

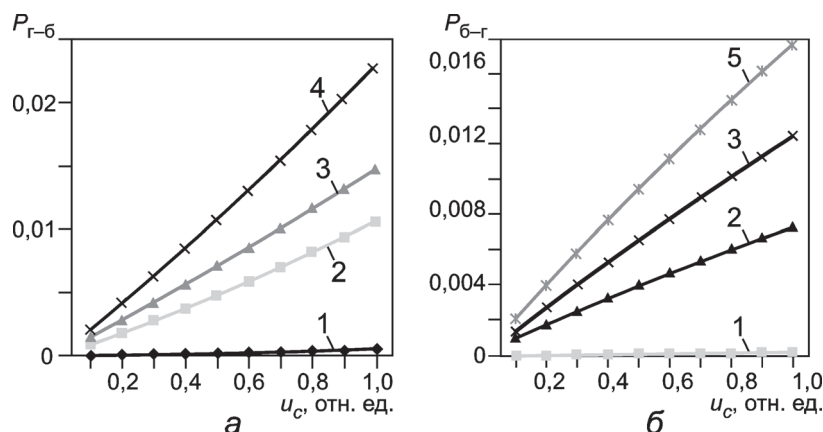


Рис. 2. Зависимости вероятностей ошибок 1-го $P_{г-б}$ (а) и 2-го рода $P_{б-г}$ (б) от стандартной неопределенности u_c при контроле фотоэлектрических параметров:

1 — $I_{к,з}$; 2 — $U_{х,х}$; 3 — P_{max} ; 4 — α ; 5 — β

чимость модели при ее использовании в системах многомерного контроля применительно к реальным условиям крупносерийного производства.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (соглашение № 14-29-00178).

Литература

1. JCGM 106. Оценивание данных измерений. Роль неопределенности измерения в оценке соответствия
2. ГОСТ Р ИСО 10576-1—2006. Статистические методы. Руководство по оценке соответствия установленным требованиям. Часть 1. Общие принципы.

3. Руководство МЭК 115:2007. Применение неопределенности измерения в деятельности по оценке соответствия в электротехнике.

4. ГОСТ Р 8.731—2010. ГСИ. Системы допускового контроля. Основные положения

5. Дунаев Б. Б. Точность измерений при контроле качества. К.: Техніка, 1981.

6. МИ 1317—2004. ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

7. Богомолова С. А., Лукашов Ю. Е., Шварц М. З. Оценка расширенной неопределенности результата измерения тока короткого замыкания тонкопленочных фотоэлектрических модулей // Измерительная техника. 2013. № 11. С. 7—12; Bogomolova S. A., Lukashov Yu. E., Shvarts M. Z. Estimate of the Expanded Uncertainty in the Result of Measuring the Short Circuit Current of Thin-Film Photovoltaic Modules // Measurement Techniques. 2014. V. 56. N. 11. P. 1209—1215.

8. Bogomolova S. A., Gudovskikh A. S., Shvarts M. Z. Evaluation of the Uncertainty in Measuring IV Characteristics of the Thin-Film Modules // Proc. 28th Europ. Photovoltaic Solar Energy Conf. and Exhibition. Paris (France), 2013. P. 3527—353.

9. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. М.: Высшая школа, 1999.

10. Руководство по выражению неопределенности измерения / Пер. с англ. СПб.: ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1999.

11. StatSoft [Официальный сайт]. <http://www.statsoft.com> (дата обращения 08.08.2014 г.)

Дата принятия 08.10.2014 г.

006:519.216.3

Оценка длительности межповерочных интервалов средств измерений методами теории массового обслуживания

Ю. С. СЫСОВЕВ, Н. А. СИМАКОВА

Волгодонский инженерно-технический институт — филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Волгодонск, Россия,
e-mail: sysoev2004@mail.ru

Представлена формальная методика стохастических оценок длительности межповерочных интервалов средств измерений, основанная на теории массового обслуживания. Методику можно использовать и для прогнозирования процесса случайного дрейфа параметров других технических объектов.

Ключевые слова: прогнозирование, межповерочный интервал, дрейф параметров, стохастическая экстраполяция.

The formal procedure of stochastic estimates of measuring instruments verification intervals is presented. The procedure can also be for prediction of the process of random drift of other technical objects parameters.

