творённый газ в нефти // Измерительная техника. 2016. № 10. С. 60–65.

6. **Prausnitz J. M., Lichtenthaler R. N., de Azevedo E.G.** Molecular Thermodynamics of Fluid-Phase Equilibria. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1986.

7. **Michelsen M. L.** Calculation of phase envelopes and critical points for multicomponent mixtures // Fluid Phase Equilibria. 1980. No. 4. P. 1–10.

8. **Pedersen K. S., Christensen P. L**. Phase behavior of petroleum reservoir fluids. Boca Raton: CRC Press, 2007.

9. **Xu D.-H., Danesh A., Todd A. C.** An accelerated successive substitution method for calculation of saturation pressure of multicomponent fluids // Fluid Phase Equilibria. 1992. No. 72. P. 15–24.

10. **Wilson G. A.** Modified Redlich-Kwong EOS, Application to General Physical Data Calculations // American Industrial and Chemical Engineering (AIChE): 65th National Meeting. 1968.

11. **Twu C. H.** An Internally Consistent Correlation for Predicting the Critical Properties and Molecular Weights of Petroleum and Coal Tar Liquids // Fluid Phase Equilibria. 1984. No. 16. P. 137–150.

12. **Lee B. I., Kesler M. G.** A Generalized Thermodynamic Correlation Based on Three-Parameter Corresponding States // AIChE J. 1975. No. 21(3). P. 510–527.

13. **Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.** Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982.

14. **Chueh P. L., Prausnitz J. M.** Vapour-Liquid Equilibria at High Pressures, Calculation of Partial Molar Volume in Non-Polar Liquid Mixtures // AIChE J. 1967. No. 13(6), P. 1099–1113.

15. **Marquardt D.** An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters // SIAM Journal on Applied Mathematics. 1963. V. 11. No. 2. P. 431–441.

Дата принятия: 05.07.2017.

531.781.2 (088.8)

Точность определения параметров колебаний лопаток турбомашин при использовании нелинейной аппроксимации сигналов первичных преобразователей

А. Ж. ЧЕРНЯВСКИЙ, А. И. ДАНИЛИН, С. А. ПРОХОРОВ, С. А. ДАНИЛИН

Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С. П. Королёва, Самара, Россия, e-mail: aidan@ssau.ru

Описан способ определения параметров колебаний элементов вращающихся узлов турбомашин, основанный на анализе изменений формы выходного сигнала первичного преобразователя. Показана работоспособность способа в широком эксплуатационном диапазоне параметров колебательных процессов. Выявлены возможные проблемы при реализации способа и определены пути их решения. Исследованы точностные характеристики предлагаемого способа при различных отношениях сигнал–шум выходного сигнала первичного преобразователя.

Ключевые слова: *турбина, лопатки, колебания, дискретно-фазовый метод, математическая модель, нелинейная аппроксимация, глобальная оптимизация.*

A method for determining the vibration parameters of elements of rotating turbomachine assemblies is described. It is based on the analysis of changes in the shape of the output signal of the primary converter. The operability of the method in a wide operational range of parameters of oscillatory processes is shown. The possible problems in the implementation of the method are identified and ways of their solution are determined. The accuracy characteristics of the proposed method for various signal-to-noise ratios of the output signal of the primary converter are investigated.

Key words: *turbine, blades, vibrations, discrete-phase method, mathematical model, nonlinear approximation, global optimization.*

Важная проблема современного машиностроения – обеспечение высокой эксплуатационной надёжности и увеличение ресурсов турбомашин: газотурбинных двигателей (ГТД) и паровых турбин. Наиболее ответственными деталями турбомашин являются лопатки компрессоров и турбин, работающие в сложных эксплуатационных условиях больших знакопеременных нагрузок, высоких температур, эрозионных и коррозионных воздействий. Для нормальной эксплуатации и предотвращения аварийных ситуаций необходимо контролировать техническое состояние лопаток в процессе работы турбомашин.

