

ное влияние факторов (на этапе определения $Y_{\text{теор}}$ это потребовало бы сложного плана эксперимента).

Метод может быть использован для метрологического сопровождения в интеллектуальных СИ. Дополнительным его достоинством является разработанность программного обеспечения условия (6), а также гармонизация с рекомендациями по оцениванию данных в нормативных документах по метрологии [4].

Л и т е р а т у р а

1. Пьявченко О. Н. и др. Прецизионные интеллектуальные тензометрические датчики давления. Методы, модели, алгоритмы и архитектуры / Под ред. О. Н. Пьявченко. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2009.

2. Радев Х. К. О подходах к измерению и его точности. Математическая, статистическая и компьютерная поддержка качества измерений // Материалы Междунар. науч.-практ. семинара. СПб.: «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева», 2009 [Электрон. ресурс]. <http://mscsmq.vniim.ru/files/2009/rus/1-radev-09-ru.pdf> (дата обращения: 5.03.2012).

3. Ординарцева Н. П. Метод гибридного моделирования в регрессионном анализе // Вопросы радиоэлектроники. 2012. № 1. С. 136—143.

4. Введение к «Руководству по выражению неопределенности измерения» и сопутствующим документам. Оценивание данных измерений / Пер. с англ., под науч. ред. В. А. Слаева, А. Г. Чуновкиной. СПб.: «Профессионал», 2011.

Дата принятия 09.01.2013 г.

519.814:519.226:006.91

Решающее правило при оценке соответствия с учетом неопределенности измерения

И. Р. ШАЙНЯК

Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем,
Н.Новгород, Россия, e-mail: igor.szajniak@nickd.ru

Рассмотрена процедура оценки соответствия установленным требованиям в виде фиксированных числовых границ для некоторой величины с учетом неопределенности измерения указанной величины. Показано, что интерпретация результата измерения в смысле байесовской вероятности требует модификации классических процедур принятия решений, в том числе байесовских. Предложенный подход сравнивается с подходом проекта ISO/IEC DGuide 98-4 (2012), входящего в серию международных стандартов, разработанных в развитие «Руководства по выражению неопределенности измерения» (GUM). Показано и проиллюстрировано примерами, что подход проекта плохо согласуется с концепцией неопределенности измерения, предлагаемой в GUM.

Ключевые слова: оценка соответствия, область допустимых значений, результат измерения, неопределенность измерения, байесовский подход.

A procedure for assessing the conformity with specified requirements described in terms of a tolerance interval for a quantity is considered in view of uncertainty of measurement of the quantity. It is shown that if the measurement result is considered as a Bayesian inference then the classical methods of the decision theory, including Bayesian ones should be properly modified. This is compared to the approach of ISO/IEC DGuide 98-4 (2012) which is being developed in order to promote the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» (GUM) to the specific tasks of conformity assessment. It is demonstrated that approach is actually in poor agreement with GUM.

Key words: conformity assessment, tolerance range, measurement result, uncertainty of measurement, Bayesian approach.

Типичным применением результата измерения физической величины наряду со сравнением с результатами других измерений является его сопоставление с некоторыми заранее заданными границами области соответствия. Такие границы часто устанавливают на основе обобщения опыта предшествующих измерений, которые, в свою очередь, имели собственную неопределенность. Поэтому в общем случае необходимо говорить о двух разных неопределенностях — текущего измерения и заданных границ. Неопределенность границ зависит от принципа их формирования. Например, в качестве верхней или нижней границы может быть выбран квантиль заданного уровня или математическое ожидание

распределения случайной величины, отражающие субъективное представление о возможных значениях измеряемой величины как результата опыта предшествующих измерений. В общем случае процедура сопоставления результата измерения с заданными границами должна учитывать помимо неопределенностей текущего измерения и границ еще и правило формирования этих границ [1].