Key words: forecasting, verification interval, parameters drift, stochastic extrapolation.

В [1—3] обоснована необходимость развития методов оценок длительности межповерочных интервалов средств измерений (СИ), основанных на стохастической экстрапо-

ляции. Межповерочные интервалы определены по результатам наблюдений за погрешностями этих устройств в некотором временном промежутке в процессе их эксплуатации

или экспериментов. Там же приведены методы, позволяющие получить указанные оценки. Один из методов основан на использовании цепей Маркова [2], теоретическая предпосылка для второго — обобщение классической задачи о проигрыше игрока [1, 3, 4]. В настоящей статье продолжены исследования, начатые в [1—3]. Предложен еще один подход к решению задачи оценки длительности межповерочных интервалов с помощью стохастической экстраполяции погрешностей СИ методами теории массового обслуживания [5, 6]. В качестве модели работы СИ использована некоторая система массового обслуживания. Рассмотрим детально соответствующую математическую модель.

Обозначим через Δ модуль предельно допустимого значения погрешности СИ. Разобьем промежуток $[0; \Delta)$ на N полуинтервалов $[0; \Delta Z)$, $[\Delta Z; 2\Delta Z)$, $[2\Delta Z; 3\Delta Z)$, ..., $[(N-1)\Delta Z; N\Delta Z)$ длиной $\Delta Z = \Delta/N$ каждый и проанализируем их бесконечную последовательность. Полученные полуинтервалы определяют состояние СИ. Будем считать, что устройство находится в состоянии E_j , $j = 0, 1, 2, \dots$, если его модуль погрешности находится в промежутке $[j\Delta Z; (j+1)\Delta Z)$. Заметим, что если СИ находится в одном из состояний E_j , $j = N, N+1, N+2, \dots$, то его использование становится неправомерным, поскольку модуль погрешности достигает предельно допустимого значения $\Delta = N\Delta Z$ или превосходит его. Так как изменения погрешности устройства носят случайный характер, состояние прибора можно также оценить как случайное событие, а процесс изменений погрешности моделировать с помощью описанной ниже системы массового обслуживания.

Рассмотрим систему массового обслуживания с конечным накопителем объема N , совпадающего с числом промежутков деления, и одним прибором (не путать с измерительным устройством), осуществляющим обслуживание заявок (требований) в этой системе. Состоянию E_j , $j = 0, 1, 2, \dots$, СИ поставим в соответствие такое состояние системы массового обслуживания, при котором она имеет очередь из j необслуженных требований. Тогда переход СИ из состояния E_j в состояние E_{j+k} в системе массового обслуживания будет соответствовать увеличению очереди заявок на обслуживание на k единиц, а переход из E_j в E_{j-k} — уменьшению этой очереди, т. е. снижению на k единиц невыполненных заявок в накопителе. Очевидно, что если $k + j \geq N$, иначе говоря Δ достигнет или превзойдет предельно допустимое значение, то накопитель системы массового обслуживания заполнится полностью. И наоборот, если накопитель построенной системы массового обслуживания заполнен, то СИ будет находиться в состоянии, когда использовать его бессмысленно. Таким образом, вместо того, чтобы отслеживать изменения погрешности СИ, достаточно контролировать количество заявок в накопителе. Для описания состояний построенной системы массового обслуживания используем те же обозначения $E_0, E_1, E_2, \dots$, что и для отображения соответствующих состояний СИ.

При моделировании будем оперировать только системами массового обслуживания, обладающими свойствами стационарности и отсутствием последействия [6]. Введем обозначения: λ — интенсивность поступления заявок в систему массового обслуживания, ν — интенсивность выполнения этих заявок. В отличие от традиционных систем массового обслуживания, в которых для устойчивости работы требуется выполнение неравенства $\lambda < \nu$ [6] (при одном обслуживающем приборе), рассмотрим ситуацию, когда верно обратное неравенство $\lambda > \nu$.

