедления $N = \operatorname{Re} n + j \operatorname{Im} n$ и отражения Γ для волноводной модели ЛБВ:

сплошные линии — без учета затухания, штриховые — с учетом затухания

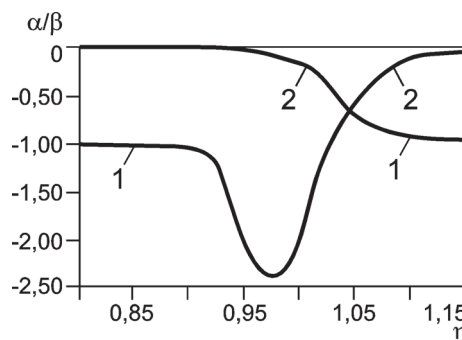


Рис. 2. Зависимости параметра синхронизма η от относительного затухания α/β для волноводной модели ЛБВ:

1 — волна замедляющей системы; 2 — быстрая волна электронного потока

новодной модели ЛБВ при $\omega < \omega_{\text{пл}}$ затухание замедленной волны практически отсутствует и вследствие $\text{Re } n = 0$ наступает ее полное отражение. При $\omega > \omega_{\text{пл}}$ среда, моделирующая электронный пучок, ведет себя как идеальный диэлектрик. Последнее означает, что часть замедленной волны отражается, а оставшаяся часть вследствие $\text{Im } n = 0$ распространяется в пучке без затухания. Хорошие отражательные свойства электронного пучка можно объяснить тем, что даже при существовании в нем квазисвободных электронов область рабочих частот ЛБВ лежит всегда ниже $\omega_{\text{пл}}$, где $\Gamma = 1$.

Характер полученных зависимостей комплексных коэффициентов замедления и отражения позволяет качественно проследить трансформацию связанных волн ЗС и пространственного заряда пучка в рамках линейной теории ЛБВ О-типа.

Напомним, что при использовании фазовой постоянной в качестве искомой переменной, характеристическое уравнение ЛБВ имеет вид [3]:

$$(\beta^2 - \beta_0^2) \left[(\beta - \beta_e)^2 - T\beta_p^2 \right] = -K_c\beta_p^2\beta_0^2.$$

Здесь β_0 — фазовая постоянная при отсутствии электронного пучка; β_e — постоянная электронного пучка, равная отношению угловой частоты к средней скорости электронов u_0 ; β_p — плазменное волновое число, равное отношению плазменной частоты безграничного пучка к скорости u_0 ; K_c — коэффициент связи; T — коэффициент депрессии поля пространственного заряда. Результаты численного решения характеристического уравнения приведены на рис. 2 в виде зависимостей действительных корней уравнения, полученных для параметра тока при полном синхронизме $M_0 = 10^{-3}$, $K_c = 0,05$, $T = 1$, относительного затухания волны в ЗС $\alpha_0/\beta_0 = 0,01$.

Из рис. 2 следует, что при увеличении параметра синхронизма η , равного отношению фазовой скорости волны в ЗС без пучка к средней скорости электронов u_0 , т. е. увеличении скорости электронов, и прохождении максимума взаимодействия волна ЗС 1 переходит в быструю волну 2 электронного потока. При этом относительная величина затухания уменьшается от некоторого значения α_0/β_0 до величины близкой к нулю и, наоборот, быстрая волна 2 электронного потока переходит в волну ЗС 1, причем ее затухание возрастает до затухания в ЗС.

Анализ влияния потерь в ЗС на постоянные распространения прямых волн (см. рис. 2) показывает их качественное соответствие зависимостям, приведенным на рис. 1. Сле-

довательно, применение комплексных коэффициентов замедления и отражения позволяет проводить упрощенный анализ трансформации волн структуры и пространственного заряда электронного пучка в СВЧ-приборах с длительным взаимодействием.

Таким образом, на основе анализа дисперсионного уравнения ЗС, записанного в общем виде с учетом свойств окружающих ее сред, получены выражения для комплексных коэффициентов замедления и отражения. Показано, что действительная часть коэффициента замедления определяет преломление замедленной волны на границе раздела среда-вакуум, а мнимая часть — затухание волны в среде с комплексным значением относительной диэлектрической проницаемости. Эти коэффициенты использовали для анализа процессов в волноводной модели ЛБВ, что позволило упростить понимание взаимосвязи введенных параметров с постоянными распространения волн ЗС и волн пространственного заряда электронного пучка. По изменениям коэффициентов можно проследить трансформацию связанных волн ЗС и пространственного заряда пучка в рамках линейной теории ЛБВ О-типа и подтвердить их качественное соответствие характеристикам, полученным аналитически и численно в [3] при анализе влияния потерь на постоянные распространения прямых волн в ЗС.

В данной научной работе использованы результаты, полученные в ходе выполнения проекта «Исследование распространения замедленных электромагнитных волн в многослойных диэлектриках и разработка СВЧ-устройств на их основе», выполненного в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2013 г. (грант № 13-05-0017).

Л и т е р а т у р а

1. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.
2. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966.
3. Лошаков Л. Н., Пчельников Ю. Н. Теория и расчет усиления лампы с бегущей волной. М.: Сов. радио, 1964.
4. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М.: ГИТТЛ, 1953.
5. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 7. Физика сплошных сред. М.: Мир, 1977.

Дата принятия 28.08.2013 г.