

Моделирование аэродинамических переходных процессов в аэрометрической установке

С. З. ШКУНДИН*, С. И. БУЯНОВ, А. В. ВОРОНЦОВ**, В. А. РУМЯНЦЕВА

* Московский государственный горный университет, Москва, Россия,

** Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС», Москва, Россия, e-mail: vorontsov.ark@gmail.com

Рассмотрена аналитическая модель аэродинамической трубы аэрометрической установки и вычислены ее переходные характеристики. Оценено время переходного процесса в зависимости от средней скорости потока в установившемся режиме.

Ключевые слова: акустический анемометр, моделирование, аэрометрическая установка, переходная характеристика.

The analytical model of the wind tunnel of aerometric installation is considered and its transient characteristics are calculated. The transition process time depending on the average flow rate in the steady state based on the obtained characteristics is estimated.

Key words: acoustical anemometer, modelling, aerometric installation, transient characteristic.

Одним из основных приборов для контроля газовой среды в шахтах является анемометр. Для поверки анемометров применяются аэрометрические установки (АУ), однако в настоящее время компактных АУ высокого качества в количестве, достаточном для оснащения горных предприятий, на рынке очень мало и расположены они, как правило, на большом удалении от мест эксплуатации анемометров, что приводит к недопустимому увеличению межповерочных интервалов [1—4].

Автоматизация поверочных и калибровочных операций — главное требование к современным АУ. В зависимости от интерфейсов для обмена информацией в анемометре, поверку можно проводить в автоматическом, полуавтоматическом или ручном режимах. Анемометр АПА-1/3, разработанный в лаборатории средств аэрологического контроля Московского государственного горного университета, имеет встроенный интерфейс MODBUS, обеспечивающий полную автоматизацию поверочных и калибровочных операций.

При автоматизации АУ возникают задачи, без решения которых невозможно создание надежного средства измерения (СИ) с гарантированным пределом погрешности. Одной из них является определение времени установления скорости в АУ, по истечении которого можно записывать показания поверяемого и образцового анемометров. Это время лимитируется временем окончания переходных процессов в АУ и временем накопления и усреднения случайной погрешности в образцовом анемометре. В данной работе рассмотрены переходные процессы.

Для получения надежной информации недостаточно проведения эксперимента, так как получаемые зависимости содержат аддитивные погрешности СИ, препятствующие выявлению четких тенденций на малых скоростях потока. Наиболее полную картину происходящего можно получить на основе теоретических моделей переходных процессов, подтвержденных экспериментально.

Аналитическая модель аэродинамической трубы. Запишем одну из компонент уравнения Эйлера в случае одномерного потока идеального газа

$$\partial v_z / \partial t + v_z \partial v_z / \partial z = -\partial p / (\rho \partial z), \quad (1)$$

где z — координата вдоль оси аэродинамической трубы (АТ); v_z — составляющая скорости вдоль оси АТ; t — время; p — давление; ρ — плотность среды (воздуха).

Рассмотрим АТ с учетом только ее интегральных характеристик — перепада давлений на вентиляторе, создающем поток, и объемного расхода воздуха. В этом приближении примем в расчет не распределение скоростей потока внутри трубы, а только среднюю скорость, связанную с расходом ($v_z = u$). Поскольку расход внутри трубы не изменяется, проведем вычисления для условной модели — прямого цилиндрического участка трубы постоянного сечения, длина которого равна средней длине АТ.

Согласно [5] для поддержания равномерного движения реальной жидкости в трубе постоянного сечения необходим перепад давления Δp на сечениях трубы, ограничивающих участок длиной l , который смог бы уравновесить сопротивление трения, препятствующее движению жидкости по трубе. Этот перепад давления, называемый депрессией участка трубы, представим как

$$\Delta p = \lambda \rho u^2 l / (2D), \quad (2)$$

где λ — коэффициент сопротивления трубы; D — диаметр трубы.

Для участка длиной dx

$$dp = \lambda \rho u^2 dx / (2D). \quad (3)$$

Из (3) выразим вклад аэродинамического сопротивления в правую часть (1):

$$dp/(\rho dx) = \lambda u^2/(2D).$$

Составим уравнение Эйлера для одномерного движения идеального газа с учетом влияния трения, возникающего при дополнительном перепаде давления:

$$\partial v_z/\partial t + v_z \partial v_z/\partial z = -\partial p/(\rho \partial z) - \lambda u^2/(2D). \quad (4)$$

Рассмотрим случай потока в трубе несжимаемой жидкости. Предположим, что поток создается постоянным градиентом давления, время установления которого при включении трубы пренебрежимо мало по сравнению с временем установления потока жидкости. Тогда исходя из условий несжимаемости

$$\partial p/\partial z = \Delta p/l; \partial v_z/\partial z = 0 \quad (5)$$

определим переходную характеристику аэродинамической трубы. Из-за нелинейности уравнения (4) можно получить лишь реакцию системы на ступенчатое воздействие, временные характеристики которой зависят от высоты ступеньки, поэтому (4) нельзя применять для вычисления реакции на произвольное воздействие.

