

ше полученных по цифровому из-за влияния шумовой составляющей; во-вторых, различия примерно одинаковы для сигналов от СК6-10 и К2С-84.

Пределы допускаемых значений абсолютной основной погрешности измерителей нелинейных искажений С6-7, С6-8, С6-11, С6-12 приведены в табл. 2—4, где $K_{г.к}$ — конечное значение шкалы, на которой выполняется измерение, %.

Т а б л и ц а 2

Пределы допускаемых значений абсолютной основной погрешности С6-7 и С6-8

Диапазон частот	С6-7	С6-8
20—200 Гц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,1 \%)$	$\pm(0,05 K_{г.к} + 0,03 \%)$
Свыше 200 Гц до 20 кГц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,05 \%)$	$\pm(0,03 K_{г.к} + 0,03 \%)$
Свыше 20 до 200 кГц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,1 \%)$	$\pm(0,06 K_{г.к} + 0,06 \%)$

Т а б л и ц а 3

Пределы допускаемых значений абсолютной основной погрешности С6-11

Диапазон частот	Абсолютное значение погрешности
20—199,9 Гц	$\pm(0,05 K_{г.к} + 0,06 \%)$
Свыше 199,9 Гц до 19,9 кГц	$\pm(0,03 K_{г.к} + 0,02 \%)$
Свыше 19,9 до 199,9 кГц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,06 \%)$

Т а б л и ц а 4

Пределы допускаемых значений абсолютной основной погрешности С6-12

Диапазон частот	Абсолютное значение погрешности
10—19,9 Гц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,06 \%)$
20—99,9 Гц	$\pm(0,05 K_{г.к} + 0,03 \%)$
100 Гц — 19,9 кГц	$\pm(0,05 K_{г.к} + 0,02 \%)$
20—99,9 кГц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,05 \%)$
100—199,9 кГц	$\pm(0,1 K_{г.к} + 0,06 \%)$

По сравнению с погрешностями, указанными в табл. 2—4, дополнительная погрешность, возникающая из-за шумовой составляющей при поверке аналогового измерителя с помощью цифрового рабочего эталона, незначительна. Однако ее полезно иметь в виду во время поверки этих ИНИ, в частности, при получении результатов, когда погрешность поверяемого прибора находится на пределе допускаемых значений.

Л и т е р а т у р а

1. Кушнир Ф. В. Электрорадиоизмерения. Л.: Энергоатомиздат, 1983.

Дата принятия 10.11.2014 г.

532.517.4

Алгоритм выделения огибающей амплитудно-модулированного случайного сигнала

Д. А. СОЛОДКИЙ, А. В. КИСТОВИЧ

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево, Россия, sdaware@mac.com

Разработан алгоритм выделения огибающей шумового сигнала, амплитуда которого промодулирована гармоническим сигналом неизвестной частоты. Знание огибающей позволяет определить частоту и глубину модуляции. Представлено аналитическое обоснование и показана работоспособность предложенного алгоритма для сигналов различного происхождения.

Ключевые слова: подводный звук, огибающая, амплитудная модуляция.

The algorithm of envelope curve separation of noise signal with an amplitude modulated by harmonic signal of unknown frequency is developed. The knowledge of envelope allows to determine the frequency and the depth of modulation. The analytical justification and the efficiency of proposed algorithm for signals of different nature are presented.

Key words: underwater sound, envelope curve, amplitude modulation.

Определение характеристик подводного звука — актуальная задача морской акустики. В процессе излучения или распространения звуковая волна подвергается воздействию различных факторов. В частности, ее амплитуду можно промодулировать как в соответствии с характерными особенностями излучающей системы, так и временной изменчивостью термодинамических свойств среды распространения. Обычно параметры модулирующих воздействий расположены в низкочастотном диапазоне, как следствие, одна из прак-

тических задач обработки акустической информации — выделение низкочастотной огибающей звукового сигнала.

