

Л и т е р а т у р а

1. **Fisher W. P.** New metrological horizons: invariant reference standards for instruments measuring human, social, and natural capital // 12th IMEKO TC1 & TC7 Joint Symposium on Man Science & Measurement. Annecy, France. 2008. P. 51—58.
2. **Guerra A., Pillet M., Maire J.** Control of variability for man measurement Ibid. P. 45—50.
3. **Лоскутов А. Ю.** Очарование хаоса // УФН. 2010. Т. 180. № 12. С. 1304—1329.
4. **Горбань И. И.** Теория гиперслучайных явлений: физические и математические основы. К.: Наукова думка, 2011.
5. **Мачехин Ю. П.** Особенности влияния хаотического поведения динамических систем на неопределенность измерения // Измерительная техника. 2008. № 1. С. 38—45; **Machekhin Yu. P.** Effects of chaotic dynamic-system behavior on measurement uncertainty // Measurement Techniques. 2008. V. 51. N. 1. P. 6—10.
6. **Мачехин Ю. П.** Фрактальная шкала для временных рядов результатов измерений // Измерительная техника. 2008. № 8. С. 40—43; **Machekhin Yu. P.** Fractal scale for time series of the results of measurements // Measurement Techniques. 2009. V. 52. N. 8. P. 835—840.
7. **Мачехин Ю. П., Курской Ю. С.** Модель измерения параметров нелинейных динамических систем // Системы обработки информации. 2012. № 1(99). С. 169—175.

8. **Мачехин Ю. П.** Физические модели анализа результатов измерений // Измерительная техника. 2008. № 6. С. 25—30.
9. **Machekhin Yu. P.** Physical models for analysis of measurement results // Measurement Techniques. 2005. N. 48. P. 555—561.
10. **Мачехин Ю. П., Курской Ю. С.** Анализ результатов измерений в нелинейных динамических системах // Системы обработки информации. 2012. № 7(105). С. 117—122.
11. **Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С.** Основы теории сложных систем. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007.
12. **Шустер Г.** Детерминированный Хаос: Введение. М.: Мир, 1988.
13. **Шеннон К.** Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИИЛ, 1963.
14. **Новицкий П. В., Зограф И. А.** Оценка погрешностей результатов измерений. 2-е изд., Л.: Энергоатомиздат, 1991.
15. **Федер Е.** Фракталы: (пер. с англ.). М.: Мир, 1991.
16. **Machekhin Yu. P., Kurskoy Yu. S.** Features of entropy analysis of measurement results in nonlinear dynamical systems // Метрология и приборы. 2013. № 6. С. 17—21.
17. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей: Учеб. для вузов: М.: Высшая школа, 2001.
18. **Горбань И. И.** Энтропия неопределенности // Математические машины и системы. 2013. № 2. С. 105—117.

Дата принятия 05.05.2014 г.

621.391

Зависимость точности координат автомобильной навигационной системы от допусков

А. В. ШОЛОХОВ, Р. Н. САДЕКОВ

Военная академия РВСН им. Петра Великого (филиал),
Серпухов, Россия, e-mail: sholav@mail.ru

Обоснованы допуски, используемые при распознавании съезда с дороги, в задаче комплексной обработки информации автомобильных навигационных систем и цифровых карт дорог при отсутствии ограничений на движение автомобиля. Показано, что точность оценок определения навигационных параметров при использовании допусков для распознавания факта нахождения автомобиля на дороге по информации только навигационной системы и цифровых карт дорог повысить невозможно.

Ключевые слова: автомобильная навигация, цифровая карта дорог, невязка координат, допуск, плотность распределения.

A problem of justifying limits for complex processing of information of integrated automobile navigation systems and digital road maps at absence of car movement restriction has been studied. The impossibility of improving an accuracy of navigation parameters estimates by using any limit for recognition of the fact of finding vehicle on the road using the only navigation system and digital road map information is shown.

Key words: automobile navigation, digital road map, coordinates discrepancy, limit, distribution density.

