

11. Костановский А. В., Костановская М. Е. Неравновесные термодинамические условия и свойства материалов // Измерительная техника. 2008. № 11. С. 41—46; Kostanovskii A. V., Kostanovskaya M. E. The nonequilibrium thermodynamic conditions and properties of materials // Measurement Techniques. 2008. V 51. N 11. P. 1204—1210.

12. Paradis P.-F., Ishikawa T., Yoda S. Thermophysical property measurements of supercooled and liquid rhodium // Intern. J. Thermophysics. 2003. V. 24. N 4. P. 1121—1136.

13. Paradis P.-F., Ishikawa T., Koike N. Thermophysical property measurements of liquid and supercooled cobalt // High Temp. — High Press. 2008. V. 37. P. 5—11.

14. Rhim W.-K., Ishikawa T. Thermophysical properties of molten germanium measured by a high-temperature electrostatic levitator // Intern. J. Thermophysics. 2000. V. 21. N 2. P. 429—443.

15. Rulison A. J., Rhim W.-K. Constant-pressure specific heat to hemispherical total emissivity ratio for undercooled liquid nickel, zirconium, and silicon // Metallurgical and Materials Trans. B. 1995. V. 26B. P. 503—508.

16. Glansdorff P., Prigogine I. Thermodynamics of structure, stability and fluctuations. N.Y.: Wiley, 1971.

Дата принятия 03.10.2012 г.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

621.317.3

Алгоритм измерения вектора гармонического сигнала, инвариантный к помехам, описываемым периодическими функциями

Ю. Р. АГАМАЛОВ

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия,
e-mail: agamalov@ipu.ru

Предложен новый алгоритм измерения векторов гармонических сигналов путем их неравномерной частотозависимой дискретизации и алгебраического суммирования множеств дискретных отсчетов, инвариантный к произвольному числу аддитивных периодических помех. Алгоритм обеспечивает эффективное подавление помех при весьма простой реализации и предназначен для применения в средствах измерений активных и пассивных величин переменного тока.

Ключевые слова: вектор гармонического сигнала, алгоритм измерения, неравномерная частотозависимая дискретизация.

The new algorithm of harmonic signals measurement vector by means of its irregular frequency dependent discretization and algebraic summation of sets of discrete values invariant to arbitrary number additive periodic noises is suggested. The algorithm ensures a high suppression of noises at very simple realization and is intended for application in instruments for measurement of AC active and passive quantities.

Key words: harmonic signal vector, measurement algorithm, irregular frequency dependent discretization.

Статья посвящена решению одной из фундаментальных проблем измерительной техники — измерению сигналов в условиях действия помех, а именно, измерению векторов гармонических сигналов на фоне периодических помех произвольного вида. Трудности ее решения связаны с широкополосностью таких помех, а также многообразием измеряемых величин и решаемых измерительных задач, предъявляющих самые разнообразные требования к средствам измерений (СИ).

В последнее время в связи с резко возросшей интеллектуализацией СИ повысилось внимание к математическим методам борьбы с помехами. Подобные методы весьма

эффективно реализуются в СИ, основанных на дискретизации и цифровой обработке сигналов. Такие СИ отличаются простотой исполнения, многофункциональностью, высоким быстродействием, легкой адаптацией к изменяющимся условиям протекания измерительного процесса и рядом других преимуществ перед СИ с аналоговым преобразованием сигналов. Вместе с тем, обеспечение высокой помехоустойчивости подобных СИ сопряжено с немалыми трудностями, преодоление которых приводит к потере части отмеченных преимуществ. В случае измерений на переменном токе эти трудности возрастают, особенно когда возникает необходимость разделения сигналов, часто с близкими или почти кратными частотами.

Достоинство предлагаемого алгоритма измерения векторов гармонических сигналов состоит в возможности достигнуть высокой помехоустойчивости практически без потерь преимуществ СИ с цифровой обработкой сигналов. В частности, он позволяет выполнять измерения в реальном времени и с высокой точностью даже при низком отношении сигнал—помеха, причем в очень широком диапазоне частот. А погрешности измерения здесь (кроме погрешностей аналого-цифровых преобразователей) складываются из погрешностей измерения частот участвующих в измерительном процессе сигналов, которые в ряде случаев весьма малы.

