

Оценка рисков изготовителя и заказчика при контроле погрешностей измерительных устройств в одной или нескольких точках

О. А. КОРОВИНА

Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, Москва, Россия, e-mail: npk1@vniia.ru

Выведены аналитические выражения для оценки рисков изготовителя и заказчика при контроле погрешности измерительного устройства в одной и нескольких точках. Предложено дополнить существующие нормативные документы выводами этих выражений.

Ключевые слова: оценка рисков изготовителя и заказчика, достоверность контроля погрешности при поверке, закон распределения погрешности, годные устройства, дефектные устройства.

Analytical expressions are derived for the assessment of the risks of the manufacturer and customer, when inspecting measuring instruments errors in one or more points. It is suggested that the conclusion of these expressions should be included in the current normative documents.

Key words: assessment of manufacturer and consumer's risk, inspection of measurement errors during inspections, distribution-of-error law, accepted devices, rejected devices.

Контроль погрешности измерительных устройств (ИУ) во многих случаях (например, при испытаниях или поверке) подразумевает её сравнение с допустимыми значениями [1–7]. Если контролируемая погрешность находится в диапазоне допустимых значений, то устройство признаётся годным, а если она выходит за этот диапазон – дефектным. Тем самым проверяются гипотезы: нулевая H_0 (о годности ИУ) и альтернативная H_1 (о его дефектности) [2]. Контролируемую погрешность устройства, сравниваемую с допустимыми значениями, определяют с конечной точностью. Поэтому часть в действительности годных устройств может быть ошибочно признана дефектными (ошибка 1-го рода), что означает потери для изготовителя контролируемых ИУ. Кроме того, часть дефектных ИУ может быть ошибочно признана годными (ошибка 2-го рода), что невыгодно для заказчика. Поэтому при анализе достоверности контроля важно получить аналитические выражения для оценки рисков заказчика и изготовителя (вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода), вызванных неточностью определения контролируемой погрешности ИУ.

В нормативных документах [8–10] предложено оценивать достоверность контроля, используя оперативную характеристику, т. е. зависимость вероятности признания ИУ годным от контролируемой погрешности этого устройства. Такой подход позволяет вычислить некоторые параметры, например наибольшую вероятность ошибочного признания годным в действительности дефектного ИУ в случае, когда контролируемая погрешность близка к допустимым значениям, но всё же превосходит их предел. Наибольшая вероятность равна значению оперативной характеристики в точке, в которой контролируемая погрешность достигает предела допустимых значений. Помимо параметров, аналитически определённых в нормативных документах, для изготовителей и заказчиков представляют интерес риски, а именно – вероятности неправильности суждений о годности и дефектности образцов, признанных по результатам контроля соответственно годными и дефектны-

ми. В нормативных документах указанные риски рекомендуется определять через вероятность того, что при полученном значении оценки погрешности ИУ истинное значение этой погрешности лежит в границах допуска. Однако аналитическое выражение для определения этой вероятности в нормативных документах не представлено. Поэтому автор предлагает дополнить существующие нормативные документы аналитическими выражениями для вычисления рисков изготовителя и заказчика на основании информации о законах распределения контролируемой погрешности ИУ и погрешности средства контроля. Подробный вывод формулы для вычисления рисков изготовителя при контроле погрешности ИУ в одной и нескольких точках представлен в [1], но формула для оценки рисков заказчика там отсутствует, а результирующее выражение представлено неточно. Поэтому ниже приведён вывод аналитических выражений как для рисков изготовителя (в соответствии с [1]), так и для рисков заказчика. Предполагается, что при контроле погрешности ИУ средствами контроля случайные изменения результата несущественны, что соответствует случаю однократных наблюдений погрешности ИУ в каждой контролируемой точке [8–10].

Опишем риски изготовителя и заказчика при контроле погрешности ИУ в одной точке.

Пусть достоверно известно следующее:

$$\left. \begin{array}{l} \text{если } \xi \in [\alpha, \beta], \text{ то ИУ годное;} \\ \text{если } \xi \notin [\alpha, \beta], \text{ то ИУ дефектное;} \end{array} \right\} \quad (1)$$

где ξ – погрешность ИУ в контролируемой точке, распределение которой известно; $[\alpha, \beta]$ – интервал допустимых значений контролируемой погрешности.