Координаты и ориентация автомобилей, определяемые спутниковыми навигационными системами (НС) и (или) системами счисления пути, часто уточняются вследствие получения дополнительной информации о дорожной сети. Известные подходы к коррекции НС с применением цифровых

карт дорог (ЦКД) позволяют находить оптимальные оценки координат автомобиля как с учетом погрешностей карт [1—5], так и без них [6—8]. Алгоритмы второй группы основаны на предположении о движении автомобиля строго по дорогам, а в алгоритмах первой допускается его свободный маневр.

Коррекция показаний НС содержит механизм определения факта нахождения объекта на дороге.

Поскольку на практике автомобиль действительно может отклониться от маршрута или передвигаться по дорогам, не записанным в памяти приборов, необходимо проверить гипотезы о его нахождении. В основу таких проверок положено формирование соответствующих статистик и сравнение их с заданными допусками. Важно, что при этом используют только априорную статистическую и текущую измерительную информацию НС и ЦКД [1, 2, 5]. Однако в известных подходах отсутствует обоснование выбора допусков или соответствующих уровней доверительных вероятностей, обеспечивающих наивысшую точность полученных оценок координат автомобиля.

Настоящая работа посвящена исследованию проблемы выбора допусков при комплексной обработке информации НС и ЦКД. Уменьшение этих допусков, с одной стороны, увеличивает вероятность своевременного обнаружения схода автомобиля с маршрута при его движении по отсутствующей в ЦКД траектории. С другой стороны, в случае действительного перемещения объекта по дороге, точность полученных оценок снижается из-за отсутствия дополнительной измерительной информации о ЦКД (возрастает вероятность ошибок первого рода). Существование двух факторов, противоположно влияющих на точность в зависимости от значения допуска, порождает вопрос о существовании некоторого оптимального значения допуска, которому соответствует минимальная погрешность НС.

Постановка задачи. Траектория автомобиля может пролегать по нескольким участкам дороги, задаваемым в ЦКД прямолинейными отрезками [1—5, 7—9]. На произвольном отрезке ЦКД возможно уточнение местоположения объекта в направлении нормали к отрезку [1—3, 5]. Рассмотрим решение задачи в одномерном случае.

На координатной оси x , направленной перпендикулярно некоторому произвольному отрезку ЦКД, истинное положение точки осевой линии дороги обозначим m_k (рис. 1). Его можно определить с некоторой погрешностью, зависящей от качества ЦКД. Поэтому доступным для обработки информации в НС является значение координаты x_k , отличающееся от m_k на величину погрешности ЦКД. Последнюю будем считать случайной с известной гауссовой функцией плотности распределения вероятностей и средней квадратической погрешностью (СКП) σ_k .

Истинное положение автомобиля x_l математически удобно представить случайной величиной, приняв во внимание произвольный характер движения автомобиля по дороге

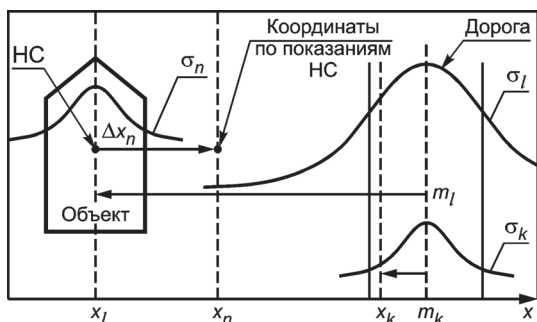


Рис. 1. Взаимосвязь погрешностей местоположения цифровых карт дорог, автомобиля и навигационной системы

либо бездорожью. Ее плотность распределения также предположим гауссовой с большим значением СКП σ_l и математическим ожиданием $m_l = m_k$.

Навигационная система вырабатывает приборную координату x_n истинного положения автомобиля x_l с погрешностью Δx_n :

$$x_n = x_l + \Delta x_n. \quad (1)$$

Данную погрешность будем считать центрированной и гауссовой, характеризующейся СКП σ_n . Все рассмотренные случайные величины Δx_n , x_l , x_k статистически взаимно независимы, что позволяет сформировать их совместную нормальную плотность распределения в общем виде $f_{\Sigma}(\Delta x_n, x_l, x_k)$, исходную в решаемой задаче.