Алгоритм основан на неравномерной дискретизации сигналов по методу расщепляющихся множеств дискретных отсчетов (ДО) [1 — 3]. Он представляет собой рекуррентную процедуру синтеза такого множества моментов времени выборки ДО, на котором алгебраическая сумма ДО суммарного сигнала (измеряемого и помех) приобретает свойство инвариантности по отношению к действующим периодическим помехам. При этом круг функций, описывающих эти помехи, чрезвычайно широк.

Рассмотрим метод и алгоритм измерения гармонического сигнала. Объектом измерения в данном случае является вектор гармонического сигнала $s(t) = A \sin(2\pi t/T + \varphi_0)$ с известным периодом T , действующий совместно с периодическими сигналами помех $p_n(t) = p_n(t - T_n)$, где $p_n(t)$ — непрерывные функции с известными периодами T_n , не кратными T , $n = \overline{1, N}$. При этом в качестве измеряемого может выступать любой из гармонических сигналов, входящих в число N периодических помех, так что все гармонические

сигналы из числа входящих в суммарный $\sigma(t) = s(t) + \sum_{n=1}^N p_n(t)$

могут быть измерены поочередно либо параллельно при соответствующем увеличении числа каналов.

Амплитуду A и начальный фазовый сдвиг φ_0 сигнала $s(t)$ находят, например, по соотношениям $A = [(p')^2 + (p'')^2]^{1/2}$ и $\varphi_0 = \arctg(p'/p'')$, где p', p'' — проекции вектора сигнала $s(t)$ на два ортогональных вектора опорных сигналов. Значения p', p'' получают путем неравномерной дискретизации суммарного сигнала $\sigma(t)$ и алгебраического суммирования его ДО, выполняемого с коэффициентами a_j

по соотношениям $p' = K \sum_{i=1}^{2N} a_i \sigma(t'_i); \quad p'' = K \sum_{i=1}^{2N} a_i \sigma(t''_i);$

$K = [(\sum_{i=1}^{2N} a_i \sin 2\pi t'_i / T)^2 + (\sum_{i=1}^{2N} a_i \cos 2\pi t'_i / T)^2]^{-1/2}$, где $t'_i = t'_i + (2m+1)T/4$, $m = 0, 1, 2, \dots$, при этом модули a_j принимают равными единице, а знаки определяют по формуле

$a_j = (-1)^{k + \sum_{j=1}^k b_j}$ в зависимости от номеров моментов t_{i_n}

времени выборки ДО согласно условию $\text{sign} \sigma(t_{i_n}^{**}) = -\text{sign} \sigma(t_{i_{n-1}}')$, где $t_{i_n}^{**} = t_{i_{n-1}}' + k_n T_n$; $k_n = 1, 2, \dots$; $n = \overline{1, N}$ —

номер шага, совпадающий с номером сигнала помехи $p_n(t)$; $b_j = 0, 1$ — значение j -го разряда, представленного в двоич-

ной системе счисления номера $i = \sum_{j=1}^N b_j 2^{j-1}$ момента вре-

мени выборки i -го ДО сигнала $\sigma(t)$; $k \in \overline{1, N+1}$ — номер младшего значащего разряда b_j , причем k определяют как номер элемента b_j множества $\{b_j\}$, в котором $b_j = 1$, согласно условию $k = \inf l$.

В основе используемого метода дискретизации сигналов лежит пошаговая рекуррентная процедура формирования множества $\{t'_i\}$ моментов времени выборки ДО суммарного сигнала $\sigma(t)$, а также единичных коэффициентов a_j , определяющих знаки суммирования этих ДО, как показано на рисунке.

На первой строке рисунка приведено порождающее множество импульсов выборки ДО, состоящее из одного (начального) импульса с положительной амплитудой, знак a_j которой соответствует в данном случае знаку коэффициента a_1 .

На второй строке изображено множество импульсов, сформированное на множестве моментов времени выборки ДО $\{t'_{i_1}\}$, соответствующем первому шагу формирования

$\{t'_i\}$ и состоящем из двух импульсов, где второй согласно указанному выше условию при $n = 1$ имеет отрицательную амплитуду, знак которой совпадает со знаком a_2 суммирования второго ДО, полученного с помощью импульса выборки, который сформирован путем сдвига первого импульса на целое число k_1 периодов T_1 помехи $p_1(t)$.

На последующих строках изображены множества импульсов выборки ДО, сформированные на множествах моментов времени $\{t'_{i_2}\}, \{t'_{i_3}\}, \{t'_{i_4}\}$, т. е. на втором, третьем и четвертом шагах процедуры формирования $\{t'_i\}$, и имеющие соответствующие знаки.

Предлагаемая пошаговая процедура формирования множества моментов времени $\{t'_i\}$ выборки ДО, т. е. их расстановки во времени, а также знаков их суммирования позволяет точно и быстро (в реальном времени) измерить проекции p' и p'' гармонического сигнала $s(t)$ инвариантно по отношению к действующим вместе с ним N периодическим помехам $p_n(t)$, в том числе полезным гармоническим сигналам, выступающим в процессе измерения $s(t)$ в качестве помех (при условии, что их периоды не кратны периоду $s(t)$). Иными словами эта процедура позволяет исключить или минимизировать (в зависимости от точности информации о периодах сигналов $p_n(t)$ и $s(t)$) влияние помех $p_n(t)$ на точность измерения проекций p' и p'' сигнала $s(t)$, а значит, и на точность измерения A и φ_0 .

Достигается это тем, что множество моментов времени действия обозначенных на рисунке мгновенных импульсов выборки ДО сигнала $\sigma(t)$ формируют с помощью процедуры пошагового подавления действующих вместе с $s(t)$ сигналов

$p_n(t)$ согласно условию $\{t'_{i_n}\} = \{t'_{i_{n-1}}\} \cup \{t_{i_n}^{**}\} = \{t'_{i_{n-1}}\} + \{t_{i_n}^{**}\}$ и алгебраического суммирования ДО $\sigma(t)$ с коэффициентами a_j , знаки которых совпадают со знаками импульсов выборки ДО.

Поясним теперь механизм подавления сигналов, сопутствующих измеряемому, и выведем использованные выше соотношения. Из определения периодического сигнала непосредственно следует, что $p_n(t) - p_n(t - k_n T_n) = 0$. Таким образом, если импульсы выборки первых двух ДО расставить друг относительно друга на расстоянии $k_1 T_1$, то алгебраическая сумма ДО сигнала $p_1(t)$, полученных при помощи импульсов, которые изображены на второй строке рисунка и действуют в моменты времени t'_1 и t'_2 , будет равна нулю. При этом согласно условию не кратности периода $p_1(t)$ периоду измеряемого сигнала $s(t)$ разность ДО последнего, полученных в моменты времени t'_1 и t'_2 , не будет равна нулю. Заметим также, что если в дальнейшем дискретизацию $\sigma(t)$ проводить при помощи пар импульсов выборки, отстоящих друг от друга на интервал $k_1 T_1$ и имеющих при этом разные знаки, то алгебраические суммы ДО для сигнала $p_1(t)$ будут равны нулю вне зависимости от числа и расстановки во времени этих пар. Далее, если расставить пары на расстоянии $k_2 T_2$ и с противоположными знаками, то согласно [1, 2] они будут эквивалентны двум дискретным отсчетам $p_2(t)$, имеющим разные знаки и, следовательно, будут справедливы соотношения $p_1(t'_1) - p_1(t'_2) - p_1(t'_3) + p_1(t'_4) = 0$ и $p_2(t'_1) - p_2(t'_2) - p_2(t'_3) + p_2(t'_4) = 0$. Таким образом, алгебраическая сумма (четырех) ДО сигнала $\sigma(t)$, сформированных в моменты времени t'_1, t'_2, t'_3, t'_4 и изображенных на третьей строке рисунка, будет инвариантна (не чувствительна), опять-таки в меру точности информации о периодах всех сигналов, уже двум сигналам $p_1(t)$ и $p_2(t)$.

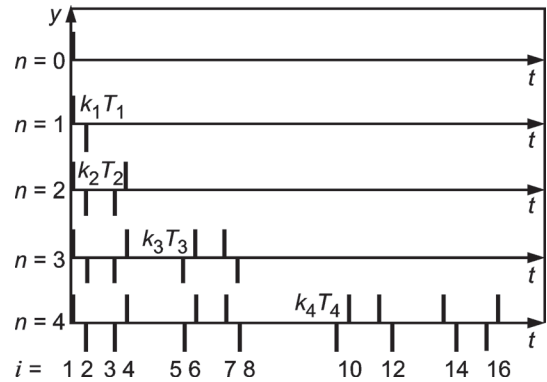
Множество импульсов выборки ДО, сформированное на третьем шаге и изображенное на четвертой строке рисунка, состоит из двух множеств: $\{t'_2\}$, сформированного на втором шаге, и $\{t'_{i_3}\}$, образованного путем сдвига $\{t'_2\}$ на интервал $k_3 T_3$, с общим числом ДО, равным восьми. Поскольку сформированная на предыдущем шаге четверка ДО инвариантна сигналам $p_1(t)$ и $p_2(t)$, а множества $\{t'_2\}$ и $\{t'_{i_3}\}$ сдвинуты друг относительно друга на интервал $k_3 T_3$, суммарное множество $\{t'_3\}$ будет инвариантно трем сигналам помех: $p_1(t)$, $p_2(t)$ и $p_3(t)$.

Продолжив эту процедуру, при помощи метода математической индукции получим, что сформированное на n -м шаге множество $\{t'_n\}$ будет обеспечивать инвариантность сум-

мы ДО $\sigma(t)$ к $\sum_{j=1}^n p_j(t)$ при их числе 2^n , а на N -м шаге —

инвариантность к $\sum_{j=1}^N p_j(t)$ при их общем числе 2^N .

Выведем теперь формулу для a_r , связывающую знаки алгебраического суммирования ДО $\sigma(t)$ с параметрами, характеризующими номера этих отсчетов. Для этого запишем но-



Процедура формирования множества моментов времени выборки и знаков суммирования дискретных отсчетов

мер ДО в двоичной системе счисления $i = \sum_{j=1}^N b_j 2^{j-1}$ и пред-

ставим его в показательной форме $i = 2^{v_i} \mu_i$, где v_i — число нулевых значений b_j перед первым значащим разрядом i , μ_i — нечетное число, начинающееся и оканчивающееся единицами. Затем учтем, что моменты выборки ДО расставляют, а знаки их суммирования определяют согласно приведенным выше условиям. Учтем также, что смещение на n -м шаге момента выборки ДО с номером i на интервал $k_n T_n$ означает изменение его номера на 2^n единиц. Тогда получим правило: если в двоичном числе μ_i исключить последнюю единицу, то новое число μ'_i будет представлять номер ДО со знаком, противоположным его знаку с номером μ_i . Если теперь в числе μ'_i также исключить последнюю единицу, то получится число μ''_i , представляющее номер ДО со знаком, противоположным его знаку с номером μ'_i . Продолжив эту процедуру до того момента, когда μ_i станет равным единице, получим число $i = 2^{v_i}$, при этом

$\text{sign} \sigma(t'_{2^{v_i}}) = (-1)^{r-1} \text{sign} \sigma(t'_i)$, где r — количество единичных разрядов в числе μ_i . Однако количество единичных разрядов в числе μ_i равно количеству единиц в числе i . В результате окончательно будем иметь

$$\text{sign} \sigma(t'_{2^{v_i}}) = (-1)^{\left(\sum_{j=1}^N b_j\right)-1} \text{sign} \sigma(t'_i) \text{ или}$$

$$\text{sign} \sigma(t'_i) = (-1)^{\left(\sum_{j=1}^N b_j\right)-1} \text{sign} \sigma(t'_{2^{v_i}}).$$

Установим теперь связь знака ДО с номером 2^{v_i} со знаком первого дискретного отсчета, который по определению является плюсом. Для этого примем во внимание, что

