

6. **Merrayo J. M. J. e. a.** Reply to comment on 'Scalar calibration of vector magnetometers' by V. G. Semenov // *Ibid.* P. 238.

7. **Merrayo J. M. J. e. a.** The orthogonalization of magnetic systems // *Sensors and Actuators*. 2001. V. A89. P. 185—196.

8. **Афанасьев Ю. В.** Феррозондовые приборы. Л.: Энергоатомиздат, 1986.

9. **Шифрин В. Я.** Разработка и исследование образцовых средств измерений слабой магнитной индукции: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. Л.: 1972.

10. **Зайцев А. В. и др.** Определение ортогональности трехкомпонентных преобразователей магнитометров // *Метрология*. 1980. № 9. С. 51—56.

11. **Внучков Г. А. и др.** Угловые погрешности измерений магнитной индукции // *Методы и средства исследований структуры геомагнитного поля / Под ред. Н. М. Ротановой. М.: ИЗМИРАН, 1989.*

12. **Терехов И. Н.** Дегауссинг и девиация компасов. М.: Морской транспорт, 1945.

13. **Семенов В. Г.** Синтез сферических методов определения параметров источников магнитного поля внутреннего и внешнего происхождения // *Измерительная техника*. 1990. № 12. С. 35—37; **Semenov V. G.** Synthesis of spherical methods of determining magnetic field source parameters of internal and external origin // *Measurement Techniques*. 1990. V. 33. N 12. P. 1236—1240.

14. **Барахнин К. К. и др.** Исследование квантового автокомпенсатора вариаций магнитного поля Земли // *Труды метролог. ин-тов СССР*. 1976. Вып. 215 (275). С. 24—26.

15. **Пат. 2394251 РФ.** Способ определения внешней помехи в центре меры магнитной индукции / Ю. М. Иванов, В. Г. Семенов // *Изобретения. Полезные модели*. 2009. № 10.

16. **Зайцев А. В., Семенов В. Г.** Температурная погрешность ферромодуляционной магнитоизмерительной аппаратуры // *Метрология*. 1977. № 12. С. 49—56.

Дата принятия 19.03.2013 г.

550.380

Нелинейная фильтрация наблюдений системы векторного и скалярного магнитометров

В. Г. ГЕТМАНОВ

Геофизический центр РАН, Москва, Россия,
e-mail: vgetm@starnet.ru

Рассмотрена задача нелинейной фильтрации наблюдений системы векторного и скалярного магнитометров. Предложена общая постановка задачи и разработаны алгоритмы для одношаговой и многошаговой нелинейных фильтраций. Проведено статистическое моделирование и оценены погрешности указанных алгоритмов для модельных наблюдений. Представлены результаты нелинейной фильтрации данных наблюдений, полученных от системы векторного и скалярного магнитометров в магнитной обсерватории.

Ключевые слова: нелинейная фильтрация, векторный и скалярный магнитометры, статистическое моделирование.

The problem of nonlinear filtration of observations for the system of vector and scalar magnetometers is considered. A general problem statement was suggested and the algorithms for the single-step and multistep nonlinear filtration were developed. The statistical modeling was carried out and the errors of these algorithms for simulation models observation were estimated. The results of nonlinear filtration of observations received from the system of vector and scalar magnetometers in magnetic observatory are presented.

Key words: nonlinear filtration, observations, vector and scalar magnetometers, statistical modeling.

Рассмотрим задачу нелинейной фильтрации результатов наблюдений, получаемых от системы векторного и скалярного магнитометров. Ее решение позволяет уточнить оценки составляющих по трем декартовым координатам и модуля вектора напряженности геомагнитного поля. Разработанный подход для формирования основных соотношений предлагаемой фильтрации осуществлен в предположении, что наблюдения функций — составляющих вектора напряженности геомагнитного поля (ГМП) от магнитометров, можно разделить на обусловленные природой этого поля низко- и высокочастотные флуктуационные составляющие, а также высокочастотные флуктуационные, связанные с измерительными погрешностями магнитометров. Подобное распределение составляющих вполне согласуется с общим подходом к проблеме их классификации (см., например [1]).