Предположим, что в целях повышения точности НС реализуется следующий алгоритм нахождения уточненного местоположения автомобиля — координаты x_a . Если автомобиль находится вне дороги ЦКД ($x_l \neq m_l$), то $x_a = x_n$. В противном случае $x_a = x_{\text{опт}}$, где оптимальная оценка $x_{\text{опт}} = x_n k_n + x_k k_k$ находится известными методами [10], с помощью которых получается минимум дисперсии этой оценки, например

$$k_n = (\sigma_k / \sigma)^2, \quad k_k = (\sigma_n / \sigma)^2, \quad \sigma^2 = \sigma_n^2 + \sigma_k^2.$$

Истинные значения x_l , m_k на практике неизвестны, поэтому для установления события нахождения автомобиля на дороге используем допуск $\Delta > 0$. Будем считать, что автомобиль находится на дороге, если выполняется условие $|x_{\Delta}| \leq \Delta$, где

$$x_{\Delta} = x_n - x_k. \quad (2)$$

Таким образом,

$$x_a = \begin{cases} x_n k_n + x_k k_k, & \text{если } |x_n - x_k| \leq \Delta; \\ x_n, & \text{если } |x_n - x_k| > \Delta. \end{cases} \quad (3)$$

Мерой точности оценки x_a будем считать ее дисперсию D_a , определяемую относительно истинного положения автомобиля x_l . Тогда задача состоит в нахождении зависимости $D_a(\Delta)$ и исследовании ее на экстремум (минимум D_a по Δ) при различных характеристиках точности НС, ЦКД и предположениях относительно движения автомобиля по дороге.

Общее решение задачи. Найдем погрешность определения местоположения объекта Δx_a по показаниям НС относительно x_l , т. е. $\Delta x_a = x_a - x_l$. Тогда, с учетом (3) запишем

$$\Delta x_a = \begin{cases} x_n k_n + x_k k_k - x_l, & \text{если } |x_n - x_k| \leq \Delta; \\ x_n - x_l, & \text{если } |x_n - x_k| > \Delta. \end{cases}$$

Используя формулу (1), получим

$$\Delta x_a = \begin{cases} \Delta x_{\text{опт}} = \sigma_k^2 (\Delta x_n + x_l) / (\sigma_n^2 + \sigma_k^2) + \sigma_n^2 (x_k - x_l) / (\sigma_n^2 + \sigma_k^2), & \text{если } |x_n - x_k| \leq \Delta; \\ \Delta x_n, & \text{если } |x_n - x_k| > \Delta, \end{cases} \quad (4)$$

где $\Delta x_{\text{опт}}$ — погрешность оптимальной оценки координаты автомобиля по информации НС и ЦКД относительно x_l .

Случайные события, определяемые неравенствами в (3), (4), характеризуются некоторыми вероятностями исхода, позволяющими найти $D_a(\Delta)$. Для их получения необходима совместная плотность распределения $f(\Delta x_n, \Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta)$, которую сформируем на основе исходной плотности распределения $f_n(\Delta x_n, x_l, x_k)$ и линейной связи между случайными величинами — их аргументами:

$$\begin{vmatrix} \Delta x_n \\ \Delta x_{\text{опт}} \\ x_\Delta \end{vmatrix} = H \begin{vmatrix} \Delta x_n \\ x_l \\ x_k \end{vmatrix},$$

$$H = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sigma_k^2/(\sigma_n^2 + \sigma_k^2) & \sigma_k^2/(\sigma_n^2 + \sigma_k^2) - 1 & \sigma_n^2/(\sigma_n^2 + \sigma_k^2) \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