В настоящее время контроль состояния лопаток в основном осуществляется на остановленной турбомашине эндоскопическими методами, что требует высокой квалификации технического персонала и является трудоёмкой технологической операцией. По данным фирмы «Роллс-ройс» объём

it11+15.indd 41 10.12.17 17:04

эндоскопической диагностики на авиационных ГТД доходит до 45–70 % общего объёма диагностических работ [1]. Несмотря на принимаемые меры, при эксплуатации ГТД возникают аварийные ситуации, связанные с поломкой лопаток.

Известны различные методы и средства диагностики и контроля деформационного состояния лопаток эксплуатируемых турбомашин [2]. Можно выделить бесконтактный дискретно-фазовый метод (ДФМ), позволяющий определять индивидуальное состояние каждой лопатки в лопаточном колесе и реализуемый в системах контроля деформационного состояния лопаток [2, 3].

В классическом варианте ДФМ измеряют временные интервалы между моментами прохождения лопаток относительно нескольких импульсных первичных преобразователей (ПП). На основе результатов измерений этих интервалов вычисляют амплитуды и частоты колебаний лопаток, а также смещения их торцов от исходного рабочего положения под воздействием статических и динамических нагрузок. Затем полученные значения указанных параметров интерпретируются в области механических напряжений и деформаций. Недостатки классического ДФМ связаны с использованием нескольких ПП, накоплением и обработкой статистических данных. В процессе эксплуатации изменение параметров служит диагностическим признаком, отражающим текущее техническое состояние лопаток.

Для диагностики и определения параметров колебаний лопаток можно применять различные импульсные ПП – индукционные, вихретоковые, ёмкостные, оптоэлектронные и др. Прохождение лопатки в зоне видимости ПП вызывает на его выходе импульсный сигнал соответствующей формы [4–6]. Колебательный характер движения лопатки и неравномерность её мгновенной скорости приводят к изменению формы импульса. Предложенный в [4–6] способ реализации ДФМ, при котором техническое состояние контролируемой лопатки оценивается по степени различия формы импульсов ПП, формируемых динамически нагруженной (колеблющейся) и ненагруженной лопатками, заключается в следующем. Пусть ПП генерирует импульс колоколообразной формы при прохождении ненагруженной лопатки в зоне видимости, который можно описать выражением для гауссова импульса

$$s_{\text{г}}(t)^{*} = A_{\text{г}} \exp\left(-t^2/2a_t^2\right),$$

где $A_{\text{г}}$ – нормированное значение амплитуды гауссова сигнала; $a_t = a_y/(R\omega_{\text{к}})$ – временной параметр гауссова импульса; a_y – метрический параметр гауссова импульса; R, $\omega_{\text{к}}$– радиус и угловая частота вращения лопаточного колеса.

При колебании лопатки по синусоидальному закону гауссовый выходной сигнал, например, вихретокового ПП имеет вид [4–6]:

$$s_{\text{г}}(t) = A_{\text{г}} \exp\left\{-\left[t + A\sin(\omega_{\text{л}} t + \varphi)/(R\omega_{\text{к}})\right]^2/(2a_t^2)\right\}, \qquad (1)$$

где A, $\omega_{\text{л}}$, φ – амплитуда, угловые частота и начальная фаза колебаний лопатки, соответственно.

Формы выходных сигналов первичного преобразователя в случае неколеблющейся и колеблющейся лопаток представлены в [6]. Для определения параметров A, $\omega_{\text{л}}$, φ колебаний лопатки в [4–6] предложено использовать методы нелинейной аппроксимации. В качестве исходных данных для аппроксимации используются значения сигнала ПП $s(t_m)$ от колеблющейся лопатки в моменты времени (отсчёты) t_m. Через указанные отсчёты сигнала необходимо провести аппроксимирующую функцию f_{a} вида (1) так, чтобы отклонение этой функции от исходных отсчётов сигнала было минимальным. Обычно применяются точностные критерии качества аппроксимации и точности приближения аппроксимирующей функции к отсчётам исходного сигнала, например, такие как метод наименьших квадратов, обеспечивающий минимум средней квадратической погрешности (СКП) аппроксимации [7].

