389:551.350.6.001.5

# Градуировочные эксперименты при помощи метода гибридного регрессионного анализа

Н. П. ОРДИНАРЦЕВА

*Пензенский государственный университет, Пенза, Россия, e-mail: nat@rclink.ru*

*Рассмотрен метод уточнения номинальной функции преобразования средства измерений в конкретных условиях, который может быть использован для метрологического автосопровождения в интеллектуальных измерительных средствах.*

***Ключевые слова:*** *гибридная регрессионная модель, восстановление зависимостей, планируемый измерительный эксперимент.*

*The method of refirement of measuring instrument (MI) transfer function in concrete measurements conditions which can be used for metrological autotracking in intellectual MI is considered.*

***Key words:*** *hybrid regression model, dependencies restoration, planned measurement experiment.*

Любое измерение представляет собой отображение наблюдаемого фрагмента действительности в модельном метрологическом пространстве. Классическим примером этого может служить формирование результата измерений показывающим прибором (индикатором) с использованием традиционной шкалы. В виде отображения можно также представить градуировочное преобразование, хотя в современных измерительных средствах оно все чаще выполняется на основе известной зависимости — функционального преобразования.

В измерительной практике широко распространены задачи поиска лучших моделей градуировочных характеристик. Решение таких задач актуально не только для градуировки средств измерений (СИ), но и для передачи размеров единиц на верхних ступенях поверочных схем и исследования высокоточных средств.

Среди известных моделей градуировочных характеристик интересна модель мультисегментной пространственной аппроксимации, разработанная применительно к интеллектуальным датчикам давления [1]. Существующие метрологические стандарты и руководства по представлению измерительных данных детально разработаны только для прямых измерений одной величины. Нормативные документы по метрологии не дают корректных рекомендаций по числовым выражениям и представлениям многомерных измерительных данных. Эти рекомендации находятся еще в процессе обсуждения [2], и в этом смысле модель [1], в рамках которой предлагается обрабатывать двумерные измерительные данные (по давлению и температуре), является пионерской. Вторая размерность в рассматриваемой модели позволяет учесть влияние изменений температуры на результат измерений и минимизировать температурную составляющую. Аппроксимация градуировочной характеристики в виде системы линейных пространственных элементов предельно упрощает вычисление процессором результата измерений. В случае некорректности линейной аппроксимации в нелинейных системах указанная модель позволяет использовать нелинейные пространственные элементы. Однако она не дает возможность учитывать нечисловую природу обрабатываемых данных, так как предполагается, что результаты измерений представлены числом, а не интервалом возможных значений.

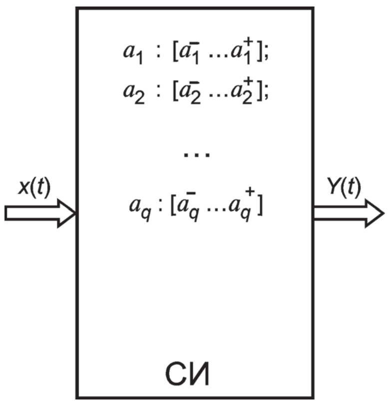


Рис. 1. Процесс получения результата измерения

С математической точки зрения, построение градуировочной характеристики, как и любая измерительная задача, является *некорректной, обратной и плохо обусловленной задачей. Некорректность* градуировочной задачи проявляется в том, что восстановление искомой зависимости порождения данных не имеет единственного решения.

С учетом конструктивных допусков, разницы в свойствах материалов и технологического разброса в пределах допускаемых значений в процессе изготовления СИ, проведения измерений при тех или иных значениях влияющих и других факторов, процесс получения результата измерения может быть представлен в виде (рис. 1):

$$Y = f(x, a_1, a_2, ..., a_q) \qquad (1)$$

или с учетом фактора времени

$$Y(t) = f\left[x(t);\, a_1 : \left[a_1^- \dots a_1^+\right];\, a_2 : \left[a_2^- \dots a_2^+\right]; \dots, a_q : \left[a_q^- \dots a_q^+\right]\right], \qquad (2)$$

где $x$ — измеряемая физическая величина (ФВ); $a_j$ — управляемые и неуправляемые влияющие факторы.

Для получения линейной функции преобразования, обладающей рядом преимуществ, в процессе создания СИ разработчики ведут поиск соответствующих значений $a_j$, а также их допусков. В этом случае (1) и (2) принимают вид

$$Y = f(x, a_1, a_2, ..., a_q) = \upsilon_0 + \upsilon_1 x;$$

$$Y(t) = f\left[x(t);\, a_1{:}\left[a_1^-...a_1^+\right];\, a_2{:}\left[a_2^-...a_2^+\right];...,a_q{:}\left[a_q^-...a_q^+\right]\right] =$$

$$= \upsilon_0\left(a_1{:}\left[a_1^-...a_1^+\right];\, a_2{:}\left[a_2^-...a_2^+\right],...,a_q{:}\left[a_q^-...a_q^+\right]\right) + \qquad (3)$$

$$+\, \upsilon_1\left(a_1{:}\left[a_1^-...a_1^+\right];\, a_2{:}\left[a_2^-...a_2^+\right],...,a_q{:}\left[a_q^-...a_q^+\right]\right)x(t).$$

Из (3) очевиден интервальный характер оценки коэффициентов $\upsilon_0{:}\left[\upsilon_0^-...\upsilon_0^+\right]$ и $\upsilon_1{:}\left[\upsilon_1^-...\upsilon_1^+\right]$, а отсюда и приближенное решение искомой функции преобразования СИ.

