

Таким образом, традиционный подход не учитывает появление избыточных флуктуаций, обусловленных параметрическим механизмом преобразования шумов с субгармоник на основную частоту при периодически нестационарном дробовом шуме $i(t)$.

Л и т е р а т у р а

1. **Acernese F. e. a.** Status of Virgo // *Class. Quantum. Grav.* 2008. V. 25. 114045.
2. **Abbott B. P. e. a.** LIGO: the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory // *Rep. Prog. Phys.* 2009. V. 72. 076901.
3. **Drever R. W. P. e. a.** Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator // *Appl. Phys.* 1983. V. B 31. P. 97—105.

4. **Безруков Л. Б. и др.** Прецизионный измерительный комплекс слабых оптоакустических возмущений // *ПТЭ*. 2010. № 3. С. 111—118.
5. **Остром К. Ю.** Введение в статистическую теорию управления. М.: Мир, 1973.
6. **Гильярди Р. М., Карп Ш.** Оптическая связь. М.: Связь, 1978.
7. **Рытов С. М.** Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1976. Т. 1.
8. **Куликов Е. И., Трифионов А. П.** Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
9. **Клышко Д. Н.** Фотонный шум: наблюдение, подавление, интерпретация // *УФН*. 1995. Т. 165. № 11. С. 1249—1278.
10. **Black E. D.** An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization // *Am. J. Phys.* 2001. V. 69. N 1. P. 79—87.

Дата принятия 19.03.2013 г.

ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

621.317.08

Алгоритм формирования выходного сигнала группового эталона частоты

К. Г. МИШАГИН, С. Д. ПОДОГОВА, И. Н. ЧЕРНЫШЕВ, С. Ю. МЕДВЕДЕВ

ЗАО «Время-Ч», Н. Новгород, Россия, e-mail: mishagin@vremya-ch.com

Предложен алгоритм формирования выходного сигнала группового эталона частоты, использующий управление частотой вспомогательного кварцевого генератора на двух временных масштабах. Алгоритм можно применять в системах резервирования выходного сигнала эталона, основанных на синхронизации вспомогательного генератора относительно нескольких стандартов частоты и времени.

Ключевые слова: групповой эталон частоты и времени, нестабильность частоты, вариация Аллана.

The automatic frequency control of auxiliary crystal oscillator algorithm based on two time-scales frequency measurements is proposed for formation of output signal of an atomic clock ensemble. The algorithm can be realized in atomic clock combining systems based on the synchronization of auxiliary oscillator by several atomic clocks of the ensemble.

Key words: ensemble of atomic clocks, frequency instability, Allan variation.

В последние годы существенно повысилась точность хранения и воспроизведения эталонных единиц времени и частоты, что, в первую очередь, обусловлено появлением новых квантовых стандартов частоты, основанных на использовании охлажденных атомов или ионов (цезиевые и рубидиевые фонтаны, оптические стандарты на атомах стронция и др.). При этом сигналы эталона, как правило, формируются при помощи небольшого ансамбля активных водородных стандартов (эффективность такого подхода продемонстрирована в [1, 2]). Отметим, что в нашей стране ансамбли водородных стандартов являются также основой для вторичных

и рабочих эталонов частоты и времени. За рубежом часто применяют ансамбли цезиевых стандартов частоты (на цезиевой атомно-лучевой трубке) или и цезиевые, и водородные стандарты вместе [3].

Кроме повышения точности современных эталонов времени и частоты наблюдается тенденция к формированию реальных сигналов (высокочастотных и частотой 1 Гц), обладающих характеристиками точности группового эталона. Для решения данной задачи необходима реализация алгоритма расчета групповой частоты и шкалы времени, а также алгоритма управления частотой и фазой источника выход-

ного сигнала эталона. В качестве такого источника применяют вспомогательный управляемый кварцевый генератор, частота которого обычно стабилизирована относительно одного опорного сигнала (квантового стандарта).