В общем виде выражение для D_a имеет следующий вид [10]:

$$\begin{aligned} D_a = & \int_{-\Delta}^{\Delta} \int \int \Delta x_{\text{опт}}^2 f(\Delta x_n, \Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta) d\Delta x_n d\Delta x_{\text{опт}} dx_\Delta + \\ & + \int_{-\infty}^{-\Delta} \int \int \Delta x_n^2 f(\Delta x_n, \Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta) d\Delta x_n d\Delta x_{\text{опт}} dx_\Delta + \\ & + \int_{\Delta}^{\infty} \int \int \Delta x_n^2 f(\Delta x_n, \Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta) d\Delta x_n d\Delta x_{\text{опт}} dx_\Delta. \end{aligned} \quad (6)$$

Бесконечные пределы интегрирования в (6) опущены для краткости. Упростим полученную формулу, исключив некоторые переменные:

$$\begin{aligned} D_a(\Delta) = & \int_{-\Delta}^{\Delta} \int \Delta x_{\text{опт}}^2 f_{\text{опт} \Delta}(\Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta) d\Delta x_{\text{опт}} dx_\Delta + \\ & + \int_{-\infty}^{-\Delta} \int \Delta x_n^2 f_{n \Delta}(\Delta x_n, x_\Delta) d\Delta x_n dx_\Delta + \\ & + \int_{\Delta}^{\infty} \int \Delta x_n^2 f_{n \Delta}(\Delta x_n, x_\Delta) d\Delta x_n dx_\Delta, \end{aligned} \quad (7)$$

где частные плотности распределения $f_{\text{опт} \Delta}(\Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta)$, $f_{n \Delta}(\Delta x_n, x_\Delta)$ можно получить из $f(\Delta x_n, \Delta x_{\text{опт}}, x_\Delta)$. Заметим, что оптимальная оценка $\Delta x_{\text{опт}}$ и невязка x_Δ здесь являются взаимно зависимыми, поскольку $D_a(\Delta)$ определяется согласно (3) относительно истинного положения автомобиля.

Анализ возможностей повышения точности при выборе допуска. Конкретизируем выражение (7) с учетом гауссовости входящих в него частных плотностей распределения. Опустив выкладки, запишем $D_a(\Delta)$:

$$\begin{aligned} D_a(\Delta) = & \sigma_n^2 + (\sigma_l^2 - \sigma_k^2 - \sigma_n^2) \sigma_n^4 / (\sigma_k^2 + \sigma_n^2)^2 \times \\ & \times \left[\text{erf}(\Delta / \sqrt{2\sigma^2}) + \dots + (-2\Delta) / \sqrt{2\pi\sigma^2} \exp(-\Delta^2 / 2\sigma^2) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где $\sigma^2 = \sigma_l^2 + \sigma_k^2 + \sigma_n^2$; $\text{erf}(\Delta / \sqrt{2\sigma^2})$ — функция Лапласа.

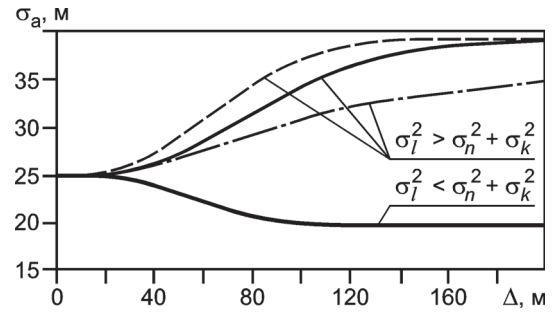


Рис. 2. Зависимость средней квадратической погрешности координат от допуска; $\sigma_k = 10$ м, $\sigma_n = 25$ м

Из (8) следует, что дисперсия координаты НС, уточненная согласно (4), представляет сумму квадрата СКП координаты автономной НС σ_n^2 и второго слагаемого, зависящего

от допуска Δ . Дисперсия $D_a(\Delta)$ будет меньше исходной σ_n^2 только в случае отрицательного второго слагаемого, которое далее рассмотрим более подробно.