множества $\{t'_i\}$ формируют пошагово согласно соотношению $\{t'_{i_n}\} = \{t'_{i_{n-1}}\} \cup \{t'^{*}_{i_n}\}$, что знаки полученных на этих множе-

ствах ДО определяют по условию $\text{sign} \sigma \{t'^{*}_{i_n}\} = -\text{sign} \sigma \{t'_{i_{n-1}}\}$ и что число моментов выборки ДО на каждом шаге увеличивается в два раза, поскольку множество $\{t'^{*}_{i_n}\}$ образуют путем

сдвига $\{t'_{i_{n-1}}\}$ относительно самого себя на интервал $k_n T_n$.

С учетом всего этого находим, что на первом шаге последний ДО множества $\{t'_{i_1}\}$ суммируется со знаком минус. На

втором шаге последний ДО множества $\{t'_{i_2}\}$ будет суммироваться со знаком, противоположным знаку суммирования последнего ДО множества, полученного на предыдущем (первом) шаге, и т. д. Таким образом, на каждом последующем шаге знак суммирования последнего ДО с номером 2^n будет противоположным знаку суммирования ДО с номером 2^{n-1} . Следовательно, если в номере i ДО перед первым значащим разрядом имеется v_i нулей, то его знак по отношению к положительному знаку первого ДО будет измененным v_i раз, т. е. столько раз, сколько нулей стоит перед первым значащим разрядом числа i , а именно $k - 1$ раз, где k — номер первого значащего разряда числа i , представленного в двоичной системе счисления. В результате, знак i -го ДО будет

измененным по отношению к первому $k - 1 + \left(\sum_{j=1}^N b_j\right) - 1 =$

$= k - 2 + \sum_{j=1}^N b_j$ раз, откуда следует, что

$$a_i = (-1)^{k-2+\sum_{j=1}^N b_j} = (-1)^{k+\sum_{j=1}^N b_j}.$$

В итоге все приведенные выше соотношения математически обоснованы.

Итак, предложен алгоритм, позволяющий в общем виде решить задачу инвариантного (по отношению к аддитивным периодическим помехам) измерения вектора гармонического сигнала при условии, что описывающие помехи функ-

ции непрерывны, а их периоды не кратны периоду измеряемого сигнала. Алгоритм основан на неравномерной частотно-зависимой дискретизации суммы совместно действующих периодических сигналов (измеряемого и помех) по методу расщепляющихся множеств дискретных отсчетов [1]. Приведены доказательства математических выражений как для моментов времени выборки, так и знаков суммирования отсчетов.

Алгоритм прост в реализации и позволяет проводить измерения в реальном времени, т. е. с высоким быстродействием. Сфера его применений распространяется на широкий круг метрологических задач: от измерений активных и пассивных комплексных величин переменного тока до спектрального анализа сигналов при низком отношении сигнал—помеха. Данный алгоритм, подобно описанному в [1, 2], также дает возможность отдельно измерять несколько совместно действующих гармонических сигналов. Кроме этого, он позволяет адаптировать измерительный процесс к уровню помех, например, при помощи измерения их амплитуд, а также усиливать подавление помех за счет комбинирования цифровых и аналоговых средств фильтрации сигналов.

Л и т е р а т у р а

1. **Агамалов Ю. Р.** Метод измерения векторов совместно действующих гармонических сигналов на основе их дискретизации и суммирования дискрет // Метрология. 2010. № 12. С. 26—35; **Agamalov Yu. R.** A method of measuring the vectors of jointly acting harmonic signals by sampling them and summing the samples // Measurement Techniques. 2010. V. 53. N 12. P. 1342—1347.
2. **Пат. 2377577 РФ.** Способ измерения вектора гармонического сигнала / Ю. Р. Агамалов // Изобретения. Полезные модели. 2009. № 26.
3. **Агамалов Ю. Р.** Способ измерения векторов гармонических сигналов на фоне периодических помех // Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения (УКИ'12): Труды 3-ей Рос. науч.-техн. конф. с междунар. участием. М.: ИПУ РАН, 2012. С. 784—788.

Дата принятия 25.09.2012 г.