В настоящее время самыми известными средствами получения такой информации являются пакеты программ, разработанных в рамках методов DEMON и LOFAR [1, 2]. Метод DEMON представляет разновидность узкополосного анализа, направленного на выявление модулирующих характеристик акустических шумов винта из-за его многолопастности. Методом LOFAR проводят широкополосный анализ по оп-

ределению характеристик модуляции звукового шума из-за вибраций машин и механизмов. Оба метода основаны на многократном применении преобразования Фурье, что приводит к существенным вычислительным затратам. К сожалению, дальнейшие модификации упомянутых методов не смогли сократить объем вычислений [3, 4].

В данной работе предложен новый вычислительный алгоритм, позволяющий в явном виде (без использования преобразования Фурье) выделять собственно огибающую регулярного и псевдослучайного сигналов. Суть алгоритма рассмотрим на примере псевдослучайного сигнала, более сложного для анализа.

Происхождение сигнала такого типа задается физической моделью следующего вида. Некоторый морской объект (надводный или подводный) в режиме покоя (неподвижны все механизмы и детали) излучает шумовой акустический сигнал, поступающий в измерительный тракт в виде $s(t) + r(t)$, здесь $s(t)$ — собственные шумы объекта, $r(t)$ — посторонние шумы (шум акватории). После включения какого-либо периодически работающего механизма в измерительный тракт начинает поступать сигнал $F(t) = M(t)s(t) + r(t)$, причем зависимость $M(t)$ описывает амплитудную модуляцию шумового сигнала $s(t)$, а ее математическую модель определяет соотношение

$$M(t) = 1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(2\pi f_j t + \varphi_j),$$

где μ_j — глубина модуляции на частоте f_j ; φ_j — начальная фаза на частоте f_j ; J — число модулирующих составляющих.

Задача состоит в том, чтобы посредством обработки сигнала $F(t)$ выделить огибающую $M(t)$ и найти значения μ_j , f_j . Предлагаемый алгоритм сводится к следующей последовательности действий. Принимаемый сигнал оцифровывают с частотой дискретизации $f_d = 400$ кГц. В результате образуется последовательность из N равноотстоящих значений F_n , $n \in [0, N-1]$, разделенных равными промежутками времени $\Delta t = 1/f_d$. Затем сигнал квадратируют, при этом формируется последовательность $y_n = F_n^2$.

Далее проводят так называемый элементарный акт, состоящий из следующих операций. Последовательность y_n , начиная с некоторого значения y_m , разбивают на окна длиной $2K+1$, где K — целое число. Окна нумеруют символом p , $p \in [0, P]$; всего получают $(P+1)$ окно. Внутри окна измеренные значения нумеруют символом i , причем в середине окна $i = 0$, $i \in [-K, K]$. В итоге некоторое значение y_k можно описать числами (m, p, i) , связанными с k соотношением $k = m + i + (2p+1)K$. Затем в каждом окне проводят усреднение значений y_j по правилу

$$Z_{mp} = \frac{1}{2K+1} \sum_{i=-K}^K y[m+i+(2p+1)K],$$

и полученное значение Z_{mp} присваивают всем точкам окна. На этом элементарный акт заканчивается. После его окончания m увеличивают на единицу и элементарный акт снова повторяют. Изменением m в пределах $m \in [m^*, m^*+2K-1]$ (m^* — номер точки, с которой началась обработка данных) формируется набор из $2K$ последовательностей Z_{mp} , который усредняется согласно соотношению

$$Z(k) = \frac{1}{2K} \sum_{m=m^*}^{m^*+2K-1} Z_{mp}, \quad k = m^* + i + (2p+1)K. \quad (1)$$

Точки самого левого (начиная с $m = m^*$ и до m^*+2K-1) и самого правого окон участвуют в меньшем количестве актов сглаживания, чем остальные (внутренние) точки, поэтому полное сглаживание происходит для отсчетов, определяемых индексом $p \in [1, P-1]$. Значение P задается выражением

$$P = [(N - m^* - 1)/(2K)] - 2, \quad (2)$$

где N — общее число точек последовательности y_n ; $[]$ — округление до ближайшего меньшего целого.