Важным качеством эталона является его надежность. Использование нескольких стандартов в эталоне позволяет резервировать выходные сигналы. Однако переключение с ведущего стандарта на резервный не происходит мгновенно. Решение о переключении принимается на основе анализа результатов сличений ведущего стандарта с другими стандартами эталона (общее количество стандартов должно быть не менее трех) и требует некоторого времени, в течение которого выходной сигнал может быть «испорчен». Сигнал резервного стандарта подстраивается по частоте и фазе, чтобы максимально совпадать с выходным сигналом, стабилизированным по частоте относительно ведущего стандарта. Для этого можно привлечь вспомогательный генератор, фазовый микростеппер или систему автоподстройки фазы [4].

Существует альтернативный подход к задаче резервирования выходных сигналов, который предполагает использование сигналов сразу нескольких стандартов частоты и времени, входящих в групповой эталон, для формирования выходного сигнала. На рис. 1 показана схема, в которой сигналы входящих в группу стандартов измеряются на многоканальном частотном компараторе МЧК относительно сигнала управляемого кварцевого генератора УКГ. По данным этих измерений процессорное устройство ПУ формирует команды коррекции частоты сигнала кварцевого генератора. Таким образом реализуется цифровая петля автоматической подстройки частоты вспомогательного генератора относительно средней частоты группы сигналов. Детектирование проблемных ситуаций происходит прежде, чем вводятся коррекции, поэтому, если флуктуация частоты одного из входных сигналов превышает заданный предел, этот сигнал исключается из группы и не участвует в управлении вспомогательным генератором. Исключенный сигнал заменяется некоторым средним значением, измеренным заранее. При этом динамические характеристики петли автоподстройки остаются неизменными. Такой подход имеет ряд преимуществ: непрерывность выходного сигнала, отсутствие скачков по фазе и частоте при включении и отключении опорных

сигналов, возможность реализации в одном приборе (подобные схемы реализованы в резервируемом формирователе эталонных частот Ч7-317 производства ЗАО «Время-Ч» и в синхронизируемом генераторе 10281 производства TimeTech). Однако остается нерешенной задача достижения наилучшей стабильности выходного сигнала в такой схеме. Выполненная в определенный момент автоподстройка относительно средней частоты опорных стандартов не позволяет получить оптимальную стабильность частоты выходного сигнала, если характеристики стандартов неодинаковы.

Цель настоящей работы заключается в создании такого алгоритма автоподстройки для схемы на рис. 1, который сочетал бы высокую стабильность выходного сигнала (стабильность частоты на выходе должна быть выше, чем у каждого стандарта из группы в отдельности для широкого диапазона интервалов времени измерения) и относительную простоту, позволяющую реализовать алгоритм в приборе. Решение этой задачи даст возможность сформировать резервируемый сигнал, обладающий характеристикой стабильности группового эталона частоты.

Рассмотрим общий принцип автоподстройки частоты относительно сигналов нескольких стандартов (см. рис. 1). Допустим возможность выбора различных весовых коэффициентов для каждого опорного сигнала. Тогда текущее изменение кода частоты подстраиваемого генератора (учитывая для простоты лишь интегральную составляющую в управлении) можно записать так:

$$\Delta U_k = -g^i \sum_{n=1}^N w_{n,k} y_{n,k} + \Delta_k, \quad (1)$$

где g^i — интегральный коэффициент управления; $w_{n,k}$ — весовой коэффициент n -го опорного сигнала; $y_{n,k}$ — относительная разность частот n -го опорного сигнала и подстраиваемого генератора, измеренная в k -й момент времени; Δ_k — добавка, позволяющая программно задавать и корректировать сдвиг частоты.

Важно отметить, что в процессе работы системы весовые коэффициенты могут изменяться, сигналы могут включаться в группу синхронизации и исключаться из нее. Это должно приводить к сдвигу частоты подстраиваемого генератора. Чтобы устранить данный сдвиг, осуществляется коррекция величины Δ_k .