Первый множитель в (8) всегда положителен, второй множитель положителен вследствие сделанного ранее предположения о большом значении СКП σ_l . Покажем, что и третий множитель всегда положителен. Для этого найдем его производную по допуску Δ :

$$\frac{dD_a}{d\Delta} = \frac{-2\sigma_l^3}{\sigma^4} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right),$$

который всегда отрицателен. Найдем к чему стремится монотонно убывающая функция $dD(\Delta)/d\Delta$ при увеличении аргумента. Нетрудно заметить, что предел $\lim_{\Delta \rightarrow \infty} [dD(\Delta)/d\Delta] = 0$,

следовательно, третий множитель в (8) всегда положителен, так как его производная отрицательна (функция убывает), а предел в бесконечности равен нулю.

Таким образом, при сделанных относительно всех СКП предположениях и любых Δ второе слагаемое в (8) больше нуля. Это доказывает, что невозможно повысить точность НС при использовании ЦКД только установив какой-либо допуск Δ на невязку координат НС x_n и ЦКД x_k . Из этого утверждения вытекает необходимость поиска и использования дополнительных, независимых от НС и ЦКД, источников информации в целях идентификации факта нахождения автомобиля на дороге.

Формально уменьшить D_a в результате выбора Δ можно при условии, что второй множитель в (8) $\sigma_l^2 - \sigma_k^2 - \sigma_n^2$ меньше нуля. На практике это означает априорное предположение о движении автомобиля на незначительном удалении от дороги, которое может быть выражено, например, неравенством $\sigma_l^2 < \sigma_n^2 + \sigma_k^2$. Подобные условия или предположе-

ния использованы неявно при обоснованиях упомянутых выше алгоритмов и анализе их эффективности [1—9]. Сравнительная простота последнего условия объясняется использованием гауссовых плотностей распределения для описания всех погрешностей. При использовании плотностей распределения, отличающихся от гауссовых, и (или) нелинейных связей в формулах, подобных (4), выражения для усло-

вий могут существенно усложниться. Поэтому авторы предлагают в дальнейшем использовать нормальную плотность распределения в качестве вероятностной модели, описывающей движение объекта по дорогам.

Заключительный, важный для практики вывод связан с монотонностью функции $D_a(\Delta)$. В случае, если эта функция является возрастающей, то при $\Delta = 0$ она принимает минимальное значение. Для убывающей функции $D_a(\Delta)$ минимальное значение достигается при $\Delta \rightarrow \infty$. Оптимального значения Δ , определяющего в общем случае целесообразность использования информации ЦКД в целях коррекции координат НС, не существует. Решение об использовании ЦКД может быть принято только исходя из априорных предположений о движении автомобиля по дорогам. Заметим, однако, что это не означает отмену необходимости и целесообразности использования допусков в целях исключения аномальных измерительных данных (выбросов) НС и ЦКД.

В завершение рассмотрим числовой пример, иллюстрирующий возможность обобщения сделанных утверждений на случай, когда $f_i(\Delta x_n, x_n, x_k)$ отличается от гауссовой, и поэтому получение простых выражений типа (5) и их анализ затруднены. На рис. 2 приведены графики зависимости СКП

$\sigma_a = \sqrt{D_a}$ от допуска Δ , полученные методом статистических испытаний в соответствии с постановкой задачи и формулами (1), (2). Средняя квадратическая погрешность координат НС и ЦКД в расчетах приняты равными 25, 15 м, соответственно.

Сплошная тонкая линия соответствует случаю нормальной плотности распределения и выполнению условия (7) ($\sigma_l = 20$ м, т. е. предполагается движение объекта по дороге). Эта линия находится ниже исходного уровня погрешности НС 25 м, что подтверждает эффект использования информации ЦКД для коррекции НС. Три других графика находятся над исходным уровнем СКП: утолщенная сплошная (нормальная плотность распределения), прерывистая (равномерная плотность распределения) и штрихпунктирная (плотность распределения Стьюдента с числом степеней свободы 3 — в данном примере). Всем им соответствует $\sigma_l = 1000$ м, что физически означает отсутствие предположений о движении по дороге. Независимо от закона распределения эффект от использования ЦКД отрицателен, поскольку СКП возрастает с увеличением допуска Δ . Во всех случаях, при условии $\Delta \rightarrow \infty$, функции стремятся к некоторому предельному значению, которое для нормальной плотности распределения выражается формулой

$$\left[\sigma_l^2 - (\sigma_n^2 + \sigma_k^2) \right] \left[\sigma_n^4 / (\sigma_n^2 + \sigma_k^2)^2 \right]. \quad (9)$$

