

Восстановление входных сигналов дискретных динамических систем

И. В. БОЙКОВ, Н. П. КРИВУЛИН

Пензенский государственный университет,
Пенза, Россия, e-mail: i.v.boykov@gmail.com, krivulin@bk.ru

Рассмотрены методы восстановления входных сигналов динамических систем с распределёнными параметрами, основанные на методах непараметрической и параметрической идентификации. Предложенные методы позволяют восстанавливать входные сигналы с точностью до вычислительной погрешности.

Ключевые слова: идентификация, редукция к идеальному прибору, динамические системы, импульсная переходная функция, вычислительные алгоритмы.

The methods for restoring of the input signals of dynamic systems with distributed parameters are investigated. Study is based on methods of identification and parameter identification. The offered methods give the opportunity for restoring input signals of dynamical systems with computing error accuracy.

Key words: dynamical systems, identification, reduction to ideal device, impulse response function, computational algorithms.

Одной из важнейших проблем в измерительной технике является восстановление входного сигнала измерительного преобразователя по известной импульсной переходной функции (ИПФ) и выходному сигналу этого преобразователя. Данный вопрос возникает в теориях управления (при коррекции систем управления) и распознавания образов, встречается он в теории связи, когда необходима коррекция и фильтрация сигналов от внутриканальных искажений и шумов, а также в других прикладных задачах. Подробный обзор методов восстановления входных сигналов и определения аппаратных функций приведён в [1–6].

Восстановление входных сигналов, искажённых измерительными приборами, линиями передач или внешними воздействиями, описано Релеем. Он поставил задачу создать алгоритм, в результате применения которого по функции, наблюдаемой на выходе прибора, можно восстановить входную функцию. Такую задачу можно рассматривать как редукцию к идеальному прибору [2, 3, 7, 8]. Существуют два принципиальных подхода к решению этой задачи. Априорный метод состоит в том, что минимальных искажений в системе приёма сигнала можно добиться при совершенствовании конструкции прибора, а апостериорный заключается в восстановлении сигналов по определённым алгоритмам, учитывающим влияние средств измерений и внесённых помех на искажение входного сигнала [2].

В данной работе для восстановления входного сигнала использованы оба подхода, основанные на алгоритмических методах идентификации дискретных динамических систем с распределёнными параметрами. Алгоритмические методы описаны уравнением

$$\sum_{l=0}^k g(k, l)x(l) = f(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где $g(k, l)$ – ИПФ системы; $x(l)$ – входной сигнал, подлежащий

восстановлению; $f(k)$ – известный выходной сигнал.

Постановка задачи. Требуется восстановить исследуемые параметры входного сигнала в том виде, в котором они поступают на вход измерительной системы, т. е. скорректировать искажения, вносимые измерительным преобразователем.

В статье изложены разные способы восстановления входных сигналов дискретных динамических систем с распределёнными параметрами. В качестве первого способа рассмотрена возможность коррекции искажений вычислительным устройством, в роли которого может быть микроконтроллер или персональный компьютер. Второй – метод аппаратной коррекции – заключается в аппаратной реализации оператора, обратного оператору, моделирующему измерительный преобразователь. Предложенные авторами способы основаны на методах идентификации и параметрической идентификации дискретных динамических систем с распределёнными параметрами. В работах [8, 9] описаны методы, применяемые для непрерывных систем, а в [10, 11] – для дискретных.

Восстановление входных сигналов дискретных систем. Рассмотрим дискретную динамическую систему, функционирование которой описано уравнением

$$y(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g(k, l)x(l), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $y(k)$ – выходной сигнал.

Зная ИПФ $g(k, l)$ динамической системы (1) и выходной сигнал $y(k)$, можно восстановить входной сигнал $x(k)$.

Восстановление входного сигнала по разностному уравнению. Воспользовавшись уравнением (1), построим разностное уравнение с переменными коэффициентами $a_0(k), \dots, a_n(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$:

$$a_n(k)y(k+n) + a_{n-1}(k)y(k+n-1) + \dots + a_0(k)y(k) = x(k). \quad (2)$$

Если коэффициенты $a_0(k), \dots, a_n(k)$ известны, то входной сигнал можно восстановить по формуле (2).