Зависимость между λ, ν объясняется тем, что при интенсивности поступления заявок меньшей, чем скорость их обслуживания, система может работать бесконечно долго, а погрешность СИ в этом случае никогда не достигнет предельно допустимого значения, что не соответствует реальному положению вещей. При $\lambda > \nu$ очередь заявок на обслуживание растет бесконечно [6] и накопитель через некоторое время заполнится, т. е. погрешность СИ через какое-то время достигнет предельно допустимого значения. Задача состоит в том, чтобы оценить время, в течение которого система будет исправно работать (ее накопитель не переполнится) с вероятностью, большей некоторого заданного значения $1 - \gamma$, или же накопитель будет заполнен с вероятностью, меньшей соответствующего значения γ .

Предположим, что в начальный момент времени система массового обслуживания находилась в некотором состоянии E_i , $i \geq 1$, иными словами в этот момент в ней было $i \geq 1$ необслуженных требований. Пусть $A_i(t)$ — событие, при котором за время t в систему поступает i требований, а $B_i(t)$ — событие, при котором за время t в системе выполняется

i требований, а $\{k > N\}_t^i$ — событие, состоящее в том, что необслуженных заявок в системе к моменту времени t будет не меньше N (накопитель заполнится).

Событие $\{k > N\}_t^i$ возможно (при условии, что в начальный момент времени система находилась в состоянии E_i), если за время t поступит:

- $N-i$ заявок и ни одна из них не будет выполнена;
- $N-i+1$ заявок, а выполнено будет либо 0 из них, либо 1;
- $N-i+2$ заявок, а выполнено будет 0, 1 или 2 заявки и т. д.

Тогда

$$\{k > N\}_t^i = A_{N-i}(t)B_0(t) + A_{N-i+1}(t)[B_0(t) + B_1(t)] + \dots + \\ + A_{N-i+r}(t)[B_0(t) + B_1(t) + \dots + B_r(t)] + \dots$$

или

$$\{k > N\}_t^i = \sum_{r=0}^{\infty} \left[A_{N-i+r}(t) \sum_{j=0}^r B_j(t) \right]. \quad (1)$$

Найдем вероятность $P(\{k > N\}_t^i)$ события $\{k > N\}_t^i$:

$$P(\{k > N\}_t^i) = P \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} \left[A_{N-i+r}(t) \sum_{j=0}^r B_j(t) \right] \right\} = \\ = \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ P \left[A_{N-i+r}(t) \sum_{j=0}^r B_j(t) \right] \right\} = \\ = \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ P[A_{N-i+r}(t)] P \left[\left(\sum_{j=0}^r B_j(t) \right) / A_{N-i+r}(t) \right] \right\}, \quad (2)$$

где $P(B/A)$ — вероятность события B при условии, что произошло событие A .

В проведенных преобразованиях использовано условие, что слагаемые внешней суммы правой части равенства (1) попарно несовместны, а также формула вероятности произведения. Продолжив преобразования (2), и с учетом условия, что события $B_j(t)$ также попарно несовместны, получим

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) = \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ P[A_{N-i+r}(t)] \sum_{j=0}^r P[B_j(t) / A_{N-i+r}(t)] \right\}. \quad (3)$$

Заметим, что условная вероятность $P[B_j(t) / A_{N-i+r}(t)]$ события $B_j(t) / A_{N-i+r}(t)$ не равна безусловной вероятности $P[B_j(t)]$ события $B_j(t)$, так как условная вероятность будет разной, когда в системе массового обслуживания существует j необслуженных требований или этих требований меньше j . Количество необслуженных требований, в свою очередь, зависит от того, произошло событие $A_{N-i+r}(t)$ или нет. Поскольку $\lambda > \nu$, т. е. очередь на обслуживание неограниченно растет, и изучение случайного потока начинается с момента, когда уже существует некоторая очередь заявок на обслуживание (система массового обслуживания находится в состоянии $E_r, i \geq 1$), можно считать, что накопитель системы всегда имеет для обслуживаемого прибора достаточно необслуженных требований. Действительно, можно доказать, что при соотношениях между i, j, r, N , используемых в приведенных в статье функциональных связях, справедливо равенство

$$P[B_j(t) / A_{N-i+r}(t)] = P[B_j(t)]. \quad (4)$$

С учетом (4) запишем (3) следующим образом:

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) = \sum_{r=0}^{\infty} \left\{ P[A_{N-i+r}(t)] \sum_{j=0}^r P[B_j(t)] \right\}. \quad (5)$$