Функции координатных составляющих (КС) и модуля вектора напряженности ГМП в дискретизованном виде регистрируются всемирной сетью геомагнитных обсерваторий [2]. Современные геомагнитные обсерватории оснащаются системами магнитометров, включающими векторный магнитометр, который измеряет вариации вектора напряженности относительно некоторых устанавливаемых значений, и скалярный магнитометр, определяющий модуль вектора напряженности ГМП. Так, геомагнитная обсерватория Борок ИФЗ РАН, включенная в систему INTERMAGNET [3, 4], оснащена векторным индукционным магнитометром VM300 и скалярным протонным магнитометром SM900R (фирма GEOMAG, Франция) с предельными погрешностями соответственно 5 и 1 нТл и дискретностью наблюдений $T = 60$ с.

В настоящий момент применение скалярных магнитометров связано с устранением в векторных магнитометрах медленно меняющихся во времени систематических погрешностей [4, 5], которые возникают из-за температурных дрейфов, процессов старения, медленных деформационных смещений опор и пр. Для этого периодически, через определенные промежутки времени от нескольких дней до 1—2 недель, при помощи специального теодолита с одноосным магнитометром измеряют соответствующие углы склонения и наклона и на основе использования наблюдений точного скалярного магнитометра оценивают КС вектора напряженности ГМП. Далее эти оценки передаются на векторный магнитометр в качестве заново устанавливаемых значений. Дополнительно возможен второй вариант применения: показания скалярных магнитометров можно использовать для контроля наблюдений, например, в случае аппаратных сбоев в векторных магнитометрах.

Ниже рассмотрим третий вариант применения скалярных магнитометров — решение задачи нелинейной фильтрации на основе цифровой обработки взаимосвязанных наблюдений от системы векторного и скалярного магнитометров для снижения уровня флуктуаций в оценках составляющих вектора напряженности ГМП, что почти эквивалентно снижению погрешностей оценивания. Предлагаемый подход является актуальным в современной геофизической практике, в частности, для разделения низко- и высокочастотных составляющих в наблюдениях вектора напряженности ГМП с целью последующего обнаружения в них аномальных участков, появляющихся, например, вследствие магнитных бурь.

Задача нелинейной фильтрации. Заданы результаты дискретных наблюдений $H_1 = H_1(T_i)$, $H_2 = H_2(T_i)$, $H_3 = H_3(T_i)$ КС вектора напряженности ГМП от векторного магнитометра ($H_1 = H_x$, $H_2 = H_y$, $H_3 = H_z$) и его модуля $H_0 = H_0(T_i)$ от скалярного магнитометра. Будем полагать, что взаимосвязанные наблюдения проведены синхронно с интервалом дискретизации T на заданном интервале времени, $i = 0, 1, \dots, N - 1$.

Как правило, из-за инструментальных погрешностей $H_1^2(T_i) + H_2^2(T_i) + H_3^2(T_i) \neq H_0^2(T_i)$.

Требуется по наблюдениям $H_1(T_i)$, $H_2(T_i)$, $H_3(T_i)$, $H_0(T_i)$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$ найти оценки $H_1^\circ(T_i)$, $H_2^\circ(T_i)$, $H_3^\circ(T_i)$, наиболее близкие к исходным значениям функций—составляющих вектора напряженности. Воспользуемся методикой из [6] для формирования алгоритмов оценивания на основе использования аппроксимационных моделей.

Примем, что на интервале наблюдения функциям КС можно поставить в соответствие аппроксимационные модельные функции известного вида $H_{m1}(\alpha_1, T_i)$, $H_{m2}(\alpha_2, T_i)$, $H_{m3}(\alpha_3, T_i)$, зависящие от векторов—параметров $\alpha_s^T = (\alpha_{s1}, \alpha_{s2}, \dots, \alpha_{sn})$, $s = 1, 2, 3$. В частности, эти модельные функции могут быть полиномиальными: кусочно-постоянными, кусочно-линейными и т. д.

Сформируем модели наблюдений с учетом флуктуационных составляющих для рассматриваемых магнитометров при $i = 0, 1, \dots, N - 1$:

$$H_0(T_i) = \sqrt{H_{m1}^2(\alpha_1, T_i) + H_{m2}^2(\alpha_2, T_i) + H_{m3}^2(\alpha_3, T_i)} + W_0(T_i);$$

$$H_s(T_i) = H_{ms}(\alpha_s, T_i) + W_s(T_i), \quad s = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где $W_s(T_i)$ — модельные флуктуационные составляющие, которые представляют случайные независимые нормально распределенные числа с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями σ_s^2 , $s = 0, \dots, 3$.

Основной функционал, определяющий меру близости результатов наблюдений и моделей, запишем в виде суммы четырех функционалов

$$S_0(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, H_0) = \sum_{i=0}^{N-1} \left[H_0(T_i) - \sqrt{H_{m1}^2(\alpha_1, T_i) + H_{m2}^2(\alpha_2, T_i) + H_{m3}^2(\alpha_3, T_i)} \right]^2;$$

$$S_s(\alpha_s, H_s) = \sum_{i=0}^{N-1} (H_s(T_i) - H_{ms}(\alpha_s, T_i))^2, \quad s = 1, 2, 3;$$

$$S(\alpha, H) = S_0(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, H_0) + S_1(\alpha_1, H_1) + S_2(\alpha_2, H_2) + S_3(\alpha_3, H_3), \quad (2)$$

где $H^T = (H_0, H_1, H_2, H_3)$; $\alpha^T = (\alpha_1^T, \alpha_2^T, \alpha_3^T)$ — блочный вектор параметров введенных моделей.

Для нахождения оптимальных оценок параметров α° используем задачу оптимизации введенного основного функционала. Искомые оценки напряженностей ГМП $H_s^\circ(T_i)$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$, $s = 0, \dots, 3$, близкие к исходным значениям КС в смысле минимума функционала (2), можно представить на основе решения оптимизационной задачи [7]:

$$\alpha^\circ = \arg \{ \min_{\alpha} S(\alpha, H) \}; \quad \alpha^{\circ T} = (\alpha_1^{\circ T}, \alpha_2^{\circ T}, \alpha_3^{\circ T}); \quad (3)$$

$$H_s^\circ(T_i) = H_{ms}(\alpha_s^\circ, T_i), \quad s = 1, 2, 3;$$

$$H_0^\circ(T_i) = \sqrt{H_1^{\circ 2}(T_i) + H_2^{\circ 2}(T_i) + H_3^{\circ 2}(T_i)}.$$

Ввиду неквадратичности функционала (2) вычисление оптимальных оценок параметров моделей на основе наблюдений проводится при помощи нелинейных преобразований, которые являются основой алгоритмов рассматриваемой здесь нелинейной фильтрации.

Одношаговая нелинейная фильтрация представляет простейший вариант реализации сформулированной оптимизационной задачи (1)—(3). Рассмотрим пример, который поясняет существо предложенного подхода. Пусть $N = 1$ определяет наблюдения H_0, \dots, H_3 , и значения моделей для функций КС напряженностей представляются константами $H_{ms}(\alpha_s) = \alpha_s$, $s = 1, 2, 3$. Тогда основной функционал для одношагового случая будет иметь следующий вид:

$$S(\alpha, H) = (H_1 - \alpha_1)^2 + (H_2 - \alpha_2)^2 + (H_3 - \alpha_3)^2 + \left(H_0 - \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} \right)^2. \quad (4)$$

Форма функционала (4) допускает точное решение задачи нахождения оптимальных параметров. Возьмем производную от (4) по первому параметру, приравняем ее нулю и после преобразований получим

$$H_1 - 2\alpha_1 + \frac{H_0\alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}} = 0; \quad \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} = \frac{H_0\alpha_1}{2\alpha_1 - H_1}.$$

Вычислив производные функционала (2) по второму и третьему параметрам, найдем

$$\frac{H_0\alpha_1}{2\alpha_1 - H_1} = \frac{H_0\alpha_2}{2\alpha_2 - H_2}; \quad H_2\alpha_1 = H_1\alpha_2; \quad \alpha_2 = \frac{H_2}{H_1}\alpha_1; \quad \alpha_3 = \frac{H_3}{H_1}\alpha_1;$$

$$H_1 - 2\alpha_1 + H_0\alpha_1 / \sqrt{\alpha_1^2 + (H_2/H_1)^2\alpha_1^2 + (H_3/H_1)^2\alpha_1^2} = 0.$$

Окончательно запишем формулы для оценок $H_s^\circ = \alpha_1^\circ$,

$H_2^\circ = \alpha_2^\circ$, $H_3^\circ = \alpha_3^\circ$ в виде

$$H_s^\circ = 0,5H_s \left(1 + H_0 / \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + H_3^2} \right), \quad s = 1, 2, 3, \quad (5)$$

которые позволяют их вычислить через результаты наблюдений H_1, H_2, H_3, H_0 , проведенных на одном шаге. Очевидно, что оценка модуля вектора будет

$$H_0^\circ = \sqrt{H_1^{\circ 2} + H_2^{\circ 2} + H_3^{\circ 2}}. \quad (6)$$

Формулы (5), (6) реализуют алгоритм одношаговой нелинейной фильтрации наблюдений магнитометров.

Многошаговая нелинейная фильтрация предполагает рассмотрение оптимизационной задачи (1)–(3) для параметра $N > 1$. Сформируем основной функционал, используем для моделей наблюдений кусочно-постоянные функции. Очевидно, что в этом случае на интервале длительностью NT , на котором формируются модели, функции напряженностей должны быть примерно постоянными. Сделаем обобщение для (4) и запишем выражение функционала для многошагового случая:

$$S(\alpha, H) = \sum_{s=1}^3 \left(\sum_{i=0}^{N-1} H_s(T_i) - \alpha_s \right)^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \left(H_0(T_i) - \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} \right)^2. \quad (7)$$

Продифференцируем (7) по α_1 , приравняем производную нулю и после преобразований получим

$$\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} = \alpha_1 \sum_{i=0}^{N-1} H_0(T_i) / \left[2N\alpha_1 - \sum_{i=0}^{N-1} H_1(T_i) \right].$$

Продифференцируем (5) по α_2 и после аналогичных действий найдем

$$\frac{\alpha_1 \sum_{i=0}^{N-1} H_0(T_i)}{2N\alpha_1 - \sum_{i=0}^{N-1} H_1(T_i)} = \frac{\alpha_2 \sum_{i=0}^{N-1} H_0(T_i)}{2N\alpha_2 - \sum_{i=0}^{N-1} H_2(T_i)};$$

$$\alpha_1 \sum_{i=0}^{N-1} H_2(T_i) = \alpha_2 \sum_{i=0}^{N-1} H_1(T_i).$$

Из приведенных формул следует

$$\alpha_2 = \alpha_1 \sum_{i=0}^{N-1} H_2(T_i) / \sum_{i=0}^{N-1} H_1(T_i);$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 \sum_{i=0}^{N-1} H_3(T_i) / \sum_{i=0}^{N-1} H_1(T_i).$$

Тогда можно представить выражение, аналогичное (5), с учетом того, что для точек $i = 0, 1, \dots, N-1$ оценки координат вектора ГМП являются константами, как и для одношагового случая:

$$H_s^\circ = \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{N-1} H_s(T_i) \left(1 + \sum_{i=0}^{N-1} H_0(T_i) \right) \times \left[\left(\sum_{i=0}^{N-1} H_1(T_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{N-1} H_2(T_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{N-1} H_3(T_i) \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad s = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Для оценки модуля вектора ГМП, по-прежнему, будет справедливо соотношение (6).

Формулы (6), (8) реализуют алгоритм многошаговой нелинейной фильтрации наблюдений магнитометров. Структуры (5), (8) совпадают по форме, и схемы вычислений по ним очень близки.

Статистическое моделирование алгоритмов нелинейной фильтрации позволяет сделать вывод об их работоспособности и определить возможные погрешности оценок. Рассмотрим модельные примеры. Положим, что КС вектора напряженности ГМП в частном случае принимают модельные значения $H_1(0), H_2(0), H_3(0)$ и $H_0(0) = \sqrt{H_1^2(0) + H_2^2(0) + H_3^2(0)}$. Сформируем последовательности из независимых случайных чисел, распределенных нормально с нулевым математическим ожиданием и заданными дисперсиями σ_s^2 , $s = 0, \dots, 3$, которые обозначим $W_s(i)$, $s = 0, \dots, 3, i = 0, 1, \dots, N_f - 1$, где N_f — число наблюдений. Эти последовательности моделируют действие флуктуационных составляющих. Вычислим последовательности модельных наблюдений для КС и модуля вектора напряженности ГМП:

$$H_s(T_i) = H_s(0) + W_s(T_i), \quad s = 0, \dots, 3, i = 0, 1, \dots, N_f - 1. \quad (10)$$

Пример 1 иллюстрирует одношаговую нелинейную фильтрацию. Введем обозначение

$$R(T_i) = H_0(T_i) / \sqrt{H_1^2(T_i) + H_2^2(T_i) + H_3^2(T_i)};$$

на основе (5) найдем последовательности оценок

$$H_s^\circ(T_i) = H_s(T_i)(1 + R(T_i)) / 2, \quad s = 1, 2, 3;$$

$$H_0^\circ(T_i) = \sqrt{H_1^{\circ 2}(T_i) + H_2^{\circ 2}(T_i) + H_3^{\circ 2}(T_i)},$$

$$i = 0, 1, \dots, N_f - 1. \quad (11)$$

Зададим численные значения параметров моделирования: $H_1(0) = 1500$ нТл, $H_2(0) = 15000$ нТл, $H_3(0) = 50000$ нТл,

$H_0(0) = 52223,08$ нТл; $\sigma_0 = 1$, $\sigma_s = 1,5$ для $s = 1, 2, 3$; $N_f = 50$; $T = 60$ с, $N_f T = 3000$ с.

На рис. 1, а представлены результаты моделирования алгоритма одношаговой нелинейной фильтрации модельных наблюдений, полученные на основе формул (10), (11).

Введем коэффициент δ_s относительных флуктуаций (ОФ) для предложенной нелинейной фильтрации:

$$\delta_s = \sigma_s^\circ / \sigma_s; \sigma_s^\circ = \sqrt{(H_s^\circ(Ti) - H_s(0))^2 / N_f}, \quad s = 0, \dots, 3, \quad (12)$$

определяющий отношение средних квадратических значений (СКЗ) флуктуаций оценок составляющих вектора напряженности ГМП σ_s° к σ_s . Физический смысл этого коэффициента прозрачен: если $\delta_s \approx 0$, то оценки составляющей вектора напряженности с номером s оказались достаточно точными, если $\delta_s \approx 1$ — то сильно флуктуирующими.

Для оценок $H_1^\circ(Ti)$, $H_2^\circ(Ti)$, $H_3^\circ(Ti)$, $H_0^\circ(Ti)$ коэффициент ОФ, вычисленный по (12), принял следующие значения: $\delta_1 = 0,982$, $\delta_2 = 0,961$, $\delta_3 = 0,65$, $\delta_0 = 0,90$, т. е. в результате предлагаемой одношаговой нелинейной фильтрации произошло снижение флуктуаций в оценках КС.

Необходимо, однако, иметь в виду, что эффективность предлагаемой фильтрации зависит от соотношений $H_s(0)$, $s = 1, 2, 3$ и σ_s^2 , $s = 0, \dots, 3$. Рассмотрим детальнее их влияние.

Пример 2. Положим, что КС вектора напряженности ГМП принимают модельные значения $H_s(0) = 20000$ нТл, $s = 1, 2, 3$, которые для удобства анализа приняты одинаковыми; $H_0(0) = 20000\sqrt{3}$ нТл; $\sigma_s = 1,5$, $s = 1, 2, 3$, и зададим ряд $\sigma_0^T = (0,05; 0,1; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0; 7,0)$. Вычислим последовательности модельных наблюдений для КС вектора напряженности ГМП по (10), применим (11) для одношаговой нелинейной фильтрации. Запишем выражения для разностей

$$\Delta H_s(\sigma_0, i) = H_s^\circ(\sigma_0, i) - H_s(0), \quad s = 1, 2, 3;$$

$$(\sigma_s^\circ(\sigma_0))^2 = \frac{1}{N_f} \sum_{i=0}^{N_f-1} (\Delta H_s(\sigma_0, i))^2; (\sigma^\circ(\sigma_0))^2 = \frac{1}{3} \sum_{s=1}^3 (\sigma_s^\circ(\sigma_0))^2.$$

Коэффициент ОФ по аналогии с (12) представим в виде

$$\delta(\sigma_0) = \sigma^\circ(\sigma_0) / \sigma. \quad (13)$$

На рис. 2 приведена зависимость $\delta(\sigma_0)$, позволяющая оценить эффективность предложенной нелинейной фильтрации, обусловленной соотношением σ и σ_0 . Существует некоторое значение $\bar{\sigma}_0$, такое, что в диапазоне $0 < \sigma_0 \leq \bar{\sigma}_0$ выполняется неравенство $\sigma^\circ \leq \sigma$, а в диапазоне $\sigma_0 > \bar{\sigma}_0$ — неравенство $\sigma^\circ > \sigma$. На рис. 2 представлен случай $\bar{\sigma}_0 = 6,25$; если $\sigma_0 \leq 6,25$ при условии $\sigma = 1,5$, то для СКЗ погрешности предлагаемого алгоритма выполняется соотношение $\sigma^\circ \leq \sigma$. Из рис. 2 следует, что в предельном случае $\delta \approx 0,58$, при этом флуктуации в оценках снижаются до 42 %.

Пример 3 иллюстрирует многошаговую нелинейную фильтрацию с реализацией скользящей фильтрации. Пусть $i = 0, 1, \dots, N_f - 1$; для скользящей фильтрации параметр $N = 2N_0 + 1$ совпадает по содержанию с аналогичным параметром из (8). Будем рассматривать результаты наблюде-

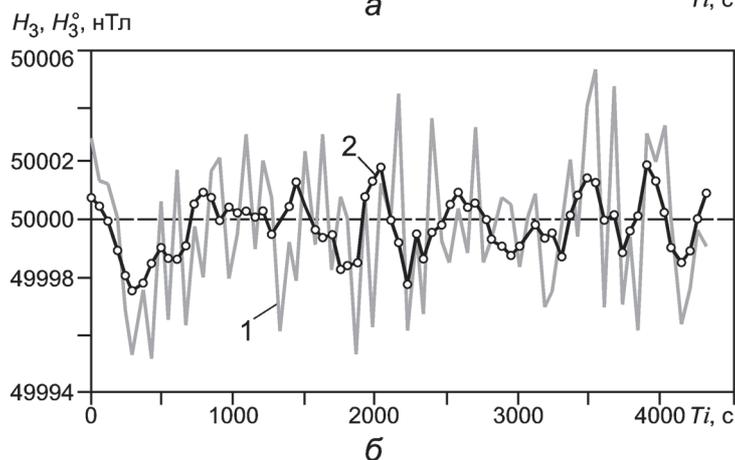
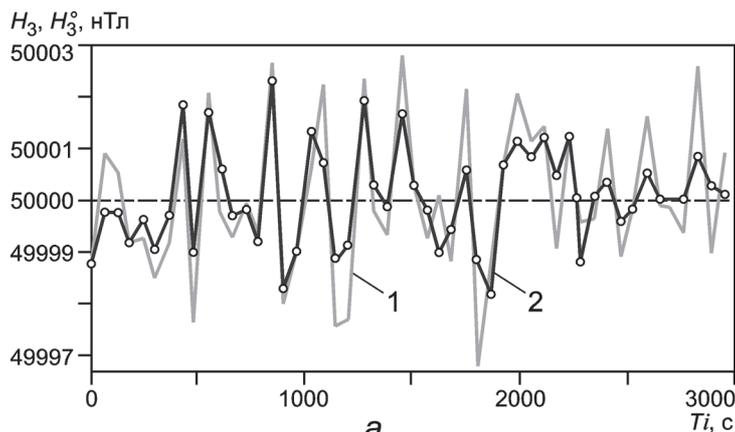


Рис. 1. Одношаговая (а) и многошаговая скользящая (б) нелинейные фильтрации модельных наблюдений $H_3(Ti)$ — кривая 1; оценки $H_3^\circ(Ti)$ — кривая 2; горизонтальная пунктирная линия соответствует исходному значению $H_3(0)$

ний для точек $s = N_0, \dots, N_f - N_0$ и поставим им в соответствие оценки $H_3^\circ(Ts)$, которые вычисляются по (8) для скользящей последовательности точек $s - N_0 \leq s \leq s + N_0$ со средней точкой s .

Исходные параметры наблюдений для статистического моделирования примем, как в примере 1. На рис. 1, б приведены результаты моделирования многошагового алгоритма нелинейной фильтрации модельных наблюдений. Выбраны $N = 3$, $N_f = 72$, продолжительность наблюдения 4320 с. Коэффициент ОФ для нелинейной фильтрации в данном примере принимает значение $\delta_3 = 0,74$.

Нелинейная фильтрация КС вектора напряженности ГМП. Применим ее к записям результатов наблюдений КС

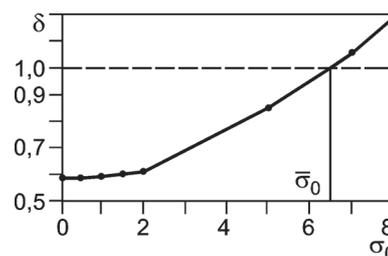


Рис. 2. График зависимости $\delta(\sigma_0)$ для одношагового алгоритма нелинейной фильтрации

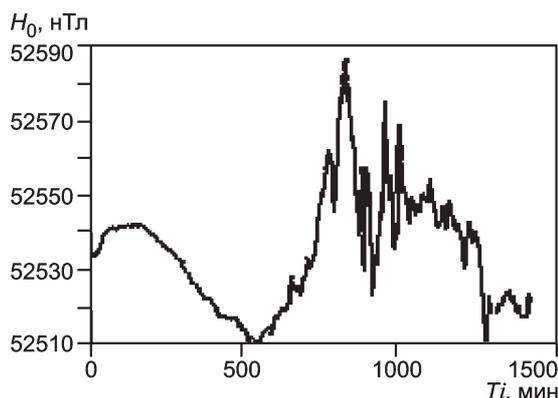


Рис. 3. Наблюдения модуля вектора напряженности $H_0(T_i)$ при помощи скалярного магнетометра

учетом многошаговости и вычисления скользящих оценок. Воспользуемся данными обсерватории Борок. На рис. 3 в качестве примера представлены результаты наблюдений модуля вектора напряженности $H_0 = H_0(T_i)$, $i = 0, 1, \dots, N_f - 1$, $N_f = 1440$, $T = 60$ с. Наблюдения проводились 02.08.2012 г. в течение одних суток. На интервале времени 10—20 ч этого дня наблюдалась магнитная буря [8]. Отметим, что результаты наблюдений $H_1 = H_1(T_i)$, $H_2 = H_2(T_i)$, $H_3 = H_3(T_i)$,

$\sqrt{H_1^2(T_i) + H_2^2(T_i) + H_3^2(T_i)}$, полученные от векторного магнетометра, и $H_0(T_i)$ — от скалярного магнетометра отличаются на несколько единиц нанотесла.

Приведенный график $H_0(T_i)$ на рис. 3 позволяет составить общее представление о значении и характере поведения КС вектора напряженности ГМП, характерных для данной обсерватории, соответствующих временным участкам со спокойными наблюдениями и магнитными бурями.

Чтобы определить точностные характеристики предлагаемой нелинейной фильтрации, сформируем опорные функции, которые представляют результат аппроксимационной сплайновой фильтрации рассматриваемых функций наблюдений. Алгоритм и метод построения аппроксимационных сплайновых фильтрующих функций описан в [9, 10]. Реализация аппроксимационной сплайновой фильтрации проводилась на всем интервале наблюдений, который составил 1440 точек; число сплайновых интервалов принималось $n = 175$, каждый из них включал в среднем 8,22 точки, фильтруемые наблюдения аппроксимировались кусочно-параболическими функциями. Аппроксимационная сплайновая фильтрующая функция состояла из 175 кусочных парабол, для обеспечения необходимой гладкости их стыковывали по нулевым и первым производным. Результат такой фильтрации наблюдений вектора напряженности ГМП $H_3(T_i)$ обозначим $H_{3,sp}(T_i)$.

Рассмотрим нелинейную фильтрацию для исходной функции наблюдения $H_3(T_i)$. Воспользуемся формулами фильтрации (8). Реализуем многошаговую нелинейную скользящую фильтрацию для различных значений $N = 1, 3, 5, 7$, $N_0 = (N - 1)/2$, обозначим ее результаты в виде функции $H_3^\circ(T_i, N)$. Вычислим разности $\Delta H_{3,sp}(T_i) = H_{3,sp}(T_i) - H_3(T_i)$,

$\Delta H_{3,sp}^\circ(T_i, N) = H_{3,sp}(T_i) - H_3^\circ(T_i, N)$ между опорной аппроксимационной сплайновой функцией и результатами соответственно наблюдений и фильтрации.

Найдем оценки СКЗ для введенных функций разностей, которые позволяют составить представление об эффективности предлагаемой нелинейной фильтрации:

$$\sigma(\Delta H_{3,sp}) = \sqrt{\frac{1}{N_f - N} \sum_{i=N_0}^{N_f - N_0} (\Delta H_{3,sp}(T_i))^2};$$

$$\sigma(\Delta H_{3,sp}^\circ(N)) = \sqrt{\frac{1}{N_f - N} \sum_{i=N_0}^{N_f - N_0} (\Delta H_{3,sp}^\circ(T_i, N))^2}.$$

По аналогии с (12), (13) коэффициент ОФ вычислим по формуле

$$\delta_3(N) = \sigma(\Delta H_{3,sp}^\circ(N)) / \sigma(\Delta H_{3,sp}).$$

Для фильтрации наблюдений $H_3 = H_3(T_i)$ в одношаговом случае с $N = 1$ получаем $\delta_3(1) = 0,96$; при этом уровень флуктуаций снижается незначительно, всего на 4 %. Дальнейшее повышение эффективности нелинейной фильтрации достигается при помощи многошаговой фильтрации с $N = 3, 5, 7$; соответственно имеем $\delta_3(3) = 0,85$, $\delta_3(5) = 0,77$, $\delta_3(7) = 0,74$. Для данного примера нелинейной фильтрации при $N = 7$ удалось снизить флуктуационные составляющие в оценках на 26 %.

Заключение. Предложенный метод нелинейной фильтрации результатов наблюдений системы векторного и скалярного магнетометров позволил снизить их погрешности. В одношаговом случае нелинейной фильтрации погрешности могут быть снижены на 40—50 %; многошаговая нелинейная фильтрация обеспечивает их дальнейшее уменьшение.

Нелинейную фильтрацию результатов наблюдений системы векторного и скалярного магнетометров целесообразно применять для секундной дискретизации и кусочно-линейных аппроксимационных моделей.

Литература

1. Яновский Б. М. Земной магнетизм. Т. 1. Л.: Изд-во ЛГУ, 1964.
2. Int. Real-Time Magnetic Observatory Network [Официальный сайт]. <http://www.intermagnet.org> (дата обращения 15.01.2013 г.).
3. Анисимов С. В. и др. Геомагнитные наблюдения на геофизической обсерватории Борок // Вестник Отделения наук о Земле РАН. 2011. № 3. NZ5002, doi:10.2205/2011NZ000104.
4. Chulliat A., Anisimov S. The Borok INTERMAGNET magnetic observatory // Russ. J. Earth. Sci. 2008. № 10. ES3003, doi: 10.2205/2007ES000238.
5. St-Louis B. INTERMAGNET Technical Reference Manual, Version 4.5. Edinburgh: JAGA, 2011.
6. Гетманов В. Г. Цифровая обработка сигналов. М.: Изд-во НИЯУ МИФИ, 2010.
7. Моисеев Н. Н., Иванилов Ю. П., Столярова Е. М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978.
8. Обсерватория Борок [Официальный сайт]. <http://www.wwwbrk.adm.yar.ru> (дата обращения 15.01.2013 г.).
9. Гетманов В. Г. Восстановление нестационарных зависимостей с использованием аппроксимационных сплайнов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 6. С. 46—53.
10. Гетманов В. Г. Цифровая обработка нестационарных колебательных сигналов на основе локальных и сплайновых моделей. М.: Изд-во НИЯУ МИФИ, 2010.

Дата принятия 19.03.2013 г.