

Шкала космологических расстояний. Ч. 5. Метрологическая экспертиза по сверхновым типа SN Ia

С. Ф. ЛЕВИН

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия,
e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

Обнаружение ускорения расширения Вселенной группами High-Z SN Search Team и Supernova Cosmology Project проанализировано с точки зрения решения задачи структурно-параметрической идентификации шкалы космологических расстояний по красному смещению в рамках модели Фридмана—Робертсона—Уокера по объединённым данным о сверхновых типа SN Ia. Аналогичное решение приведено и для интерполяционной модели.

Ключевые слова: шкала космологических расстояний, модель Фридмана—Робертсона—Уокера, интерполяционная модель, сверхновые типа SN Ia.

The detection of «accelerating expansion of the Universe» by the High-Z SN Search Team and Supernova Cosmology Project groups was analyzed from the point of view of solving the problem of structurally-parametric identification for the cosmological distances scale on red shift within Friedman-Robertson-Walker model on the joined data on supernova type SN Ia. A similar decision is given for the interpolation model.

Key words: cosmological distances scale, Friedman-Robertson-Walker model, interpolation model, supernovae type SN Ia.

Шкала фотометрических расстояний по сверхновым SN Ia в космологии стала опорной [1]. Основаниями этого послужили глобальная евклидовость геометрии наблюдаемой Вселенной («плоская» космология) и стандарт абсолютной светимости сверхновых SN Ia в максимуме блеска. Их модули расстояний, наблюдаемые звездные величины и красные смещения $z < 1$ при интерпретации в модели Фридмана—Робертсона—Уокера привели к выводу об ускорении расширения Вселенной с параметром замедления $q_0 < 0$ [2, 3]. В то же время эти результаты равнозначны калибровке шкалы красного смещения $D_L(z)$ по фотометрическому расстоянию. Однако в [2, 3] шкала так и не приведена, а ведь её значимость для космологии трудно переоценить.

В решении измерительных задач такого рода определяющую роль играет постановка, которая предусматривает указание характеристик математической модели объекта измерений, условий измерений в виде перечней измеряемых переменных модели, влияющих величин и характеристик средств измерений, целей задач в терминах характеристик модели, формы представления результата и требований к его точности в виде доверительных границ погрешности и соответствующей доверительной вероятности [4].

«Анализ измерительной задачи и целей измерений проводят для того, чтобы определить степень соответствия измеряемой величины измеряемой характеристике объекта. Часто реальный объект заменяют некоей моделью, характеристику которой измеряют. Неадекватность модели реальному объекту может быть значительна и, соответственно, будет значительна разница между характеристиками объекта и принятой модели. В этом случае, какие бы методы и способы повысить точность измерений характеристики принятой модели ни применяли, цели измерений не будут дос-

тигнуты» [5]. Поэтому анализ погрешностей неадекватности модели является обязательным при проверке правильности постановки задачи [6].

Напомним, термин *измерение* в [5] и других документах государственной системы обеспечения единства измерений используется в переносном смысле, так как, *строго говоря, все измерения прямые* [7], а прочие измерения предусматривают значительные вычисления по моделям, что является ключевым для термина *измерительная задача* [4]. Следует использовать названия *метод прямого измерения, метод косвенного измерения* согласно [8] и т. п. Это сохраняет в термине переносный смысл слова *измерение*, отделяет методы решения измерительных задач от методов измерений и акцентирует внимание на погрешностях неадекватности, идентификация которых является обязательным элементом метода совместных измерений [4].

Дело в том, что ранее погрешности неадекватности отождествляли с погрешностями аппроксимации интерпретирующими моделями данных совместных измерений. Эта путаница приводила к тому, что при равенстве числа параметров интерпретирующей модели числу интерпретируемых данных погрешности аппроксимации могли быть равными нулю, а с увеличением числа данных на единицу новый отсчёт мог оказаться выделяющимся результатом и требовать переопределения параметров модели. Это явление частично устранялось сочетанием метода совместных измерений с методом многократных измерений и определением распределения отклонений от характеристики положения интерпретирующей модели. Корректным оказалось определение погрешности неадекватности как погрешности предсказания моделью в схеме перекрестного наблюдения в виде оценок метода максимума компактности (ММК) [4]. Об этом пре-

дупреждал справочник [9]: «Никогда не следует применять одну и ту же выборку для оценки и для проверки. Заметим, наконец, что статистические критерии не могут доказать ни одной гипотезы: они могут лишь указать на «отсутствие опровержения». Указанное явление становится причиной потери непараметрическими критериями *свободы от распределения* при проверке сложных гипотез, «когда по той же самой выборке оценивают параметры наблюдаемого закона распределения вероятностей» [10, 11]. Эту проблему как раз и исключает схема перекрестного наблюдения в ММК.

Еще одну проблему создает произвол в выборе уровня значимости при статистической проверке непараметрических гипотез, превращающий проверку в иллюзию доказательства. Предпочтительнее достигнутый уровень значимости и минимум расстояния между статистическим распределением и моделью распределения вероятностей (так называемые MD-оценки) [11] или максимум правдоподобия и минимум среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН)

$\varepsilon_v^{[s]}$ модели с кодом структуры v , где $s = 1$ для метода наименьших модулей (МНМ) и $s = 2$ для метода наименьших квадратов (МНК) [4]. Соответственно адаптивные алгоритмы идентификации ММК — ММКМНМ, ММЕМНК, ММКМЕДС и т. п. [4].

Погрешности неадекватности зависят и от метода оценивания параметров. Хотя МНМ был предложен раньше МНК, из-за сложности вычислений широкого распространения он не получил. В 1853 г. П. Л. Чебышёв сформулировал и решил задачу о наилучшем приближении непрерывной функции $F(x)$ функциями $S(x)$ из заданного класса функций в метрике $\sup |F(x) - S(x)|$.