Задачу выбора решающего правила рассмотрим ниже в предположении отсутствия неопределенности задания границ области соответствия, т. е. будем считать, что эти границы известны точно. В этом случае единственной принимаемой во внимание остается неопределенность измерения,

которая согласно подходу, предложенному в «Руководстве по выражению неопределенности измерения» (GUM) [2, 3] понимается как байесовская апостериорная вероятность распределения для измеряемой величины.

Формализуем данную задачу следующим образом. Для некоторой скалярной физической величины Y установлены области допустимых A и недопустимых $\bar{A}$ значений. Требуется выбрать оптимальное в некотором смысле решающее правило, которое позволяло бы по результату измерения отнести эту величину к одной из двух указанных выше областей. Субъективная интерпретация неопределенности измерения по GUM ограничивает выбор возможных решающих правил в задачах оценки соответствия. Исключая истолкование вероятностей в частотном смысле, она тем самым не позволяет использовать классические процедуры проверки статистических гипотез, требуя обращения к процедурам байесовским. Однако классический байесовский вывод в теории принятия решений также оказывается неприменимым в условиях рассматриваемой задачи.

Классический байесовский вывод [4] применительно к задаче оценки соответствия, можно представить такой последовательностью шагов.

1. Рассматриваем наблюдения $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ случайной величины, описываемой плотностью распределения вероятностей $f(x; \theta)$, где θ представляем в качестве параметра сдвига, заданного в пространстве параметров Ω . Применительно к задаче оценки соответствия параметр θ интерпретируем как неизвестное значение измеряемой величины, а наблюдения $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ — как данные, на основе которых должно быть принято решение о соответствии или несоответствии. Требование наличия некоторого распределения $f(x; \theta)$, известного с точностью до параметра сдвига и «генерирующего» исходные данные для процедуры принятия решения, является ключевым моментом классического байесовского вывода.

2. По известным наблюдениям $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ при заданном распределении $f(x; \theta)$ строим функцию правдоподобия

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta).$$

3. Для применения байесовской процедуры принятия решения необходимо, чтобы всем возможным альтернативным гипотезам о соответствии была приписана некоторая вероятность их выполнения. Применительно к задаче оценки соответствия это означает, что необходимо иметь априорную информацию о том, с какой вероятностью параметр θ может принимать то или иное значение в пространстве Ω . Данную информацию формализуем в виде априорной плотности распределения вероятностей $\pi_0(\theta)$.

4. Применение теоремы Байеса позволяет получить апостериорную плотность распределения вероятностей $\pi(\theta) \propto \pi_0(\theta) L(\theta|\mathbf{x})$. Теперь уже величину θ будем рассматривать не как некий неизвестный параметр, а как случайную переменную. Распределение $\pi(\theta)$ отражает сформированное на основе наблюдений субъективное представление исследователя о том, какие значения может принимать измеряемая величина.

5. Знание $\pi(\theta)$ позволяет определить вероятности соблюдения (соответствие) и несоблюдения (несоответствие) установленных требований: $P(\theta \in A|\mathbf{x}) = \int_A \pi(\theta) d\theta$ и $P(\theta \in \bar{A}|\mathbf{x}) =$

$$= \int_{\bar{A}} \pi(\theta) d\theta = 1 - P(\theta \in A|\mathbf{x}).$$

Тогда байесовское правило приня-

тия решения будет $\theta \in A$, если $P(\theta \in A|\mathbf{x}) > P(\theta \in \bar{A}|\mathbf{x})$; в

противном случае $\theta \in \bar{A}$. Часто удобно ввести отношение

$$k = P(\theta \in A|\mathbf{x}) / P(\theta \in \bar{A}|\mathbf{x}),$$

тогда $\theta \in A$, если $k > 1$, и $\theta \in \bar{A}$, если $k \leq 1$.

6. Поскольку «стоимость» ошибочных решений о соответствии и несоответствии в общем случае может быть разной, часто вводят так называемую функцию потерь. Пусть потери в случае принятия решения $\theta \in A$, когда в действительности $\theta \in \bar{A}$, равны m , а потери при принятии решения $\theta \in \bar{A}$, когда в действительности $\theta \in A$, равны r . Тогда оптимальное байесовское решающее правило преобразуется к виду $\theta \in A$, если $k > m/r$, и $\theta \in \bar{A}$, если $k \leq m/r$.