Обозначим $P[A_j(t)] = R_j(t)$, $P[B_j(t)] = Q_j(t)$, тогда (5) примет вид

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) = \sum_{r=0}^{\infty} \left[R_{N-i+r}(t) \sum_{j=0}^r Q_j(t) \right]. \quad (6)$$

Случайный процесс поступления заявок и их обслуживания (в данном случае с ожиданием) можно рассматривать как процесс размножения и гибели [6]. С учетом (4), (6) его можно трактовать как композицию двух независимых случайных процессов чистого размножения, считая, что идут процессы размножения поступающих требований в системе массового обслуживания, а также размножения заявок, выполненных прибором этой системы, причем соответствующие вероятности независимы и определяются функциями $y = R_j(t)$, $y = Q_j(t)$.

Таким образом, задача сводится к совместному анализу двух независимых задач размножения с вероятностями $R_j(t)$, $Q_j(t)$, для которых справедливо равенство (6).

Для практического использования (6) предположим, что рассматриваемые случайные потоки чистого размножения с интенсивностями λ, ν обладают свойствами стационарности, ординарности и отсутствием последействия. Тогда $R_j(t)$, $Q_j(t)$ можно представить в виде [6]:

$$R_j(t) = \frac{(\lambda t)^j}{j!} \exp(-\lambda t); Q_j(t) = \frac{(\nu t)^j}{j!} \exp(-\nu t). \quad (7)$$

В этом случае (с учетом (7)) равенство (6) будет иметь вид

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) = \sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{(\lambda t)^{N-i+r}}{[N-i+r]!} \exp(-\lambda t) \sum_{j=0}^r \frac{(\nu t)^j}{j!} \exp(-\nu t) \right)$$

или

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) = \exp(-\lambda t) \left[\frac{(\lambda t)^{N-i}}{[N-i]!} \exp(-\nu t) + \frac{(\lambda t)^{N-i+1}}{[N-i+1]!} \left(1 + \frac{\nu t}{1!} \right) \times \right. \\ \times \exp(-\nu t) + \frac{(\lambda t)^{N-i+2}}{[N-i+2]!} \left(1 + \frac{\nu t}{1!} + \frac{(\nu t)^2}{2!} \right) \exp(-\nu t) + \dots + \\ \left. + \frac{(\lambda t)^{N-i+r}}{[N-i+r]!} \left(1 + \frac{\nu t}{1!} + \frac{(\nu t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\nu t)^r}{r!} \right) \exp(-\nu t) + \dots \right]. \quad (8)$$

Постановка задачи предполагает нахождение такой точки t_0 при заданном значении γ , для которой будут выполняться следующие условия:

$$\left. \begin{aligned} P(\{k > N_{jt}^i\}) &< \gamma \text{ при } t < t_0; \\ P(\{k > N_{jt}^i\}) &= \gamma \text{ при } t = t_0; \\ P(\{k > N_{jt}^i\}) &> \gamma \text{ при } t > t_0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Значение t_0 определяет искомую длину межповерочного интервала. Будем считать, что $\gamma = 0,05$. С учетом монотонности функции $P(\{k > N_{jt}^i\})$ для решения системы (9) достаточно решить только одно уравнение

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) = 0,05, \quad (10)$$

в котором функция $P(\{k > N_{jt}^i\})$ определяется равенством (8).

Решить уравнение (10) аналитически невозможно, поэтому используем приближенные методы. Для этого ряд в равенстве (8), определяющий $P(\{k > N_{jt}^i\})$ превратим в конечную сумму, заменив его при каждом значении t частичной суммой таким образом, чтобы сумма отброшенного остатка, обозначенная $\alpha_r(t)$, не превышала 0,001. Выбрать единое количество слагаемых в частичной сумме, удовлетворяющее указанному условию для всех рассматриваемых значений t одновременно, достаточно сложно, поэтому при приближенных вычислениях значений $P(\{k > N_{jt}^i\})$ для каждого выбранного значения t частичная сумма будет содержать свое количество слагаемых. Для приближенного вычисления значений $P(\{k > N_{jt}^i\})$ воспользуемся следующим приближенным равенством:

$$P(\{k > N_{jt}^i\}) \approx \exp(-\lambda t) \left[\frac{(\lambda t)^{N-i}}{[N-i]!} \exp(-\nu t) + \frac{(\lambda t)^{N-i+1}}{[N-i+1]!} \left(1 + \frac{\nu t}{1!} \right) \times \right. \\ \times \exp(-\nu t) + \frac{(\lambda t)^{N-i+2}}{[N-i+2]!} \left(1 + \frac{\nu t}{1!} + \frac{(\nu t)^2}{2!} \right) \exp(-\nu t) + \dots + \\ \left. + \frac{(\lambda t)^{N-i+r}}{[N-i+r]!} \left(1 + \frac{\nu t}{1!} + \frac{(\nu t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\nu t)^r}{r!} \right) \exp(-\nu t) \right], \quad (11)$$

в котором r зависит от t .

Чтобы выполнить неравенство $\alpha_r(t) < 0,001$ при каждом значении t , значение r выберем так, чтобы оно удовлетворяло системе неравенств:

$$\begin{cases} r \geq 10; \\ \frac{\lambda t}{N-i+r-4} < 0,3; \\ \frac{(\lambda t)^{r-5}}{[N-i+1][N-i+2] \dots [N-i+r-5]} < 1. \end{cases} \quad (12)$$

Покажем, что выбор r обеспечивает требуемую точность. Поскольку все члены ряда в равенстве (8) (а значит и его остатка) неотрицательны, то в проводимых оценках нет необходимости использовать модули.

Итак,

$$\begin{aligned} \alpha_r(t) &= \sum_{k=r+1}^{\infty} \left[\frac{(\lambda t)^{N-i+k}}{(N-i+k)!} \exp(-\lambda t) \sum_{j=0}^k \frac{(vt)^j}{j!} \exp(-vt) \right] = \\ &= \frac{(\lambda t)^{N-i}}{(N-i)!} \exp(-\lambda t) \left[\frac{(\lambda t)^{r+1}}{[N-i+1] \dots [N-i+r+1]} \exp(-vt) \times \right. \\ &\quad \times \left(1 + \frac{vt}{1!} + \frac{(vt)^2}{2!} + \dots + \frac{(vt)^{r+1}}{(r+1)!} \right) + \\ &\quad \left. + \frac{(\lambda t)^{r+2}}{[N-i+1] \dots [N-i+r+2]} \exp(-vt) \left(1 + \frac{vt}{1!} + \frac{(vt)^2}{2!} + \dots + \frac{(vt)^{r+2}}{(r+2)!} \right) + \dots \right]. \end{aligned}$$

Воспользовавшись третьим неравенством системы (12), а также тем, что при любом $k \geq 0$

$$\begin{aligned} \exp(-vt) \left(1 + \frac{vt}{1!} + \frac{(vt)^2}{2!} + \dots + \frac{(vt)^{r+k}}{(r+k)!} \right) &\leq \\ \leq \exp(-vt) \left(1 + \frac{vt}{1!} + \frac{(vt)^2}{2!} + \dots + \frac{(vt)^{r+k}}{(r+k)!} + \dots \right) &\leq 1, \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned} \alpha_r(t) &\leq \frac{(\lambda t)^{N-i}}{(N-i)!} \exp(-\lambda t) \left[\frac{(\lambda t)^6}{[N-i+r-4] \dots [N-i+r+1]} + \dots + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\lambda t)^7}{[N-i+r-4] \dots [N-i+r+2]} + \dots \right] \leq \\ &\leq \frac{(\lambda t)^{N-i}}{(N-i)!} \exp(-\lambda t) \frac{(\lambda t)^5}{[N-i+r-4] \dots [N-i+r]} \times \\ &\quad \times [0,3 + (0,3)^2 + (0,3)^3 + \dots] \leq \\ &\leq \frac{(\lambda t)^{N-i}}{(N-i)!} \exp(-\lambda t) (0,3)^5 \frac{3}{7}. \end{aligned}$$

Исследованием на экстремум можно проверить, что функция $f(t) = \frac{(\lambda t)^{N-i}}{(N-i)!} \exp(-\lambda t)$ дости-

