

Л и т е р а т у р а

1. Вечеркин В. Б., Лоскутов А. И., Шестопалова О. Л. Автоматизация контроля состояния сложных технических систем на основе использования конечно-автоматной модели и нейросетевых структур // Информационно-управляющие системы. 2012. № 2(57). С. 74—81.

2. Романов В. Н., Соболев В. С., Цветков Э. И. Интеллектуальные средства измерений / Под ред. Э. И. Цветкова. М.: РИЦ «Татьянин день», 1994.

3. Каминский В. А. Идентификация динамических систем по дискретным наблюдениям. Ч. 1. Основы статистических методов, оценивание параметров линейных систем. Вильнюс: Мокслас, 1982.

4. Миронов А. Н., Кутузов В. Н., Шестопалова О. Л. Моделирование изменения технического состояния модернизируемых объектов на основе принципа многоуровневой идентификации // Неразрушающий контроль и техническая диагностика при производстве и эксплуатации авиационной и космической техники: Труды I Всерос. науч.-техн. конф. СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2005.

5. Алиев Р. А., Церковный А. Э., Мамедова Г. А. Управление производством при нечеткой исходной информации. М.: Энергоатомиздат, 1991.

Дата принятия 30.10.2013 г.

681.2+53.08

Выбор методов проверки средств измерений в условиях ограниченных ресурсов

С. Н. ФИЛИМОНОВ

Центральный научно-исследовательский институт связи, Москва, Россия,
e-mail: snf20@yandex.ru

Рассмотрены критерии выбора детерминированных или стохастических методов решения трудоемких задач проверки (опробования) средств измерений. Процесс решения смоделирован при помощи математического аппарата теории игр. Критерий основан на сравнении имеющегося ресурса с мощностью множества стратегий решения задачи.

Ключевые слова: детерминированный и стохастический методы, теория игр, критерий выбора метода решения.

The selection criterion for deterministic or stochastic decision methods of laborious checking problems is considered. The decision-making process modelling is carried out by means of the mathematic apparatus of game theory. The criterion is based on comparison of available resource with the cardinality of problem decision strategies.

Key words: deterministic and stochastic decision methods, game theory, decision-making criterion.

Средства измерений (СИ) постоянно совершенствуются, содержат процессоры и сложное программное обеспечение (ПО) в качестве управляющего ядра, характеризуются большим числом разнообразных выполняемых функций, в том числе функций обработки информации.

Проверка работоспособности СИ перед испытаниями на соответствие техническим и метрологическим требованиям и поверкой — непростая задача, так как требуется сравнить текущее состояние объекта проверки с множествами исправных либо неисправных состояний. Для решения задачи необходимы значительные ресурсы (время, вычислительные мощности, квалификация специалистов, участвующих в решении). Наиболее ответственные изготовители сложных СИ реализуют встроенные средства проверки и программы самоконтроля, но делается это далеко не во всех СИ, поскольку их стоимость при этом значительно увеличивается, а проверяется очень ограниченное число функций. Фактическая полнота и достоверность проверок не известна не только проверяющему (испытателю, поверителю), но и производителю СИ и измерительных систем.

Рассмотрим проблему проверки ПО СИ. Процесс проверки (тестирования) ПО достаточно трудоемок, что объясняется комбинаторным характером и сложностью процесса решения подобных задач.

Методы автоматизации синтеза проверяющих последовательностей. Особенности рассматриваемой задачи: большая размерность множества последовательностей возможных действий, из которого лицу, принимающему решение (ЛПР), надо сделать выбор, и ограниченность ресурса ЛПР, затрачиваемого на поиск и реализацию последовательности действий, приводящей к решению (обнаружению неисправности (ошибки)). Задача усложняется отсутствием у ЛПР полной информации о проверяемом объекте. Эти условия охарактеризуем как условия априорной неопределенности и большой мощности множества возможных вариантов последовательностей действий ЛПР при ограниченном ресурсе.

Для решения подобных задач применяют детерминированные и стохастические методы автоматизации процесса поиска решения [1—4]. Детерминированные методы пред-

полагают синтез последовательности действий на основе достаточно строгой и адекватной модели объекта проверки, что является сложным, трудоемким процессом и требует большого количества информации о конкретном объекте. Стохастические методы допускают минимум сведений об объекте проверки, компенсируя недостаток информации избыточностью используемых последовательностей действий, генерируемых автоматически в соответствии с заранее заданным распределением вероятностей. Предполагают, что в сгенерированном множестве последовательностей действий с некоторой заданной вероятностью найдутся последовательности, приводящие к решению задачи, т. е. обеспечивающие обнаружение неисправности СИ или ошибки ПО.

При выборе метода решения задачи возникает вопрос: существует ли строгий критерий, позволяющий при известном ресурсе ЛПР и мощности множества последовательностей действий (вариантов выбора) ЛПР указать, какой метод в данных условиях предпочтительнее: детерминированный или стохастический? Ответим на этот вопрос, используя математический аппарат теории игр.

Теоретико-игровая модель процесса решения задач проверки. Предположим, что к моменту проверки проверяемый объект (СИ или ПО) находится в неизменном неисправном состоянии $y \in Y$ (содержит постоянную неисправность СИ или ошибку ПО) из множества Y возможных неисправных состояний, т. е. объективная действительность «сделала свой выбор».

Пусть имеется множество $L = \{d_j\}$ возможных вариантов последовательностей d_j действий ЛПР по решению задачи обнаружения неисправности СИ (ошибки ПО) (возможных вариантов выбора ЛПР), мощность которого $|L| = N$. Для решения задачи ЛПР выбирает из множества L возможных вариантов подмножество X_R , мощность $|X_R| = R$ которого ограничена имеющимся у ЛПР ресурсом. При этом для каждого состояния y проверяемого объекта в множестве L содержится подмножество L_y вариантов мощностью $|L_y| = D$, обнаруживающих неисправное состояние. Задача считается решенной, если в выбранном ЛПР подмножестве X_R содержится вариант, принадлежащий подмножеству L_y , т. е. $X_R \cap L_y \neq \emptyset$.

Всевозможные подмножества вариантов X_R будем называть стратегиями ЛПР в игре с объективной действительностью. Стратегиями объективной действительности будем считать всевозможные варианты расположения подмножества L_y в множестве L . Обозначим $X = \{x_i\}$ — множество стратегий ЛПР; $Y = \{y_j\}$ — множество стратегий объективной действительности.

Игра характеризуется матрицей выигрышей $H = \{h_{ij}\}$, в которой выигрыш h_{ij} соответствует реализации стратегии y_j объективной действительности и выбору ЛПР стратегии x_i в его попытке решения задачи. Под выигрышем в математическом представлении игры понимается любой ее исход. Для определенности выигрыши, соответствующие обнаружению неисправности СИ (ошибки ПО — выигрыши ЛПР), будем считать равными единице, остальные выигрыши (проигрыши ЛПР) будем считать равными нулю.

Рассматриваемую ситуацию можно формально представить как игру вида

$$G = \langle X, Y, H \rangle, \quad (1)$$

в которой выигрыш определяется выражением

$$h_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } X_R \cap L_y \neq \emptyset; \\ 0 & \text{при } X_R \cap L_y = \emptyset. \end{cases} \quad (2)$$

Мощность множества стратегий ЛПР, характеризующая его пространство выбора, равна $|X| = N^R$, а мощность множества стратегий объективной действительности, характеризующая сложность задачи, равна $|Y| = C_N^D$, где $C_N^D = N! / (D!(N-D)!)$ — биномиальный коэффициент.

Выражения (1), (2) задают антагонистическую конечную игру с чистыми стратегиями, в которой гарантированный выигрыш ЛПР равен $\max_i \min_j h_{ij}$ [5, 6].

Анализ матрицы H позволяет заключить, что для рассматриваемой игры при $R \leq N - D$ справедливо равенство $\max_i \min_j h_{ij} = 0$. И только когда выполняется условие

$$R > N - D, \quad (3)$$

справедливо $\max_i \min_j h_{ij} = 1$. Это означает, что при $R \leq N - D$ не существует детерминированных стратегий ЛПР, гарантирующих решение исходной задачи.

Рассмотрим смешанное расширение G_c исходной игры G :

$$G_c = \langle A_X, A_Y, H_c \rangle,$$

где $A_X = \{X_f\}$ — множество смешанных стратегий ЛПР, каждая из которых имеет вид пары $X_f = [X, P_f(X)]$; $P_f(X) = [p_f(x_i)]$ — дискретное распределение вероятностей на X (индекс f изменяется от 1 до $F = |A_X|$, индекс i изменяется от 1 до R); $A_Y = \{Y_b\}$ — множество смешанных стратегий $Y_b = [Y, P_b(Y)]$ объективной действительности; $P_b(Y) = [p_b(y_j)]$ — вырожденное дискретное распределение вероятностей на Y (индекс b изменяется от 1 до $B = |A_Y|$, индекс j изменяется от 1 до N).

Вырожденность распределений вероятностей на множестве стратегий объективной действительности обусловлена тем, что стратегия объективной действительности уже реализовалась к моменту вступления в игру ЛПР.

Распределение $P_f(X)$ представим в виде матрицы M_X размером $F \times R$, а распределение $P_b(Y)$ в виде матрицы M_Y размером $B \times B$, которая в силу вырожденности $P_b(Y)$ является единичной матрицей, т. е. $p_b(y_j) = 1$ при $b = j$, $p_b(y_j) = 0$ при $b \neq j$:

$$M_X = \begin{pmatrix} p_1(x_1) & \dots & p_1(x_i) & \dots & p_1(x_R) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_f(x_1) & \dots & p_f(x_i) & \dots & p_f(x_R) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_F(x_1) & \dots & p_F(x_i) & \dots & p_F(x_R) \end{pmatrix};$$

$$M_Y = \begin{pmatrix} p_1(y_1) & \dots & p_1(y_j) & \dots & p_1(y_B) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_t(y_1) & \dots & p_t(y_j) & \dots & p_t(y_B) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_B(y_1) & \dots & p_B(y_j) & \dots & p_B(y_B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & p_1(y_j) & \dots & p_1(y_B) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_t(y_1) & \dots & 1 & \dots & p_t(y_B) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_B(y_1) & \dots & p_B(y_j) & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица H_c выигрышей смешанного расширения игры находится как произведение матриц

$$H_c = M_X \otimes H \otimes M_Y^T, \quad (4)$$

где M_Y^T — транспонированная матрица M_Y .

Средний выигрыш ЛПР в смешанной игре определяется выражением [5]:

$$h_c(p_f, p_b) = \sum_i \sum_j p_f(x_i) h_{ij} p_b(y_j). \quad (5)$$

Учитывая, что $M_Y^T = M_Y$ — единичная матрица, упростим (4) до вида $H_c = M_X \otimes H$. Тогда (5) для среднего выигрыша ЛПР при реализовавшейся стратегии Y_b объективной действительности и выборе ЛПР смешанной стратегии X_f представим в виде

$$h_c(p_f, p_b) = P_f(X) \otimes H \otimes P_b^T(Y), \quad (6)$$

где $P_f(X)$ — вектор-строка матрицы M_X ; $P_b^T(Y)$ — транспонированная вектор-строка матрицы M_Y .

Для смешанного расширения G_c игры G в соответствии с теоремой Фон Неймана [7] существует оптимальная стратегия ЛПР со средним выигрышем $v = \max_i \min_j h_c(p_f, p_b)$. Если выполняется условие $\forall i [p_f(x_i) \neq 0]$, то справедливо строгое неравенство $v > 0$.

Таким образом, в отличие от игры с чистыми стратегиями, игра со смешанными стратегиями всегда имеет положительный выигрыш ЛПР (решение исходной задачи). Это означает, что использование стохастических методов для рассматриваемой задачи гарантирует ее решение даже при условии $R \leq N - D$, когда для детерминированных методов решение недостижимо.

Задача обнаружения ошибки в ПО СИ. Задачу обнаружения ошибки q из множества Q возможных ошибок в ПО СИ можно рассматривать как задачу выбора из множества W тестов подмножества W_q . Причем для рассматриваемого общего случая не важно, является ли W множеством специально отобранных тестов или всевозможных. При использовании детерминированных методов обнаружения ошибки из множества W поочередно выбирается подмножество x тестов, мощность $|x| = R$ которого ограничена величиной доступного ресурса. Очередной выбранный тест применяется к ПО СИ с целью обнаружения ошибки. Эта задача описывается игрой вида (1), где $L = W$, $L_y = W_q$. Для гарантии успеха при детерминированном методе решения задачи имеющийся ресурс должен обеспечивать выполнение условия (3), или в терминах задачи обнаружения ошибки ПО СИ

$$R > |W| - |W_q|. \quad (7)$$

При нарушении условия (7) положительного решения задачи детерминированными методами не существует. Если используют стохастические методы решения задачи [8], т. е. тесты из W выбирают стохастическим механизмом

(случайным или псевдослучайным генератором тестов), то имеет место смешанное расширение игры.