В 1914 г. А. С. Эддингтон, вопреки рекомендациям большинства учебников по математической статистике, указал на предпочтительность масштаба рассеяния в виде среднего абсолютного отклонения d (CAO) перед среднеквадратическим отклонением s (СКО). В 1920 г. ему возразил Р. А. Фишер. Этот спор в 1960 г. разрешил Дж. Тьюки схемой ε -загрязнения распределения Гаусса выбросами с тем же распределением, но с утроенным рассеянием

$$F(x) = (1 - \varepsilon)F_G(x; m, \sigma) + \varepsilon F_G(x; m, 3\sigma).$$

Если $\varepsilon = 0$, то преимущество по относительной эффективности в 12,4 % принадлежит СКО, но при $\varepsilon = 0,0018$ преимущества СКО нет, а при $\varepsilon = 0,05$ оно достигает 203,5 % в пользу CAO.

Качество статистической обработки данных зависит и от их статистической однородности, чему в теории измерительных задач для моделей соответствуют понятия стохастической компактности и композиционной однородности [4].

Как отмечено выше, для построения шкалы $D_L(z)$ космологических расстояний по красному смещению в [2, 3] выполнены необходимые действия. Их качество может оценить метрологическая экспертиза [12] результатов идентификации модели со свободными параметрами методом совместных измерений [4]. Проанализируем результаты [2, 3] с целью структурно-параметрической идентификации шкалы космологических расстояний по указанным там же модулям фотометрического расстояния $\mu_0 = 5 \lg D_L^* + 25$ сверхновых типа SN Ia.

Шкала расстояний в модели Фридмана—Робертсона—Уокера. В [2] шкала космологических расстояний по красному смещению представлена моделью

$$D_L = \frac{c}{H_0} \frac{1+z}{\sqrt{|\Omega_k|}} \begin{cases} \sin \varphi(z), & \Omega_k < 0, \\ \varphi(z), & \Omega_k = 0, \\ \text{sh } \varphi(z), & \Omega_k > 0, \end{cases}$$

$$\varphi(z) = \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^z \left[(1+z')^2 (1 + \Omega_M z') - \Omega_\Lambda z' (2+z') \right]^{-1/2} dz', \quad (1)$$

где c — скорость света; H_0 — постоянная Хаббла; Ω_M — плотность масс; Ω_Λ — плотность энергии вакуума; $\Omega_k = 1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda$ — параметр кривизны [13].

В выборку вошли 27 SN Ia с низкими красными смещениями (табл. 1), в том числе 16 из [14], и 10 SN Ia с высокими красными смещениями (табл. 2). Модули μ_0 расстояния уточняли методами Multicolor light curve shape (MLCS) [15, 16] и Template-fitting method (TFM) [14, 17]. Сомнение вызывала SN 1997ck.

Таблица 1

Сверхновые SN Ia с низким красным смещением [2]

№	SN	lg cz	μ_0 MLCS	μ_0 TFM	[*]
1	1992bo	3,734	34,72	34,88	[14]
2	1992bc	3,779	34,87	34,77	[14]
3	1992aq	4,481	38,41	38,33	[14]
4	1992ae	4,350	37,80	37,77	[14]
5	1992P	3,896	35076	3559	[14]
6	1990af	4,178	36,53	36,67	[14]
7	1994M	3,859	35,39	35,49	—
8	1994S	3,685	34,27	34,34	—
9	1994T	4,030	36,19	36,50	—
10	1995D	3,398	33,01	32,79	—
11	1995E	3,547	33,60	33,73	—
12	1995ac	4,166	36,85	36,60	—
13	1995ak	3,820	35,15	35,43	—
14	1995bd	3,679	34,15	34,00	—
15	1996C	3,924	35,98	35,82	—
16	1996ab	4,572	39,01	39,10	—
17	1992ag	3,891	35,37	35,53	[14]
18	1992al	3,625	33,92	34,13	[14]
19	1992bg	4,024	36,26	36,49	[14]
20	1992bh	4,130	36,91	36,87	[14]
21	1992bl	4,111	36,26	36,53	[14]
22	1992bp	4,379	37,65	37,96	[14]
23	1992br	4,418	38,21	38,09	[14]
24	1992bs	4,283	37,61	37,63	[14]
25	1993H	3,871	35,20	35,29	—
26	1993O	4,189	37,03	37,31	[14]
27	1993ag	4,177	36,80	37,11	[14]

Таблица 2

Сверхновые SN Ia с высоким красным смещением [2]

№	SN	z	μ_0 MLCS	μ_0 TFM
28	1996E	0,43	41,74	42,03
29	1996H	0,62	42,98	43,01
30	1996I	0,57	42,76	42,83
31	1996J	0,30	41,38	40,99
32	1996K	0,38	41,63	42,21
33	1996U	0,43	42,55	42,34
34	1997ce	0,44	41,95	42,26
35	1997cj	0,50	42,40	42,70
36	1997ck	0,97	44,39	44,30
37	1995K	0,48	42,45	42,49

Параметры Ω_M , Ω_Λ , H_0 оценивали по минимуму статистики χ^2 для функции

$$p(\mu_0|H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{\mu_0,i}^2 + \sigma_v^2)}} \times \exp\left[-0,5\left[\mu_{p,i}(z_i; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda) - \mu_{0,i}\right]^2 / (\sigma_{\mu_0,i}^2 + \sigma_v^2)\right] = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{\mu_0,i}^2 + \sigma_v^2)}} \exp[-\chi^2/2], \quad (2)$$

где $\sigma_{\mu_0,i}^2$, σ_v^2 — дисперсии оценок соответственно $\mu_{0,i}$ и пекулярных галактических красных смещений в единицах μ_0 . В (2) из [2] допущена ошибка. Выражение $\mu_{p,i}(z_i; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda)$ должно иметь вид $\mu_p(z_i; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda)$ и представлять шкалу $D_L(z) = 10^{-5+0,2\mu_p(z; \hat{H}_0, \hat{\Omega}_M, \hat{\Omega}_\Lambda)}$ как функцию красного смещения.