Благодаря цифровой петле частотной автоподстройки частота выходного сигнала УКГ представляет собой взвешенное среднее частот опорных сигналов и рассчитывается по формуле

$$f_{\text{вых}}^{\text{УКГ}} = (1 + \delta) \sum_{n=1}^N w_n f_n + f_{\xi}, \quad (2)$$

где δ — программируемый относительный сдвиг частоты; f_n — частоты сигналов стандартов, входящих в ансамбль; f_{ξ} — шум, вносимый системой автоподстройки.

Нестабильность частоты выходного сигнала (2) можно оценить при помощи вариации Аллана [5, 6]. Предполагая некоррелированность опорных сигналов, а также, что вариации их частоты представляют собой стационарный гауссов

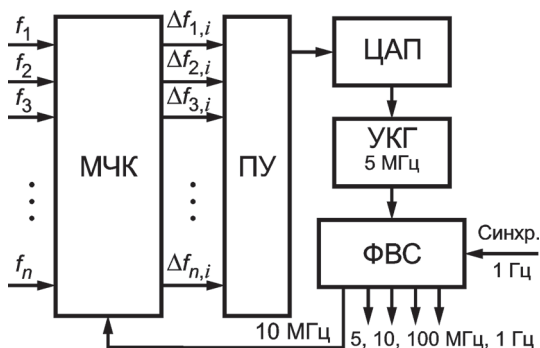


Рис. 1. Схема резервирования на основе автоподстройки управляемого кварцевого генератора УКГ относительно группы опорных сигналов с частотами $f_1, \dots, f_n$:

МЧК — многоканальный частотный компаратор; ПУ — процессорное устройство; ЦАП — цифроаналоговый преобразователь; ФВС — формирователь выходных сигналов

случайный процесс, получаем выражение для вариации Аллана

$$\sigma_y^2(\tau) = \sum_n w_n^2 \sigma_n^2(\tau) + \sigma_\xi^2(\tau), \quad (3)$$

где $\sigma_n^2(\tau)$ — вариация Аллана n -го сигнала; $\sigma_\xi^2(\tau)$ — добавка из-за шума, вносимого системой автоподстройки, которая достаточно мала и в течение времени τ , много большего длительности времени управления, определяется лишь погрешностью измерения разности частот в компараторе для соответствующего τ .

В простейшем случае, когда нестабильность частоты сигналов всех стандартов одинакова для всех τ , очевидно, что весовые коэффициенты должны быть также одинаковыми.

Тогда $\sigma_y(\tau)$, если пренебречь $\sigma_\xi^2(\tau)$, будет в $\sqrt{N}$ раз меньше нестабильности частоты отдельного стандарта.

Если сигналы стандартов имеют различные характеристики нестабильности частоты, то для фиксированного интервала τ можно подобрать оптимальное распределение весов, чтобы для выбранного τ значение вариации Аллана выходного сигнала (3) было минимальным. Оптимальное в этом смысле распределение весовых коэффициентов имеет вид

$$w_n(\tau) = \sigma_{y, \min}^2(\tau) / \sigma_n^2(\tau); \quad (4)$$

$$\sigma_{y, \min}^2(\tau) = \left[\sum_n \sigma_n^{-2}(\tau) \right]^{-1}, \quad (5)$$

т. е. весовой коэффициент для каждого опорного сигнала выбирается обратно пропорционально вариации Аллана его частоты для фиксированного τ .

В групповом эталоне могут быть стандарты, у которых соотношения нестабильности частоты относительно друг друга отличаются на разных интервалах времени измерения. Наиболее ярким примером служит ансамбль, объединяющий водородные и цезиевые стандарты: водородные стандарты обладают существенно лучшей кратковременной стабильностью частоты, но на длительных интервалах времени измерения лучшие характеристики имеют цезиевые стандарты. В таком случае описанная выше автоподстройка относительно средневзвешенного значения с подбором весовых коэффициентов для фиксированного τ^* (4) не позволит добиться наилучшей стабильности частоты выходного сигнала для интервалов, далеких от τ^* . В качестве наиболее простого и эффективного решения этой проблемы предлагается модифицировать алгоритм автоподстройки (1) с целью реализации управления на нескольких временных масштабах, учитывающий как быстрые, так и медленные флуктуации частоты опорных сигналов и подстраиваемого генератора. Процесс управления основан на оценках относительных

разностей частот на коротких $y_{n,k}^S$ и длительных $y_{n,k}^L$ интервалах времени (далее для простоты опустим слагаемое Δ_k):

$$\Delta U_k = -g^i \sum_{n=1}^N w_{n,k}^S \left(y_{n,k}^S - \sum_{m=1}^N w_{m,k}^L (y_{n,k}^L - y_{m,k}^L) \right). \quad (6)$$

Правую часть (6) можно представить иначе:

$$\Delta U_k = -g^i \sum_{n=1}^N w_{n,k}^S y_{n,k}^S + g^i \sum_{n=1}^N (w_{n,k}^S - w_{n,k}^L) y_{n,k}^L, \quad (7)$$

где первое слагаемое аналогично (1), а второе позволяет корректировать медленно меняющиеся флуктуации частоты относительно средневзвешенной частоты опорных сигналов, измеренной на длительном интервале времени. В (6), (7) индексы k означают, что все величины (включая весовые коэффициенты) могут обновляться на каждой итерации управления; $w_{n,k}^S$, $w_{n,k}^L$ — весовые коэффициенты, которые предлагается рассчитывать по (4) для интервалов времени усреднения соответственно τ_w^S , τ_w^L . Еще два временных параметра τ^S и τ^L относятся к интервалам времени измерения величин $y_{n,k}^S$, $y_{n,k}^L$, кроме того, τ^S является интервалом между коррекциями частоты системы автоподстройки. Выбор параметров τ_w^S , τ_w^L , τ^S , τ^L имеет принципиальное значение для стабильности частоты формируемого сигнала. Поясним принцип выбора временных параметров на конкретном примере.

Рассмотрим две группы стандартов, отличающихся различными характеристиками стабильности частоты на разных τ (рис. 2), где кривые 1, 2 характеризуют стандарты, обладающие лучшими долговременной ($\tau > \tau^X \approx 1200$ с) и кратковременной ($\tau < \tau^X$) стабильностями. Характеристики нестабильности частоты, показанные на рис. 2, получены в результате численного моделирования в MATLAB. Для моделирования фазовых шумов стандартов использовали дискретно-временную модель случайного процесса, учитывающую белый фазовый и частотный шум, шум случайных блужданий частоты [10]. Кроме этого, при помощи метода обратного преобразования Фурье [7] при моделировании случайных процессов учтена составляющая фликерного частотного шума. Математическую модель случайного процесса можно представить в виде

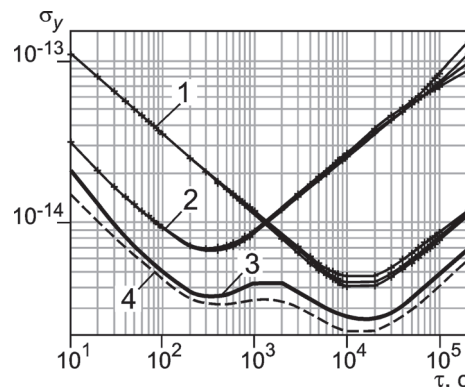


Рис. 2. Результаты моделирования:

1, 2, 3 — девиации Аллана для первой, второй групп и группового сигнала; 4 — оценка минимально возможной девиации Аллана группового сигнала

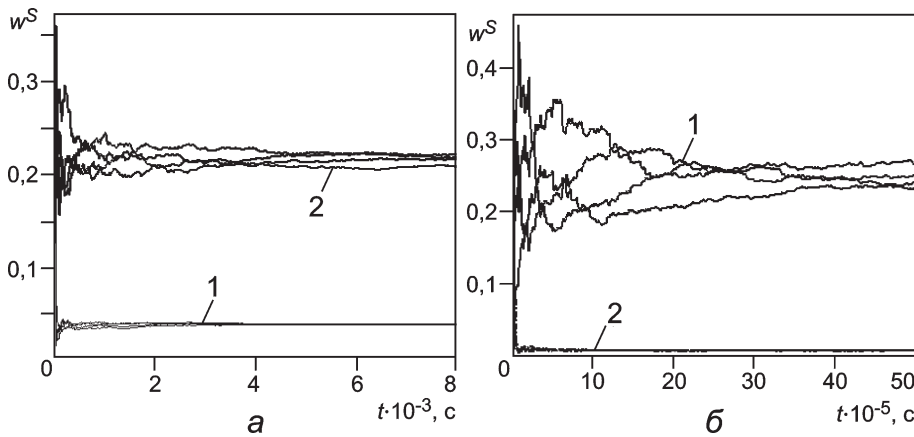


Рис. 3. Динамика весовых коэффициентов, оцениваемых по характеристикам кратковременной (а) и долговременной (б) нестабильности частоты опорных сигналов, полученная при численном моделировании предлагаемого алгоритма:

1, 2 — весовые коэффициенты для сигналов первой и второй групп

$$\begin{aligned} x_k &= x_{k-1} + y_{k-1} \Delta t + D \Delta t^2 / 2 + \xi_{k-1}; \\ y_k &= y_{k-1} + D \Delta t + \eta_{k-1}; \\ z_k &= x_k + \alpha_k + \beta_k; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\langle \xi_k \xi_n \rangle = \sigma_\xi^2 \delta_{nk}; \langle \eta_k \eta_n \rangle = \sigma_\eta^2 \delta_{nk}; \langle \alpha_k \alpha_n \rangle = \sigma_\alpha^2 \delta_{nk}. \quad (9)$$

В (8), (9) z_k соответствует фазе моделируемого случайного процесса в k -й момент времени; Δt — интервал дискретизации по времени; ξ_k — белый частотный шум; η_k — шум случайных блужданий частоты; α_k — белый фазовый шум; β_k — фликерный частотный шум, полученный по алгоритму, описанному в [7]; D — дрейф частоты; δ_{nk} — символ Кронекера.

Теперь поясним выбор значений временных параметров. Интервалы времени измерения τ_w^S и τ_w^L , на которых оцениваются вариации Аллана для опорных сигналов и вычисляются весовые коэффициенты для «быстрого» и «медленного» управления, зависят от требований к эталону: на каких интервалах времени измерения важнее всего получить минимальные значения нестабильности частоты выходного сигнала. Если есть априорная информация о нестабильности частоты опорных сигналов, то желательно выбирать эти значения в областях, где характеристики сигналов отличаются наиболее сильно (или имеют наибольший разброс значений). В рассматриваемом примере целесообразно выбрать $\tau_w^S < 100$ с, $\tau_w^L \geq 20000$ с. Отметим, что не стоит выбирать τ_w^L слишком большим, так как с его увеличением требуется большее время для корректной оценки соответствующей вариации Аллана $\sigma_n^2(\tau_w^L)$. Интервал времени τ^S (шаг времени для управления) должен быть много меньше минимального интервала времени измерения, на котором важна стабильность выходного сигнала (обычно это 1 с, тогда $\tau^S \ll 1$ с). Такой выбор обусловлен тем, что система авто-

подстройки ухудшает стабильность частоты для интервалов, близких к периоду управления. Интервал времени τ^L , на котором оцениваются относительные разности частот $y_{n,k}^L$ для плавной коррекции средневзвешенной частоты, формируемой подстраиваемым генератором, желательно выбрать вблизи точки пересечения кривых девиаций Аллана первой и второй групп стандартов (см. рис. 2), т. е. $\tau^L \approx \tau^X$. При выборе $\tau^L < \tau^X$ влияние сигналов из первой группы будет ухудшать характеристики нестабильности группового сигнала на интервалах времени $\tau^L - \tau^X$. Если же $\tau^X < \tau^L$, то сигналы второй группы ухудшат характеристики группового сигнала на интервалах $\tau^X - \tau^L$. Если, в отличие от рассматриваемого примера, проблематично выделить интервал времени, на котором пересекаются графики с различными характеристиками нестабильности

частоты или характеристики сигналов не известны априори, то можно предложить в качестве τ^L среднее значение (по логарифмической шкале) между τ_w^S и τ_w^L . Важно отметить, что дополнительное плавное управление приводит к небольшому ухудшению нестабильности частоты группового сигнала на интервалах времени вблизи τ^L , что также требуется учитывать при выборе τ^L .

Перейдем к описанию параметров, используемых при моделировании. На рис. 2 кривые 1 и 2 соответствуют характеристикам собственной нестабильности частоты опорных сигналов. Для ускорения процесса численного счета шаг управления (интервал времени оценки быстро меняющихся разностей частот $y_{n,k}^S$) выбран равным $\tau^S = 1$ с. Интервалы времени для оценки кратковременной и долговременной нестабильности частоты (и соответствующих весовых коэффициентов) $\tau_w^S = 10$ с и $\tau_w^L = 20\tau^L$. Интервал времени для оценки медленно меняющихся разностей частот ($y_{n,k}^L$) выбран в точке пересечения графиков 1 и 2: $\tau^L = \tau^X \approx 1200$ с.

Оценки $y_{n,k}^L$ осуществляются в скользящем окне длительностью τ^L и могут пересчитываться на каждой k -й итерации управления. Результаты моделирования показали, что $y_{n,k}^L$ не обязательно пересчитывать на каждой итерации, пересчет один раз в 100 с не привел к заметному ухудшению нестабильности частоты группового сигнала.

Весовые коэффициенты $w_{n,k}^S, w_{n,k}^L$ подбираются адаптивно, стартуя с одинаковых значений. Для их расчета оцениваются вариации Аллана отдельных опорных сигналов по методу N генераторов с оптимальным взвешиванием и использованием перекрывающихся временных интервалов для уменьшения дисперсии оценки [8, 9]. Рис. 3, а, б иллюстрирует динамику адаптивной оценки весовых коэффициентов, полученную в одном из численных экспериментов. Из рис. 3 следует, что коэффициенты быстро распределяются

на две группы в соответствии с характеристиками нестабильности частоты сигналов. Моделирование показывает, что весовые коэффициенты достаточно пересчитывать не чаще, чем раз в 100 с.

Главный результат моделирования отражает кривая 3 на рис. 2, соответствующая зависимости девиации Аллана для группового сигнала от интервала времени измерения, формируемого управляемым генератором. Действительно, благодаря предлагаемому алгоритму автоподстройки удалось уменьшить нестабильность частоты группового сигнала на всех временных масштабах, т. е. стабильность частоты формируемого сигнала лучше, чем у лучшего стандарта из группы (для каждого τ). Кривая 4 на рис. 2 рассчитана по (5) и соответствует оценке теоретического предела минимальной нестабильности частоты группового сигнала для рассматриваемых опорных сигналов. Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет получить результат, близкий к теоретическому пределу. Заметный подъем в области малых интервалов времени связан с действием системы автоподстройки, которая имеет временной шаг управления $\tau^S = 1$ с. Напомним, что выбор такого шага обусловлен лишь желанием сократить время моделирования, в случае подстройки кварцевого генератора относительно водородного стандарта желательно, чтобы выполнялось условие $\tau^S \ll 1$ с.

Представленный в работе модифицированный алгоритм автоподстройки позволяет улучшить характеристики группового сигнала, формируемого системой резервирования, основанной на синхронизации вспомогательного кварцевого генератора относительно нескольких опорных сигналов квантовых стандартов (см. рис. 1). Для реализации алгоритма требуется хранить выборки относительных разностей фаз (частот) на достаточно длительном интервале времени. Выборки разностей фаз (частот), как показало моделирование, могут быть сильно прорежены (до 100 с на отсчет для параметров, используемых при моделировании), поэтому для их хранения потребуется относительно небольшая часть памяти вычислительного устройства. Весовые коэффициенты вычисляются с использованием рекуррентных формул, что не требует больших вычислительных затрат. Полученная в результате моделирования девиация Аллана достаточно близка к минимально возможным значениям для всех рассматриваемых τ (см. рис. 2). Следовательно, предлагаемый алгоритм управления должен быть сопоставим по характеристикам стабильности формируемой средневзвешенной частоты с известными на данный момент алгоритмами формирования аналитических шкал времени [10]. Детальное сравнение алгоритмов выходит за рамки данной работы. Отметим, что предлагаемый алгоритм может быть модифицирован добавлением базового уравнения шкалы времени [10] для формирования аналитической шкалы атомного времени на групповых эталонах.

При практической реализации системы частотной автоподстройки, рассмотренной в данной работе, особое внимание необходимо уделить детектированию скачков фазы и частоты опорных сигналов для исключения опорного генератора, в котором произошел сбой, из группы синхронизации (подробно об алгоритмах детектирования резкого изменения параметров см. в [11]).

Л и т е р а т у р а

1. **Bauch A. E. a.** Generation of UTC(PTB) as a fountain-clock based time scale // *Metrologia*. 2012. V. 49. N 3. P. 180—188.
2. **Наумов А. В. и др.** Формирование и передача национальной шкалы времени в ГНС ГЛОНАСС // *Метрология времени и пространства: Матер. 6-го Междунар. симп. Менделеево*, 2012. С. 290—293.
3. **Breakiron L. A.** Timescale Algorithm Combining Cesium Clocks and Hydrogen Masers // *Proc. Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting*. 1991. V. 23. P. 297—302.
4. **Воронин М. Г., Пашев Г. П.** Анализ систем автоматической подстройки фазы выходного сигнала квантового группового хранителя частоты и времени // *Измерительная техника*. 2008. № 3. С. 21—26; **Voronin M. G., Pashev G. P.** Analysis of an automatic phase adjustment system for the output signal of a quantum group frequency and time keeper // *Measurement Techniques*. 2008. V. 51. N 3. P. 260—268.
5. **Rutman J.** Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources: Fifteen years of progress // *Proc. IEEE*. 1978. V. 66. N 9. P. 1048—1075.
6. **ГОСТ 8.567—99.** ГСИ. Измерения времени и частоты. Термины и определения.
7. **Greenhall C. A.** FFT-based methods for simulating flicker FM // *Proc. Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting*. 2002. V. 34. P. 481—491.
8. **Чернышев И. Н., Мишагин К. Г.** Оптимальное измерение нестабильности частоты в многоканальном компараторе // *Измерительная техника*. 2009. № 9. С. 13—17; **Chernyshev I. N., Mishagin K. G.** Optimal measurement of frequency instability in a multi-channel comparator // *Measurement Techniques*. 2009. V. 52. N 9. P. 931—939.
9. **Howe D. A., Allan D. W., Barnes J. A.** Properties of signal sources and measurement methods // *Frequency Control Symp.* 1981. V. 35. P. 464—469.
10. **Levine J.** The statistical modeling of atomic clocks and the design of timescales // *Rev. sci. instrum.* 2012. V. 83. P. 021101.
11. **Riley W. J.** Algorithms for frequency jump detection // *Metrologia*. 2008. V. 45. P. S154—S161.

Дата принятия 08.04.2013 г.