Важная особенность представленного алгоритма — выбор такой длины окна $2K+1$, при которой средние энергии шумовых составляющих сигнала остаются постоянными для любого из окон, т. е. выполняются условия

$$\langle s^2 \rangle = a^2 = \text{const}, \quad \langle r^2 \rangle = b^2 = \text{const}, \quad (3)$$

где $\langle \rangle$ — усреднение по окну.

На этом первый этап обработки сигнала заканчивается.

Чтобы оценить полученный результат, необходимо рассмотреть его аналитическое приближение. Сначала исследуем усреднение сигнала по длине окна, которое в аналитическом приближении сводится к вычислению величины

$$I = \frac{1}{\Delta T} \int_{t_0}^{t_0+\Delta T} y(t) dt, \quad (4)$$

где ΔT — ширина окна; t_0 — координата начальной точки окна на шкале времени.

Для дальнейшего анализа шкалу времени нормируем на частоту оцифровки сигнала f_d и вводим безразмерные величины $\varepsilon_j = 2\pi f_j / f_d$, $\tau = f_d t$, $\tau_0 = f_d t_0$ — время начала соответствующей ступени. В реальной ситуации частота модуляции существенно меньше частоты оцифровки, следовательно, $\varepsilon_j \ll 1$. Поскольку $\Delta T = (2K+1)/f_d$, то преобразуем (4):

$$I = \frac{1}{2K+1} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2K+1} \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau + \varphi_j) \right)^2 s^2(\tau) d\tau + \\ + \frac{2}{2K+1} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2K+1} \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau + \varphi_j) \right) s(\tau) r(\tau) d\tau + \\ + \frac{1}{2K+1} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2K+1} r^2(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Подынтегральные выражения в (5) содержат многомасштабные функции времени, зависящие от τ и $\varepsilon_j \tau$. Применив к (5) метод интегрирования многомасштабных функций, представим результат (с точностью до членов второго порядка малости по ε_j) в виде [5]:

$$I = a^2 \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau_0 + \varphi_j) \right)^2 + b^2 + \\ + 2 \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau_0 + \varphi_j) \right) \sum_{n=1}^J \varepsilon_j \mu_j \sin(\varepsilon_j \tau_0 + \varphi_j) B(\tau_0, K) + \\ + \sum_{j=1}^J o(\varepsilon_j), \quad (6)$$

$$\text{где } B(\tau_0, K) = \int_{\tau_0}^{\tau_0+2K+1} \left(\int r^2(\tau) d\tau - \int r^2(\tau) d\tau \Big|_{\tau=\tau_0+2K+1} \right).$$

При вычислении (6) используем тот факт, что $\int_{\tau_0}^{\tau_0+2K+1} s(\tau)r(\tau)d\tau=0$, так как шумы разной природы считаются некоррелированными. В реальной ситуации $\varepsilon_j \approx 10^{-5}$, $\mu_j < 1$, поэтому для оценки работы элементарного акта достаточно воспользоваться приближением

$$I \approx a^2 \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau_0 + \varphi_j) \right)^2 + b^2.$$

Таким образом, в результате элементарного акта формируется ступенчатая последовательность Z_{mp} , высота ступеней которой пропорциональна (с единым коэффициентом пропорциональности для каждого акта и для каждой

$$\text{ступени) величине } \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau_0 + \varphi_j) \right)^2.$$

Далее происходит усреднение последовательностей Z_{mp} , которое в аналитическом приближении для точки с произвольным значением времени τ описывается выражением, представляющим результат первого этапа обработки измерительной информации:

$$\begin{aligned} Z(\tau) &= \frac{1}{2K} \int_{\tau-K}^{\tau+K} \left[a^2 \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau_0 + \varphi_j) \right)^2 + b^2 \right] d\tau_0 = \\ &= a^2 \left(1 + \sum_{j=1}^J \mu_j \cos(\varepsilon_j \tau + \varphi_j) \right)^2 + b^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Как следует из (7), при отсутствии внешних шумов ($b=0$) для получения значений ε_j , μ_j достаточно просто извлечь квадратный корень из (1) и применить к результату преобразование Фурье: положение максимумов спектра определяют частоты ε_j , а отношения амплитуд максимумов позволяют вычислить глубину модуляций μ_j . В общем случае ($b \neq 0$)

операция $F[\sqrt{Z(k)}]$ (F — преобразование Фурье) приводит к тому, что спектральные максимумы располагаются не только на частотах ε_j , но и на комбинационных частотах $\varepsilon_k \pm \varepsilon_j$, $i, k \in [1, J]$. Такой результат не позволяет однозначно оценить значения модулирующих частот и μ_j . Для решения данной проблемы применяется процедура, сущность которой удобнее всего проследить на основе (7) для аналитического

приближения. Если сформировать величину $\tilde{Z}(\tau) = \sqrt{Z(\tau) - h}$ (h — варьируемая величина), то ее фурье-спектр будет тем ближе к набору максимумов в точках ε_j , чем ближе значение h к b^2 . При $h = b^2$ в спектре $\tilde{Z}(\tau)$ присутствует $(J+1)$ максимум на частотах $0, \varepsilon_j$. Если $h \neq b^2$, то в спектре появляются дополнительные максимумы на комбинационных частотах $\varepsilon_k \pm \varepsilon_j$. Таким образом, при правильном подборе значения h в спектре $\tilde{Z}(\tau)$ наблюдается минимальное количество максимумов. Поскольку $b^2 \in [0; \min Z(\tau)]$, то и диапазон возможных значений варьируемой величины h лежит в этих же пределах.

При реализации описанной процедуры возникает проблема извлечения квадратного корня из $Z(\tau) - h$, так как не-

обходимо определять знак этого корня. С этой целью сначала численно формируем производную $(Z(\tau) - h)' = Z'(\tau)$, затем в начальной точке τ_0 имеющейся реализации вычисляем $\tilde{Z}(\tau_0)$, которой присваиваем произвольный знак (допустим положительный), для определенности. После этого выполняется рекуррентная процедура

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_r(\tau_n) &= \tilde{Z}_r(\tau_{n-1}) + \Delta\tau Z'(\tau)|_{\tau=\tau_{n-1}} / (2\tilde{Z}_r(\tau_{n-1})), \quad n = 1, 2, \dots, \\ \tau_n &= \tau_0 + n\Delta\tau = \tau_{n-1} + \Delta\tau, \quad \Delta\tau = \text{const}. \end{aligned} \quad (8)$$

Полученные значения $\tilde{Z}_r(\tau_n)$ являются проверочными. Одновременно с процедурой рекурсии вычисляем точные значения $\tilde{Z}(\tau_n)$ и присваиваем им знак проверочного значения $\tilde{Z}_r(\tau_n)$. После этого значению $\tilde{Z}_r(\tau_n)$ присваиваем точное значение $\tilde{Z}(\tau_n)$ с уже установленным знаком. В результате формула рекурсии приобретает вид

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_r(\tau_n) &= \tilde{Z}(\tau_{n-1}) + \frac{Z'(\tau)|_{\tau=\tau_{n-1}}}{2\tilde{Z}(\tau_{n-1})} \Delta\tau, \quad n = 1, 2, \dots, \\ \tau_n &= \tau_0 + n\Delta\tau = \tau_{n-1} + \Delta\tau, \quad \Delta\tau = \text{const}. \end{aligned} \quad (9)$$

Такая процедура избавляет метод вычисления корня от накопления погрешности, возникающей из-за приближенного характера соотношений (8), (9). Таким образом формируем последовательность значений, которая либо совпадает с правильным результатом вычисления корня, либо во всех точках имеет противоположный знак. Поскольку знак функции никак не влияет на количество максимумов в ее фурье-спектре, то необходимая цель достигнута.

Минимум числа спектральных максимумов достигается лишь при $h=b^2$, поэтому получаемый спектр содержит максимумы только на частотах ε_j , а значение h определяет среднюю энергию посторонних шумов акватории. Необходимо подчеркнуть, что определение средней энергии шумов акватории таким способом справедливо лишь для используемой в данной работе модели сигнала.

При наличии априорной информации о характере модуляции полезного шума процедуру второго этапа можно существенно упростить. Например, если модуляцию осуществляют вращением винта с числом лопастей n , то заранее известно, что

$$Z(\tau) = a^2 (1 + \mu \cos(\varepsilon\tau + \varphi) + \mu_n \cos(n\varepsilon\tau + \varphi_n))^2 + b^2.$$

В этом случае сразу вычисляют спектр сигнала (1), который будет содержать максимумы на частотах $0, \varepsilon, 2\varepsilon, (n-1)\varepsilon, n\varepsilon, (n+1)\varepsilon$. Так как у винтов $n \geq 3$, то нахождение частоты ε и числа лопастей по результатам анализа спектра не представляется сложным.

Особенность разработанного алгоритма связана с правильным выбором длины окна, т. е. значения $2K+1$. Ограничение снизу на эту величину задает требование (3), ограничение сверху следует из процедуры аналитического приближения, для которой необходимо выполнить условия применения метода интегрирования многомасштабных функций [5]:

$$2\pi(2K+1)\varepsilon_j \ll 1. \quad (10)$$

Для реальных частот модуляции соотношение (10) выполняется при $K \leq 10^3$.

На рисунке показаны результаты опробования предложенного метода на численной модели и реальном сигнале. Графики представлены в безразмерных переменных, причем горизонтальная шкала времени нормирована на частоту оцифровки, а вертикальная — на максимальное значение сигнала по всей длине реализации.

Смоделированный на компьютере быстро осциллирующий сигнал (см. рисунок а) задавали соотношением

$$s(t) = (1 + 0,5 \cos(2\pi f_m t)) n(t), \quad (11)$$

где шумовой сигнал генерировали с помощью нормального распределения. Результат обработки 10^4 точек при $K = 200$ представлен в виде огибающей (две регулярные медленно осциллирующие кривые), характеристики которой соответствуют (11).

На рисунке б показана огибающая реального измерительного сигнала. Форма сигнала в явном аналитическом виде неизвестна. Неявное представление этого сигнала допускает запись