Проверка условий (1) всегда давала бы верное заключение о годности или дефектности ИУ, если бы значение ξ можно было определить точно. Когда для определения ξ применяется средство контроля с конечной точностью, то резуль-

татом является оценка x , отличающаяся от ξ на приращение Δ :

$$x = \xi + \Delta. \quad (2)$$

Далее для краткости приращение Δ будем называть погрешностью средства контроля. Предполагается, что Δ , ξ – независимые случайные величины и их распределения известны.

Использование величины x вместо ξ для проверки условий (1) приведёт к тому, что часть в действительности годных ИУ может быть ошибочно забракована, а часть в действительности дефектных ИУ – ошибочно признана годными. Вероятности этих событий являются рисками изготовителя и заказчика – $R_{изг}$, $R_{зак}$, соответственно. Очевидно, что сужение интервала $[\alpha, \beta]$ снизит $R_{зак}$, а расширение этого интервала снизит $R_{изг}$. Обозначим смещённый (суженный или расширенный) интервал допустимых значений как $[X_H, X_B]$. Отметим, что для несмещённого интервала нижняя граница $X_H = \alpha$, а его верхняя граница $X_B = \beta$. Чтобы записать аналитические выражения для рисков $R_{изг}$, $R_{зак}$ выполним следующие действия.

Сначала для годных и дефектных ИУ определим функции плотности вероятности контролируемой погрешности ξ :

$$\begin{cases} f_{\xi r}(\xi) = f(\xi) / \int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) d\xi & \text{при } \alpha \leq \xi \leq \beta; \\ f_{\xi r}(\xi) = 0 & \text{при других значениях } \xi; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f_{\xi d}(\xi) = f(\xi) / \left(1 - \int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) d\xi \right) & \text{при } \xi < \alpha \text{ или } \xi > \beta; \\ f_{\xi d}(\xi) = 0 & \text{при других значениях } \xi, \end{cases} \quad (4)$$

где $f_{\xi r}(\xi)$, $f_{\xi d}(\xi)$ – функции плотности вероятности величины ξ для годных и дефектных ИУ, соответственно; $f(\xi)$ – функция плотности вероятности величины ξ (предполагается, что она известна).

На следующем этапе для годных и дефектных ИУ вычислим функции плотности вероятности оценки контролируемой погрешности x . Так как согласно формуле (2) величина x является суммой случайных независимых величин ξ , Δ , то функции плотности вероятности величины x описываются свёртками:

$$f_{xr}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi r}(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi; \quad (5)$$

$$f_{xd}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi d}(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi, \quad (6)$$

где $f_{xr}(x)$, $f_{xd}(x)$ – функции плотности вероятности величины x для годных и дефектных ИУ, соответственно; $f_{\Delta}(\dots)$ – функция

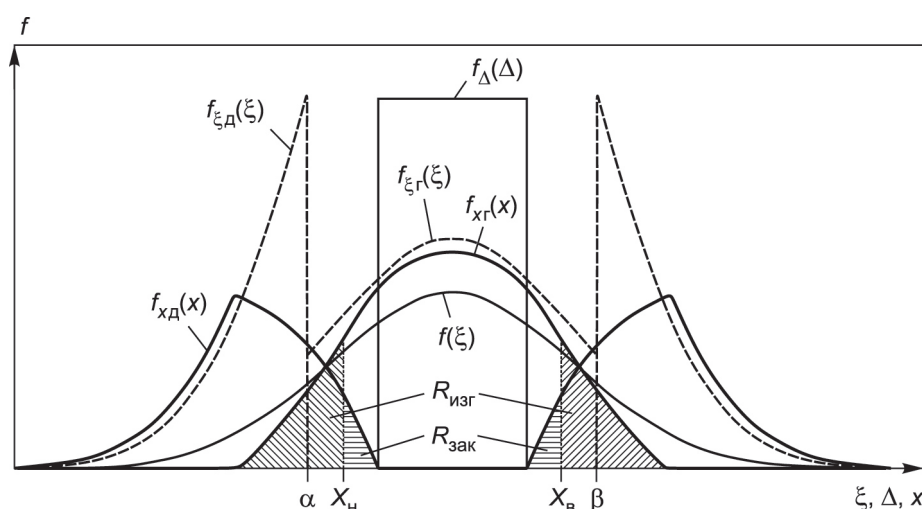


Рис. 1. Плотности вероятностей, описываемые выражениями (3)–(6), и риски $R_{изг}$, $R_{зак}$ изготовителя и заказчика, соответственно, описываемые формулами (7), (8), при контроле погрешности измерительного устройства в одной точке для заданных $f(\xi)$, $f_{\Delta}(\Delta)$

плотности вероятности величины Δ , применённая к аргументу в скобках (предполагается, что плотность вероятности величины Δ известна); $f_{\xi r}(\xi)$, $f_{\xi d}(\xi)$ – функции плотности вероятности величины ξ для годных и дефектных ИУ, соответственно.

На рис. 1 приведены примеры функций плотности вероятности, описываемых выражениями (3)–(6), для случая, когда величина ξ распределена нормально, а величина Δ – равномерно.

Исходя из того, что $R_{изг}$, $R_{зак}$ – вероятности ошибочного признания устройства дефектным и годным, соответственно, запишем в общем виде аналитические выражения для рисков:

$$R_{изг} = 1 - \int_{X_H}^{X_B} f_{xr}(x) dx; \quad (7)$$

$$R_{зак} = \int_{X_H}^{X_B} f_{xd}(x) dx, \quad (8)$$

где $R_{изг}$, $R_{зак}$ – соответственно риски изготовителя и заказчика при контроле погрешности ИУ в одной точке.

Чтобы записать выражения для $R_{изг}$, $R_{зак}$ через распределения величин ξ , Δ , выполним следующие действия. Перепишем формулы (5), (6) с учётом выражений (3), (4):

$$f_{xr}(x) = \frac{\int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi}{\int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) d\xi}; \quad (9)$$

$$f_{xd}(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\alpha} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi + \int_{\beta}^{\infty} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi}{\left(1 - \int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) d\xi \right)}. \quad (10)$$

В формуле (10) нельзя заменить сумму интегралов, стоящую в числителе, на выражение

$$1 - \int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi,$$

так как функция плотности вероятности $f_{\xi \Delta}(\xi)$ согласно формуле (4) имеет ненулевое значение только для $\xi \in [\alpha, \beta]$.

Подставим выражения (9), (10) в формулы (7), (8) и получим формулы для вычисления рисков $R_{изг}$, $R_{зак}$ через распределения величин ξ , Δ :

$$R_{изг} = 1 - \frac{\int_{X_H}^{X_B} \int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi dx}{\int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) d\xi}; \quad (11)$$

$$R_{зак} = \frac{\int_{X_H}^{X_B} \left[\int_{-\infty}^{\alpha} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi + \int_{\beta}^{\infty} f(\xi) f_{\Delta}(x - \xi) d\xi \right] dx}{\left(1 - \int_{\alpha}^{\beta} f(\xi) d\xi \right)}. \quad (12)$$

Таким образом, выведены аналитические выражения в виде формул (11), (12) для определения рисков изготовителя и заказчика при контроле погрешности ИУ в одной точке.

Далее рассмотрим риски изготовителя и заказчика, когда погрешность ИУ контролируется в нескольких точках. Введём следующие обозначения: m – количество точек, в которых контролируется погрешность ИУ; A – событие, заключающееся в том, что годное ИУ ошибочно забраковано хотя бы в одной контролируемой точке; $\bar{A}$ – событие противоположное событию A , заключающееся в том, что годное ИУ не забраковано ошибочно ни в одной из контролируемых точек, т. е. сразу во всех контролируемых точках верно признано годным; B – событие, заключающееся в том, что дефектное ИУ ошибочно признано годным во всех контролируемых точках.

Риски изготовителя и заказчика при контроле погрешности ИУ в m точках можно представить следующим образом:

$$R_{изг, m} = P(A) = 1 - P(\bar{A}); \quad (13)$$

$$R_{зак, m} = P(B). \quad (14)$$

В формулах (13), (14) события $\bar{A}$, B можно представить как произведения событий

$$\bar{A} = \prod_{i=1}^m \bar{a}_i; \quad (15)$$

$$B = \prod_{i=1}^m b_i, \quad (16)$$

где $\bar{a}_i$ – событие, состоящее в том, что годное ИУ верно признано годным (ошибочно не забраковано) в i -й контролируе-

мой точке; b_i – событие, состоящее в том, что дефектное ИУ ошибочно признано годным в i -й контролируемой точке.

Вероятности $P(\bar{a}_i)$, $P(b_i)$ можно выразить через $R_{изг, i}$, $R_{зак, i}$ – риски изготовителя и заказчика, соответственно, в i -й контролируемой точке:

$$P(\bar{a}_i) = 1 - R_{изг, i}; \quad (17)$$

$$P(b_i) = R_{зак, i}. \quad (18)$$

Предположим, что события $\bar{a}_i$, b_i независимы и перепишем формулы (13), (14) с учётом выражений (15)–(18):

$$R_{изг, m} = P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \prod_{i=1}^m P(\bar{a}_i) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_{изг, i}); \quad (19)$$

$$R_{зак, m} = P(B) = \prod_{i=1}^m P(b_i) = \prod_{i=1}^m R_{зак, i}. \quad (20)$$

Если риски $R_{изг, i}$, $R_{зак, i}$ одни и те же во всех контролируемых точках погрешности ИУ, то формулы (19), (20) можно упростить:

$$R_{изг, m} = 1 - (1 - R_{изг})^m; \quad (21)$$

$$R_{зак, m} = R_{зак}^m, \quad (22)$$

где $R_{изг}$, $R_{зак}$ – одинаковые во всех контролируемых точках $R_{изг, i}$, $R_{зак, i}$, риски изготовителя и заказчика, определяемые выражениями (11), (12).

Для того, чтобы значения рисков $R_{изг, i}$, $R_{зак, i}$ совпадали в контролируемых точках, должны выполняться следующие условия:

распределения погрешности ξ должны быть одинаковые; должны совпадать интервалы допустимых значений ξ , т. е. интервалы $[\alpha, \beta]$;

должны быть одинаково распределены погрешности Δ средства контроля;

величины x (оценки значений ξ) должны сравниваться с одинаковыми интервалами допустимых значений $[X_H, X_B]$.

Часто границы интервала $[X_H, X_B]$ допустимых значений величины x назначают с учётом погрешности средства контроля:

$$X_H = \alpha + h\Delta_H; X_B = \beta + h\Delta_B, \quad (23)$$

где Δ_H , Δ_B – соответственно нижняя и верхняя границы распределения погрешности Δ (если Δ распределена в интервале $-\infty \dots \infty$, то $[\Delta_H, \Delta_B]$ можно выбрать, задавшись вероятностью попадания значений Δ в этот интервал); h – коэффициент смещения, определяющий на какую часть от Δ_H или Δ_B смещаются границы X_H , X_B относительно границ α , β (при $h < 0$ интервал $[X_H, X_B]$ уже, чем интервал $[\alpha, \beta]$, а при $h > 0$ интервал $[X_H, X_B]$ шире, чем интервал $[\alpha, \beta]$).

На рис. 2, 3 представлены примеры оценки по формулам (11), (12), (21)–(23) зависимостей рисков изготовителя и заказчика от коэффициента смещения h . Эти зависимо-

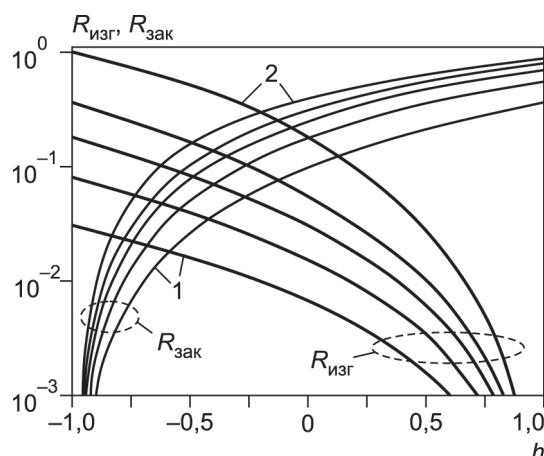


Рис. 2. Зависимости рисков изготовителя и заказчика от коэффициента смещения h при контроле погрешности измерительного устройства в одной точке при $m=1$:
1 – при $K_T=10$; 2 – при $K_T=1$

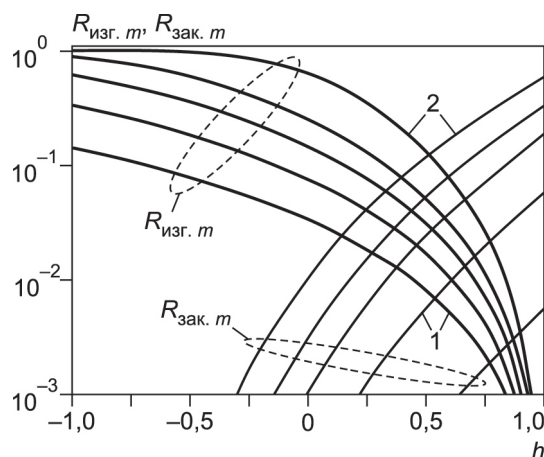


Рис. 3. Зависимости рисков изготовителя и заказчика от коэффициента смещения h при контроле погрешности измерительных устройств в пяти точках при $m=5$:
1 – при $K_T=10$; 2 – при $K_T=1$

сти были получены для случаев контроля погрешности ИУ в одной и пяти точках при следующих условиях: контролируемая погрешность ξ распределена нормально с нулевым математическим ожиданием и единичным средним квадра-

тическим отклонением; значения α , β одинаковы по модулю и обеспечивают вероятность $P(\alpha \leq \xi \leq \beta) = 0,95$; погрешность Δ средства контроля распределена равномерно на интервале $[\alpha/K_T, \beta/K_T]$, где K_T – коэффициент точности средства контроля, принимающий значения 1; 2; 3; 5; 10. Представленные на рис. 2, 3 примеры показывают возможность применения для расчётов рисков изготовителя и заказчика выражений (11), (12), (21)–(23).

Таким образом, выведенные в статье формулы можно включить в нормативные документы [8–10] для обеспечения стандартизованного оценивания достоверности результатов контроля погрешности ИУ при проведении его проверок, испытаний и диагностики.

Л и т е р а т у р а

1. Фрумкин В. Д., Рубичев Н. А. Теория вероятностей и статистика в метрологии и измерительной технике. М.: Машиностроение, 1987.
2. Давыдов П. С. Техническая диагностика радиоэлектронных устройств и систем. М.: Радио и связь, 1988.
3. Рубичев Н. А. Измерительные информационные системы. М.: Дрофа, 2010.
4. Данилевич С. Б. Достоверность результатов многопараметрического измерительного контроля // Системы управления, связи и безопасности. 2015. № 4 С. 171–179.
5. Данилевич С. Б., Колесников С. С. Достоверность продукции и достоверность результатов контроля // Компетентность. 2011. № 2. С. 20–22.
6. Кутяйкин В. Г., Макаров Н. А. Метрологическое обеспечение средств измерений, допускового контроля и индикаторов // Компетентность. 2013. № 7. С. 38–41.
7. Димов Ю. В. Метрология, стандартизация и сертификация. Иркутск: ИрГТУ, 2005.
8. МИ 187–86 ГСИ. Средства измерений. Критерии достоверности и параметры методик поверки.
9. МИ 188–86 ГСИ. Средства измерений. Установление значений параметров методик поверки.
10. МИ 1317–2004 ГСИ. Рекомендация. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

Дата принятия: 16.01.2018.