

Информационно-энтропийный подход к оценке метрологического ресурса средств измерений

А. А. КОРОВАЙЦЕВ, М. И. ЛОМАКИН, А. В. СУХОВ

СТАНДАРТИНФОРМ, Москва, Россия, e-mail: strecha@gostinfo.ru

Рассмотрена задача оценки метрологического ресурса средств измерений. Информационный ресурс представлен зависимостью от одной информационной величины — энтропии покрытия, которая в обобщенной форме характеризует степень соответствия (несоответствия) реальных характеристик элементов системы их нормативным значениям.

Ключевые слова: метрологический ресурс, энтропия покрытия, оценка.

The problem of estimation of metrological resource of measuring instruments with information resource presented as a dependence from one information value the coating entropy that in a generalized form characterizes the degree of compliance (non-compliance) of system elements real characteristics to their normative values has been considered.

Key words: metrology resource, coating entropy, estimation.

В метрологии большое значение имеют показатели измерительной техники, определяющие надежность и точность проводимых измерений. В совокупности они определяют метрологический ресурс, представляющий интервал времени, в течение которого метрологические характеристики средства измерений (СИ) находятся в пределах допустимых значений [1—4].

В то же время, если рассматривать СИ в составе информационных систем, то их функционирование необходимо описывать с позиций, отражающих динамику функционирования измерительно-информационной системы (ИИС) в целом. При этом информационный ресурс представляется зависимостью от одной информационной величины — энтропии. Время, за которое эта величина не выходит за допустимый порог, и является информационным метрологическим ресурсом.

Известен информационный подход для описания динамики и оптимизации ИИС, основанный на энтропии покрытия [4—6]. Энтропия покрытия в обобщенной форме характеризует степень соответствия (несоответствия) реальных характеристик элементов ИИС их нормативным значениям. Обобщенная энтропия покрытия определяется следующим образом:

$$H(R_d(t)) = k \left[\log \left(\frac{\|(R_d(t) \setminus R_n(t)) \cup R_n(t)\|}{\|R_n(t)\|} \right) + i \log \left(\frac{\|R_n(t)\|_1}{\|(R_n(t))_1 - r \|R_n(t) \setminus R_d(t)\|_1} \right) \right], \quad (1)$$

где $\setminus$ — операция разности множеств; i — мнимая единица; $\|\cdot\|$ — норма, которая в общем случае может быть первой, второй, евклидовой, однако чаще используется как первая;

$\|\cdot\|_1$ — первая норма; $R_d(t)$, $R_n(t)$ — множество действительных и нормативных характеристик элемента на текущей фазе жизненного цикла ИИС; r — коэффициент приоритета элемента, для которого рассчитывается относительная энтропия покрытия, $r \in (0; 1)$, обычно его задают в пределах 0,900—0,999.

В (1) действительная часть характеризует обобщенную степень избыточности по нормативным показателям, т. е. запас устойчивости по метрологическому ресурсу, а мнимая часть — совокупную недостаточность характеристик метрологических средств, т. е. отсутствие метрологического ресурса по этим характеристикам. На практике следует добиваться только действительных значений энтропии покрытия по метрологическому ресурсу.

Динамика характеристик СИ в общем случае является случайным процессом, который может быть представлен векторным стохастическим дифференциальным уравнением состояния [7]:

$$\mathbf{R}(t) = B\mathbf{R}(t) + \mathbf{N}_R(t), \quad (2)$$

где B — матрица коэффициентов сноса размерностью $m \times m$; $\mathbf{N}_R$ — вектор гауссового шума, имеющий параметры: математическое ожидание $M(\mathbf{N}_R(t)) = 0$, ковариационную матрицу $M(\mathbf{N}_R(t_1)\mathbf{N}_R(t_2)) = Q\delta(t_2 - t_1)$, где δ — дельта-функция, Q — симметрическая неотрицательно определенная матрица.