Однако функция (2) — функция правдоподобия статистического ряда неравнорассеянных независимых гауссовых отклонений от $\mu_p(z; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda)$. Её минимум по χ^2 даёт оценки метода взвешенных наименьших квадратов при неравноточных измерениях. И если результат усреднения назвать *результатом измерения*, то дисперсия среднего взвешенного по дисперсиям будет меньше меньшей дисперсии в выборке. Грубая ошибка в том, что точность модели характеризуют доверительной зоной характеристики положения, а не зоной толерантности модели в целом, т. е. долей распределения отклонений данных совместных измерений от характеристики положения модели, соответствующей принятой норме доверительной вероятности (0,95 или 0,99).

Для «плоской» космологии исключение SN 1997sk с наибольшим красным смещением дало $\Omega_M = 0,28 \pm 0,10$ и $q_0 = -0,98 \pm 0,40$ при $\chi^2 = 1,19$ на основе MLCS, а на основе TFM — $\Omega_M = 0,17 \pm 0,09$ и $q_0 = -1,34 \pm 0,40$ при $\chi^2 = 1,03$. С учётом SN 1997sk при $\chi^2 = 1,17$ MLCS-оценки составили $H_0 = 65,2 \pm 1,3$ км · с⁻¹ · Мпк⁻¹, $\Omega_M = 0,00^{+0,60}_{-0,00}$, $\Omega_\Lambda = 0,48^{+0,72}_{-0,24}$ и $q_0 = -0,74 \pm 0,32$ при отсутствии ограничений на модель (1), а для «плоской» космологии — $\Omega_M = 0,24 \pm 0,10$. TFM-оценки при $\chi^2 = 1,04$: $H_0 = 63,7 \pm 1,3$ км · с⁻¹ · Мпк⁻¹, $\Omega_M = 0,72^{+0,44}_{-0,56}$, $\Omega_\Lambda = 1,48^{+0,56}_{-0,68}$ и $q_0 = -1,11 \pm 0,32$ при отсутствии ограничений, а для «плоской» космологии — $\Omega_M = 0,20 \pm 0,09$.

В [3] принята модель

$$m_B^{\text{эфф}} = M_B - 5\lg H_0 + 25 + 5\lg \mathcal{D}_L(z; \Omega_M, \mathcal{D}_{L\Lambda}), \quad (3)$$

где $m_B^{\text{эфф}}$, M_B — эффективная в максимуме блеска и абсолютная звездные величины SN Ia в фильтре B; $\mathcal{D}_L = H_0 D_L$ — независимое от постоянной Хаббла расстояние (1). Данные $\mathcal{D}_L$ о SN Ia были представлены 18 SN Ia с низким красным смещением из обзора Calan Tololo [14] (см. табл. 1, дополнительно — SN 1990O и SN 1993P) и 42 SN Ia с высоким красным смещением (см. табл. 3).

Таблица 3

Сверхновые SN Ia с высоким красным смещением [3]

№	SN	z	$m_B^{\text{эфф}}$	№	SN	z	$m_B^{\text{эфф}}$
38	1992bi	0,458	23,11	59	1996cm	0,450	23,17
39	1994F	0,354	22,38	60	1996cn	0,430	23,13
40	1994G	0,425	22,13	61	1997F	0,580	23,46
41	1994H	0,374	21,72	62	1997G	0,763	24,47
42	1994al	0,420	22,55	63	1997H	0,526	23,15
43	1994am	0,372	22,26	64	1997I	0,172	20,17
44	1994an	0,378	22,58	65	1997J	0,619	23,80
45	1995aq	0,453	23,17	66	1997K	0,592	24,42
46	1995ar	0,465	23,33	67	1997L	0,550	23,51
47	1995as	0,498	23,71	68	1997N	0,180	20,43
48	1995at	0,655	23,27	69	1997O	0,374	23,52
49	1995aw	0,400	22,36	70	1997P	0,472	23,11
50	1995ax	0,615	23,19	71	1997Q	0,430	22,57
51	1995ay	0,480	22,96	72	1997R	0,657	23,83
52	1995az	0,450	22,51	73	1997S	0,612	23,69
53	1995ba	0,388	22,65	74	1997ac	0,320	21,86
54	1996cf	0,570	23,27	75	1997af	0,579	23,48
55	1996cg	0,490	23,10	76	1997ai	0,450	22,83
56	1996ci	0,495	22,83	77	1997aj	0,581	23,09
57	1996ck	0,656	23,57	78	1997am	0,416	22,57
58	1996cl	0,828	24,65	79	1997ap	0,830	24,32

Подгонка модели (3) согласно [18] под характеристику положения зависимости $\{m_B^{\text{эфф}}, z\}$ для 60 SN Ia при $\chi^2 = 1,75$ дала $\Omega_M = 0,83$ и $\Omega_\Lambda = 1,42$ [3], а для «плоской» космологии — $\Omega_M = 0,29^{+0,09}_{-0,08}$. Исключение выбросов (двух по отклонению и двух по коэффициенту расширения) уточнило оценки до $\Omega_M = 0,85$ и $\Omega_\Lambda = 1,54$ при $\chi^2 = 1,16$ и $\Omega_M = 0,26^{+0,09}_{-0,08}$ для «плоской» космологии. Исключение еще двух SN Ia за счёт возможного «покраснения» дало при $\chi^2 = 1,12$ без ограничений $\Omega_M = 0,73$ и $\Omega_M = 1,32$ и для «плоской» космологии — $\Omega_M = 0,28^{+0,09}_{-0,08}$. При этом отмечено, что «переход между замедлением и ускорением произошел при $z \approx 0,73$ или более $6 \cdot 10^9$ лет назад, когда взорвалась SN 1997G» [3].