Замечание 1. Если известны значения выходного сигнала $y(k)$ при всех $k=0, 1, 2, \dots$ и значения ИПФ $g(k, l)$ при всех $k, l=0, 1, 2, \dots$, а $g(k, k) \neq 0$, $k=0, 1, \dots$, то восстановление входного сигнала $x(k)$ осуществляется по рекуррентной формуле

$$x(k) = \frac{1}{g(k, k)} \left(y(k) - \sum_{l=0}^{k-1} g(k, l)x(l) \right).$$

Однако и в этом случае предварительное определение коэффициентов уравнения (2) представляет интерес, так как при $k \rightarrow \infty$ значения $g(k, k) \rightarrow 0$ и операция деления приводит к значительной погрешности (особенно, когда делимое $y(k)$ уже задано с погрешностью).

Опишем алгоритм восстановления коэффициентов разностного уравнения (2). Предположим, что порядок n уравнения (2) известен. Поставим в соответствие уравнению (2) эквивалентное разностное уравнение

$$b_n(k)\Delta^n y(k) + b_{n-1}(k)\Delta^{n-1}y(k) + \dots + b_0(k)y(k) = x(k), \quad (3)$$

где $\Delta^n y(k)$ – разность n -го порядка.

Тогда

$$\begin{cases} \Delta y(k) = y(k+1) - y(k); \\ \Delta^2 y(k) = \Delta[\Delta y(k+1) - \Delta y(k)] = y(k+2) - 2y(k+1) + y(k); \\ \dots \\ \Delta^n y(k) = \Delta[\Delta^{n-1}y(k+1) - \Delta^{n-1}y(k)] = \sum_{m=0}^n (-1)^{n-m} C_n^m y(k+m). \end{cases}$$

Коэффициенты уравнений (2), (3) связаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} a_n(k) &= b_n(k); \\ a_{n-1}(k) &= C_{n-1}^{n-1}b_{n-1}(k) - C_{n-1}^{n-2}b_n(k) = b_{n-1}(k) - nb_n(k); \\ \dots \\ a_0(k) &= b_0(k) - b_1(k) + b_2(k) - \dots - (-1)^n b_n(k) = \sum_{m=0}^n (-1)^m b_m(k). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для определения коэффициентов $a_0(k), a_1(k), \dots, a_n(k)$ из уравнения (2) достаточно найти коэффициенты $b_0(k), b_1(k), \dots, b_n(k)$, $k=0, 1, 2, \dots$ уравнения (3).

Чтобы вычислить коэффициенты $b_0(k), b_1(k), \dots, b_n(k)$, по известной ИПФ $g(k, l)$ найдём виртуальные входные сигналы $x_i(k)$, $i=1, 2, \dots, n+1$, такие, чтобы им соответствовали выходные сигналы

$$y_i(k) = k^{(i-1)}, \quad i=1, \dots, n+1 \quad (5)$$

где

$$k^{(0)} = 1(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k \geq 0; \\ 0 & \text{при } k < 0; \end{cases}$$

$$k^{(1)} = \begin{cases} k & \text{при } k \geq 0; \\ 0 & \text{при } k < 0; \end{cases}$$

$$k^{(2)} = \begin{cases} k(k-1) & \text{при } k \geq 1; \\ 0 & \text{при } k < 1; \end{cases}$$

$$k^{(n)} = \begin{cases} k(k-1), \dots, (k-n+1) & \text{при } k \geq n-1; \\ 0 & \text{при } k < n-1. \end{cases}$$

Обобщённые степенные функции $k^{(i)}$ удовлетворяют условиям [12]:

$$\begin{cases} \Delta k^{(n)} = nk^{(n-1)}, \Delta^2 k^{(n)} = n(n-1)k^{(n-2)}; \\ \dots \\ \Delta^n k^{(n)} = n!k^{(0)} = n!1(k), \Delta^{n+1}k^{(n)} = 0 \quad \text{при } k > 0. \end{cases}$$

Используя ИПФ $g(k, l)$, представим каждый из виртуальных выходных сигналов (5) в виде уравнений

$$\begin{aligned} y_1(k) &= \sum_{l=0}^k g(k, l)x_1(l); \quad y_2(k) = \sum_{l=0}^k g(k, l)x_2(l), \dots; \\ y_{n+1}(k) &= \sum_{l=0}^k g(k, l)x_{n+1}(l). \end{aligned} \quad (6)$$

Из решения уравнений (6) (в предположении, что $g(k, k) \neq 0$) получим последовательности виртуальных входных сигналов, отвечающих функциям из множества (5) выходных сигналов.