Для многих практических приложений дифференциальное уравнение (2) требуется представлять в дискретном времени, т. е. в конечных разностях. Тогда оно принимает вид [8]:

$$\mathbf{R}_{k+1} = \Phi(\Delta) \mathbf{R}_k + n_k, \quad (3)$$

где $\mathbf{R}_k = R(t_k)$, $n_k = n(t_k)$; $\Phi(\Delta) = e^{B\Delta}$; Δ — шаг дискретизации по времени.

В этом случае ковариационную матрицу процесса n_k можно получить, решив численным методом с требуемой точностью дифференциальное уравнение

$$dD/d\Delta = BD + DB^T + Q.$$

Существуют стандартные программы нахождения нижней треугольной матрицы Γ (все элементы над главной диагональю равны нулю) для матрицы D (извлечение квадратного корня из матрицы):

$$D = \Gamma \Gamma^T \quad D = \Gamma \Gamma^T.$$

В результате уравнение (3) в конечных разностях примет вид

$$\mathbf{R}_{k+1} = \Phi(\Delta)\mathbf{R}_k + \Gamma n_k^1,$$

где n_k^1 — дискретный случайный процесс, имеющий гауссово распределение с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Если вектор $\mathbf{R}$ имеет независимые компоненты, то матрица B будет диагональной, матрица $\Phi(\Delta)$ также будет диагональной с элементами главной диагонали

$$\{\varphi_{ii}\} = \{e^{b_i \Delta}\}.$$

Последовательность дискретных отсчетов вектора состояния $\mathbf{R}_k$ образует марковскую последовательность, но не все его компоненты могут определяться непосредственно. В большинстве случаев имеет место функциональная зависимость измеряемых параметров и компонентов вектора состояния, поэтому уравнение наблюдения в дискретном времени имеет вид векторной функции

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{F}(\mathbf{R}(k), k) + \mathbf{N}_S(k),$$

где $\mathbf{F}(\mathbf{R}_k, k)$ — векторная функция наблюдения, которая в зависимости от сложности преобразований может принимать линейный или нелинейный вид; $\mathbf{N}_S(k)$ — векторный белый гауссов шум с нулевыми математическими ожиданиями

и ковариационной матрицей $M(\mathbf{N}_S(t_1)\mathbf{N}_S^T(t_2)) = Q_S \delta(t_2 - t_1)$.

С учетом сделанных ограничений уравнение наблюдения также представляет цепь Маркова.

Для оценки значений $\mathbf{R}_k$ можно использовать различные приближенные методы, поскольку точное решение основывается на необходимости применения интегродифференциального уравнения Стратоновича, которое не имеет замкнутого решения. Задача текущего оценивания (фильтрации) вектора $\mathbf{R}$ заключается в следующем. С использованием статистических сведений о возмущающих воздействиях $\mathbf{N}_R$, $\mathbf{N}_S$ необходимо получить оценку реализации случайного процесса $\mathbf{R}^*$, содержащейся в наблюдаемом процессе $\mathbf{Z}$. Задачу оптимальной фильтрации требуется решить в дискретном времени.

Под оптимальной оценкой вектора $\mathbf{R}$ следует понимать оценку, минимизирующую средний по апостериорному распределению байесовский риск, функция которого имеет вид:

$$B(\mathbf{R}_k^*) = \int q(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_k^*) p(\mathbf{R}_k / \{\mathbf{Z}_k\}) d\mathbf{R}_k, \quad \mathbf{R}_k \in R,$$

где $q(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_k^*)$ — функция потерь (штрафов); $p(\mathbf{R}_k / \{\mathbf{Z}_k\})$ — апостериорная плотность вероятности вектора $\mathbf{R}_k$ при условии наблюдения процесса $\{\mathbf{Z}_k\}$, R — множество возможных значений вектора $\mathbf{R}_k$. Тогда оценка будет оптимальной в смысле критерия среднего байесовского риска.

Цель анализа метрологического ресурса в информационном пространстве — нахождение времени достижения действительной частью энтропии покрытия (1) нулевого значения по результатам оптимального оценивания в дискретном времени вектора $\mathbf{R}_k$, прогноза его состояния в ближайшем будущем $\mathbf{R}_{k+1}^*$ и решения выражения (1).