С точки зрения применения классической байесовской процедуры принятия решения в задаче оценки соответствия, важным шагом является содержательная интерпретация наблюдений $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ и «генерирующего распределения» $f(x; \theta)$. В проекте [5] предлагается под x понимать выходное значение измерительной системы, а $f(x; \theta)$ рассматривать как распределение генеральной совокупности выходных значений измерительной системы при заданном значении θ измеряемой величины. Однако данное предложение встречает, как минимум, два возражения. Во-первых, в ряде случаев измерительной системе вообще невозможно поставить в соответствие какую-то определенную плотность распределения вероятностей, о чем свидетельствует, в частности, следующий пример.

Пример 1. Пусть для приготовления раствора заданной концентрации (измеряемая величина) используют образцы вещества заданной номинальной массы из двух разных источников. Тогда генеральная совокупность для измерительной системы в целом будет представлять собой смесь двух генеральных совокупностей, соответствующих каждому из этих источников. И в то же время конкретное значение на выходе измерительной системы будет подчиняться распределению, соответствующему генеральной совокупности для источника того образца, который использован в данном измерении.

В приведенном примере принципиально важным является момент, что одно и то же выходное значение измерительной системы можно получить при разных комбинациях влияющих величин и каждой из таких комбинаций можно поставить в соответствие собственную генеральную совокупность выходных значений измерительной системы (это особенно наглядно для косвенных измерений, в которых точность измерения влияющих величин зависит от их уровня).

Во-вторых, представление результата измерения в виде показания прибора x и приписанного измерительной системе распределения $f(x; \theta)$ является отражением частотного, а не байесовского подхода к измерению, принятого в GUM.

Понятие результата измерения по GUM. Процедура измерения по [2, 3] представляет собой объединение разнородных данных, способных дать представление о возможных значениях измеряемой величины, и формализацию собранной информации в виде распределения вероятностей случайной величины η , отражающей данное представление.

Инструментом для этого служат математическая модель, связывающая измеряемую величину Y и влияющие величины X , полуэвристические процедуры обобщения знаний о возможных значениях влияющих величин в виде распределения ассоциированных с ними случайных величин ξ и теорема Байеса. Математическую модель алгебраической связи между измеряемой и влияющими величинами представим в виде $h(Y, X) = 0$.

Процедуру построения совместного распределения входных величин разобьем на два этапа. Сначала на основе анализа конкретного источника неопределенности найдем вид функции распределения $f(\cdot)$, описывающей этот источник (или несколько источников, если их нельзя считать независимыми). Даже если известен только один вид функции распределения для некоторой случайной величины ξ_j , то уже можно говорить о наличии априорной информации об этой величине, которую можно формализовать в виде неинформативных распределений параметров функции распределения $f(\cdot)$ [6]. Далее данные, полученные из физических соображений, справочников, технической литературы, протоколов измерений и других источников или являющиеся результатами наблюдений величины в ходе измерения, будем трактовать в виде обобщенных наблюдений, позволяющих построить соответствующую функцию правдоподобия и, в конечном итоге, применив теорему Байеса, найдем апостериорное распределение $f(\xi)$.

Об обобщенных наблюдениях приходится говорить, поскольку среди влияющих величин могут оказаться реально не наблюдаемые в ходе измерения. В этом случае функция правдоподобия будет иметь виртуальный характер, как это проиллюстрировано следующим примером.