Однако в результатах [2, 3] с точки зрения калибровки есть ряд особенностей.

Во-первых, близость оценок свободных параметров в результатах [2, 3] для «плоской космологии» оказалась не самой правдоподобной гипотезой.

Во-вторых, модуль фотометрического расстояния в фильтре B [19, 20]:

$$\mu_B = m_B - M_B = -5 + 5\lg D_L^* + A(D_L^*, z),$$

где $A(D_L, z)$ — поправка на поглощение света и красное смещение, требует установления стандарта абсолютной светимости SN Ia в максимуме блеска M_B . Согласно [2] отклонение Δ от стандарта $M_B \approx -19,5^m$ как разность максимумов светимости SN Ia и её шаблона составила $-0,52...+0,29$ для SN Ia с высокими и $-0,61...+0,40$ для SN Ia с низкими красными смещениями. В [2] указана SN 1992bs при $\Delta = 0$ и $\mu_0 = 37,61^m$. Для неё в обзоре Calan Tololo [17] указано пиковое значение $18,24^m$. Отсюда $M_B = 18,24^m - 37,61^m = -19,37^m$, что согласуется с полученной в [21] и принятой по умолчанию в [3] оценкой. С учётом данных [21] о координатах была сформирована выборка из 79 SN Ia с расчётом фотометрических расстояний $D_L^* = 10^{-5+0,2\mu_0}$ (табл. 4).

Протокол расчета реперов шкалы космологических расстояний при $z < 1$

№	SN	Прямое восхождение α , h m s	Склонение δ , ° ' "	z_n	D_L^* , Мпк
1	1992bo	01 21 58,44	−34 12 43,5	0,018	87,90225168
2	1992bc	03 05 17,28	−39 33 39,7	0,020	94,18895965
3	1992aq	23 04 34,76	−37 20 42,1	0,101	480,8393484
4	1992ae	21 28 17,66	−61 33 00,0	0,075	363,0780548
5	1992P	12 42 48,95	+10 21 37,5	0,026	141,9057522
6	1990af	21 34 58,12	−62 44 07,4	0,050	202,3019179
7	1994M	12 31 08,62	+0 36 19,9	0,02410900556	119,6740531
8	1994S	12 31 21,86	+29 08 04,2	0,01615025177	71,44963261
9	1994T	13 21 30,74	−2 08 56,3	0,03574203675	172,9816359
10	1995D	09 40 54,79	+5 08 26,6	0,008340254383	39,99447498
11	1995E	07 51 56,75	+73 00 34,6	0,01175382708	52,48074602
12	1995ac	22 45 34,14	−8 45 04,7	0,04888541395	234,4228815
13	1995ak	02 45 48,83	+3 13 50,1	0,02203836122	107,1519305
14	1995bd	04 45 21,24	+11 04 02,5	0,01592866201	67,60829754
15	1996C	13 50 48,62	+49 19 07,7	0,02800137109	157,0362804
16	1996ab	15 21 08,35	+27 55 36,8	0,1245028512	633,8697113
17	1992ag	13 24 10,12	−23 52 39,3	0,026	118,5768748
18	1992al	20 45 56,45	−51 23 40,0	0,014	60,81350013
19	1992bg	07 41 56,53	−62 31 08,8	0,036	178,6487575
20	1992bh	04 59 27,55	−58 49 44,2	0,045	240,9905429
21	1992bl	23 15 13,25	−44 44 34,5	0,043	178,6487575
22	1992bp	03 36 37,95	−18 21 13,7	0,079	338,8441561
23	1992br	01 45 44,83	−56 05 57,9	0,088	438,5306978
24	1992bs*	03 29 27,20	−37 16 18,9	0,063	332,6595533
25	1993H	13 52 50,34	−30 42 23,3	0,02478445064	109,6478196
26	1993O	13 31 07,87	−33 12 50,5	0,052	254,6830253
27	1993ag	10 03 35,00	−35 27 47,6	0,050	229,0867653
28	1996E	10 10 20,28	−12 33 09,2	0,43	2228,435149
29	1996H	12 28 52,78	−0 05 41,0	0,62	3944,573021
30	1996I	12 00 39,43	−0 16 02,4	0,57	3564,511334
31	1996J	10 10 33,21	−12 37 05,2	0,30	1887,991349
32	1996K	08 24 43,49	−0 21 06,2	0,38	2118,361135
33	1996U	11 50 33,51	+10 26 45,4	0,43	3235,936569
34	1997ce	17 07 48,26	+44 01 26,2	0,44	2454,708916
35	1997cj	12 37 04,27	+62 26 24,9	0,50	3019,95172
36	1997ck	16 53 00,27	+35 03 46,4	0,97	7555,922277
37	1995K	10 50 46,95	−9 15 08,0	0,48	3090,295433
38	1992bi	16 10 12,81	+39 47 12,7	0,458	1986,094917
39	1994F	11 49 59,54	+10 42 58,0	0,354	1949,8446
40	1994G	10 19 26,68	+50 52 19,6	0,425	1506,607066
41	1994H	02 40 04,73	−1 34 06,6	0,374	1348,962883
42	1994al	03 06 22,45	+17 18 33,7	0,420	2228,435149
43	1994am	02 40 02,06	−1 37 14,9	0,372	1729,816359
44	1994an	22 44 18,87	+0 06 48,7	0,378	2004,472027
45	1995aq	00 29 04,26	+7 51 20,0	0,453	2477,422058
46	1995ar	01 01 20,41	+4 18 33,8	0,465	2606,15355
47	1995as	01 01 35,30	+4 26 14,8	0,498	3006,076303
48	1995at	01 04 50,94	+4 33 53,0	0,655	2500,345362
49	1995aw	02 24 55,54	+0 53 07,5	0,400	1674,942876
50	1995ax	02 26 25,80	+0 48 44,2	0,615	2398,832919
51	1995ay	03 01 07,52	+0 21 19,4	0,480	2523,480772