В скалярном случае (один показатель) динамика энтропии покрытия характеризуется изменением состояния (от действительных значений до мнимых) на фазовом портрете. Время достижения нулевого значения будет временем, характеризующим метрологический ресурс. Качественная зависимость динамики энтропии покрытия показана на рис. 1.

С учетом стохастичности процесса динамики технических показателей метрологического объекта (МО) анализ метрологического ресурса можно вести статистическими методами, наиболее приемлемый из них — анализ динамики апостериорной плотности вероятности по результатам измерений технического состояния МО. Так как задача анализа метрологического ресурса направлена на выявление сроков поверки МО и, соответственно, определение времени измерений его состояний, то наиболее подходящим инструментарием решения данной задачи будет компьютерное моделирование феноменологической модели его состояния.

Наиболее важным этапом при компьютерном моделировании является задание динамических коэффициентов и начальных значений в уравнении (2). Динамические коэффициенты могут быть получены по результатам статистического анализа МО заданного типа.

Для оптимального оценивания $\mathbf{R}_k$ целесообразно использовать аппарат марковской теории оптимальной фильтрации. В общем случае поставленная задача относится к классу нелинейных задач, однако в ряде случаев можно применять методы линеаризации с целью приведения задачи к классу линейных, что существенно упрощает процедуру

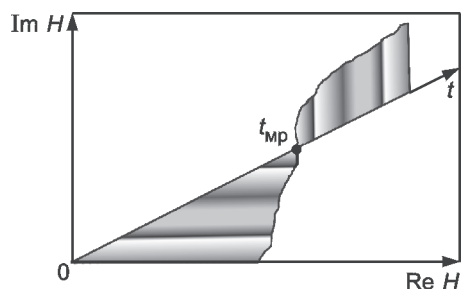


Рис. 1. Качественная зависимость изменения энтропии покрытия для скалярного параметра при оценке метрологического ресурса $t_{\text{мр}}$

получения оптимальных оценок, сводя ее к известным алгоритмам, основанным на калмановских фильтрах.

По сравнению с другими возможными решениями задачи текущего нелинейного оценивания теория нелинейной фильтрации параметров вектора состояния обладает рядом достоинств [5, 6]:

позволяет решать задачи синтеза многомерных стационарных и нестационарных, линейных и нелинейных подсистем в дискретном и непрерывном времени;

предоставляет возможность получать практически реализуемые устройства текущего оценивания, обеспечивая точность оценок в соответствии с предъявляемыми требованиями;

большинство найденных алгоритмов фильтрации имеют рекуррентный вид, способствующий их простой реализации на ЭВМ, и позволяют оценивать параметры R_k в текущем масштабе времени. Это обстоятельство дает возможность получать результаты оценки и прогноза метрологического ресурса в обобщенном виде в максимально короткие сроки;

с целью фильтрации обобщенного вектора R_k МО могут быть использованы значения вектора R_k более низкого уровня, как исходные с полученными статистиками по соответствующим распределениям случайных величин. Это позволяет получать ярусную структуру фильтрации вектора R_k .

Для реализации такой системы управления (СУ) оценки и прогноза метрологического ресурса необходимо создать

комплексную структуру, объединяющую все подсистемы получения и сбора информации о результатах измерений. Таким образом, вся система оценивания будет представлять ярусную структуру, в которой результаты текущего оценивания ярусов нижнего уровня будут использованы для решения задач фильтрации более высоких уровней с обеспечением оперативного информационного обмена между элементами системы.

Общая структура подсистем фильтрации вектора состояния СУ представлена на рис. 2, где показано ярусное формирование оценки вектора состояния объекта испытаний и расчета энтропии покрытия: R^* *первичный* — значения, полученные на первичных СИ; R^* *вторичный* — значения после вторичной обработки (преобразования параметров сообщений в физические параметры МО); R^* *групповой* — значения, упорядоченные по группам физических параметров, представленным в результатах оценки метрологического ресурса; R^* *информационного пространства* — значения, участвующие в формировании энтропии покрытия, которые преобразуются из групповых в обобщенные для информационного пространства.