Рассмотрим простой случай смешанной игры, когда распределение вероятностей на множестве стратегий ЛПР равномерно. Учитывая, что математическое ожидание индикаторной функции случайного события равно вероятности его реализации, гарантированный средний выигрыш совпадает со значением вероятности обнаружения ошибки q и будет определяться выражением

$$P(q, R) = 1 - [1 - |W_q| / |W|]^R. \quad (8)$$

Зададим приемлемый уровень $P(q, R) \geq \lambda$ вероятности положительного решения задачи, прологарифмируем (8) и используем разложение натурального логарифма в степенной ряд с учетом выполнения неравенства $W_q / W < 1$. Тогда для оценки необходимого ресурса получим

$$R > (|W_q| / |W|)^{-1} \ln [1 / (1 - \lambda)]. \quad (9)$$

Выражения (7), (9) позволяют сравнить эффективность детерминированных и стохастических методов решения задачи поиска ошибки в ПО СИ.

Допустим, что ошибкой в ПО является неверно заданное значение границы обрабатываемых данных, ниже которой данные считаются недостоверными, а выше — достоверными. Данные имеют вид двоичных 16-разрядных чисел, а граница ошибочно сдвинута на 2^{10} . Тогда общее количество обрабатываемых чисел $|W| = 2^{16}$, а количество чисел, обнаруживающих ошибку, соответственно $|W_q| = 2^{10}$ (это числа, расположенные между требуемым и ошибочным значениями границы). Ресурс — количество чисел, используемое ЛПР в качестве тестов за время, отпущенное на обнаружение ошибки. Зададим желаемое значение вероятности положительного решения задачи стохастическими методами $\lambda = 0,99$. В этих условиях количество пробных чисел (тестов), использованных для обнаружения ошибки должно быть: для детерминированных методов $R > 2^{16} - 2^{10} \approx 64600$, для стохастических методов $R > 295$.

Таким образом, среднее время, затрачиваемое на обнаружение ошибки путем стохастической генерации тестов, будет в 200 раз меньше, чем время последовательного детерминированного их перебора.

Задача идентификации и проверки отсутствия несанкционированных изменений ПО СИ. Для быстрой проверки версии программы на соответствие техническим документам используется процедура сравнения записанного в документе результата некоторой свертки двоичных кодов правильной (не измененной) программы с результатом свертки двоичных кодов проверяемой программы. Свертка кодов (сжатие программы) выполняется по фиксированному алгоритму, ее результат называют сигнатурой или контрольной суммой в зависимости от вида применяемого алгоритма. Значительная часть информации о программе при этом теряется и возникает вопрос о достоверности различения версий программы сравнением сигнатур (контрольных сумм).

Представим процесс сжатия программы как реализацию некоторого сюръективного отображения $\Psi: K \rightarrow S$ множества K двоичных кодов программы на множество S сигнатур, причем $|K| > |S|$. Для ответа на поставленный вопрос привле-

чем рассмотренную выше теоретико-игровую модель, определив множества стратегий:

$$X = \{\Psi_i : \Psi_i(K) \in S\}; Y = \{\langle K_o, K_n \rangle : K_o \neq K_n\},$$

где X — множество всевозможных отображений из K на S , мощность которого равна $|X| = |S|^{|K|}$; Y — множество пар вариантов двоичных кодов программы, в которых K_n — множество двоичных кодов правильной версии программы; K_o — множество двоичных кодов неправильной (ошибочной, измененной) версии программы.

