

Анализ нестабильности частоты сигнала группы высокостабильных генераторов

В. И. ВАСИЛЬЕВ, Г. П. ПАШЕВ

Нижегородский научно-исследовательский приборостроительный институт «Кварц» им. А. П. Горшкова, Н. Новгород, Россия, e-mail: kvarz_asu@kvarz.com

Проведён анализ нестабильности частоты выходного сигнала группового хранителя частоты. Учтена корреляция между сигналами высокостабильных генераторов, составляющих группу. Получены формулы для расчёта вариации Аллана частоты группового сигнала.

Ключевые слова: эталон частоты, групповой хранитель частоты, нестабильность частоты.

Analysis of output signal frequency instability of group frequency keeper is realized. The correlation between signals of high - stability oscillators composing the group is taken into account. Calculation formulas for the Allan variance of the group signal frequency is found.

Key words: frequency standard, group frequency keeper, frequency instability.

Теоретический анализ. Хранение частоты современных эталонов осуществляется с помощью группы высокостабильных генераторов – квантовых стандартов частоты (КСЧ) [1]. Из сигналов КСЧ формируют выходной групповой сигнал эталона [2]. Алгоритм формирования группового сигнала предусматривает повышение надёжности работы эталона и позволяет уменьшать нестабильность его частоты. Известны алгоритмы, предусматривающие усреднение отклонений частоты сигналов КСЧ относительно опорного КСЧ и присвоение среднего значения частоте группового сигнала [3]. При этом отклонение частоты группового сигнала выражается формулой

$$Y(t) = \sum_{i=1}^N a_i \bar{y}_i(t) ; \quad \bar{y}_i(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} y_i(u) du,$$

где $y_i(u)$ – мгновенное относительное значение отклонения частоты сигнала i -го КСЧ, измеренное по частоте опорного КСЧ; t – время; T – интервал измерения; a_i – весовые коэффициенты, удовлетворяющие требованию нормировки:

$$\sum_{i=1}^N a_i = 1. \quad (1)$$

В качестве характеристики нестабильности частоты i -го КСЧ для каждого момента времени t примем вариацию Аллана [4]:

$$\sigma_{yi}^2(T) = 0,5 \left\langle \left[\bar{y}_i(t+T) - \bar{y}_i(t) \right]^2 \right\rangle, \quad (2)$$

где $\langle \rangle$ – знак статистического усреднения.

На практике измеряют среднеквадратическое двухвыборочное отклонение частоты (СКДО), связанное с (2) [5]:

$$\sigma_{yi} = \sqrt{\frac{1}{2(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} \left[\bar{y}_i(t+T) - \bar{y}_i(t) \right]^2},$$

где n – число измерений.

Найдем вариацию Аллана частоты группового сигнала:

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2(T) &= 0,5 \left\langle \left[Y(t+T) - Y(t) \right]^2 \right\rangle = 0,5 \left\langle \left[\sum_{i=1}^N a_i \bar{y}_i(t+T) - \sum_{i=1}^N a_i \bar{y}_i(t) \right]^2 \right\rangle = \\ &= 0,5 \left\langle \left[\sum_{i=1}^N a_i \left[\bar{y}_i(t+T) - \bar{y}_i(t) \right] \right]^2 \right\rangle. \end{aligned}$$

Выполнив преобразования, получим следующую формулу:

$$\sigma_Y^2(T) = \sum_{i=1}^N a_i^2 \sigma_{yi}^2(T) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N a_i a_j R_{ij}, \quad (3)$$

где R_{ij} – взаимный корреляционный момент вариаций отклонения частоты сигналов пары КСЧ из группы с различными номерами i, j :

$$R_{ij} = 0,5 \left\langle \left[\bar{y}_i(t+T) - \bar{y}_i(t) \right] \left[\bar{y}_j(t+T) - \bar{y}_j(t) \right] \right\rangle.$$

Для дальнейшего анализа будем полагать, что процессы стационарны и величины $\sigma_{yi}^2(T)$, $\sigma_Y^2(T)$, R_{ij} не зависят от времени.

Если отклонения частоты сигналов всех КСЧ из группы статистически независимы и имеют одинаковую вариацию Аллана $\sigma_Y^2(T)$, то из (3) найдём

$$a_i = 1/N; \quad \sigma_Y^2(T) = \sigma_{yi}^2(T)/N. \quad (4)$$

Формулы (4) общепотребительны и использованы, например, в работах [3, 6, 7]. Из них следует, что, увеличивая число стандартов частоты, можно существенно уменьшить нестабильность частоты группового сигнала. Однако экспериментальные работы [6, 8], предпринятые в данном направлении, показывают, что групповые сигналы четырёх КСЧ не обеспечивают двукратного уменьшения нестабильности частоты. В связи с этим необходим более детальный анализ нестабильности группового сигнала с учётом статистических взаимосвязей стандартов частоты в группе.

Между отклонениями частоты КСЧ в группе может существовать взаимная корреляция. Она может быть вызвана общими для группы внешними возмущениями: изменением температуры в помещении, где расположены стандарты частоты, неидеальностью питающей сети 220 В (пульсациями, изменениями общей нагрузки на сеть от дня к ночи) [9], электромагнитными наводками [10]. Квантовые стандартные частицы могут иметь дрейф частоты выходного сигнала с одним знаком. Кроме этого возможно взаимное влияние КСЧ друг на друга. Для определения характеристик КСЧ в группе производятся взаимные сличения, поэтому взаимосвязанность стандартов может возникать из-за измерительных процедур. По результатам взаимных сличений КСЧ в группе обычно выбирается лучший КСЧ (по критерию наименьшего СКДО), которому присваивается статус «опорного». Все последующие измерения производятся относительно его сигнала с помощью одной и той же измерительной установки. Следовательно, отклонение частоты сигнала опорного КСЧ и шумы измерительной установки также будут влиять на все результаты измерений. При дальнейшем анализе будем полагать, что в величине R_{ij} учитываются все перечисленные факторы, вызывающие взаимную корреляцию частот сигналов КСЧ.

Если принять для сигналов всех КСЧ группы равенство значений вариаций Аллана $\sigma_y^2(T)$, коэффициентов корреляции пар r и, следовательно, корреляционных моментов $R_{ij} = r\sigma_y^2(T)$ ($i \neq j$), а также положить $a_i = 1/N$, то из (3) получим следующую формулу [11]:

$$\sigma_y^2(T) = \sigma_y^2[1 + r(N-1)]/N. \quad (5)$$

Анализ формулы (5) показывает, что при положительной корреляции вариация Аллана частоты группового сигнала получается больше, чем при некоррелированном случае. Отрицательная корреляция между частотами отдельных КСЧ в группе действует в обратном направлении и уменьшает $\sigma_y^2(T)$. При увеличении N до бесконечности из формулы (5)

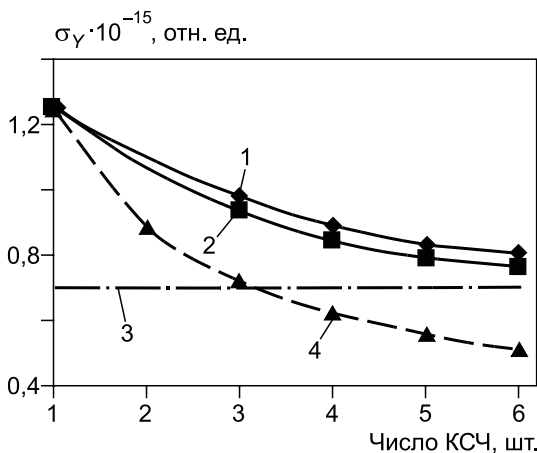


Рис. 1. Результаты вычисления СКДО частоты группового хранителя на интервале измерения 1 ч в зависимости от количества членов группы:

1 — равные весовые коэффициенты; 2 — оптимальные весовые коэффициенты; 3 — предельное значение СКДО при коэффициенте корреляции $r_{ср}$; 4 — отсутствие корреляции

в пределе следует выражение с дополнительным требованием $r \geq 0$:

$$\sigma_y^2(T) = r\sigma_y^2(T). \quad (6)$$

Если значения взаимной корреляции известны, например, из эксперимента, то можно определить оптимальные коэффициенты a_i , при которых вариация группового сигнала принимает минимальное значение. Для этого найдём условный минимум выражения (3) с учётом условия (1). Продифференцируем выражение (3) по каждому a_i и получим систему линейных уравнений для оптимальных коэффициентов:

$$\left. \begin{aligned} a_1 R_{11} + a_2 R_{12} + a_3 R_{13} + \dots + a_N R_{1N} + \lambda &= 0; \\ a_1 R_{21} + a_2 R_{22} + a_3 R_{23} + \dots + a_N R_{2N} + \lambda &= 0; \\ a_1 R_{31} + a_2 R_{32} + a_3 R_{33} + \dots + a_N R_{3N} + \lambda &= 0; \\ \dots \\ a_1 R_{N1} + a_2 R_{N2} + a_3 R_{N3} + \dots + a_N R_{NN} + \lambda &= 0; \\ a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где λ — неопределённый множитель Лагранжа [12].

Практические примеры. Для проверки теоретических результатов воспользуемся данными часовых сличений частот КСЧ вторичного эталона частоты ВЭТ1-20 «НИИПИ «КВАРЦ» за два месяца. В состав эталона входят четыре активных водородных КСЧ Ч1-75А (номер 1, 2, 3, 4), расположенные в специально оборудованном, термостатированном помещении. Для увеличения группы использовались также два активных водородных КСЧ Ч1-75Б (номер 5, 6), расположенные в соседнем обычном помещении. В силу особенностей частотных измерений у КСЧ с высшей стабильностью, к которым принадлежат водородные КСЧ, в эксперименте определяется не частота отдельного КСЧ, а разность частот пар КСЧ. В таблице приведены коэффициенты корреляции r_{ij} между временными рядами разности частот пар КСЧ с различными номерами; r_{ij} вычислены по результатам сличений.

Коэффициенты корреляции

Ряд	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4	2-5	2-6
1-2	1	0,48	0,18	0,55	0,56	0,18	0,23	0,24
1-3	0,48	1	0,25	0,25	-0,18	0,34	0,19	0,18
1-4	0,18	0,25	1	-0,02	0,58	0,65	0,17	0,18
2-3	0,55	0,25	-0,02	1	0,47	0,22	0,26	0,23
2-4	0,56	-0,18	0,58	0,47	1	0,65	0,23	0,30
3-4	0,18	0,34	0,65	0,22	0,65	1	0,11	0,15
2-5	0,23	0,19	0,17	0,26	0,23	0,11	1	0,80
2-6	0,24	0,18	0,18	0,23	0,30	0,15	0,80	1

Анализ данных таблицы показывает, что наибольшие значения коэффициента корреляции имеют разностные временные ряды, имеющие общий стандарт, что подтверждает предложенный механизм образования корреляций. Например, есть семь коэффициентов корреляции между парой КСЧ 2-6 и остальными. При этом средний коэффициент корреляции для временных рядов, не имеющих общего стандарта (2-6↔1-3, 2-6↔1-4, 2-6↔3-4), равен 0,17, а средний коэффициент корреляции для временных рядов, имеющих общий стандарт (2-6↔1-2, 2-6↔2-3, 2-6↔2-4, 2-6↔2-5), составил 0,39.

Максимальное значение коэффициента корреляции получилось для рядов 2–5 и 2–6. Эти ряды имеют общий опорный стандарт, к тому же КСЧ 5 и 6 расположены рядом в одном нетермостатированном помещении.

Средний по группе коэффициент корреляции r_{cp} между временными рядами положителен и равен 0,31. Из (6) следует, что значение вариации Аллана отклонения частоты группового сигнала не может быть менее чем $0,56\sigma_y(T)$ при увеличении количества КСЧ в группе.

Лучшего результата можно добиться при оптимальном усреднении. Используя данные таблицы и решив систему (7), можно получить значения оптимальных весовых коэффициентов. На рисунке приведены результаты вычисления $\sigma_y(T)$ для различных случаев: в условиях коррелированности по формуле (5) с r_{cp} и весами $1/N$, а также с оптимальными весовыми коэффициентами и коэффициентами корреляции из таблицы. На рисунке изображены также вычисленное по (6) предельное (при очень больших N) значение $\sigma_y(T)$ в условиях коррелированности измерений с коэффициентом r_{cp} и кривая для случая некоррелированных рядов, рассчитанная по формуле (4).

Исследования коррелированности частотных измерений групповых хранителей частоты, разработанных за последние 30 лет в АО «ФНПЦ «ННИПИ «КВАРЦ», таких как РЧ1-01-Э, Ч0-110, Ч0-111, УСЧ, показали, что средний по группе коэффициент корреляции r_{cp} бывает положителен и в диапазоне 0,15–0,4, что подтверждает корректность формулы (6).

Предложенный подход позволяет объяснить причину того, что в экспериментальных работах [6, 8] нестабильность частоты выходного сигнала группового хранителя из четырёх КСЧ уменьшилась не в 2 раза, а на 25–35 %.

Выводы. Одной из основных причин, препятствующей уменьшению нестабильности группового хранителя частоты при увеличении числа членов группы, является взаимная коррелированность частот КСЧ. Взаимная корреляция возникает из-за того, что группы формируют из КСЧ одного типа, на все КСЧ в группе воздействуют одни и те же внешние возмущающие факторы (окружающая температура, напряжение питания), а также из-за влияния сигналов КСЧ друг на друга в ходе взаимных сличений.

Л и т е р а т у р а

1. 1. **Донченко С. И., Блинов И. Ю., Беляев А. А., Деми-дов Н. А. и др.** Эталонный комплекс частоты и времени //

Материалы VIII Международного симпозиума «Метрология времени и пространства», 14–16 сентября 2016 г., Санкт-Петербург. Менделеево: ВНИИФТРИ, 2016. С. 100–102.

2. **Воронин М. Г., Пашев Г. П.** Анализ систем автоматической подстройки фазы выходного сигнала квантового группового хранителя частоты и времени // Измерительная техника. 2008. № 3. С. 21–26.

3. **Мишагин К. Г., Подогова С. Д., Чернышев И. Н., Медведев С. Ю.** Алгоритм формирования резервированного сигнала группового эталона частоты // Измерительная техника. 2013. № 8. С. 34–39.

4. **Characterization of sources and time scales formation, Recommendation ITU-R TF.583-3. Measures for random instabilities in frequency and time (phase).**

5. **ГОСТ 8.567–2014.** Измерения времени и частоты. Термины и определения.

6. **Воронцов В. Г., Мишагин К. Г., Подогова С. Д., Чернышев И. Н.** Анализ нестабильности частоты группового сигнала ансамбля активных водородных стандартов // Измерительная техника. 2014. № 7. С. 26–31.

7. **Беленов Ю. Д., Гладильщиков М. Л., Логачев В. А. и др.** Групповой хранитель частоты и времени // Труды ИПА РАН. 2005. Вып.13. С. 310–317.

8. **Васильев В. И., Беленов Ю. Д., Логачев В. А. и др.** Квантовые водородные стандарты частоты и эталонные комплексы на их основе // Тезисы докладов КВНО-2011. СПб: ИПА РАН, 2011. С. 48–49.

9. **Васильев В. И.** Влияние качества электроэнергии промышленной сети на работу водородных стандартов частоты и времени Ч1-75А и Ч1-76А // Радиоизмерения и электроника. 2013. Вып. 19. С. 17–24.

10. **Нарежний А. П., Чинков В. Н.** Исследование режимов взаимодействия прецизионных мер частоты с близкими частотами // Авиационно-космическая техника и технология. 2005. № 5. Вып. 21. С. 52–56.

11. **Васильев В. И., Козлов С. А., Пашев Г. П., Чухнин А. И.** Анализ нестабильности сигнала группового хранителя частоты // Материалы VIII Международного симпозиума «Метрология времени и пространства», 14–16 сентября 2016 г., г. Санкт-Петербург. Менделеево: ВНИИФТРИ, 2016. С. 282–286.

12. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. М.: Наука, 1974.

Дата принятия: 02.06.2017.