№	SN	Прямое восхождение α , h m s	Склонение δ , ° ' "	z_n	D_L^* , Мпк
52	1995az	04 40 33,59	−5 30 03,6	0,450	2301,441817
53	1995ba	08 19 06,46	+7 43 21,2	0,388	1949,8446
54	1996cf	10 48 50,96	+0 03 30,4	0,570	2594,179362
55	1996cg	08 24 13,33	+3 24 58,5	0,490	2322,736796
56	1996ci	13 45 56,16	+2 26 53,7	0,495	2051,162179
57	1996ck	12 48 35,19	−0 46 03,0	0,656	3090,295433
58	1996cl	10 56 59,13	−3 37 36,4	0,828	3801,893963
59	1996cm	15 30 11,25	+5 55 27,0	0,450	2546,830253
60	1996cn	13 48 27,22	+2 27 46,6	0,430	2454,708916
61	1997F	04 55 14,27	−5 51 44,8	0,580	2844,461107
62	1997G	04 58 30,23	−3 16 04,0	0,763	3854,783577
63	1997H	04 59 36,57	−3 09 34,6	0,526	2570,395783
64	1997I	04 59 37,31	−3 09 01,6	0,172	762,07901
65	1997J	07 41 17,83	+9 33 11,4	0,619	3341,9504
66	1997K	07 54 55,09	+4 19 01,3	0,592	4168,693835
67	1997L	08 21 57,14	+3 53 35,7	0,550	2884,031503
68	1997N	08 23 50,03	+3 28 52,8	0,180	816,5823714
69	1997O	08 24 02,51	+4 07 33,1	0,374	2937,649652
70	1997P	10 55 55,93	−3 56 48,2	0,472	2387,811283
71	1997Q	10 56 51,48	−3 58 36,9	0,430	1887,991349
72	1997R	10 57 19,23	−3 54 51,7	0,657	3388,441561
73	1997S	10 57 51,59	−3 45 46,9	0,612	3019,95172
74	1997ac	08 24 05,21	+4 11 22,6	0,320	1412,537545
75	1997af	08 23 52,67	+4 08 44,0	0,579	2924,152378
76	1997ai	10 48 57,61	+0 31 50,0	0,450	2108,62815
77	1997aj	10 55 52,98	−3 59 02,3	0,581	2421,029047
78	1997am	10 57 31,52	−3 13 48,3	0,416	1853,531623
79	1997ap	13 47 09,90	+2 23 57,5	0,830	3265,878322

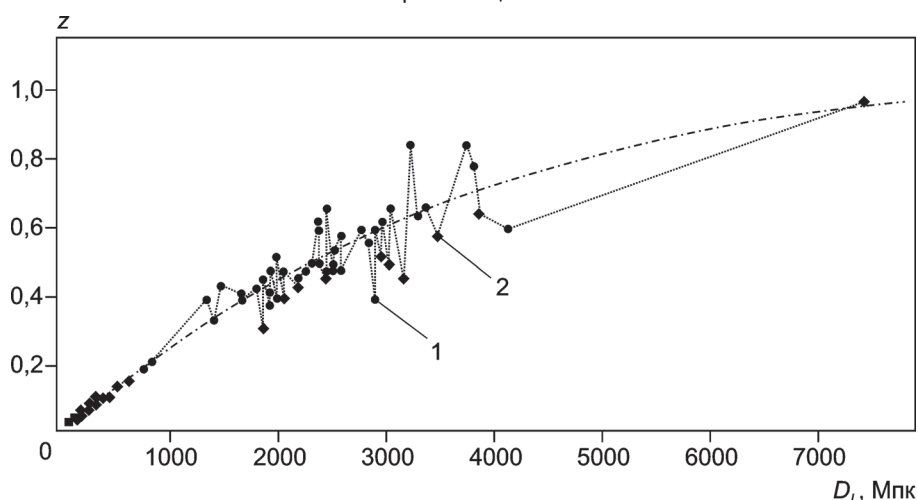
Примечание: * — полужирным шрифтом выделены характерные объекты.

В-третьих, для указанных в табл. 4 сверхновых имеет место дипольная анизотропия по красному смещению с максимумом на небесной сфере в центре северного галактического окна прозрачности на границе созвездия Льва. Та же ориентация у диполей анизотропии красного смещения галактик и квазаров [22].

В-четвертых, переход к линейной шкале показал, что для объединённых данных [2, 3] план измерений не является равномерным и сбалансированным. Проверка композиционной однородности данных табл. 4 по критерию минимума СМПН $\bar{\varepsilon}_v^{[s]}$ характеристик положения [4] дала положительный результат. ММКМНК-модель с тремя параметрами при $\bar{\varepsilon}_{111}^{[2]} = 4,566021 \cdot 10^{-2}$ (здесь и далее в протокольных оценках выделены значащие цифры) оказалась правдоподобнее ММКМДС-модели с четырьмя параметрами при $\bar{\varepsilon}_{1111}^{[1]} = 5,751406 \cdot 10^{-2}$, а доля погрешностей аппроксимации по CAO составила $d_{111}^{[2]} / \bar{\varepsilon}_{111}^{[2]} \sim 90,9\%$ (рисунок):

$$z_{111}^{[2]}(D_L) = 1,11228 \cdot 10^{-3} + 2,337051 \cdot 10^{-4} \cdot D_L - 1,444264 \cdot 10^{-8} \cdot D_L^2. \quad (4)$$

Однако выражение (4), главная часть формулы Тейлора 2-го порядка, оптимальная по критерию минимума СМПН, монотонно возрастающей не является.