В этой игре ЛПР стремится выбрать (использовать) отображение Ψ_i , гарантирующее различение сигнатур правильной и ошибочной версий программы, т. е. для $K_o \neq K_n$ должно выполняться условие $\Psi_i(K_o) \neq \Psi_i(K_n)$. Выигрыш ЛПР при выборе стратегий Ψ_i из X описывается матрицей $H = ||h_{xy}||$, где h_{xy} — индикаторная функция события распознавания ошибочной версии программы:

$$h_{xy} = \begin{cases} 1 & \text{при } \Psi_i(K_o) \neq \Psi_i(K_n); \\ 0 & \text{при } \Psi_i(K_o) = \Psi_i(K_n). \end{cases}$$

Как было показано ранее, при $|K| > |S|$ гарантированного детерминированного решения не существует. Для смешанного расширения игры средний выигрыш ЛПР при реализовавшейся стратегии $\langle K_o, K_n \rangle$ объективной действительности и выборе ЛПР смешанной стратегии Ψ_i определяется выражением (6), которое при равномерном распределении вероятностей на множестве X для рассматриваемого случая будет иметь вид

$$h_c(p_f, p_b) = P_f(X) \otimes H \otimes P_b^T(Y) = P_o \otimes H \otimes P_b^T(Y) = 1 - |S|^{-1}, \quad (10)$$

где p_f, p_b — распределения вероятностей на выбранной ЛПР стратегии Ψ_i и реализовавшейся стратегии $\langle K_o, K_n \rangle$; $P_f(X)$ — матрица дискретных распределений вероятностей на множестве X ; $P_b^T(Y)$ — транспонированная матрица вырожденных дискретных распределений вероятностей на множестве Y ; P_o — вектор-строка, состоящая из элементов, каждый из которых $p(\Psi_i) = |X|^{-1} = |S|^{-|K|}$.

Если сигнатура имеет вид двоичного n -разрядного числа, то вероятность гарантированного различения версий программы при стохастическом выборе варианта сжатия в соответствии с (10) примет вид

$$p[\Psi_i(K_o) \neq \Psi_i(K_n)] = 1 - 2^{-n},$$

что численно совпадает с оценкой, приведенной в [9, 10] для n -разрядных сигнатураторов на основе сдвиговых регистров с линейной обратной связью, реализующих псевдослучайный механизм отображения $\Psi: K \rightarrow S$. Совпадение оценок

свидетельствует о конструктивности теоретико-игровой модели для анализа задач подобного вида.

Закключение. Рассмотрена проблема выбора детерминированных или стохастических методов решения трудоемких задач определения технического состояния сложных многофункциональных СИ. Показано, что в условиях ограниченного ресурса, выделенного на решение задачи, необходим объективный критерий для выбора метода. Процесс решения задачи рассматривается как антагонистическая игра, причем для детерминированного метода — с чистыми стратегиями, а для стохастического метода — ее стохастическое расширение.

Предложен объективный критерий выбора метода решения — оценка среднего гарантированного выигрыша при известном ограниченном ресурсе, выделенном на решение задачи. Если средний выигрыш гарантирован в игре с чистыми стратегиями, то должен использоваться детерминированный метод, в противном случае — стохастический метод решения задачи.

Л и т е р а т у р а

1. **McMinn P.** Search-based software test data generation: A survey // Software Testing, Verification and Reliability. 2004. V. 14. N. 2. P. 105—156.
2. **Марков А. С.** Парадигма ограниченного стохастического контроля // Изв. ин-та инженерной физики. 2012. № 1. С. 15—19.
3. **Хисамбеев И. Ш.** Роль стохастического тестирования в функциональной верификации микропроцессоров // Программные продукты и системы. 2012. № 3. С. 107—112.
4. **Filimonov S.** Structure and Principals of Building of Automated Simulation System for Technical Objects Control Programs Debugging // Automation, Control and Information Technology: Proc. IASTED Int. conf. Anaheim, Calgary, Zurich, 2002. P. 53—55.
5. **Оуэн Г.** Теория игр. М.: Мир, 1971.
6. **Партхасаратхи Т., Рагхаван Т.** Некоторые вопросы теории игр двух лиц. М.: Мир, 1974.
7. **Фон Нейман Дж., Моргенштейн О.** Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.
8. **Зайченко С. Н., Хартон В. В., Филимонов С. Н.** Метод автоматического синтеза тестовых программ для процессоров // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2006. № 4. С. 50—54.
9. **Frohwerk R. A.** Signature analysis: a new digital field service method // Hewlett-Packard J. 1977. V. 28. N. 9. P. 2—8.
10. **Кирьянов К. Г.** Сигнатурный анализ: Метод. пособие. Н.-Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та им. Н. И. Лобачевского, 1999.

Дата принятия 03.10.2013 г.