В любом случае требуется получить оптимальные оценки по выбранному байесовскому критерию оптимальности, поэтому в ряде случаев задача определения оптимальных оценок сводится к задаче нахождения вида апостериорной плотности вероятности вектора состояния. Отметим, что в большинстве случаев при независимых компонентах или группах компонентов вектора состояния задачу оптимального оценивания можно разбить на ряд независимых задач. Таким образом, к различным по физической природе компонентам можно применять различные критерии оптимальности для выбора наилучших оценок.

В настоящее время выделяют два основных подхода к решению задачи фильтрации. Первый из них предполагает, что априорная информация об уравнениях состояния и наблюдения задается в форме корреляционных или спектральных характеристик, а для оптимального фильтра имеется импульсная переходная характеристика или передаточная функция. Основы этого подхода были заложены в работах Винера, поэтому его можно условно назвать винеровским. Другой подход основан на анализе уравнений наблюдения и состояния, апостериорной плотности вероятности о параметрах этих уравнений. Часто условно такой подход называют калмановским. Последний подход позволяет в удобной для анализа и реализации на ЭВМ форме получать алгоритмы фильтрации.

Отметим также, что накладываемое методами оптимальной нелинейной фильтрации требование к случайным процессам, чтобы они были марковскими, не является жестким, так как реальные случайные процессы можно аппроксимировать с требуемой точностью [5, 6, 8, 11]. Точное решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации в большинстве случаев не может быть получено. Это связано, в первую очередь, с незамкнутостью уравнения Стратоновича, описывающего динамику апостериорной плотности ве-

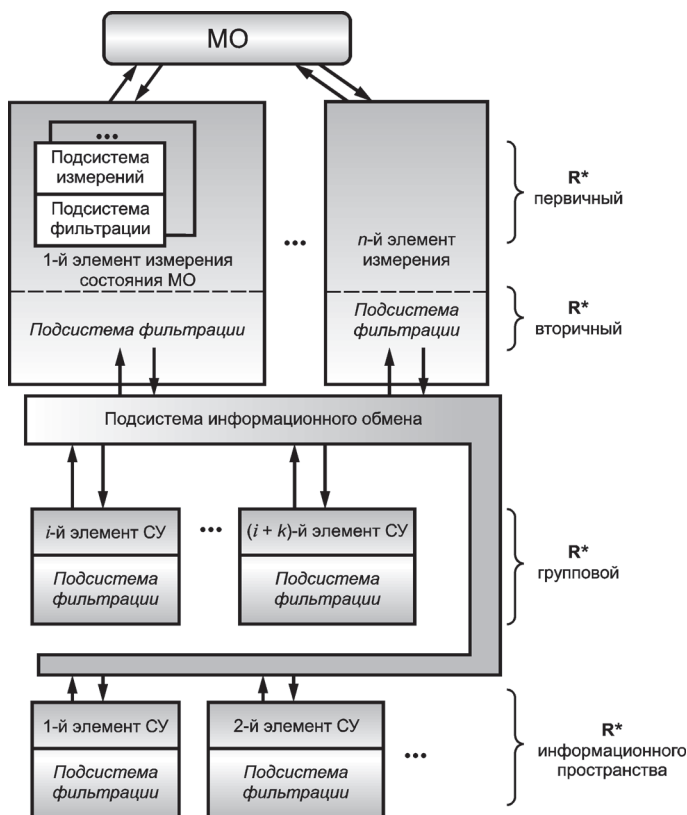


Рис. 2 Общая структура подсистем фильтрации вектора состояния R_k системы управления оценки и прогноза метрологического ресурса

роятности. Только для линейного вида уравнений состояния и наблюдения известны точные решения, и такие алгоритмы оптимальной фильтрации называются фильтрами Калмана. Поэтому на практике приходится искать приближенные алгоритмы фильтрации.

Все приближенные методы оптимальной фильтрации можно разделить на три большие группы [5, 6, 8, 11].

1. Рекуррентные методы, в которых используются различные аналитические аппроксимации нелинейных функций, входящих в уравнения наблюдения и состояния.

2. Численные методы, где применяются рекуррентные вычисления по формуле Байеса апостериорной плотности вероятности вектора R_k при различных представлениях этой плотности.

3. Численные нерекуррентные методы на основе итерационных процедур поиска экстремума заданного функционала.

Для методов первой группы характерно разложение нелинейных функций в уравнениях в ряды Тейлора с оставлением членов первого, реже — второго порядка малости. Линеаризация функций позволяет применять обобщенные калмановские алгоритмы фильтрации. Алгоритмы, учитывающие квадратичные члены, оказываются более громоздкими, однако современное развитие вычислительных систем обуславливает их применение без особых проблем. Применяя методы этой группы, получают быстрые и эффективные алгоритмы, удобные для практического использования. Однако для них (в первую очередь, использующих линеаризацию) необходимо дополнительное исследование устойчивости с целью выдачи рекомендаций по практическому применению. В ряде случаев может наблюдаться расходимость полученных оценок.

Методы второй группы являются значительно более трудоемкими, что связано с вычислением многомерных плотностей распределения вероятностей. Объем вычислительных затрат связан степенной зависимостью с размерностью вектора состояния, а для СУ оценки и прогноза метрологического ресурса в информационном пространстве могут потребоваться достаточно большие его размерности. Таким образом, реализация указанных методов оправдана только на достаточно быстродействующих вычислительных многопроцессорных системах, но, с другой стороны, их применение позволяет получать оценку самой апостериорной плотности вероятности, что обеспечивает возможность использования практически любого байесовского критерия оптимальности. В этом гибкость и достоинство методов второй группы.

Методы третьей группы требуют аналитического или численного решения нелинейных дифференциальных уравне-

ний в частных производных или разностных уравнений, описывающих динамику апостериорной плотности вероятности. При большой размерности вектора состояния эта задача становится очень сложной, и для практического использования эти методы могут быть рекомендованы только в отдельных случаях [9].

В заключение следует отметить, что методы первой группы можно использовать как для оценки метрологического ресурса ИИС на этапе ее разработки, так и для определения остаточного метрологического ресурса в процессе ее эксплуатации. Применение методов второй группы оправдано на этапе разработки ИИС, а применение методов третьей группы весьма проблематично.

Л и т е р а т у р а

1. **Мищенко С. В., Цветков Э. И, Чернышева Т. И.** Метрологическая надежность измерительных средств. М.: Машиностроение, 2001.
2. **Чернышева Т. И., Чернышев В. Н.** Методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов. М.: Машиностроение, 2001.
3. **Коровайцев А. А., Ломакин М. И., Докукин А. В.** Оценка метрологической надежности средств измерений в условиях неполных данных // Измерительная техника. 2013. № 10. С. 14—18; **Korovaitsev A. A., Lomakin M. I., Dokukin A. V.** Evaluation of metrological reliability of measuring instruments under the conditions of incomplete data // Measurement Techniques. 2013. N 10. V. 56. P. 1111—1116.
4. **Новицкий П. В.** Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1968.
5. **Сухов А. В.** Динамика информационных потоков в системе управления сложным техническим комплексом // Теория и системы управления. 2000. № 4. С. 111—120.
6. **Сухов А. В., Зайцев М. А., Чернятович И. И.** Использование энтропии покрытия при информационном анализе результатов радиомониторинга спутниковых систем // Транспортное дело России. 2013. № 6. С. 156—159.
7. **Арнольд В. И.** Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.
8. **Тихонов В. И.** Нелинейное преобразование случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986.
9. **Bard Y.** Nonlinear Parameter Estimation. N. Y.: Academic Press, 1974.

Дата принятия 01.04.2014 г.