Распределение красных смещений SN Ia по диапазону фотометрических расстояний: 1, 2 — данные [3], [2], соответственно

Изъятие SN 1997ск приводит к $\bar{\varepsilon}_{1101}^{[2]} = 4,137468 \cdot 10^{-2}$, но сигнатуру модели не меняет:

$$\tilde{z}_{1101}^{[2]}(D_L) = 4,104131 \cdot 10^{-4} + 2,223054 \cdot 10^{-4} \cdot D_L - 3,461940 \cdot 10^{-12} \cdot D_L^3.$$

МНМ-оценка даже с учётом SN 1997ск при $d_{111}^{[1]} = 4,075726193 \cdot 10^{-2}$ имеет вид

$$\tilde{z}_{111}^{[1]}(D_L) = -2,770074 \cdot 10^{-3} + 2,330802 \cdot 10^{-4} \cdot D_L - 1,381280 \cdot 10^{-12} \cdot D_L^3.$$

Заметим, представление $\varphi(z)$ формулой Тейлора 2-го порядка в «плоской» космологии приводит (1) к виду

$$D_L(z) \equiv (cz/H_0) [1 - q_0 z - (1 + q_0) z^2],$$

откуда следует, что условие монотонности выполняется только при $q_0 < -1$. При $\Omega_M = 1$ и $\Omega_\Lambda = 0$ модель (1) даёт

$$D_L = 2(c/H_0)(1 + z - \sqrt{1+z}) \xrightarrow{z \ll 1} cz/H_0$$

и согласуется МНМ с данными табл. 4 при $H_0 = 63,41 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ и $d_{(3)}^{[1]} = 4,645695628 \cdot 10^{-2}$.

Вместе с тем при представлении данных табл. 4 четырьмя выборками, с низкими и высокими красными смещениями, проверка композиционной однородности характеристик положения данных [2, 3] по критерию минимума СМПН дала ожидаемый отрицательный результат для всей совокупности, но объединила SN Ia выборку [2, 3] с высокими красными смещениями.

В-пятых, параметры Ω_M, Ω_Λ [2, 3] — оценки МНК с весовыми коэффициентами, обратно пропорциональными дисперсиям оценок красного смещения в единицах модуля расстояний. Но гауссово распределение погрешностей аппроксимации данных об SN Ia характеристиками положения

$\mu_0(\lg z, \Omega_M, \Omega_\Lambda)$ и $m_B^{\text{эфф}}(z, \Omega_M, \Omega_\Lambda)$ при всех рассмотренных в [2, 3] соотношениях Ω_M/Ω_Λ для диаграмм Хаббла остаётся непроверенной гипотезой. По вероятности согласия [4] более правдоподобна гипотеза об усечённом распределении Лапласа, и по этому критерию распределение Гаусса является даже не вторым [23].

Напомним, что предсказываемое по минимуму χ^2 значение модулей расстояния μ_p по красному смещению должно соответствовать модулям μ_0 и D_L^* .

Для «плоской» космологии в [2] принято $\Omega_M = 0,24$ и $q_0 = -0,64$ при $H_0 = 65,2 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, а в [3] — $\Omega_M = 0,28$ и $q_0 = -0,58$ при $H_0 = 63 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$. Для построения по этим

результатам линейной шкалы расстояний надо вычислить интеграл в (1) для $z \leq 1$ и представить его рядом

$$\Phi(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda) = \sum \varphi_k(\Omega_M, \Omega_\Lambda) z^k;$$

$$D_L \equiv (c/H_0)(1 + z)\Phi(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda). \quad (5)$$

Можно показать, что для $\Omega_M = 0,24$ и $\Omega_\Lambda = 0,76$ [2] $\Phi(z)$ будет представлена рядом с коэффициентами $\{\varphi_0 = 0,99999577; \varphi_1 = -0,17955310; \varphi_2 = -0,05898493333; \varphi_3 = 0,05084204; \varphi_4 = -0,01129168\}$ при CAO $d_\varphi = 6,846895807 \cdot 10^{-6}$.

Согласно [2] сверхновой SN 1997ск соответствует установленное по линиям эмиссии в спектре материнской галактики красное смещение $z_{\text{max}} = 0,97$ и полученный на основе метода MLCS [2] модуль расстояния $\mu_0 = 44,39$ или фотометрическое расстояние $D_L^* = 10^{-5+0,2 \cdot 44,39} = 7550,922277 \text{ Мпк}$ или 24,617 млрд. св. лет. Согласно же (5) $D_L(0,97) = 7088,307242 \text{ Мпк}$.

Аналогичным образом при $\Omega_M = 0,28$ и $\Omega_\Lambda = 0,72$ [3] $\Phi(z)$ будет представлена рядом с коэффициентами $\{\varphi_0 = 1,00044973; \varphi_1 = -0,21123905; \varphi_2 = -0,05176016667; \varphi_3 = 0,058706015; \varphi_4 = -0,0153382\}$ при $d_\varphi = 3,835135818 \cdot 10^{-5}$.

SN 1997G ($z = 0,763$) при $D_L^* = 3854,783577 \text{ Мпк}$ упомянутым в [3] оценкам $H_0 = 63 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ и $H_0 = 70 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ согласно (5) соответствуют 4053,870923 Мпк и 3648,483831 Мпк, тогда как $6 \cdot 10^9$ св. лет — только 1841,620626 Мпк.