Пример 2. Рассмотрим ту же процедуру приготовления раствора, что и в примере 1. Для получения раствора нужной концентрации из имеющейся навески необходимо отмерить соответствующий объем V растворителя. Предположим, что основной вклад в неопределенность измерения объема V будет вносить инструментальная неопределенность, связанная с мерной посудой. Пусть заранее известно, что при ее использовании истинное значение измеряемой величины V будет находиться в пределах некоторых границ $[V - \Delta V, V + \Delta V]$. В таких случаях (при отсутствии иной информации) влияющую величину V принято ассоциировать со случайной величиной, имеющей равномерное распределение в интервале $[V - \Delta V, V + \Delta V]$, т. е. $f(\cdot)$ имеет вид равномерного распределения в этом интервале. Неинформативное распределение для границы интервала ΔV зададим через плотность распределения вероятностей $\pi(\Delta V) \propto (\Delta V)^{-1}$ [6]. В паспорте на данное средство измерений (СИ) находим значение для границ допуска $\Delta V = \Delta V_{\text{lim}}$. Тогда процедуру измерения можно представить как выборку из бесконечного числа приготовлений (наблюдений) растворителя требуемого объема V с последующим высокоточным измерением его истинного объема. Полагаем, что процедура измерения объема делает растворитель непригодным для дальнейшего применения, поэтому для приготовления раствора берем последнюю порцию растворителя в выборке, для которой измерения объема не проводились. Результаты измерений объема будут составлять выборку из генеральной совокупности, соответствующей равномерному распределению в интервале $[V - \Delta V_{\text{lim}}, V + \Delta V_{\text{lim}}]$. Применение функции правдоподобия по данной выборке для параметра ΔV совместно с неинформативным распределением $\pi(\Delta V)$ даст

апостериорное распределение в виде $\delta[\Delta V - \Delta V_{\text{lim}}]$, где $\delta(\cdot)$ — дельта-функция Дирака.

Распределение параметра ΔV в виде дельта-функции Дирака соответствует точному знанию его значения. Из примера следует, что данной оценке параметра соответствует число степеней свободы, равное бесконечности¹.

Для величин, ненаблюдаемых в ходе измерения, описанная выше двухэтапная процедура является условной, и сведения, собранные о возможных значениях входных величин, позволяют непосредственно сформировать апостериорную вероятность $f(\xi)$. Тем не менее, и в этом случае указанную двухэтапную процедуру полезно иметь в виду для того, чтобы полученное апостериорное распределение $f(\xi)$ осознавалось как результат байесовского вывода.

В приведенном примере точность границ распределения, формализованная через дельта-функцию Дирака, не следует рассматривать как окончательную оценку неопределенности влияющей величины. Эта «точность» справедлива только в пределах доступных на данный момент знаний, полученных из имеющихся источников. При появлении дополнительной информации о данной величине соответствующее распределение необходимо уточнять.

Отметим, что при отсутствии наблюдений влияющей величины и связанной с этим необходимостью поиска информации о «точных» значениях параметров распределения $f(\cdot)$ неинформативные априорные распределения для этих параметров могут быть выбраны из широкого класса функций, удовлетворяющих весьма нежестким ограничениям. Например, для параметра масштаба плотность распределения вероятностей должна отличаться от нуля во всей области определения этого параметра.

При воспроизведении измерений апостериорная вероятность, полученная в примере 2, будет оставаться неизменной. Иной выглядит ситуация, когда неопределенность, связанную с каким-либо источником, оценивают на основе статистической обработки результатов наблюдений, полученных в ходе измерения.

Пример 3. Пусть при выполнении косвенного измерения неопределенность каждой входной величины, входящей в уравнение косвенного измерения, оценивают на основе серий независимых наблюдений. При этом предполагают, что случайная величина ξ_j , ассоциированная с конкретной входной величиной X_j , имеет нормальное распределение с неизвестными параметрами математического ожидания μ_j и стандартного отклонения σ_j , выборочные оценки которых q_j и s_j соответственно получают в ходе измерений. Тогда в предположении независимых неинформативных априорных распределений сдвига и масштаба получают (см., например [7]) апостериорную плотность распределения вероятностей для ξ_j в виде масштабированного смещенного t -распределения с математическим ожиданием q_j и стандартным отклонением

$\sqrt{(m_j - 1) / [m_j(m_j - 3)]} s_j$, где m_j — число наблюдений входной

¹ В [2, п. G.4.2] при рассмотрении применимости формулы Уэлча—Саттертуэйта и приписывания числа степеней свободы для оценки стандартной неопределенности типа В вводится понятие «неточности полученного значения неопределенности» на основе субъективного суждения исследователя. Однако данная концепция не нашла применения в метрологической практике, и, кроме того, после появления [3] сама процедура с использованием указанной формулы в значительной степени утратила актуальность.

величины X_i в ходе измерения. Поскольку параметры апостериорной вероятности зависят от выборочных оценок, полученных при измерении, очевидно, что вид этой вероятности будет меняться от измерения к измерению.

После получения совместного апостериорного распределения $f(\xi)$ можно записать совместное апостериорное распределение величин ξ и η в виде $f(\xi, \eta) = f(\xi) \delta[h(\eta, \xi)]$. Строго говоря, для байесовского вывода требуется задание априорного распределения и для величины η , однако наличие связи $h(\eta, \xi) = 0$ означает, что все параметры распределения $f(\eta)$ можно считать известными. В таком случае в задании априорного распределения нуждается только параметр сдвига, для которого неинформативным априорным будет равномерное распределение на интервале определения η , что равносильно умножению полученного значения $f(\xi, \eta)$ на единицу. Однако при наличии содержательной априорной информации о возможных значениях Y ее соответствующим образом следует учесть [8].

Распределение $f(\xi, \eta)$ и является по сути результатом решения измерительной задачи в самом общем виде (сравни с [3, примечание к п. 5.1.3]). Из $f(\xi, \eta)$ может быть получено маргинальное распределение $f(\eta)$ усреднением $f(\xi, \eta)$ по переменным ξ , но эта процедура усреднения уже вызывает потерю части информации, которая могла бы впоследствии понадобиться при работе с результатом данного измерения. В еще большей степени важную информацию можно потерять при представлении результата измерения в виде интервала охвата для заданной вероятности охвата. Главное, в каком бы виде ни был представлен результат измерения, он всегда будет следствием байесовского вывода и отражать субъективное представление исследователя о распределении возможных значений измеряемой величины. Процедура измерения по GUM как байесовский вывод схематично показана на рисунке.

Результат измерения, представленный в форме апостериорной вероятности для измеряемой величины $f(\eta)$ или, еще лучше, в форме совместного апостериорного распределения $f(\xi, \eta)$, максимально удобен для его дальнейшего применения, в частности, при необходимости учета новой информации для его уточнения или, как в данном случае, в задаче оценки соответствия. Естественно, после того, как результат измерения истолкован в байесовском смысле как субъективное представление об измеряемой величине, все последующие процедуры, в которых используется этот результат, также будут байесовскими. Однако необходимо иметь в виду, что начальным условием субъективной интерпретации вероятностей является наличие функции правдоподобия — частотного по своей природе механизма, который требует задания некоего «генерирующего» распределения или, что эквивалентно, генеральной совокупности. В дальнейших приложениях, когда вероятность уже истолкована в субъективном смысле, применение такого механизма и не нужно, и невозможно.

Сравнение подходов GUM и проекта [5] к понятию результата измерения. В процедуре GUM «генерирующие» распределения задают для влияющих величин X . Эти величины полностью определяют представление об измеряемой величине Y в форме байесовской вероятности. В проекте [5] генерирующее распределение задают для показаний измерительной системы, полагая, что параметром сдвига является неизвестное истинное значение измеряемой величины. Выход измерительной системы рассматривается как

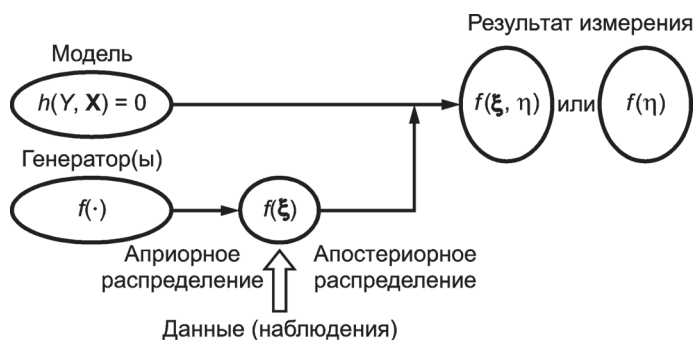


Схема процедуры измерения по GUM как байесовский вывод

результат измерения (классический или частотный подход к измерению). Различие в интерпретации результата измерения по GUM и проекту [5] не только носит «идеологический» характер, но и способно привести к существенно разным результатам, что иллюстрирует следующий пример.

Пример 4. Расход газа в трубопроводе измеряют при помощи двух расходомеров, которые в идеале должны показывать одно и то же значение (истинный расход). Пусть в качестве расходомеров используют экземпляры одной и той же модели с одинаковыми метрологическими характеристиками, а неопределенность измерения полностью определяется инструментальной неопределенностью, т. е. прочими источниками неопределенности можно пренебречь. Наконец, пусть эта неопределенность описывается равномерным распределением в интервале $U_{\text{изм}} \pm \Delta U$, где $U_{\text{изм}}$ — показание СИ. В соответствии с [5] выходом измерительной системы будет среднее арифметическое показаний двух СИ $(U_1 + U_2)/2$ с симметричным треугольным распределением на интервале длиной $2\Delta U$. Согласно подходу GUM результатом измерения будет прямоугольное распределение с центром в той же точке $(U_1 + U_2)/2$, определенное на интервале длиной $2\Delta U - |U_1 - U_2|$.

Отметим следующую особенность. Результат измерений по GUM гораздо восприимчивее к входным (влияющим) величинам, чем результат измерений по [5]. Если, как в примерах 2 и 4, параметр масштаба не оценивают в ходе самого измерения, то распределение, приписанное измерительной системе, будет оставаться неизменным с точностью до параметра сдвига. Другими словами, при одних и тех же показаниях x прибора распределение $f(x; \theta)$ будет оставаться неизменным. В этом случае часто говорят о заданной точности метода измерений. Иной будет ситуация при получении результата измерения по GUM. В общем случае, и это хорошо видно из примера 4, одному и тому же показанию x могут соответствовать разные распределения $f(\eta)$.

Применительно к примеру 1 указанная восприимчивость подхода GUM проявится в том, что результат измерения будет представлен в виде одного из двух возможных распределений измеряемой величины в зависимости от того, из какого источника был получен образец, использованный в измерении. Как уже было показано, измерительной системе в данном случае вообще нельзя приписать какое-либо фиксированное распределение.

Отдельного рассмотрения требует пример 3, который касался формирования результата измерения по GUM в слу-

чае, когда для оценки неопределенности, связанной с каким-либо источником, используют статистическую обработку результатов наблюдений, полученных в ходе измерений (в [2] это названо оцениванием неопределенности по типу А). В отличие от байесовского подхода GUM, позволяющего получить однозначный результат измерения через апостериорную вероятность для влияющей величины, приписывание какого-либо распределения измерительной системе, как того требует [5], в данном случае представляется затруднительным, поскольку оно будет зависеть от неизвестного значения параметра масштаба. Напомним, что классический частотный подход в случае выборки из нормального распределения позволяет получить распределение (в данном случае t -распределение), не зависящее от параметров исходного нормального распределения, для отношения отклонения оценки θ от ее истинного значения к оценке стандартного отклонения, но не для самой оценки θ .

Из изложенного следует, что толкование неопределенности результата измерения по проекту [5] несовместимо с подходом GUM.

Процедура оценки соответствия, совместимая с GUM.

Классическая байесовская процедура принятия решения нуждается использовать «генерирующее» распределение $f(x; \theta)$ непосредственно на стадии принятия решения, поскольку имеет дело только с этой стадией и лишена возможности предположить существование подобных «генерирующих» распределений на более ранних стадиях. Между тем в задаче оценки соответствия решение о соответствии должно быть принято на основании результатов измерения, а измерение — это и есть та предшествующая стадия, на которой уже были использованы «генерирующие» распределения и измеряемая величина уже получила байесовскую интерпретацию.