Выражение (2) отражает зависимость депрессии участка трубы от скорости в случае турбулентного режима, в случае ламинарного режима эта зависимость будет линейна. На практике, чтобы учесть оба режима, используют зависимость в виде суммы квадратичной и линейной функций [2]. По аналогии с [3] и согласно данным вычислительного эксперимента давление, создаваемое вентилятором в стационарном режиме, приложено к трубе, сопротивление потоку которой связано со средней скоростью потока u следующим образом:

$$\Delta p = K_0 u^2 + K_1 u, \quad (6)$$

где K_0, K_1 — постоянные коэффициенты.

Подставив (2), (5), (6) в (4), получим уравнение

$$\partial u'/\partial t = -\Delta p_1(t)/(\rho l) - K_0 u^2/(\rho l) - K_1 u/(\rho l) \quad (7)$$

с начальным условием $u(0) = 0$ или

$$\partial u'/\partial t = -\Delta p s_1(t)/m - K_0 s u^2/m - K_1 s u/m, \quad (8)$$

где u' — средняя скорость потока в области вентилятора; $1(t)$ — единичная ступенчатая функция Хевисайда, равная 1 при $t \geq 0$ и 0 при $t < 0$; s — площадь поперечного сечения трубы в области вентилятора; $m = \rho l/s$ — масса воздуха в трубе.

Коэффициенты K_0, K_1 из (6) получены в результате вычислительного эксперимента, проведенного на модели аэродинамической трубы, учитывающей размеры и форму реальной установки, в то время как рассматриваемая теоретическая модель учитывает только длину трубы. Поскольку расход в каждом сечении согласно закону сохранения вещества

неизменен в обеих моделях, можно выразить среднюю скорость потока в области вентилятора u' через среднюю скорость потока в рабочей области трубы u как $u' = u s_1/s_2$, где s_1 — площадь сечения трубы в рабочей области; $s_2 = s$ — площадь сечения трубы в области вентилятора.

Задав параметры $p = -\Delta p s_2/(\rho s_1) = -\Delta p s s_2/(m s_1)$, $a = K_0 s_2/(\rho s_1) = K_0 s s_2/(m s_1)$, $b = K_1 s_2/(\rho s_1) = K_1 s s_2/(m s_1)$, приведем (8) к виду неоднородного нелинейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$du/dt = p - a u^2 - b u. \quad (9)$$

Уравнение (9) можно свести к однородному уравнению Бернулли [5]. Для этого найдем частное решение (9) — это постоянная $u(t) = v_0$. Определим v_0 :

$$u = v_0 + v. \quad (10)$$

$$0 = p - a v_0^2 - b v_0; \quad (11)$$

$$v_0 = \left(-b + \sqrt{b^2 + 4ap} \right) / (2a).$$

Подставив (10) в (9), получим

$$dv/dt = p - a v_0^2 - b v_0 - a v^2 - 2avv_0 - b v. \quad (12)$$

С учетом (11) выражение (12) примет вид уравнения Бернулли

$$dv/dt = -a v^2 - (2av_0 + b)v. \quad (13)$$

Разделив обе части (13) на v^2 и заменив переменные

$$z = 1/v; \quad dz/dt = -v^{-2} dv/dt, \quad (14)$$

перепишем его как неоднородное линейное уравнение

$$-dz/dt = -a - (2av_0 + b)z. \quad (15)$$

Решим (15) методом вариации постоянной, для чего сначала найдем решение однородного уравнения

$$-dz/dt = - (2av_0 + b)z,$$

затем разделим переменные

$$dz/z = (2av_0 + b)dt$$

и проинтегрируем уравнение

$$\ln(|z|) = (2av_0 + b)t + \ln(C),$$

откуда выразим z :

$$z = C \exp [(2av_0 + b)t].$$

Зависимость аэродинамического сопротивления h трубы от средней скорости u потока в сечении вентилятора

Параметр	u , м/с										
	0	0,117188	0,234375	0,46875	0,9375	1,875	3,75	7,5	15	30	60
h , Па	0	0,02	0,071	0,258	0,938	3,437	12,7	47,385	178,416	678	2612

Найдем решение неоднородного уравнения в виде

$$z = C(t) \exp [(2av_0 + b) t] \quad (16)$$

Подставив (16) в (15), запишем:

$$\begin{aligned} \exp [(2av_0 + b) t] dC(t)/dt &= a; \\ dC(t)/dt &= a \exp [-(2av_0 + b) t]. \end{aligned}$$

Проинтегрируем последнее выражение

$$C(t) = -a/(2av_0 + b) \exp [-(2av_0 + b) t] + C_1$$

и подставим результат в (16):

$$z = \{-a/(2av_0 + b) \exp [-(2av_0 + b) t] + C_1\} \exp [(2av_0 + b) t].$$

Далее упростим выражение

$$z = -a/(2av_0 + b) + C_1 \exp [(2av_0 + b) t]$$

и с учетом (10), (14) найдем

$$\begin{aligned} v &= (-a/(2av_0 + b) + C_1 \exp [(2av_0 + b) t])^{-1}; \\ u &= (-a/(2av_0 + b) + C_1 \exp [(2av_0 + b) t])^{-1} + v_0. \end{aligned}$$

Из начального условия $u(0) = 0$ определим постоянную интегрирования:

$$C_1 = -(av_0 + b)/(v_0(2av_0 + b)).$$

В результате получим

$$\begin{aligned} u(t) &= [-a/(2av_0 + b) - (av_0 + b)/(v_0(2av_0 + b))] \times \\ &\times \exp [(2av_0 + b) t]^{-1} + v_0. \end{aligned} \quad (17)$$

Вычисление переходной характеристики и времени переходного режима. Путем компьютерного моделирования вычислена зависимость аэродинамического сопротивления трубы h от средней скорости u потока в сечении вентилятора (см. таблицу).

Получим зависимость $h(u)$ в виде $h(u) = K_0 u^2 + K_1 u$. Определим коэффициенты K_0 , K_1 методом наименьших квадратов: $K_0 = 0,7016$, $K_1 = 1,45$. Вычислим переходные характеристики, подставив в полученные формулы числовые значения: $\rho = 1,225$ кг/м³; $l = 4,65$ м; $s = s_2 = 0,2^2 \pi$ м²; $s_1 = 0,11^2 \pi$ м². Построим графики переходных характеристик для различных значений Δp , а следовательно, и v_0 (рис. 1).

Уравнение, описывающее рассматриваемый процесс, нелинейно, поэтому время установления стационарного режима (обозначим его $\tau = \tau(v_0)$) зависит от значения установив-

шейся скорости v_0 . Вычислим эту зависимость, считая процесс установившимся, если отклонение от асимптотического значения не превышает 1 %. Для этого решим следующее уравнение относительно τ :

$$\left[\frac{a}{(2av_0 + b)} + \frac{av_0 + b}{v_0(2av_0 + b)} \exp [(2av_0 + b) \tau] \right]^{-1} = 0,01 v_0.$$

В результате получим

$$\tau = \frac{1}{(2av_0 + b)} \ln \left[\frac{(2av_0 + b) - 0,01 v_0 a}{0,01 (av_0 + b)} \right].$$

График полученной зависимости времени переходного процесса от установившейся скорости v_0 показан на рис. 2.

Экспериментальные исследования переходной характеристики аэродинамической трубы. Для проверки полученных результатов моделирования проведены экспериментальные исследования. Сечение АТ перекрывали заслонкой, вентилятор разгоняли до определенной скорости, анемометр, помещенный в установку, включали на запись. Затем заслонку быстро убрали. Таким образом записывали процесс установления стационарного режима в АУ. В результате испытаний получено несколько значений v_0 , для кото-

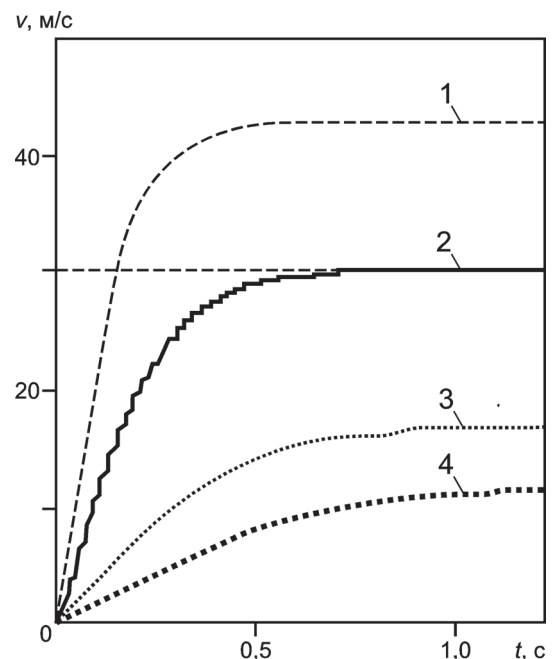


Рис. 1. Переходные характеристики для разных значений установившихся скоростей:

1, 2, 3, 4 — 43; 30; 17; 11,7 м/с, соответственно

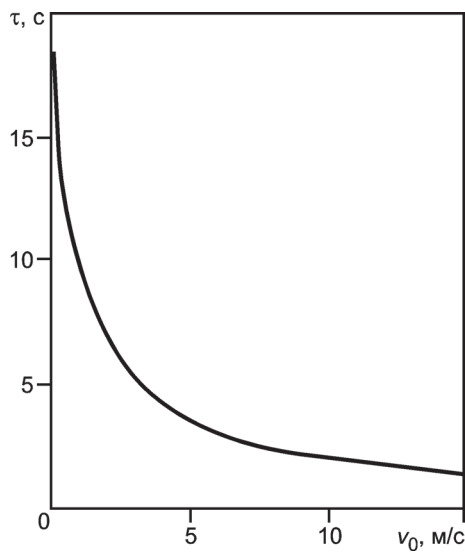


Рис. 2. Зависимость времени τ переходного процесса от установившегося значения скорости потока v_0

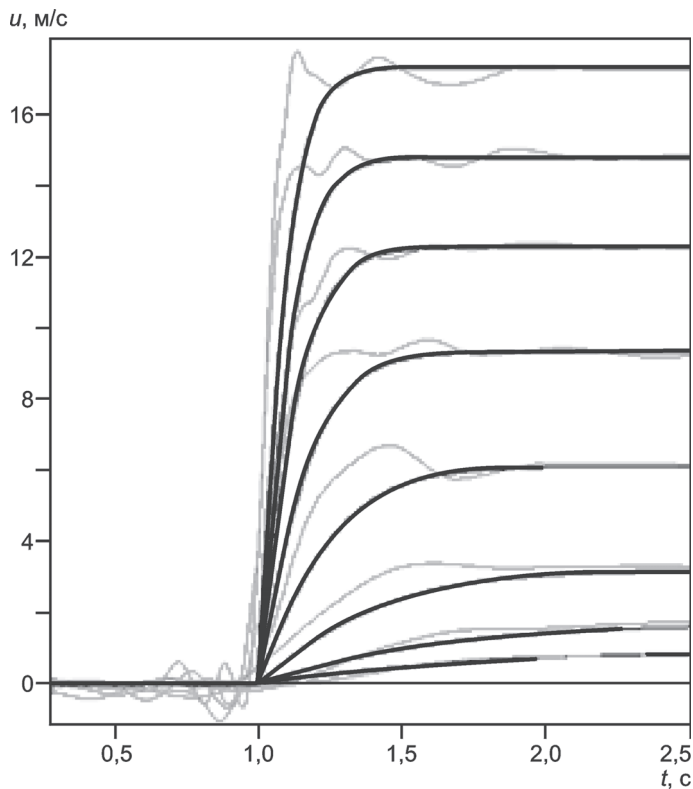


Рис. 3. Переходные характеристики аэродинамической трубы: теоретические зависимости установившихся скоростей потока u от времени t обозначены темными линиями, экспериментальные — светлыми

рых на рис. 3 приведены экспериментальные и теоретические кривые, вычисленные по (17). Из графиков следует, что экспериментальные и теоретические данные для малых скоростей хорошо коррелируют между собой. Для больших скоростей экспериментальная кривая устанавливается чуть быстрее, чем теоретическая. Это можно объяснить тем, что при закрытой заслонке вентилятор на тех же оборотах создает более высокое давление, чем при открытой, и, следовательно, воздействие отличается от ступенчатой функции. При малых оборотах эта разность давлений невелика и не оказывает видимого влияния.

Закключение. Совпадение экспериментальных и теоретических кривых свидетельствует о высокой достоверности разработанной теоретической модели переходных процессов и дает основания для того, чтобы рекомендовать ее к использованию при решении задач, связанных с определением инерционных характеристик аэрометрических установок. Описанную в статье модель можно использовать как для проектирования аэрометрических установок с предсказуемыми характеристиками, так и для определения длительности переходных процессов в уже существующих установках с целью их последующей автоматизации.

Л и т е р а т у р а

1. **Шкундин С. З.** Физико-техническое обоснование акустического контроля скоростей газо-воздушных потоков в системах обеспечения безопасности шахт: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. докт. техн. наук. М., 1990.
2. **Румянцева В. А.** Совершенствование средств измерения аэродинамических параметров вентиляционных систем. Автореф. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. М., 2001.
3. **Ушаков К. З. и др.** Аэрология горных предприятий. М.: Недра, 1987.
4. **Правила безопасности** в угольных шахтах. Самара: Самарский дом печати, 1995.
5. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.
6. **Эльсгольц Л. Э.** Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: ЛКИ, 2008.

Дата принятия 01.07.2014 г.