Насколько же существенны эти расхождения с точки зрения калибровки? И ещё один вопрос. На диаграммах остатков (Fig. 4, 5 [2]) оси абсцисс — характеристики положения

$\mu_0(\lg z; \Omega_M = 0,20; \Omega_\Lambda = 0)$ и $m_B^{\text{эфф}}(z; \Omega_M = 20; \Omega_\Lambda = 0)$. Однако интеграл в функции (1) для $0 < z < 1$ является монотонной функцией, а характеристики положения лучших подгонок относительно этих осей имеют максимум в точке $z = 0,97$ сомнительной SN 1997ск!

Качество калибровки по критериям правдоподобия. Конечно, в теории расширяющейся Вселенной кроме фотометрического расстояния фигурируют и другие расстояния — углового диаметра, сопутствующее и абберационное. Все эти шкалы на расстояниях до 2 млрд. св. лет совпадают, но есть одно весьма интересное обстоятельство.

В конце 2011 г. Б. П. Шмидт признал, что еще в 1996 г. применение классического метода минимума χ^2 для определения ускорения расширения Вселенной и широко распространенное мнение о нормальности ошибок измерений расстояний обсуждались специалистами групп High-Z SN Search Team и Supernova Cosmology Project. Тогда, по его словам, и «выяснилось, что обе группы озадачены этими статистическими проблемами — не то чтобы они не были известны науке, а просто мы были новичками в этой области. Вот мы и думали, как найти решение. Адам Рисс, который в своей диссертации подробно занимался статистическими методами, после обсуждения этих вопросов с Биллом Прессом предложил обратить критерий χ^2 в вероятность, наложить предварительные условия на эту вероятность (например, запретить отрицательное вещество) и проинтегрировать по этому пространству для нахождения распределения вероятности интересующих нас параметров. Сегодня это

кажется обычным делом, но в 1996 г. никто из нас не мог припомнить, чтобы такой метод применялся прежде в астрономических исследованиях» [24]. Речь идет о функции правдоподобия (2), в которой минимизация χ^2 означает переход к МНК при неравноточных измерениях.

Удивительно, но все эти вопросы достаточно подробно излагаются в астрономических справочниках. Монография Г. Крамера по математическим методам статистики регулярно переиздается с 1946 г., а метод максимального правдоподобия Р. А. Фишер систематически разрабатывал ещё с 1912 г. Проблемы, связанные с его подходом, обсуждались в ходе дискуссии о применимости вероятностно-статистических методов в 1980-е гг. Одним из итогов дискуссии стал переход от робастности, которая, как заметил П. Дж. Хубер, «становится чем-то вроде магического заклинания, призванного добавить респектабельности», к критериям воспроизводимости, переход от МНК к МНМ, от среднего арифметического к медиане и модульным критериям точности, которые менее чувствительны к выделяющимся результатам.

Модульные критерии эффективны и для погрешностей аппроксимации при идентификации моделей с равным числом параметров. В рассматриваемом случае CAO моделей (1), (3) в форме (5) для данных табл. 4 составляют:

$d_D' = 429,3412702$ Мпк при $[\Omega_M = 0,24; \Omega_\Lambda = 0,76; H_0 = 65,2 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}]$;

$d_D'' = 460,3806527$ Мпк при $[\Omega_M = 0,28; \Omega_\Lambda = 0,72; H_0 = 63,0 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}]$;

$d_D''' = 1759,828986$ Мпк при $[\Omega_M = 0,28; \Omega_\Lambda = 0,72; H_0 = 70,0 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}]$.

Отсюда видно, что предположение в [3] об увеличении значения постоянной Хаббла на 10 % до значения $H_0 = 70,0 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ действительно сомнительно.

В космологии могут быть использованы шкалы, основанные на интерполяционных моделях, ориентированных на класс функций. На них должно быть наложено единственное и отмеченное Ф. Хойлом [25] ограничение — сходимость при $z \ll 1$ к закону Хаббла. Такая модель была предложена в 1980 г. [26]:

$$z = [1 + H_0 D_L / (\alpha c)]^\alpha - 1 \text{ или } D_L = (\alpha c / H_0) [(1 + z)^{1/\alpha} - 1], \quad (6)$$

где α — параметр формы. При $\alpha < 0$ модель включает расширение с различными начальными скоростями, что приводит к линейной зависимости скорости источников излучения от расстояния, искажаемой запаздыванием, и разрыву 2-го рода при $D_L = |\alpha|c/H_0$, соответствующему пределу скорости расширения и доплеровской интерпретации красного смещения. При $\alpha > 0$ модель соответствует зависимости красного смещения от фотометрического расстояния, но какой-либо однозначной физической интерпретации этому явлению не дает.

Проверка корректности параметризации модели (6) согласно [4] подтвердила, что $\alpha = \text{const}$ и лучшее согласование $d_D = 278,317433$ Мпк с данными табл. 4 дают МНМ-оценки $\alpha = 0,499160639$ и $H_0 = 77,2924661 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$. При этом относительные погрешности определения расстояния мультипликативны и в среднем составляют ~15 % при значении на границе выборки 41,35 %.

Доплеровская интерпретация модели (6) приводит к зависимостям соответственно для «лучевой скорости» внегалактических источников и её градиента:

$$V = c \frac{[1 + D_L / (\alpha R_0)]^{2\alpha} - 1}{[1 + D_L / (\alpha R_0)]^{2\alpha} + 1};$$

$$\frac{dV}{dD_L} = H_0 \frac{4[1 + D_L / (\alpha R_0)]^{2\alpha - 1}}{[1 + D_L / (\alpha R_0)]^{2\alpha} + 1}^2.$$

Градиент «лучевой скорости» как аналог ускорения имеет размерность постоянной Хаббла и с ростом расстояния уменьшается, демонстрируя ту же тенденцию, что и вековое уменьшение оценок постоянной Хаббла. С учётом запаздывания его динамика не противоречит гипотезе о расширении Вселенной, но и не доказывает её в силу отмеченной выше специфики методов статистики [9], так как «вероятность ошибки второго рода может быть вычислена лишь в том случае, если альтернативная гипотеза задана адекватно» [27].