Аналогичные рассуждения можно провести и для функции преобразования более сложного вида, содержащей нелинейные члены $Y = \upsilon_0 + \upsilon_1 x + \upsilon_2 x^2 + ... + \upsilon_n x^n$.

Предлагается *новый метод повышения точности определения индивидуальной градуировочной характеристики СИ,* который заключается в восстановлении их функциональных зависимостей на основе теоретических предпосылок модели и данных планируемых физических экспериментов [3]. Метод гибридного регрессионного анализа позволяет улучшить искомую градуировочную модель $Y = f(x)$ и сделать последнюю более обоснованной и адекватной. Модель строят с использованием гибридных данных априорной теоретической модели (с оценкой неопределенности по типу В) и результатов планируемого физического эксперимента (с оценкой по типу А).

Пока не найден удовлетворительный способ идентификации, а тем более определения предельного значения погрешности $\Delta_{\lim}$ и введения поправок для всей погрешности (неопределенности) измерения ФВ (оценки ее значения). Не существует общепринятых и математически корректных средств комбинирования систематических и случайных погрешностей в одну полную погрешность, которая дала бы некоторое общее представление о том, насколько результат измерений соответствует истинному значению измеряемой ФВ [2].

Суть объединенного анализа теоретических и эмпирических данных в том, что в силу их некоторой избыточности имеется возможность уточнения исходных предпосылок. Например, теоретическая модель, содержащая только априорные данные, позволит оценить неопределенность принятой модели по типу В:

$$Y_{\text{теор}} = f\left(X_1^{\text{теор}}, X_2^{\text{теор}}, ..., X_m^{\text{теор}}\right). \qquad (4)$$

Эта модель, однако, не может учесть все многообразие реальной действительности, проявляющееся в случайной погрешности измерения (неопределенности по типу А), причиной которой могут быть стохастические явления, обусловленные конструктивными, технологическими особенностями, а также люфтом, трением, гистерезисом, совместным влиянием различных величин в процессе эксплуатации СИ.

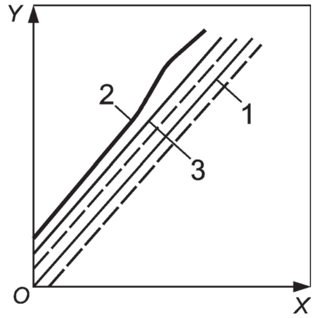


Рис. 2. Область нахождения гибридной модели:

*1* — теоретическая модель (с обозначенным пунктиром интервалом неопределенности результата измерения); *2* — регрессионная зависимость, построенная по результатам эксперимента; *3* — гибридная регрессионная модель

Модель (4) номинальной функции преобразования является оценкой области нахождения реальной функции преобразования СИ.

Результаты планируемого физического эксперимента представляют собой результаты совместных измерений входной и выходной величин искомой модели (входного и выходного сигнала СИ):

$$Y_{\text{эксп}} = \varphi\left(X_1^{\text{эксп}}, X_2^{\text{эксп}}, ..., X_k^{\text{эксп}}\right). \qquad (5)$$

В данном случае модель уточняется статистическими методами, т. е. содержит оценку неопределенности по типу А. Соответственно при этом имеем $Y = \mu_0 + \mu_1 x + \mu_2 x^2 + ... + \mu_n x^n$. Гибридную регрессионную модель $F(\upsilon_0,..., \upsilon_n, \mu_0,..., \mu_n)$, представляющую собой функцию, принадлежащую области, ограниченной зависимостями (4) и (5) (рис. 2), находим из условия

$$\Big[f\left(X_1^{\text{теор}},\, X_2^{\text{теор}},..., X_m^{\text{теор}}\right) -$$

$$- \varphi\left(X_1^{\text{эксп}}, X_2^{\text{эксп}}, ..., X_k^{\text{эксп}}\right)\Big]^2 \Rightarrow \min. \qquad (6)$$

Неизвестными в искомой регрессионной гибридной модели будут коэффициенты $\upsilon_i$ и $\mu_j$ при аргументах $X_{i=1...m}^{\text{теор}}$ и $X_{j=1...k}^{\text{эксп}}$, соответственно, которые определяют, решая систему из ($m + k$) уравнений, что означает равенство нулю частных производных функций

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(\upsilon_0,...,\upsilon_m, \mu_0,...,\mu_k)}{\partial \upsilon_{0-m}} = 0; \\ \dfrac{\partial F(\upsilon_0,...,\upsilon_m, \mu_0,...,\mu_k)}{\partial \mu_{0-k}} = 0. \end{cases}$$

Построенная таким образом индивидуальная градуировочная характеристика позволяет учесть как априорную (теоретическую) информацию номинальной функции преобразования СИ, так и апостериорную информацию измерительного эксперимента. Полученная эмпирическая модель градуировочной характеристики СИ содержит возможность раздельной оценки неопределенности по типам А и В.