$$F(t) = M(t)s(t) + r(t),$$

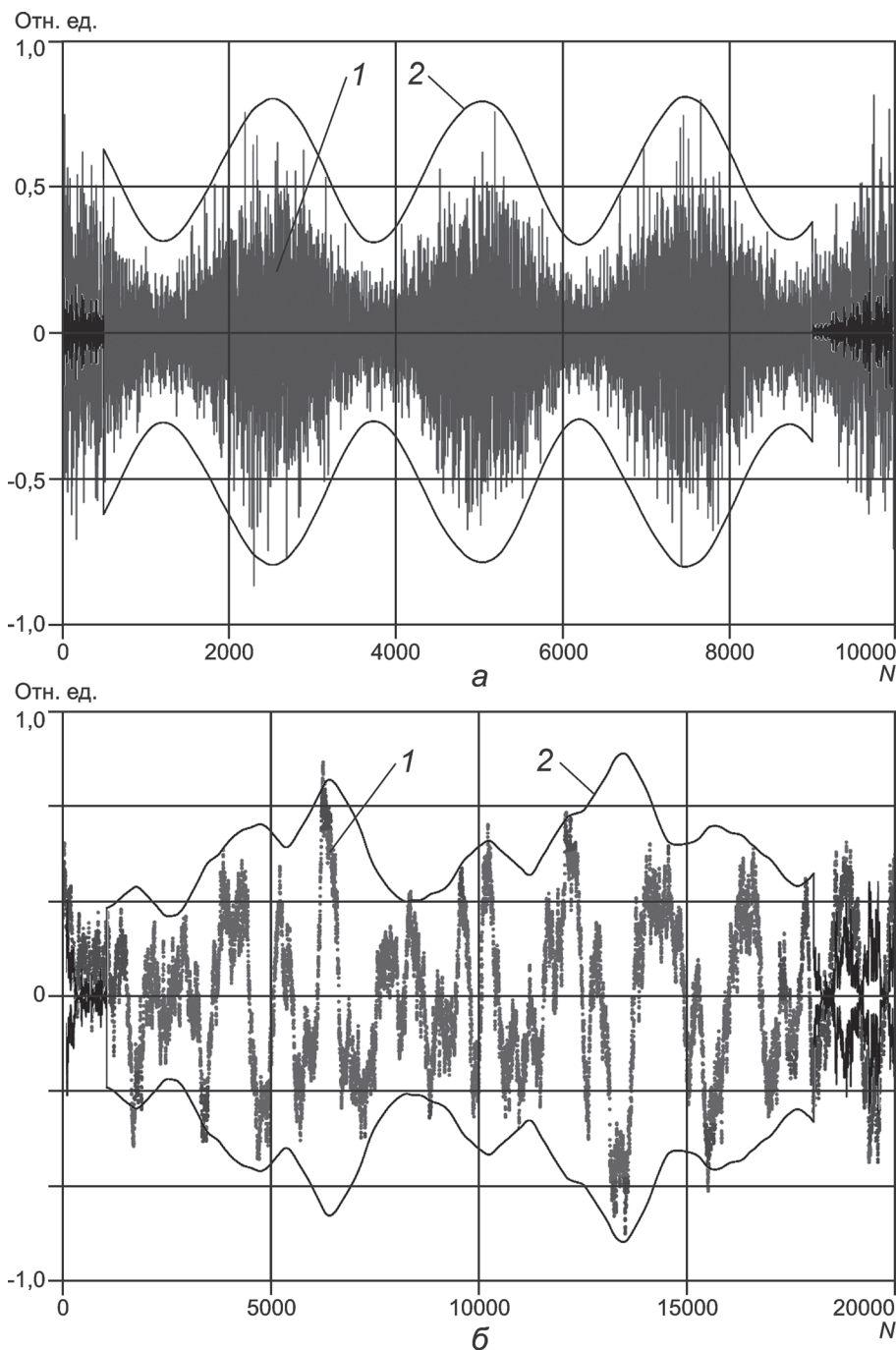
где все функции, стоящие в правой части, неизвестны.

Из рисунка следует, что предложенный алгоритм (для $2 \cdot 10^4$ точек при $K = 500$) правильно определяет требуемую характеристику. В правых и левых частях обоих рисунков расположены точки крайних окон обработки измерительной информации, которые согласно (2) в результат обработки не входили.

Отличительная особенность предложенного метода состоит в том, что показанные на рисунке медленно осциллирующие кривые, определяющие искомые огибающие сигналов, соответствуют (1) и получены на основе простого алгоритма, не требующего существенных вычислительных затрат. Характеристики этих кривых определяют с помощью стандартного преобразования Фурье. Проведенные исследования подтверждают работоспособность и малые вычислительные затраты разработанного алгоритма выделения огибающей случайного сигнала.

Литература

1. **Nielsen R. O.** Sonar Signal Processing. Northwood (MA): Artech House Inc., 1991.
2. **Di Martino J. C., Haton J. P., Laporte A.** Lofargram line tracking by multistage decision process // Speech, and Signal Processing: IEEE Int. conf. acoustic. Minneapolis, USA. 1993. V. 1. P. 27—30.
3. **Yang Z., Qing C., Huang D.** An improved empirical AM/FM demodulation method // Wavelet Analysis and Pattern Recognition: Int. Conf. 2007. V. 3. P. 1049—1053.



Результаты выделения огибающей моделированного при $K = 200$ (а) и реального при $K = 500$ (б) сигналов:

1 — исходный сигнал; 2 — огибающая

4. **Diniz P. S. R., Silva E., Netto S. L.** Digital Signal Processing: System Analysis and Design. GB. Cambridge Univ. Press, 2010.

5. **Kistovich A. V.** The integration of multiscale functions // Waves in fluids: Effects of Nonlinearity, Rotation, Stratification and Dissipation / Bookabstr. IUTAM symp. 12-3. M., 2012. P. 101—103.

Дата принятия 10.11.2014 г.