Заключение. С точки зрения калибровки по реперам SN Ia рассмотренных выше шкал космологических расстояний можно сделать следующие выводы.

1. В силу универсальности шкал космологических расстояний по красному смещению проблема их структурно-параметрической идентификации методом совместных измерений является одной из важнейших в космологии.

2. Данные групп High-Z SN Search Team и Supernova Cosmology Project, использованные для решения задачи обнаружения ускорения расширения Вселенной, по критерию минимума погрешности неадекватности для характеристики положения интерпретирующей модели условию стохастической компактности не удовлетворяют. Этим критерием они разделены на объединённые выборки сверхновых типа SN Ia с низким и высоким красным смещением.

3. Алгоритмы, использованные группами High-Z SN Search Team и Supernova Cosmology Project для нахождения минимума по χ^2 , основывались на непроверенной гипотезе о распределении Гаусса, тогда как более правдоподобным оказалось усеченное распределение Лапласа с более тяжёлыми «хвостами».

4. Шкалы космологических расстояний, фактически полученные в рамках модели Фридмана—Робертсона—Уокера, по компактности распределений остаточных отклонений от характеристик положения уступают интерполяционной шкале. Эта шкала показала, что относительные погрешности определения расстояний в космологии остаются на уровне не ниже 15 %, что стало решающим в вопросе, почему за выводом об ускорении расширения Вселенной не последовало построение шкалы космологических расстояний по красному смещению.

5. Результаты, полученные группами High-Z SN Search Team и Supernova Cosmology Project, в том числе вывод об ускорении расширения Вселенной, требуют уточнения в плане корректности применения статистических методов.

Литература

1. **Левин С. Ф.** Шкала космологических расстояний. Ч. 4. Калибровка по сверхновым типа SN Ia // Измерительная техника. 2015. № 5. С. 5—10.
2. **Riess A.G. et al.** Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant // Astronomical journal. 1998. V. 116. P. 1009—1038.
3. **Perlmutter S. et al.** Measurements of Ω and Λ from 42 high-red shift supernovae // Astrophysical Journal. 1999. V. 517. P. 565—586.
4. **Р 50.2.004—2000.** ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения.
5. **РМГ 64—2003.** ГСИ. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Методы и способы повышения точности измерений.
6. **МИ 2091—90.** ГСИ. Измерения физических величин. Общие требования.
7. **РМГ 29—2013.** ГСИ. Метрология. Основные термины и определения.
8. **ГОСТ 8.061.** ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение.
9. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. С. 537.
10. **ГОСТ Р 50779.10—2000.** Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения.
11. **Р 50.1.037—2002.** Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии.
12. **РМГ 63—2003.** ГСИ. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Метрологическая экспертиза технической документации.
13. **Carroll S. M., Press W. H., Turner E. L.** The Cosmological Constant // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 1992. V. 30. P. 499—542.
14. **Hamuy M. et al.** The Morphology of Type IA Supernovae Light Curve // Astronomical Journal. 1996. V. 112. N. 6. P. 2438—2447.
15. **Riess A. G., Press W. H., Kirshner R. P.** Using Type IA supernova light curve shapes to measure the Hubble constant // Astrophysical Journal. 1995. V. 438. N. 1. P. L17—L20.
16. **Riess A.G., Press W.H., Kirshner R.P.** Is the Dust Obscuring Supernovae in Distant Galaxies the Same as Dust in the Milky Way? // Astrophysical Journal, 1996. V. 473. P. 588—594.
17. **Hamuy M. et al.** A Hubble diagram of distant type IA supernovae // Astronomical Journal. 1995. V. 109, N. 1669. P. 1—13.
18. **Feldman G. J., Cousins R. D.** Unified approach to the classical statistical analysis of small signals // Physical Review. 1998, D 57. P. 3873—3889.
19. **Ленг К.** Астрофизические формулы: Руководство для физиков и астрофизиков. Ч. 2. М.: Мир, 1978 // Lang K.R. Astrophysical formulae: A Compendium for the Physicist and Astrophysicist, P. 2. Berlin, Heidelberg, N.Y.: Springer-Verlag, 1974.
20. **Куликовский П. Г.** Справочник любителя астрономии. М.: Наука, 1971.
21. **Tsvetkov D. Yu., Pavlyuk N. N., Bartunov O. S., Pskovskii Yu. P.** Supernovae Catalogue. Moscow: State Astronomical Sternberg Institute, 2005. [Электрон. ресурс] www.astronet.ru/db/sn/catalog.html (дата обращения: 01.04.2016 г.)
22. **Левин С. Ф.** Измерительные задачи статистической идентификации шкалы космологических расстояний // Измерительная техника. 2011. № 12. С. 17—22.
23. **Левин С. Ф.** Шкала космологических расстояний. Часть III. Реперные точки по красному смещению // Измерительная техника. 2014. № 9. С. 8—12.
24. **Шмидт Б. П.** Ускоренное расширение Вселенной по наблюдениям далеких сверхновых // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. № 10. С. 1078—1089.
25. **Хойл Ф.** Проверка космологии наблюдениями // Уиллер Дж. Гравитация, нейтрино и Вселенная. М.: ИИЛ, 1962. С. 372—400.
26. **Левин С. Ф.** Оптимальная интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций в детерминированной версии метода Монте-Карло и закон красного смещения. М.: НСК АН СССР, 1980.
27. **ГОСТ Р 50779.10—2000.** Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения.

Дата принятия: 22.01.2016.