Формула (9) еще раз подтверждает невозможность достижения эффекта (уменьшения СКП относительно исходного уровня СКП координаты НС) без априорных предположений о движении объекта по записанной в ЦКД дороге.

Выводы. В статье исследован вопрос обоснования допусков в задачах комплексной обработки информации автомобильных навигационных систем и цифровых карт дорог при отсутствии априорных ограничений на движение автомобиля по дороге или бездорожью. Теоретически доказано, что невозможно повысить точность оценок, полученных в результате оптимальной обработки информации навигационных систем и цифровых карт дорог, используя только допуски для распознавания нахождения автомобиля на дороге. Обоснована необходимость применения дополнитель-

ных, независимых от навигационной системы и цифровых карт дорог, источников информации о положении автомобиля на дороге либо введением априорных предположений относительно его нахождения.

Практическая оценка точности определения координат автомобильной навигационной системы в условиях использования допусков для распознавания съезда с дороги и без них требует проведения натурных экспериментов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №14-08-31436).

Литература

1. Беркович С. Б. и др. Формирование и использование псевдоизмерений боковых отклонений объекта в задачах автомобильной навигации // Измерительная техника. 2001. № 11. С. 19—22; Berkovich S. B. e. a. Formation and Use of Pseudomeasurements of Lateral Deviations of an Object in Problems of Automobile Navigation // Measurement Techniques. 2001. V. 44. N. 11. P. 1097—1103.
2. Шолохов А. В. Коррекция наземных навигационных систем по цифровой карте дорог с учетом ее погрешностей / Сб. докл. V науч.-техн. конф. молодых ученых «Навигация и управление движением». СПб: ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2004. С. 227—233.
3. Шолохов А. В. Определение текущего местоположения объекта по цифровым картам дорог без начальной настройки навигационной системы счисления пути // Навигация и управление движением: Сб. докл. III науч.-техн. конф. молодых ученых. СПб: ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2001. С. 157—163.
4. Садеков Р. Н. и др. Базовая технология построения испытаний, интегрированных инерциально-геоинформационных навигационных комплексов // Труды ФГУП «НПЦ АП». Системы и приборы управления. 2013. № 1. С. 89—96.
5. Шолохов А. В. Байесовский подход к формированию избыточности информации в наземных навигационных системах с привлечением данных о положении априорно известных траекторий объекта // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 3. С. 35—40.
6. Дмитриев С. П. и др. Оптимальное решение задачи автомобильной навигации с использованием карты дорог // Гироскопия и навигация. 2000. № 2 (29). С. 57—69.
7. Мезенцев О., Collin J., Lachapelle G. Автомобильная навигация в городских условиях на базе высокочувствительного GPS-приемника и среднеточного инерциального блока // С.-Петербургская междунац. конф. по интегрированным навигационным системам: Сб. докл. X СПб.: ЦНИИ «Электроприбор». 2003. С. 64—70.
8. Brubaker M., Andreas G., Urtasun R. Lost! Leveraging the Crowd for Probabilistic Visual Self-Localization // Conf. Computer Vision and Pattern Recognition. USA. Portland, 2013. P. 3057—3064.
9. Беркович С. Б., Яковлев Д. В. Алгоритм распознавания нахождения наземного объекта на заданном маршруте движения / Беркович С. Б. // Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем: Сб. тр. XXI межвед. науч.-техн. конф. Ч. 2. Серпухов: СВВП, 2002. С. 127—131.
10. Степанов О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009.

Дата принятия 01.04.2014 г.