Если исходная линейная модель по результатам гибридного регрессионного анализа уточняется введением нелинейных членов, то появляется возможность учесть взаимное влияние факторов (на этапе определения $Y_{теор}$ это потребовало бы сложного плана эксперимента).

Метод может быть использован для метрологического автосопровождения в интеллектуальных СИ. Дополнительным его достоинством является разработанность программного обеспечения условия (6), а также гармонизация с рекомендациями по оцениванию данных в нормативных документах по метрологии [4].

Литература

1. **Пьявченко О. Н. и др.** Прецизионные интеллектуальные тензометрические датчики давления. Методы, модели, алгоритмы и архитектуры / Под ред. О. Н. Пьявченко. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2009.

2. **Радев Х. К.** О подходах к измерению и его точности. Математическая, статистическая и компьютерная поддержка качества измерений // Материалы Междунар. науч.-практич. семинара. СПб.: «ВНИИМ им. Д. И. Менделеева», 2009 [Электрон. ресурс]. http://mscsmq.vniim.ru/files/2009/rus/1-radev-09-ru.pdf (дата обращения: 5.03.2012).

3. **Ординарцева Н. П.** Метод гибридного моделирования в регрессионном анализе // Вопросы радиоэлектроники. 2012. № 1. С. 136—143.

4. **Введение** к «Руководству по выражению неопределенности измерения» и сопутствующим документам. Оценивание данных измерений / Пер. с англ., под науч. ред. В. А. Слаева, А. Г. Чуновкиной. СПб.: «Профессионал», 2011.

*Дата принятия 09.01.2013 г.*

519.814:519.226:006.91

# Решающее правило при оценке соответствия с учетом неопределенности измерения

**И. Р. ШАЙНЯК**

*Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем, Н.Новгород, Россия, e-mail: igor.szajniak@nickd.ru*

*Рассмотрена процедура оценки соответствия установленным требованиям в виде фиксированных числовых границ для некоторой величины с учетом неопределенности измерения указанной величины. Показано, что интерпретация результата измерения в смысле байесовской вероятности требует модификации классических процедур принятия решений, в том числе байесовских. Предложенный подход сравнивается с подходом проекта ISO/IEC DGuide 98-4 (2012), входящего в серию международных стандартов, разработанных в развитие «Руководства по выражению неопределенности измерения» (GUM). Показано и проиллюстрировано примерами, что подход проекта плохо согласуется с концепцией неопределенности измерения, предлагаемой в GUM.*

***Ключевые слова:*** *оценка соответствия, область допустимых значений, результат измерения, неопределенность измерения, байесовский подход.*

*A procedure for assessing the conformity with specified requirements described in terms of a tolerance interval for a quantity is considered in view of uncertainty of measurement of the quantity. It is shown that if the measurement result is considered as a Bayesian inference then the classical methods of the decision theory, including Bayesian ones should be properly modified. This is compared to the approach of ISO/IEC DGuide 98-4 (2012) which is being developed in order to promote the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» (GUM) to the specific tasks of conformity assessment. It is demonstrated that approach is actually in poor agreement with GUM.*

***Key words:*** *conformity assessment, tolerance range, measurement result, uncertainty of measurement, Bayesian approach.*

Типичным применением результата измерения физической величины наряду со сравнением с результатами других измерений является его сопоставление с некоторыми заранее заданными границами области соответствия. Такие границы часто устанавливают на основе обобщения опыта предшествующих измерений, которые, в свою очередь, имели собственную неопределенность. Поэтому в общем случае необходимо говорить о двух разных неопределенностях — текущего измерения и заданных границ. Неопределенность границ зависит от принципа их формирования. Например, в качестве верхней или нижней границы может быть выбран квантиль заданного уровня или математическое ожидание распределения случайной величины, отражающие субъективное представление о возможных значениях измеряемой величины как результата опыта предшествующих измерений. В общем случае процедура сопоставления результата измерения с заданными границами должна учитывать помимо неопределенностей текущего измерения и границ еще и правило формирования этих границ [1].

Задачу выбора решающего правила рассмотрим ниже в предположении отсутствия неопределенности задания границ области соответствия, т. е. будем считать, что эти границы известны точно. В этом случае единственной принимаемой во внимание остается неопределенность измерения,