Однако введение «генерирующего» распределения на стадии принятия решения не является самоцелью. Оно необходимо для того, чтобы получить функцию правдоподобия для возможных состояний A и $\bar{A}$. Но если решение о соответствии принимают по результатам измерения, то такую функцию правдоподобия можно построить на основе уже имеющегося распределения $f(\eta)$, $L(Y|X) = f(\eta)$. При этом не требуется никаких предположений об априорном распределении измеряемой величины, поскольку посредством распределения $f(\eta)$ ей уже придан субъективный «байесовский» смысл. Тем не менее при наличии априорной информации об измеряемой величине в виде $\pi_0(\eta)$ результат измерения может быть «уточнен»: $\pi(\eta) \propto \pi_0(\eta) f(\eta)$ [8]. При отсутствии такой информации $\pi(\eta) = f(\eta)$. После этого байесовская процедура принятия решения будет повторять этапы 5 и 6 описанного выше классического вывода с заменой θ на η и x на X .

Отметим, что в классической байесовской процедуре принятие решения о соответствии полностью определяется условными вероятностями $P(\theta \in A|x)$ и $P(\theta \in \bar{A}|x)$. В интерпретации проекта [5] это означает, что решение о соответствии зависит от полученного значения на выходе изме-

рительной системы, что позволяет разбить пространство выходных значений на две области: принятия и непринятия этого решения. Это весьма удобно и отвечает текущей практике работ по оценке соответствия. Процедура оценки соответствия, совместимая с GUM, такой возможности не предоставляет, поскольку, как уже было указано, одному и тому же выходному значению в общем случае будут соответствовать разные распределения $f(\eta)$, что не позволяет установить однозначное соответствие между выходным значением измерительной системы и областью принятия (непринятия). Однако следует иметь в виду, что необходимым условием для установления такого соответствия является требование иметь фиксированное (с точностью до параметра сдвига) распределение $f(x, \theta)$, приписанное измерительной системе. Примеры 1 и 3 показывают, что данное требование не всегда можно выполнить, а пример 4 — что результат измерения, полученный на основе $f(x, \theta)$, может очень сильно отличаться от результата, полученного согласно GUM.

Литература

1. Шайняк И. Р. Учет неопределенности измерения при проверке соответствия установленным требованиям // Системы обработки информации: Сб. науч. трудов Харьковского ун-та воздушных сил им. Ивана Кожедуба, 2012. Вып. 1 (99). С. 6—9.
2. ISO/IEC Guide 98-3:2008. Uncertainty of measurement. Pt 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995); ГОСТ Р 54500.3—2011. Неопределенность измерения. Ч. 3. Руководство по выражению неопределенности измерения.
3. ISO/IEC Guide 98-3:2008. Suppl. 1:2008. Uncertainty of measurement. Pt. 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995). Suppl. 1: Propagation of distributions using a Monte Carlo method; ГОСТ Р 54500.3.1—2011. Неопределенность измерения. Ч. 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. Доп. 1. Трансформирование распределений с использованием метода Монте-Карло).
4. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения / Пер. с англ. М.: Мир, 1974.
5. ISO/IEC DGuide 98-4:2012. Uncertainty of measurement. Pt. 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment.
6. Yang R., Berger J. O. A catalog of non-informative priors // ISDS Discussion paper 97—42, Parexel International and Purdue University, 1998. [Электрон. ресурс] <http://www.stat.missouri.edu/~bayes/catalog.ps> (дата обращения: 9.11.2012 г.)
7. Kacher R., Jones A. On use of Bayesian statistics to make the Guide to the expression of uncertainty in measurement consistent // Metrologia. 2003. V. 40. P. 235—248.
8. Elster C. Calculation of uncertainty in the presence of prior knowledge // Metrologia. 2007. V. 44. P. 111—116.

Дата принятия 09.01.2013 г.