Так как функции $k^{(i)}$, $i=0, 1, \dots, n$ заданы в аналитическом виде, то операция деления выходного сигнала $k^{(i)}$ на $g(k, k)$ при условии, что $g(k, k) \neq 0$, не приводит к большой погрешности.

Располагая значениями $x_i(k)$, $i=1, 2, \dots, n+1$, находим коэффициенты

$$\begin{cases} b_0(k) = x_1(k); \\ b_1(k) = x_2(k) - b_0(k)k^{(1)}; \\ b_2(k) = \frac{1}{2!}(x_3(k) - 2b_1(k)k^{(1)} - b_0(k)k^{(2)}); \\ \dots \\ b_n(k) = \frac{1}{n!}(x_{n+1}(k) - n(n-1)\dots 2b_{n-1}(k)k^{(1)} - \dots - b_1(k)nk^{(n-1)} - b_0(k)k^{(n)}) \end{cases}$$

Искомые коэффициенты исходного разностного уравнения (2) найдём из соотношений (4). Восстановление входного сигнала выполним по формуле

$$x(k) = a_n(k)y(k+n) + a_{n-1}(k)y(k+n-1) + \dots + a_0(k)y(k), \quad k=0, 1, 2, \dots$$

Для этого при каждом k проведём последовательные вычисления, которые будем останавливать при определённых условиях, зависящих от характера рассматриваемой задачи (правила останова). Здесь эти правила не рассматриваются.

Остановимся на случае, когда порядок n уравнения (2) заранее неизвестен. Для его определения требуется выполнение условий

$$\begin{cases} |a_n(k)| < \varepsilon; \\ |a_n(k)y(k+n) + a_{n-1}(k)y(k+n-1) + \dots + a_0(k)y(k) - \hat{x}(k)| < \varepsilon, \end{cases}$$

где ε – заданная погрешность восстановления входного сигнала $x(k)$; n – наименьшее натуральное число, начиная с которого выполняются приведённые выше условия; $\hat{x}(k)$, $\hat{y}(k)$ – некоторые виртуальные входной и выходной сигналы из-

мерительного преобразователя, связанные между собой выражением

$$\hat{y}(k) = \sum_{l=0}^k g(k, l) \hat{x}(l). \quad (7)$$

В качестве виртуального входного сигнала можно взять $\hat{x}(l) = 1(l)$, а соответствующие значения виртуального выходного сигнала $\hat{y}(k)$ вычислить по формуле (7).

Достоинство предложенного метода заключается в том, что при известной ИПФ системы для восстановления коэффициентов разностного уравнения не требуются реальные испытания.

Восстановление входного сигнала дискретных динамических систем методом коррекции выходного сигнала. Пусть функционирование первичного измерительного преобразователя описывается уравнением (1). Требуется построить измерительную систему, состоящую из первичного измерительного преобразователя и корректирующего устройства, функционирование которого задано уравнением

$$x(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g_{k,y}(k, l) y(l), \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad l=0, 1, 2, \dots, \quad (8)$$

где $g_{k,y}(k, l)$ – ИПФ корректирующего устройства.

В формуле (8) в качестве входного сигнала выступает $y(l)$ – выходной сигнал измерительного преобразователя, описываемого формулой (1), а выходного сигнала $x(k)$ – входной сигнал из (1). Структурная схема включения корректирующего устройства в измерительную систему приведена на рисунке.

Определим корректирующее устройство, которое обрабатывает выходной сигнал по формуле (8), в которой выходной сигнал $x(k)$ – эталонный входной сигнал в уравнении (1).

Пусть на вход динамической системы, описываемой уравнением (1), подаётся входной сигнал $x(k)$. Тогда соответствующий выходной сигнал обозначим $y(k)$. Требуется по серии тестовых эталонных входных сигналов $x_s(k)$ и соответствующих выходных сигналов $y_s(k)$ построить алгоритм обработки выходного сигнала $y(k)$, в результате применения которого будет восстановлен входной сигнал $x(k)$, т. е. нужно найти ИПФ $g_{k,y}(k, l)$ корректирующего устройства. Для этого применим метод определения ИПФ по двум тестовым сигналам, который основан на утверждении, представленном ниже.

Пусть последовательность $\{g(k, l)\}$ удовлетворяет условию, при котором Z-преобразование последовательности $\{g(k, l)\}$ по переменной k имеет вид

$$Z[g(k, l)] = \sum_{k=0}^{\infty} g(k, l) z^{-k} = \hat{G}(z)[q(z)]^{-l}, \quad l=0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где $\hat{G}(z)$, $q(z)$ – некоторые аналитические функции.

Тогда Z-преобразование уравнения (1) запишем как

$$Y(z) = \hat{G}(z)X(q(z)). \quad (10)$$

Если условие (9) выполнено, то можно найти z-пре-

образование выражения (1).

Имеем

$$Z[y(k)] = Z\left[\sum_{l=0}^{\infty} g(k, l)x(l)\right] = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\sum_{l=0}^{\infty} g(k, l)x(l)\right) z^{-k}.$$

Изменив порядок суммирования по k, l , получим

$$Y(z) = \sum_{l=0}^{\infty} x(l) \left(\sum_{k=0}^{\infty} g(k, l) z^{-k}\right) = \hat{G}(z) \sum_{l=0}^{\infty} x(l) [q(z)]^{-l} = \hat{G}(z) X(q(z)),$$

т. е. справедливо выражение (10).

Пусть для ИПФ $g_{k,y}(k, l)$ выполнено условие (9):

$$Z[g_{k,y}(k, l)] = \sum_{k=0}^{\infty} g_{k,y}(k, l) z^{-k} = \hat{G}_{k,y}(z)[q_{k,y}(z)]^{-l}, \quad l=0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Определим по двум виртуальным входным сигналам $x_{ai}(l)$, $i=1, 2$, $l=0, 1, 2, \dots$, и соответствующим выходным сигналам $y_i(k)$, $i=1, 2$, $k=0, 1, 2, \dots$, системы (1) ИПФ $g_{k,y}(k, l)$ корректирующего устройства:

$$x_{ai}(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g_{k,y}(k, l) y_i(l), \quad i=1, 2; \quad l=0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Пусть

$$X_{ai}(z) = Z[x_{ai}(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x_{ai}(k) z^{-k}, \quad Y_i(z) = Z[y_i(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} y_i(k) z^{-k} -$$

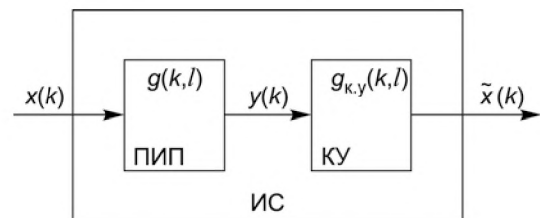
Z-преобразования последовательностей $x_{ai}(k)$, $y_i(k)$, $i=1, 2$; $k=0, 1, 2, \dots$

Учитывая условие (11) и применяя к (12) Z-преобразование, приходим к системе алгебраических уравнений относительно функций $\hat{G}_{k,y}(z)$, $q_{k,y}(z)$:

$$\begin{cases} \hat{G}_{k,y}(z) X_{a1}(q_{k,y}(z)) = Y_1(z); \\ \hat{G}_{k,y}(z) X_{a2}(q_{k,y}(z)) = Y_2(z). \end{cases} \quad (13)$$

Решив систему (13), найдём искомые функции $\hat{G}_{k,y}(z)$, $q_{k,y}(z)$. Тогда функция $G_{k,y}(z, l)$ будет иметь вид

$$G_{k,y}(z, l) = \hat{G}_{k,y}(z)[q_{k,y}(z)]^{-l}.$$



Структурная схема измерительной системы с аппаратной коррекцией: ИС – измерительная система; ПИП – первичный измерительный преобразователь с импульсной переходной функцией $g(k, l)$; КУ – корректирующее устройство с импульсной переходной функцией $g_{k,y}(k, l)$; $x(k)$ – входной сигнал измерительной системы первичного измерительного преобразователя; $y(k)$ – выходной сигнал первичного измерительного преобразователя; $\tilde{x}(k)$ – выходной сигнал измерительной системы

Т а б л и ц а 1
Восстановленные значения импульсной переходной функции

k	l							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	-3	1	0	0	0	0	0	0
3	9	-3	1	0	0	0	0	0
4	-27	9	-3	1	0	0	0	0
5	81	-27	9	-3	1	0	0	0
6	-243	81	-27	9	-3	1	0	0
7	729	-243	81	-27	9	-3	1	0

Импульсную переходную функцию $g_{k,y}(k, l)$ найдём как обратное Z-преобразование по формуле обращения

$$g_{k,y}(k, l) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C G_{k,y}(z, l) z^{k-1} dz =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \oint_C \hat{G}_{k,y}(z) [q_{k,y}(z)]^{-1} z^{k-1} dz, \quad k, l = 0, 1, 2, \dots,$$

где контур интегрирования C содержит все особые точки функции $G_{k,y}(z, l) = \hat{G}_{k,y}(z) [q_{k,y}(z)]^{-1}$.

Входной сигнал будем восстанавливать по формуле

$$x(k) = \sum_{l=0}^{\infty} g_{k,y}(k, l) y(l), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Т а б л и ц а 2

Восстановленные значения коэффициентов $a_0(k), a_1(k)$ уравнения (17)

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$a_0(k)$	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000
$a_1(k)$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Модельный пример. Пусть в результате тестовых испытаний при входных эталонных сигналах

$$x_1(k) = \frac{1}{2^{k+1}} \left[\sin\left(\frac{\pi}{5} + \frac{\pi k}{5}\right) + 6 \sin\left(\frac{\pi k}{5}\right) \right];$$

$$x_2(k) = \frac{1}{4^{k+1}} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{5} + \frac{2\pi k}{5}\right) + 12 \sin\left(\frac{2\pi k}{5}\right) \right]. \quad (14)$$

соответствующие выходные сигналы первичного измерительного преобразователя будут

$$y_1(k) = \frac{1}{2^k} \sin\left(\frac{\pi k}{5}\right); \quad y_2(k) = \frac{1}{2^{2k}} \sin\left(\frac{2\pi k}{5}\right). \quad (15)$$

Т а б л и ц а 3
Точные $x(k)$ и восстановление $\hat{x}(k)$ значения входных сигналов

k	По формуле (17)		По формуле (18)	
	$x(k)$	$\hat{x}(k)$	$x(k)$	$\hat{x}(k)$
0	0	0	0	0
1	4	4	4	4
2	4	4	4	4
3	3	3	3	3
4	2	2	2	2
5	1,250	1,250	1,2500	1,2500
6	0,750	0,750	0,7500	0,7500
7	—	—	0,3750	0,3750

Требуется по данным эталонным входным сигналам (14) и соответствующим выходным сигналам (15) построить математическую модель корректирующего устройства, позволяющую в процессе эксплуатации динамической системы по выходному сигналу $y(k)$ восстанавливать входной сигнал $x(k)$.

Построение математической модели проведём двумя способами.

Первый способ. Построим математическую модель измерительной системы в виде разностного уравнения

$$a_n(k)y(k+n) + a_{n-1}(k)y(k+n-1) + \dots + a_0(k)y(k) = x(k). \quad (16)$$

В уравнении (16) $x(k), y(k), k = 0, 1, 2, \dots$ – входной и выходной сигналы, соответственно.

Отметим, что в рассматриваемом примере выходные сигналы $y_i(k), i = 1, 2; k = 0, 1, 2, \dots$, получены при подаче на вход динамической системы эталонных входных сигналов (14). Система описывается разностным уравнением

$$a_1 y(k+1) + a_0 y(k) = x(k), \quad (17)$$

где $a_0 = 3, a_1 = 1$ – постоянные коэффициенты. Начальное значение $y(0) = 0$.

Для определения коэффициентов уравнения (16) восстановим ИПФ измерительной системы. В табл. 1 приведены восстановленные значения ИПФ измерительной системы, описываемой уравнением (1) для $k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Для восста-

Т а б л и ц а 4
Восстановленные значения импульсной переходной функции корректирующего устройства

k	l							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	3	1	0	0	0	0	0	0
1	0	3	1	0	0	0	0	0
2	0	0	3	1	0	0	0	0
3	0	0	0	3	1	0	0	0
4	0	0	0	0	3	1	0	0
5	0	0	0	0	0	3	1	0
6	0	0	0	0	0	0	3	1
7	0	0	0	0	0	0	0	3

новления коэффициентов разностного уравнения (17) воспользуемся алгоритмом, представленным ранее. Значения восстановленных коэффициентов $a_0(k), a_1(k)$ уравнения (17) приведены в табл. 2. Напомним, что точные значения коэффициентов равны $a_0(k)=3, a_1(k)=1$.

Пусть в процессе эксплуатации измерительного преобразователя, который описывается уравнением (17), на его вход подаётся сигнал $x(k)=k2^{3-k}$. При этом наблюдается выходной сигнал $y(k)$, значения которого рассчитаны по формуле (17): при $k=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ $y(k)=0, 0, 4, -8, 27, -79, 238, 250, -714$, соответственно.

Воспользовавшись этими значениями и восстановленными значениями коэффициентов $a_0(k), a_1(k)$, восстановим значения $\hat{x}(k)$ входных сигналов.

Второй способ. Построим математическую модель измерительной системы с корректирующим устройством (см. рисунок). Уравнение корректирующего устройства запишем в виде

$$x(k) = \sum_{l=0}^7 g_{k,y}(k, l) y(l), k=0, 1, 2, \dots, 7. \quad (18)$$

В табл. 3 приведены точные $x(k)$ и восстановленные $\hat{x}(k)$ значения входных сигналов динамической системы, моделируемой разностным уравнением (17), и рассчитанные по формуле (18).

Значения восстановленной ИПФ корректирующего устройства $g_{k,y}(k, l)$ приведены в табл. 4.

Заключение. Предложены алгоритмы восстановления входных сигналов дискретных динамических систем с распределёнными параметрами по различной априорной информации. Показана возможность алгоритмического и схемного решения проблемы редукции к идеальному прибору.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-01-594).

Л и т е р а т у р а

1. **Бойков И. В., Кривулин Н. П.** Аналитические и численные методы идентификации динамических систем: монография. Пенза: Изд-во ПГУ, 2016.

2. **Василенко Г. И.** Теория восстановления сигналов. М.: Советское радио, 1979.

3. **Василенко Г. И., Тараторин А. М.** Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986.

4. **Пупков К. А., Егупов Н. Д.** Методы классической и современной теории автоматического управления: учебное пособие. Т. 1–5. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.

5. **Хургин Я. И., Яковлев В. П.** Фinitные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971.

6. **Сизиков В. С.** Устойчивые методы обработки результатов измерений. СПб.: Специальная литература, 1999.

7. **Раутиан С. Г.** Реальные спектральные приборы // Успехи физических наук. 1958. Т. LXV. Вып. № 3. С. 475–517.

8. **Бойков И. В., Кривулин Н. П.** Восстановление параметров линейных систем, описываемых дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами // Измерительная техника. 2013. № 4. С. 6–10.

9. **Бойков И. В., Кривулин Н. П.** Определение временных характеристик линейных систем с распределёнными параметрами // Метрология. 2012. № 8. С. 3–14.

10. **Бойков И. В., Кривулин Н. П.** Идентификация дискретных динамических систем с распределёнными параметрами // Известия высших учебных заведений: Поволжский регион. Физико-математические науки. 2014. № 2 (30). С. 34–49.

11. **Бахтадзе Н. Н., Лотоцкий В. А., Максимов Е. М., Максимова Н. Е.** Интеллектуальные алгоритмы идентификации состояния энергообъектов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2011. № 3. С. 45–50.

12. **Гельфонд А. О.** Исчисление конечных разностей. М.: ГИФМЛ, 1959.

Дата принятия: 04.04.2017.