гает своего наибольшего значения при $t = N-i/\lambda$. Тогда, воспользовавшись формулой Стирлинга $n! = \sqrt{2\pi n} n^n \exp(-n) \exp(\theta/12n)$, запишем:

$$\begin{aligned} \alpha_r(t) &\leq \frac{3(N-i)^{N-i} \exp[-(N-i)]}{7(N-i)!} (0,3)^5 < \\ &< \frac{3(N-i)^{N-i} \exp[-(N-i)]}{7\sqrt{2\pi(N-i)}(N-i)^{N-i} \exp[-(N-i)] \exp[\theta/(12(N-i))]} (0,3)^5 < \\ &< \frac{3}{7\sqrt{2\pi(N-i)} \exp[\theta/(12(N-i))]} (0,3)^5 < \frac{3}{7\sqrt{2\pi(N-i)}} (0,3)^5 < 0,001. \end{aligned}$$

Здесь использовано условие $0 < \theta < 1$.

Таким образом доказано, что при r , удовлетворяющем (12), достигается необходимая точность. Из оценки $\alpha_r(t)$ следует, что при $N-i > 15$ погрешность, возникающая из-за замены ряда его частичной суммой, при вычислении $P(\{k > N\}_t^i)$ по формуле (11) не превосходит 0,0001 при описанном способе выбора числа r .

В процессе использования предлагаемой методики возникает вопрос о выборе количества N используемых состояний для анализа работы СИ. Чем больше состояний используется, тем точнее идентифицируется каждое текущее состояние устройства. Количество состояний желательно выбирать таким большим, чтобы контролируемые устройства в начальный момент времени не находились в состоянии E_0 . Однако существует и ограничение сверху на количество N , возникающее из условия, что с помощью длины $\Delta Z = \Delta/N$ промежутков деления можно определить каждое текущее состояние СИ с минимальной погрешностью.

В качестве примера использования предложенной методики решим задачу оценки межповерочного интервала платиновых термометров сопротивления.

В табл. 1 приведены результаты испытаний ВНИИМ им. Д. И. Менделеева 10 термометров из одной партии. Там же представлены соответствующие каждому термометру модули погрешностей в тройной точке воды после многократных воздействий [1]. Данная методика анализа дрейфа погрешностей термометров в период испытаний позволяет провести стохастическую экстраполяцию изменений этих погрешностей на более широкий временной диапазон и определить длительность межповерочного интервала.

Таблица 1

Изменения погрешностей платиновых термометров сопротивления в процессе испытаний

Воздействие № п/п	Модуль погрешности термопреобразователей, Ом, после воздействия при исходной погрешности									
	0,005	0,009	0,037	0,009	0,003	0,007	0,003	0,005	0,020	0,020
1	0,005	0,009	0,037	0,009	0,002	0,007	0,004	0,003	0,020	0,020
2	0,004	0,009	0,036	0,009	0,003	0,007	0,004	0,003	0,017	0,020
3	0,004	0,009	0,037	0,008	0,003	0,008	0,005	0,004	0,018	0,020
4	0,002	0,008	0,038	0,008	0,003	0,008	0,003	0,004	0,018	0,020
5	0,004	0,008	0,037	0,008	0,004	0,008	0,004	0,004	0,016	0,019
6	0,004	0,008	0,038	0,008	0,003	0,008	0,001	0,004	0,016	0,022
7	0,005	0,008	0,039	0,008	0,002	0,008	0,004	0,004	0,016	0,024
8	0,005	0,008	0,040	0,009	0,002	0,009	0,002	0,004	0,016	0,025
9	0,005	0,010	0,043	0,009	0,003	0,009	0,001	0,004	0,016	0,026

Т а б л и ц а 2

Длина межповерочных интервалов СИ,
находящихся в различных исходных состояниях

№ состоя- ния	Длина межповерочного интервала	№ состоя- ния	Длина межповерочного интервала	№ состоя- ния	Длина межповерочного интервала	№ состоя- ния	Длина межповерочного интервала
1	365	16	248	31	140	46	50
2	357	17	241	32	133	47	46
3	349	18	233	33	127	48	41
4	341	19	226	34	120	49	35
5	333	20	218	35	114	50	28
6	325	21	211	36	107	51	23
7	317	22	204	37	101	52	19
8	309	23	196	38	95	53	15
9	302	24	189	39	88	54	12
10	294	25	182	40	83	55	8
11	286	26	175	41	77	56	6
12	278	27	168	42	71	57	3
13	271	28	161	43	66	58	2
14	263	29	154	44	60	59	1
15	256	30	147	45	55		