Таким образом, задачу нахождения параметров аппроксимирующей функции можно интерпретировать как задачу оптимизации (минимизации) целевой функции. Если имеется несколько функций, удовлетворяющих критерию оптимальности, то наилучшей будет та, для которой СКП аппроксимации будет минимальной [7]:

$$f = \sum_{m=1}^{M} \left[s(t_m) - f_{\text{a}}(t_m, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\right]^2 = \min,$$

где $f_{\text{a}}(t_m, \alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n)$ – аппроксимирующая функция, описывающая сигнал; M – количество отсчётов сигнала.

При аппроксимации формы сигнала тем или иным методом в случае разных количества отсчётов и абсолютных значений исходного сигнала целесообразно пронормировать целевую функцию по мощности сигнала:

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = \sum_{m=1}^{M} \left[s(t_m) - f_{\text{a}}(t_m, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\right]^2 \Big/ \sum_{m=1}^{M} s^2(t_m).$$

Применительно к задаче определения параметров колебаний лопаток искомыми параметрами будут амплитуда, частота и начальная фаза колебаний лопаток. В этом случае целевую функцию оптимизации можно записать в виде

$$F(A, \omega_{\text{л}}, \varphi) = \sum_{m=1}^{M} \left\{s(t_m) - A_{\text{г}} \exp\left[-(t_m + A\sin(\omega_{\text{л}} t_m + \varphi)/(R\omega_{\text{к}}))^2/(2a_t^2)\right]\right\}^2 \Big/ \sum_{m=1}^{M} s^2(t_m). \qquad (2)$$

Информационные сигналы при обработке в радиотехнических устройствах подвергаются воздействию внутренних и внешних помех. При аддитивном воздействии помех реальный информационный сигнал ПП определяется суммой гауссовых сигнала и белого шума $n(t)$:

$$s_{\text{г+ш}}(t) = s_{\text{г}}(t) + n(t).$$

При дискретизации непрерывного сигнала $s_{\text{г}}(t)$ получается последовательность дискретных отсчётов $S_{\text{г}}(t_1), \ldots, S_{\text{г}}(t_m)$, являющихся дискретным сигналом

$$S_{\text{г}}(t_m) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{г}}(t)\delta(t - t_m)dt =$$

$$= A_{\text{г}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\left[t_m + A\sin(\omega_{\text{л}} t_m + \varphi)/(R\omega_{\text{к}})\right]^2/(2a_t^2)\right\}\delta(t - t_m). \qquad (3)$$

it11+15.indd 42 10.12.17 17:04

После дискретизации выходной сигнал ПП можно представить в виде суммы дискретных гауссовых информационного сигнала $S_г(t_m)$ и аддитивного белого шума $n(t_m)$:

$$S_{г+ш}(t_m)=S_г(t_m)+n(t_m). \quad (4)$$

Под дискретным белым гауссовым шумом $n(t_m)$ понимают последовательность независимых гауссовых случайных величин с нулевым математическим ожиданием и гауссовым распределением по амплитуде [8]. Дисперсия шума при анализе математической модели определяется по формуле

$$\sigma_ш^2 = p/Q, \quad (5)$$

где p – средняя мощность сигнала; Q – отношение сигнал–шум.

В соответствии с предлагаемой методикой параметры динамических перемещений лопатки находят методами нелинейной аппроксимации. При этом определяются параметры аппроксимирующей функции, описывающей колебательное движение лопатки – амплитуду, частоту и начальную фазу, путём обработки отсчётов сигнала ПП.

Для исследования работоспособности и помехоустойчивости предлагаемого способа определения параметров колебаний лопаток выполняется моделирование аддитивной смеси (4) дискретных гауссовых сигнала ПП и шума при различных отношениях сигнал–шум в рамках вычислительного эксперимента на ЭВМ. Вычислительный эксперимент целесообразно проводить для возможных в реальных радиотехнических устройствах значениях отношения сигнал–шум по мощности в диапазоне 10^4–10^8. Исходный дискретный гауссовый сигнал (3) рассчитывается по значениям амплитуды, частоты и начальной фазы колебаний лопаток. Дискретный гауссовый шум формируется для различных отношений сигнал–шум согласно (5). Результатом вычислительного эксперимента являются значения трёх указанных параметров, найденные в результате решения оптимизационной задачи.

Для оценки статистической погрешности определения искомых параметров для аддитивной смеси сигнала и шума при каждой комбинации значений исходных параметров A_i, $\omega_{лj}$, φ_k необходимо провести серию из N испытаний. При этом в соответствии с методикой [9] в качестве метрологической характеристики можно выбирать максимальное значение модуля погрешности оценки:

$$\Delta=\max\{|\Delta_n|\},\ n=1, \ldots, N,$$

где Δ_n – абсолютная погрешность определения параметра.

Число N испытаний зависит от доверительной вероятности P: если P=0,95, то N =29 независимо от закона распределения погрешностей.

Подробное описание порядка проведения вычислительного эксперимента дано в [6]. Кратко опишем действия, необходимые при проведении вычислительного эксперимента.

1. Протабулировать три входных параметра (амплитуду, частоту, начальную фазу) в их областях определения: $A\in(1\ldots10)$ мм; $\omega_л\in2\pi(100\ldots150)$ рад/сек; $\varphi\in(0\ldots\pi)$ рад, и получить трёхмерный массив входных параметров A_i, $\omega_{лj}$, φ_k.

2. Для каждой комбинации входных параметров A_i, $\omega_{лj}$, φ_k сформировать дискретный гауссовый сигнал (3).

3. Повторить эксперимент N=29 раз для каждой комбинации входных параметров, а именно:

сформировать гауссовый дискретный шум (3) и аддитивную смесь (5) с ним дискретного гауссового сигнала;

решить оптимизационную задачу для целевой функции (2), получив при этом выходные значения параметров;

проверить присутствие промахов по критерию Граббса, в случае их обнаружения исключить промахи и решить оптимизационную задачу дополнительное количество раз.

4. Определить максимальное значение модуля погрешностей оценки каждого из трёх параметров:

$$\Delta_A(i,j,k)=\max\{|\Delta_{An}|\};\ \Delta_\omega(i,j,k)=\max\{|\Delta_{\omega n}|\};\ \Delta_\varphi(i,j,k)=\max\{|\Delta_{\varphi n}|\},$$

где Δ_{An}, $\Delta_{\omega n}$, $\Delta_{\varphi n}$ – абсолютные погрешности определения соответствующего параметра при проведении n-го эксперимента; $n=1, \ldots, N$ – номер эксперимента.

Результатом эксперимента являются зависимости максимальных значений модулей погрешностей каждого параметра от исходных значений A_i, $\omega_{лj}$, φ_k.

Для инженерного анализа колебательных характеристик лопаток значимые параметры – амплитуда и частота колебаний лопатки [2, 3, 10], в то время как начальную фазу колебания в большинстве случаев определять не требуется. Поэтому были получены погрешности определения Δ_{An}, $\Delta_{\omega n}$ для нескольких фиксированных значений начальной фазы $\varphi_k=\varphi_1\ldots\varphi_{k\max}$ колебания лопатки и для дальнейшего рассмотрения выбраны максимальные погрешности

$$\Delta_A(i,j)=\max\{|\Delta_A(i,j,k)|\};\ \Delta_\omega(i,j)=\max\{|\Delta_\omega(i,j,k)|\},\ k=1, \ldots, k_{\max}.$$

Для общего сравнительного анализа целесообразно пронормировать полученные результаты к предельным значениям амплитуды $A_{пр}$=10 мм и частоты $F_{пр}$= 150 Гц, получив максимальные значения приведённой погрешности: $\delta A_{пр.max}=\Delta_A(i,j)/A_{пр}$; $\delta F_{пр.max}=\Delta_\omega(i,j)/(F_{пр})$. На рис. 1, *а*, *б* даны графические представления указанных погрешностей при отношении сигнал–шум Q=10^{10} (100 дБ).

Существующие проблемы и пути их решения. При подобном способе нахождения параметров колебаний лопаток возникают определенные проблемы. С геометрической точки зрения значения целевой функции (2) могут быть интерпретированы как высоты рельефа в пространстве исходных параметров A_i, $\omega_{лj}$, φ_k. Нелинейность целевой функции в зависимости от параметров и неоднозначность этих зависимостей приводят к значительной изрезанности рельефа целевой функции.

При решении оптимизационной задачи для уравнения (2) было установлено, что имеются значения параметров A_i, $\omega_{лj}$, φ_k, которые, будучи оптимальными в смысле минимума целевой функции, не являются оптимальными с экспертной точки зрения, т. е. приводят к неверным результатам.

it11+15.indd 43 10.12.17 17:04

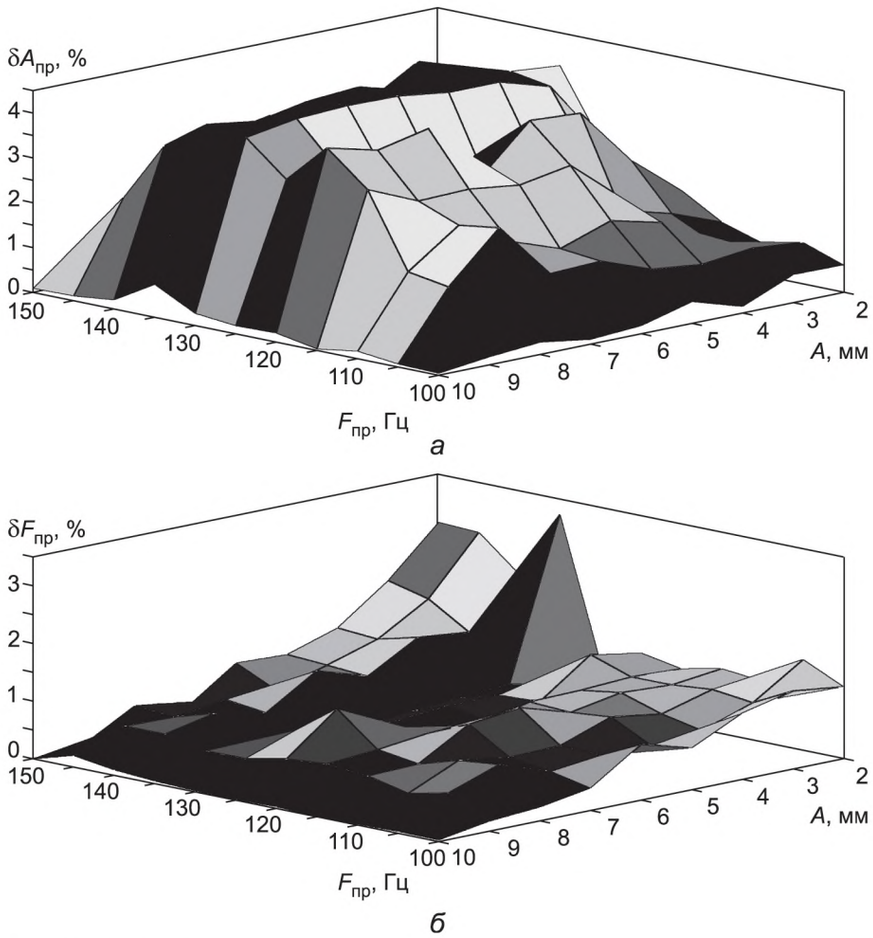

Рис. 1. Максимальные приведённые погрешности определения амплитуды (*а*) и частоты (*б*) колебаний лопаток турбин

Оптимальным называется решение, которое минимизирует или максимизирует критерий качества оптимизационной модели (критерий оптимальности) при заданных условиях и ограничениях данной модели и соответствует глобальному экстремуму. Субоптимальное решение обусловлено локальным экстремумом критерия оптимальности. Дальнейшее исследование таких субоптимальных решений показало, что причиной их появления является изрезанность рельефа целевой функции в пространстве исходных параметров и значительная зависимость получаемого решения от начального приближения – выбора исходной точки.

Для нахождения глобального минимума целевой функции авторы настоящей статьи предлагают применять метод MultiStart пакета Global Optimization из состава пакета математического моделирования MATLAB. Метод MultiStart позволяет находить множественные локальные минимумы целевой функции и глобальный минимум. При этом используется эффективный локальный решатель fmincon, поддерживающий использование градиентов целевой функции и ограничений в виде равенств и неравенств. Метод MultiStart генерирует множество стартовых точек, передает их локальному решателю, запускает решатель в работу и по окончании работы локального решателя создаёт вектор, содержащий найденные локальные минимумы и возвращает наилучший из них как глобальный минимум.

Применение метода MultiStart значительно сокращает чувствительность предлагаемого способа определения параметров колебаний лопаток к появлению субоптимальных решений, но не исключает их полностью. Чтобы из нескольких субоптимальных решений выделить решение, оптимальное как в смысле минимума целевой функции, так и с экспертной точки зрения, необходимо учесть дополнительное условие. Дополнительное условие может быть сформировано на основе:

условий проверки реализуемости механической колебательной системы (с помощью граничных условий-неравенств);

известных колебательных характеристик лопатки, полученных, например, при испытаниях лопатки на вибростенде;

анализа временных интервалов между импульсами ПП конкретной лопатки через один или несколько оборотов лопаточного колеса.

В последнем случае дополнительное условие можно записать как условие сравнения аппроксимированного сигнала с определёнными параметрами (найденными по результатам аппроксимаций) колебаний лопатки на первом обороте лопаточного колеса с сигналом ПП на следующем обороте лопаточного колеса. Уравнение гауссова сигнала ПП от контролируемой лопатки через оборот лопаточного колеса имеет вид

$$s_{rT} = s_r(t-T) = A_r \exp\left\{-[t-T+A\sin(\omega_л t+\varphi)/(R\omega_к)]^2/(2a_t^2)\right\},$$

где T – период вращения лопаточного колеса.

Тогда дополнительное условие в виде ограничения-равенства для нахождения оптимального решения можно записать следующим образом:

$$F_T(A,\omega_л,\varphi) = \sum_{m=1}^{M}\left\{s_{r2} - A_r \exp\left[-(t_m - T + A\sin(\omega_л t_m+\varphi)/(R\omega_к))^2/(2a_t^2)\right]\right\}^2 \Big/ \sum_{m=1}^{M} s_{r2}^2. \quad (6)$$

Графические представления максимальных приведённых погрешностей определения амплитуды и частоты колебаний (см. рис. 1) получены при решении оптимизационной задачи с учётом функции ограничения-равенства (6). Также

it11+15.indd 44 10.12.17 17:04

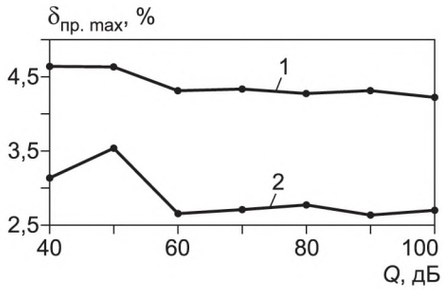

Рис. 2. Зависимости максимальных приведённых погрешностей определения амплитуды (*1*) и частоты (*2*) лопаток турбин при разных отношениях сигнал–шум

исследованы зависимости указанных максимальных погрешностей от отношения сигнал–шум исходного сигнала ПП, результаты представлены на рис. 2.

Заключение. Параметры колебаний торца лопатки – амплитуду, частоту и начальную фазу – можно непосредственно определить по результатам анализа изменений формы информационного сигнала ПП с использованием предложенного способа, основанного на нелинейной аппроксимации сигнала ПП. Проведённое вычислительное моделирование показало работоспособность предложенного способа в широком эксплуатационном диапазоне значений амплитуды, частоты и начальной фазы колебаний лопаток. Выполнены графические представления максимальной приведённой погрешности определения искомых параметров.

Применение метода MultiStart пакета математического моделирования MATLAB позволило исключить субоптимальные решения, вызванные неоптимальным заданием начального приближения алгоритма и обладающие увеличенной погрешностью параметров колебаний лопатки. Дальнейшее уменьшение данной погрешности необходимо проводить с использованием дополнительных физических условий, представленных в виде условий-равенств и условий-неравенств. Так, применение дополнительного условия, сформированного на основании равенства искомых параметров импульса контролируемой лопатки с задержкой на один оборот лопаточного колеса, позволяет в несколько раз дополнительно уменьшить эту погрешность.

Установлено, что вычислительное моделирование зависимости максимальной погрешности определения параметров колебания лопатки можно использовать в диапазоне реальных для радиотехнических цепей отношений сигнал–шум.

Литература

1. **Применение. Промышленная эндоскопия.** М.: ООО «ОЛИМПАС МОСКВА». [Электрон. версия]. http://www.olympus.co.ru/industr-use.html (дата обращения 15.06.2017).

2. **Заблоцкий И. Е., Коростелев Ю. А., Шипов Р. А.** Бесконтактные измерения колебаний лопаток турбомашин. М.: Машиностроение, 1977.

3. **Методы** и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок / Под ред. Ю. Н. Секисова, О. П. Скобелева. Самара: Самарский научный центр РАН, 2001.

4. **Чернявский А. Ж., Данилин А. И., Данилин С. А**. Преобразователи параметров динамических перемещений лопаток турбоагрегатов, основанные на нелинейной аппроксимации первичных сигналов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С. П. Королёва. 2012. № 7(38). С. 117–123.

5. **Пат. № 2584723 РФ.** Способ определения параметров колебаний лопаток вращающегося колеса турбомашины и устройство для его осуществления / Данилин А. И., Чернявский А. Ж., Данилин С. А., Грецков А. А. // Изобретения. Полезные модели. 2016. № 14.

6. **Чернявский А. Ж., Данилин С. А.** Алгоритм оценки помехоустойчивости способа определения параметров колебаний лопаток турбоагрегатов на основе нелинейной аппроксимации сигналов первичных преобразователей // Известия Самарского научного центра РАН. 2016. Т. 18. № 4. С. 161–165.

7. **Пантелеев А. В., Летова Т. А.** Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие / 2-е изд. М.: Высш. шк., 2005.

8. **Тихонов В. И., Харисов В. Н.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.

9. **РТМ 25139–74.** Руководящие технические материалы. Методы нормирования метрологических характеристик, оценки и контроля характеристик погрешностей средств статистических измерений.

10. **Кластерные** методы и средства измерения деформаций статора и координат смещений торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях / Под общ. ред. О. П. Скобелева М.: Машиностроение, 2011.

Дата принятия: 18.07.2017.

it11+15.indd 45 10.12.17 17:04