

Трёхмерные экраны для измерения ненормализованных моментов

Г. П. АРУМОВ, А. В. БУХАРИН

Институт космических исследований РАН, Москва, Россия, e-mail: tumbul@iki.rssi.ru

Описана конструкция трёхмерных экранов и методика их применения для определения параметров рассеивающих частиц. Предложен метод измерения ненормализованных моментов (до шестого порядка) с помощью трёхмерных экранов. Показано, что ненормализованный момент можно измерить по ослаблению мощности излучения, сформированного последовательностью трёхмерных экранов, число которых определяет порядок измеряемого момента. Ненормализованные моменты содержат информацию об эквивалентном сечении рассеивающих частиц и функции распределения частиц по площади поперечных сечений.

Ключевые слова: 3D-экраны, 2D-экраны, ненормализованный момент, рассеяние, перфорированный экран, пропускание.

The design of three-dimensional screens and the methods of their application for determining the parameters of scattering particles are described. A method for measuring non-normalized moments (up to the sixth order) is proposed using three-dimensional screens. It is shown that the non-normalized moment can be measured by the attenuation of the radiation power generated by the sequence of three-dimensional screens, the number of which determines the order of the measured moment. The non-normalized moments contain information on the equivalent cross section of scattering particles and the distribution function of the particles over the cross-sectional area.

Key words: 3D-screens, 2D-screens, non-normalized moment, scattering, perforated screen, transmission.

Актуальной проблемой в задачах дистанционного зондирования сред, содержащих рассеивающие частицы, является сопоставление микроструктур исследуемой и смоделированной рассеивающих сред [1]. Такие задачи часто возникают при лазерном зондировании атмосферы. Частицы, образующие исследуемую среду, характеризуются значительным объёмом микрофизических параметров, к которым относятся, например, параметры логнормального распределения частиц по размерам [2]. Во время дистанционного зондирования указанные параметры оценивают при решении некорректной обратной задачи [3] с последующим определением заутеровского диаметра, т. е. диаметра сферической частицы, имеющей такое же отношение объёма к площади поверхности, как и рассматриваемая частица. Этот размер – заутеровский диаметр – можно использовать для описания эквивалентной рассеивающей среды, морфологии частиц и их дисперсного состава. Смоделировать заутеровский диаметр можно методами, основанными на светорассеянии и нефелометрии [4]. Рассеивающие частицы, как правило, имеют разные формы и размеры, обусловленные множеством различных параметров: диаметрами Ферета и Мартина, коэффициентом сферичности и т. д. [5]. Однако для уточнения характеристик обратного сигнала достаточно рассчитать коэффициенты обратного рассеяния и экстинкции, вычисление же всех перечисленных параметров является избыточным. Поэтому предпочтительнее измерять не заутеровский диаметр частиц, а их поперечные сечения.

В научной статье [6] для определения параметров рассеивающих частиц при дистанционном зондировании предложен метод ненормализованных моментов. Эквивалентные сечения рассеивающих неоднородностей можно найти с помощью цифровых микрофотографий. Эквивалентное сечение рассчитывается как отношение ненормализованных моментов

второго и первого порядков для площади поперечных сечений частиц, а также на основании углового размера ореола пучка, прошедшего через перфорированный экран. Распределение частиц (в том числе несферических) по сечениям обусловлено ненормализованными моментами более высоких порядков – до четвёртого включительно.

Для обоснования метрологического обеспечения проводят независимые измерения ненормализованных моментов оптическими методами. Сечения частиц, образующих рассеивающий объект (среду, слой) можно также определить при измерениях ненормализованных моментов. Наибольший интерес представляют методы, основанные на обратном рассеивании и пропускании рассеивающих объектов, так как такие величины можно измерить с помощью лидара. Указанные методы достаточно перспективны и для измерений несферических частиц. Для реализации метода ненормализованных моментов, предложенного в работе [6], требуются модельные объекты, а также необходимо установить связь между микрофизическими параметрами этих объектов и соответствующими параметрами частиц в рассеивающей среде. При этом возникает вопрос о структуре модельного рассеивающего объекта, микрофизические свойства которого можно определить лидаром упругого рассеяния. В качестве модельных объектов авторы настоящей статьи предлагают использовать трёхмерные экраны.

Перфорированный трёхмерный экран. Такой трёхмерный экран (3D-экран) изготовлен на основе плоского перфорированного 2D-экрана, выполненного по микрофотографиям частиц. Изображения частиц на 2D-экране соответствуют пятна с максимальным пропусканием, а фон экрана имеет минимальное пропускание. Разработанный в данной работе 3D-экран представляет собой круглый цилиндр длиной L . Основание цилиндра – 2D-экран со сквозными и оптически изолированными друг от друга материа-

лом цилиндра отверстиями. В 3D-экране каждое отверстие является сечением любой частицы на 2D-экране. Таким образом, предложенный авторами настоящей статьи 3D-экран можно представить как 2D-экран некоторой толщины L .

На рис. 1 показан способ измерений ненормализованных моментов первого и второго порядков с помощью разработанного 3D-экрана. Пусть в отсутствие 2D- и 3D-экранов плоская волна 1, имеющая интенсивность I_0 , проходит через рассеивающую плёнку 2. Рассеивающая плёнка формирует входной поток излучения 3 для входного отверстия радиусом r бруска 4. Данное отверстие является цилиндрическим каналом длиной L . Поток Φ_0 излучения 3, выходящий из рассеивающего слоя и входящий в цилиндр 5, составляет

$$\Phi_0 = \pi r^2 I_0.$$

Поток излучения рассеивается внутренней стенкой канала, поэтому коэффициент рассеяния должен быть минимальным для устранения влияния бликов внутри бруска. На выходе из цилиндрического канала бруска поток излучения 6 регистрируется приёмным каналом 7. В качестве приёмного канала можно использовать интегрирующую сферу или окно фотоэлектронного умножителя.

Если 2D- и 3D-экраны не установлены (как в рассматриваемом случае), то выходной поток 6 можно представить следующим образом:

$$\Phi_1 = \Phi_0 G_L \left(\frac{T}{G_S} \right) \frac{S_{ан}}{L^2} \text{ при } \pi r^2 / L^2 \ll 1,$$

где T – пропускание рассеивающего слоя; G_L – коэффициент, позволяющий выразить телесный угол пучка 6 через телесный угол $S_{ан}/L^2$; $S_{ан} = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения отверстия; G_S – угловой коэффициент рассеяния для установленной плёнки.

В случае равномерного рассеяния пучка (с углом φ при вершине) внутри конической поверхности угловой коэффициент рассеяния составит $G_S = 2\pi(1 - \cos\varphi)$. Для рассеивающей плёнки коэффициент G_S определяет эффективный конический угол $\varphi_{вх}$ рассеяния (см. рис. 1), так как вычислив этот коэффициент, можно определить эффективный телесный угол G_L рассеяния для слоя 2. При изотропном рассеянии $G_S = 2\pi$ ($\varphi_{вх} = \pi/2$), а для постоянной по всем направлениям

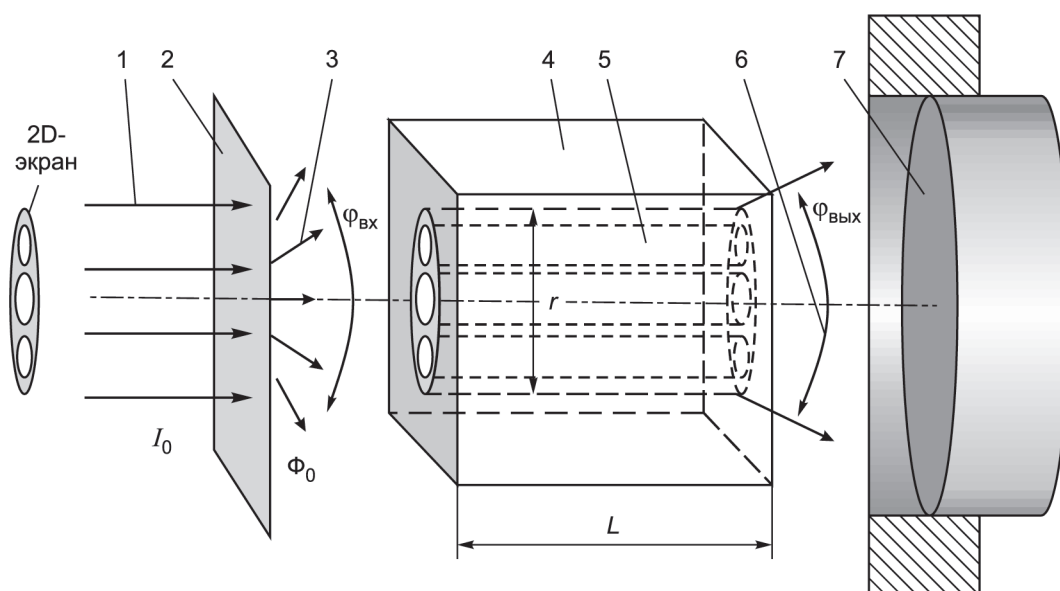


Рис. 1. Способ измерений ненормализованных моментов первого и второго порядков с помощью трёхмерного экрана:

1 – плоская волна; 2 – рассеивающая плёнка; 3 – выходящий из рассеивающего слоя поток излучения; 4 – брусок с цилиндрическим отверстием; 5 – 3D-экран; 6 – поток излучения на выходе из бруска; 7 – приёмный канал

энергетической яркости коэффициент $G_S = \pi$ ($\varphi_{вх} = \pi/3$) согласно закону Ламберта. Выходящий поток 6 излучения, сформированного цилиндрическим отверстием бруска, представляет собой световой пучок от непрерывного источника. Измерить мощность этого потока можно в приёмном канале. Выходящий пучок имеет угловой размер $\varphi_{вых}$ и находится внутри поля зрения приёмного канала, причём входная апертура этого канала больше диаметра выходящего из бруска пучка.

На следующем этапе установим перед рассеивающим слоем перфорированный 2D-экран (см. рис. 1). Ненормализованный момент k -го порядка $E^{\Sigma}(S^k)$ определим из выражения

$$E^{\Sigma}(S^k) = \sum_{j=1}^N S_j^k, \quad (1)$$

где N – число прозрачных пятен на перфорированном экране; S_j – площадь поперечного сечения прозрачного j -го прозрачного пятна; $k=1, 2, \dots$, – порядок ненормализованного момента.

Тогда для выходного потока излучения

$$\Phi_1^{2D} = \Phi_0 \left(\frac{T}{G_S} \right) G_L \frac{E^{\Sigma}(S)}{L^2}. \quad (2)$$

Запишем отношение

$$\Phi_1^{2D} / \Phi_1 = E^{\Sigma}(S) / S_{ан}. \quad (3)$$

Таким образом, выражение (3) позволяет определить ненормализованный момент $E(S)$, первого порядка, характеризующий пропускание 2D-экрана.

Разместим 3D-экран так, чтобы отверстия 2D-экрана совпадали с его отверстиями. Суммарный поток Φ выходного излучения в этом случае составит

$$\Phi_1^{3D} = \frac{\Phi_0}{S_{an}L^2} \left(\frac{T}{G_S} \right) G_L E^\Sigma(S^2). \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что при установке одного 3D-экрана выходной поток Φ пропорционален ненормализованному моменту второго порядка. Нахождение ненормализованного момента k -го порядка связано с определёнными трудностями, так как необходимо предварительно измерить пропускание T рассеивающего слоя и угловые параметры G_S , G_L выходного излучения плёнки и цилиндрического канала внутри 3D-экрана.

Однако предварительные измерения можно не производить, если использовать стандартный экран. Такой экран имеет M монодисперсных круглых отверстий сечением S_0 . Оптические оси каналов в стандартном 3D-экране параллельны оптической оси отверстия в бруске. Суммарный поток излучения при наличии стандартного 3D-экрана примет вид

$$\Phi_{\Sigma 1}^{3D} = \frac{\Phi_0}{S_{an}L^2} \left(\frac{T}{G_S} \right) G_L M S_0^2. \quad (5)$$

Представим отношение выражения (4) к выражению (5) следующим образом:

$$\Phi_1^{3D} / \Phi_{\Sigma 1}^{3D} = E^\Sigma(S^2) / (M S_0^2). \quad (6)$$

Формула (6) позволяет определить ненормализованные моменты второго порядка. Таким образом, при использовании стандартного 3D-экрана необязательно измерять параметры T , G_S , G_L . Стандартный 3D-экран можно считать оптимальным, если площадь поперечного сечения каждого отверстия соответствует отношению ненормализованного момента второго порядка к ненормализованному моменту первого порядка. При этом оба экрана должны иметь приблизительно одинаковые коэффициенты пропускания. При таких условиях поперечные размеры стандартного экрана совпадут с размерами 2D-экрана.

Допустим, имеется последовательность, образованная из двух одинаковых 3D-экранов. Пусть отверстия первого и второго экранов совпадают. Между экранами установлена рассеивающая плёнка. Тогда выходной поток излучения Φ , прошедшего через эти экраны, запишем как

$$\Phi_2^{3D} = \frac{\Phi_0}{S_{an}L^4} \left(\frac{T}{G_S} \right)^2 G_L^2 E^\Sigma(S^3).$$

Для двух расположенных последовательно стандартных 3D-экранов выражение, описывающее выходной поток, имеет вид

$$\Phi_{\Sigma 2}^{3D} = \frac{\Phi_0}{S_{an}L^4} \left(\frac{T}{G_S} \right)^2 G_L^2 M S_0^3.$$

Рассмотрим отношение

$$\Phi_2^{3D} / \Phi_{\Sigma 2}^{3D} = E^\Sigma(S^3) / (M S_0^3). \quad (7)$$

Из выражения (7) можно определить ненормализованный момент третьего порядка. Следовательно, измерить ненормализованные моменты первого, второго и третьего порядков можно с помощью 2D- и 3D-экранов.

Расположим последовательно три 3D-экрана, между которыми установлена рассеивающая плёнка. В этом случае получим аналогичное (7) выражение для ненормализованных моментов четвёртого порядка:

$$\Phi_3^{3D} / \Phi_{\Sigma 3}^{3D} = E^\Sigma(S^4) / (M S_0^4). \quad (8)$$

Выражения (3), (6), (7), (8) устанавливают связь между ненормализованными моментами для разработанного и стандартного 3D-экранов. В левых частях указанных выражений находятся измеряемые параметры – выходные потоки излучения, а в их правых частях содержится информация о площади поперечных сечений отверстий в виде ненормализованных моментов. Из набора $E^\Sigma(S)$, $E^\Sigma(S^2)$, $E^\Sigma(S^3)$... статистическими методами можно оценить параметры логнормального распределения отверстий по площади их поперечных сечений, т. е. связь между параметрами 3D-экрана и сечениями микрочастиц [6].

Физический принцип формирования выходного излучения 3D-экранов связан с использованием оптически изолированных друг от друга сквозных отверстий внутри 3D-экрана. В зависимости от количества установленных 3D-экранов выходное излучение будет определяться суммой степеней для площади поперечных сечений таких отверстий. Отметим, что количество 2D-экранов, размещённых вдоль оптической оси пучка, пропорционально некоторой степени для ненормализованного момента первого порядка. Следовательно, ненормализованные моменты высоких порядков (см. выражение (1) при $k > 1$) невозможно получить посредством одних только 2D-экранов.

Технические особенности измерений ненормализованных моментов. Пусть в передающем канале находится диодный лазер, выходная мощность которого 1 Вт. Такой лазер генерирует $4,5 \cdot 10^{18}$ фотонов в секунду. Пусть радиус пучка составляет 7 мм. Пропускание нейтральной рассеивающей плёнки из полиэтилена низкого давления толщиной до 10 мкм находится на уровне 80 % при длине волны излучения 808 нм. Угловая диаграмма выходного излучения имеет постоянную по всем направлениям энергетическую яркость в соответствии с законом Ламберта. В этом случае коэффициент $T/G_S = 0,255$ 1/стр. Коэффициент увеличения телесного угла выходного пучка $G_L = 4$, поскольку максимальный угол между оптической осью отверстия и боковыми лучами составляет $2\pi/L$.

В рассмотренной ранее работе [6] получены микрофотографии частиц пыли. По отношению ненормализованных моментов второго $E^\Sigma(S^2)$ и первого порядков $E^\Sigma(S)$ найдено эквивалентное сечение частицы 13400 мкм², что соответствует поперечному размеру 116 мкм. Максимальное

сечение частицы оказалось равным $4,2 \cdot 10^4$ мкм² при максимальном поперечном размере частицы 205 мкм. Для изготовления 2D-экрана радиусом 7 мм выберем коэффициент линейного увеличения $\Gamma=10$. Тогда сечениям частиц будут соответствовать прозрачные участки 2D-экрана. Суммарное сечение прозрачных участков 2D-экрана, соответствующих сечениям 144 частиц, соответствует 68 мм², площадь апертуры равна площади круга радиусом 7 мм и составляет 154 мм². Тогда эквивалентному сечению, рассчитанному в [6], на 2D-экране будет соответствовать круглое отверстие с сечением площади 1,34 мм², что эквивалентно поперечному размеру 1,16 мм, а максимальному сечению 4 мм² – поперечный размер 2 мм. На поверхности стандартного 2D-экрана находятся 68/1,34=50 круглых прозрачных пятен. Отметим, что в имеющейся установке используется приёмный канал радиусом тоже 7 мм [6].

Максимальное сечение прозрачного пятна 2D-экрана можно вычислить как утроенное эквивалентное сечение. Определим параметр L продольного размера 3D-экрана (см. рис. 1) для максимального сечения частиц исходя из условия, описанного в работе [7]: $L=20$ мм. В этом случае выходящие из отверстия 3D-экрана лучи находятся внутри конуса с углом при вершине $\varphi_{\max}$, для которого выполняется условие $(1-\cos\varphi_{\max}) < 0,01$. Для выходного потока, сформированного каналом диаметром 1 мм и длиной 20 мм, отличие $\cos\varphi$ от единицы составляет менее 0,2 %.

В качестве примера рассмотрим брусок длиной $L=20$ мм, у которого внутри только одно отверстие радиусом $r=7$ мм. Перед бруском установим 2D-экран и рассеивающую плёнку. Ненормализованный момент $E^{\Sigma}(S)=68$ мм² выберем из работы [6]. Тогда из формулы (2) можно определить отношение мощности Φ_1^{2D} выходного излучения 6 к мощности входного потока Φ_0 излучения 3:

$$\Phi_1^{2D} / \Phi_0 = G_L T E^{\Sigma}(S) / G_S L^2;$$

$$\Phi_1^{2D} / \Phi_1 = 0,17.$$

Угол рассеяния для попадающего на 3D-экран потока Φ_0 обуславливается рассеивающей плёнкой и составляет $\varphi_{\text{вх}} = \pi/3$. Для выходящего потока $\varphi_{\text{вых}} < \varphi_{\text{вх}}$, так как выходящий пучок света формируется сквозными отверстиями внутри 3D-экрана.

Пропускание экрана T определим по формуле (3) как $E^{\Sigma}(S)/S_{\text{ан}}$. В результате получим пропускание $T=68/3,14 \cdot 7^2=0,44$, а ненормализованный момент $E^{\Sigma}(S)=68$ мм² при длине $L=20$ мм [6]. Пропускание T обусловлено отношением выходной мощности излучения 6 при установке 2D-экрана и без него (см. рис. 1). Для рассматриваемой рассеивающей плёнки отношение $G_L T / G_S \approx 1$. Пропускание T можно принять близким к оптимальному, так как при большем его значении существует проблема упаковки отверстиями 2D-экрана. При малых значениях пропускания уменьшается эффективность использования площади экрана.

Коэффициенты пропускания и средняя частота фотонов для k последовательно установленных 3D-экранов

Измеряемые параметры	Порядок k ненормализованных моментов				
	2	3	4	5	6
τ_{k-1}	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$8,82 \cdot 10^{-6}$	$6,60 \cdot 10^{-8}$	$5,50 \cdot 10^{-10}$	$4,90 \cdot 10^{-12}$
$\Phi_0/h\nu$	$6,75 \cdot 10^{15}$	$4,23 \cdot 10^{13}$	$2,97 \cdot 10^{11}$	$2,48 \cdot 10^9$	$2,21 \cdot 10^7$

Установка внутри бруска первого 3D-экрана приводит к тому, что выходящий поток становится пропорционален ненормализованному моменту $E^{\Sigma}(S^2)$ второго порядка (см. формулу (4)). Этот момент зависит от пропускания 3D-экраном потока излучения мощностью Φ_0 . В общем случае коэффициент пропускания экрана можно выразить как

$$\tau_{k-1} = \frac{E^{\Sigma}(S^k) T^{k-1}}{L^{2k-2} S_{\text{ан}} G_S^{k-1}} G_L^{k-1}. \quad (9)$$

В таблице для ненормализованных моментов порядков $k=2, \dots, 6$ представлены значения коэффициента пропускания τ_{k-1} и средней частоты выхода фотонов $\Phi_0/h\nu$ (h – постоянная Планка; ν – частота фотона) для последовательности от одного до пяти 3D-экранов.

Из таблицы следует, что при последовательной установке 3D-экранов излучение ослабевает в диапазоне 10^{-3} – 10^{-12} . Для пяти 3D-экранов, ослабляющих излучение до 10^{-12} , в приёмный канал попадает приблизительно 10^7 фотонов в секунду. Такая частота поступления фотонов в приёмный канал позволяет производить измерения ненормализованных моментов до шестого порядка включительно.

Изготовить экраны в виде цилиндра с отверстиями, у которого радиус основания $r=7$ мм, а высота $L=20$ мм можно на 3D-принтере Total Z Anyform-250 (Россия). Этот принтер позволяет напечатать объёмную фигуру с максимальными размерами 250×250×185 мм. Кструдер обеспечивает точность послойной печати на уровне 50 мкм. Цилиндр же размером 15×15×20 мм можно напечатать всего за 30 мин.

Геометрия 3D-экрана определяется количеством отверстий. В приведённом примере количество эквивалентных сечений на 3D-экране составляло 50. Если для создания 3D-экрана используется большое количество фотографий частиц, то следует определить его оптимальную геометрию. Для создания такого экрана можно задействовать приближение $E^{\Sigma}(S)/L^2 \approx 1$. В этом случае, как следует из выражения (9), можно ожидать увеличения порядка измеряемых ненормализованных моментов. В рассмотренном примере $E^{\Sigma}(S)/L^2=68/20^2=0,17$. Следовательно, суммарное сечение отверстий $E^{\Sigma}(S)$ для 2D- и 3D-экранов должно быть увеличено приблизительно в $0,17^{-1}=6$ раз. Тогда радиусы 2D-, 3D-экранов и входной апертуры приёмного канала следует увеличить в 2,4 раза, что составит $r=17$ мм. Количество изображений частиц следует увеличить в 6 раз, что соответствует изображениям $144 \times 6=860$ частиц. Получившийся 3D-экран будет представлять собой цилиндр радиусом основания 17 мм и высотой 20 мм.

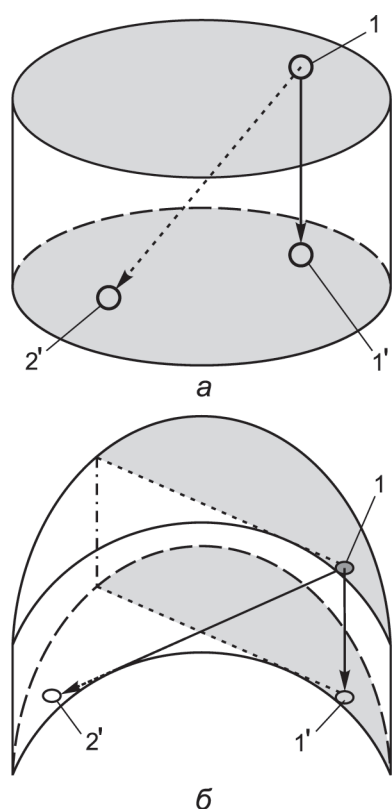


Рис. 2. Формирование поля зрения из заданной точки для канала с сечением в виде выпуклой (а) и невыпуклой фигуры (б)

Применение 3D-экранов. Рассмотрим предложенную методику для определения микрофизических параметров аномальных частиц в виде подков, колец и изогнутых нитей. Проведём эксперимент. Для выпуклой фигуры (см. рис. 2, а) из точки 1 наблюдаются любые точки 1', 2' нижнего сечения. Для невыпуклой фигуры в виде подковы или кольца (см. рис. 2, б) в поле зрения точки 1 находится только часть нижнего сечения (точка 1'), а остальная часть сечения (точка 2') не видна. Сечения этих фигур не являются выпуклыми. Если фигура выпуклая, то излучения от точки 1 в любых точках 1', 2' на выходе 3D-экрана равновероятны. Для невыпуклых фигур излучение от источника в точке 1 можно зарегистрировать в точке 1', но его нельзя зарегистрировать в точке 2'. Это связано с тем, что в поле зрения точки 1 находится только часть сечения этой фигуры. Тогда логично предположить, что регистрируемый поток излучения для невыпуклых фигур будет меньше, чем для выпуклых фигур. В этом случае и найденное из отношения ненормализованных моментов $E(S^2)/E(S)$ сечение невыпуклых фигур будет меньше, чем сечение фигур выпуклых. Такая особенность существенно отличается от классических методов замены несферических частиц сплюснутыми или вытянутыми сфероидами [8].

Рассмотренный пример иллюстрирует возможность создания 3D-экранов для сечений несферических частиц, включая сечения для сильно вытянутых частиц. В этом случае можно измерить ненормализованные моменты и оценить параметры функции распределения указанных частиц по сечениям.

Заключение. Предложен способ создания 3D-экрана в виде цилиндра с отверстиями, оптически изолированными друг от друга. Данный экран можно напечатать на 3D-принтере. Трёхмерный экран выполняется по изображениям частиц, полученным оптическими методами, а сечению каждой частицы соответствует отверстие в цилиндре. Авторы доказали, что методы измерения пропускания, применяемые в оптике рассеивающих сред и дистанционном зондировании, можно использовать для разработанных 3D-экранов. При этом коэффициент пропускания для последовательности таких экранов будет зависеть от ненормализованных моментов и угловых характеристик рассеяния: как падающего на 3D-экран излучения, так и излучения, выходящего из него. В связи с этим допускается использовать стандартные 3D-экраны и относительные методы измерений. Проведённые исследования показали, что несферические частицы, сечения которых не являются выпуклыми фигурами, приводят к уменьшению коэффициента пропускания 3D-экрана в отличие от сечений выпуклых фигур. Из ненормализованных моментов можно с различной степенью детализации (точности) определять параметры функции распределения частиц по сечениям и эквивалентное сечение частиц, образующих рассеивающую среду. Эквивалентное сечение частиц имеет перспективы применения в дистанционном зондировании, так как позволяет связать обратный сигнал и пропускание рассеивающей среды с концентрацией рассеивающих частиц.

Литература

1. **Alexandrov M. D., Mishchenko M. I.** Information content of bistatic lidar observation of aerosols from space // *Optics Express*. 2017. V. 25. Iss. 4. P. A134–A150.
2. **Vargas-Ubera J., J. Aguilar F., Gale D. M.** Reconstruction of particle-size distributions from light-scattering patterns using three inversion methods // *Applied Optics*. 2007. V. 46. Iss. 1. P. 124–132.
3. **Chemyakin E., Burton S., Kolgotin A., Müller D., Hostetler C., and Ferrare R.** Retrieval of aerosol parameters from multiwavelength lidar: investigation of the underlying inverse mathematical problem // *Applied Optics*. 2016. V. 55. Iss. 9. P. 2188–2202.
4. **Гаврилова Н. Н., Назаров В. В., Яровая О. В.** Микроскопические методы определения размеров частиц дисперсных материалов: Учеб. пособие. М.: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2012.
5. **Прайст П.** Аэрозоли. Введение в теорию. М.: Мир, 1987.
6. **Арумов Г. П., Бухарин А. В.** Использование ненормализованных моментов для определения статистических параметров несферических частиц по их изображениям // *Измерительная техника*. 2017. № 11. С. 22–26.
7. **Шредер Г., Тайбер Х.** Техническая оптика. М.: Техносфера, 2006.
8. **Mishchenko M. I.** Lidar aerosol backscatter measurements: systematic, modeling, and calibration error considerations // *J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*. 2009. V. 110. Iss. 11. P. 808–832.

Дата принятия: 18.06.2018.