В соответствии с [7] для термометров рассматриваемого типа $\Delta = 0,06$. Разобьем промежуток $[0; 0,06]$ на 60 частей ($\Delta Z = 0,001$). Тогда можно считать, что термометры с номерами 1, 8 в начальный момент находились в состоянии E_5 , термометры с номерами 2, 4 — в состоянии E_9 , термометр с номером 3 — в состоянии E_{37} , термометры с номерами 5, 7 — в состоянии E_3 , термометр с номером 6 — в состоянии E_7 , а термометры с номерами 9, 10 — в состоянии E_{20} . За едини-

цу времени возьмем период между последовательными измерениями погрешностей прибора. Проанализировав по таблице изменения модуля погрешности прибора за единицу времени, убедимся, что за указанный временной промежуток модуль погрешности термометров в 65 случаях не увеличился, в 19 случаях увеличивался на одну позицию, в 3 случаях — на две позиции и в 3 случаях — на три позиции. С учетом этого найдем $\lambda = 0,38$ и, аналогично, $\nu = 0,29$.

С помощью данной методики рассчитаем межповерочные интервалы для СИ, находящихся в различных исходных состояниях E_i ,

при вычисленных значениях $\lambda = 0,38$, $\nu = 0,29$, $N = 60$. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Основываясь на данных табл. 2, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что длина межповерочных интервалов термометров 1, 8 составляет 333 временные единицы, термометров 2, 4 — 302, термометра 3 — 101, термометров 5, 7 — 349, термометра 6 — 317 и термометров 9, 10 — 218.

В качестве временных единиц может выступать не только некоторый временной интервал, определяемый длительностью промежутков между последовательным оцениванием погрешностей СИ, но и некоторое дискретное количество измерений (испытаний), проведенных этими устройствами.

Увеличение интенсивности λ погрешностей СИ при фиксированном значении ν должно приводить к уменьшению расчетной длины межповерочных интервалов, а увеличение ν при фиксированном λ — к увеличению этой длины, что и подтверждается многочисленными расчетами, проведенными для различных значений λ , ν . Примеры зависимостей между длиной t_0 межповерочного интервала и значениями параметров λ , ν при фиксированном значении одного из них приведены на рисунке.

Расчеты по предложенной методике можно выполнить в программной среде Mathcad. Использование методики предполагает работу с большими числами, и это необходимо учитывать при программировании, чтобы избежать переполнения соответствующих ячеек памяти. Например,

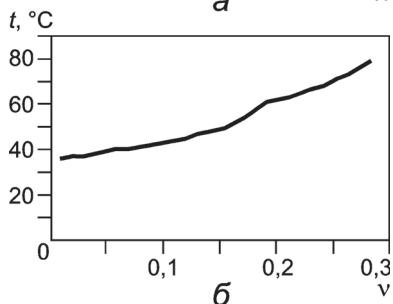
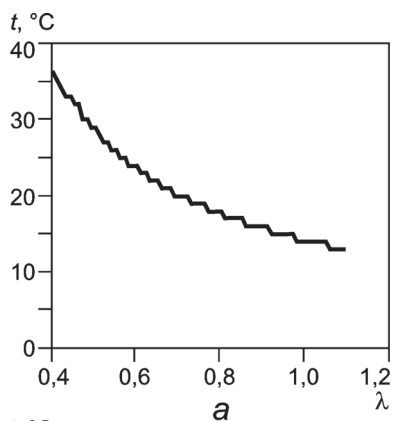
вместо $\frac{(\lambda t)^{N-i}}{(N-i)!}$ целесообразно использовать запись

$$\prod_{j=1}^{N-i} \left(\frac{\lambda t}{j} \right) \text{ и т. д.}$$

Л и т е р а т у р а

1. **Сысоев Ю. С.** Анализ длительности метрологически безотказной работы измерительных приборов методами стохастической экстраполяции // Измерительная техника. 2011. № 1. С. 7—12; **Sysoev Yu. S.** Analysis of the duration of metrologically reliable operation of measuring instruments by stochastic extrapolation techniques // Measurement Techniques. 2011. V. 54. N. 1. P. 8—15.

2. **Сысоев Ю. С.** Анализ дрейфа метрологических характеристик измерительных устройств с помощью цепей Маркова // Измерительная техника. 2012. № 1. С. 14—19; **Sysoev Yu. S.** Analysis of the drift of the metrological characteristics of measuring devices by means of Markov chains // Measurement Techniques. 2012. V. 55. N. 1. P. 19—24.



Зависимости длительности межповерочного интервала от увеличения (а) и уменьшения (б) погрешности средств измерений

3. Сысоев Ю. С., Тихомирова А. И. Анализ стабильности работы измерительных приборов посредством стохастического прогнозирования дрейфа их метрологических характеристик // Измерительная техника. 2012. № 6. С. 14—20; Sysoev Yu. S., Tikhomirova A. I. Analysis of the operational stability of measurement instruments by stochastic prediction of drift in their metrological characteristics // Measurement Techniques. V. 55. N. 6. P. 613—621.

4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1. М.: Мир. 1967.

5. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение. 1979.

6. Гнеденко Б. Г., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука. 1966.

7. ГОСТ 8.625—2006. Термометры сопротивления из платины, меди и никеля. Общие технические требования и методы испытаний.

Дата принятия 09.09.2014 г.

ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

551.510

Измерение реальным лидаром мощности комбинационного рассеяния света молекулами водорода

В. Е. ПРИВАЛОВ*, В. Г. ШЕМАНИН**

* Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, С-Петербург, Россия, e-mail: vaevpriv@yandex.ru

** Новороссийский политехнический институт, Новороссийск, Россия

Проанализировано влияние спектральной ширины линии генерации лазера и ширины аппаратной функции спектроанализатора лидара на погрешность измерения мощности комбинационного рассеяния света при зондировании молекул водорода в атмосфере. Учет этих факторов приводит к уменьшению относительной погрешности измерения мощности.

Ключевые слова: лидар комбинационного рассеяния света, молекулы водорода, мощность, спектральная ширина линии.

The effect laser spectral linewidth and apparatus function width in the Raman lidar at sensing the hydrogen molecules in atmosphere have been analyzed for the lidar signal power measurement error estimation. This spectral linewidth influence is shown up in the measurement relative error decreasing for the entire range of sensing.

Key words: Raman lidar, hydrogen molecules, power, spectral linewidth.

Лидарное уравнение для рассеяния Ми аэрозольными частицами в направлении 180° (или назад) с учетом ширины линии генерации лазера было получено в [1—3]. Решение этого уравнения дало увеличение мощности упругого рассеяния назад до 1,4 раза на расстоянии зондирования более 1 км. В [4] показана необходимость учета конечной ширины линии генерации лазера в результатах зондирования при использовании широкополосных лазерных источников в лидарах дифференциального поглощения и рассеяния. Можно предположить, что использование таких лазеров с конечной шириной линии генерации в лидарах комбинационного рассеяния света также требует учета влияния ширины линии генерации на результаты зондирования.

Цель данной работы — учет ширины линии генерации лазера в лидаре комбинационного рассеяния света при зондировании молекул водорода в атмосфере и оценка относительной погрешности лидарного сигнала.

Рассмотрим оптическую схему лидара комбинационного рассеяния света, приведенную на рис. 1. Оптическая ось приемного телескопа направлена вдоль лазерного луча. Диаграммы направленности излучателя θ_L и приемного телескопа θ_T , как и в [3], малы и примерно равны $\theta_L \approx \theta_T \approx 10^{-4} \dots 10^{-3} \ll 1$, поэтому их мгновенный диаметр определим как $d_L \approx \theta_L z$. Для телесных углов, определяющих расходимость зондирующего лазерного излучения $\Omega_L = \pi \theta_L^2$ и поле зрения приемного телескопа $\Omega_T = \pi \theta_T^2$, справедливо соотношение $\Omega_L < \Omega_T < 1$.

Как и в [2], передающую систему лидара характеризуем мощностью посылаемого в атмосферу лазерного излучения P_0 , длительностью импульса лазера τ_L , а линию генерации лазера считаем гауссовой с максимумом на частоте ν_0 и полушириной Γ . Тогда мощность лазерного излучения можно представить в виде [4]: