

Сравнение методов анализа отклонений от круглости

М. ДОВИЦА*, Я. БУША*, Р. ПАЛЕНЧАР**, С. ДЮРИШ**, Л. ШООШ***, И. ВРБА***, Т. КЕЛЕМЕНОВА*, Т. ШКОВРАНЕК*

* Технический университет, Кошице, Словакия

** Словацкий институт метрологии, Братислава, Словакия, e-mail: kromkova@smi.gov.sk

*** Словацкий технический университет, Братислава, Словакия

Представлены результаты измерений круглости с использованием координатной измерительной машины и контактной системы считывания в режиме сканирования. Полученные значения проанализированы в программах Калипсо и Матлаб/Октаве и сравнены между собой.

Ключевые слова: отклонения от круглости, ортогональная регрессия, метод наименьших квадратов, координатная измерительная машина.

The results of roundness measurement with use of plate-measuring engine and the contact reading system in scanning mode are presented. The measured values are analysed in Calipso and Matlab/Octave softwares and compared with each other.

Key words: roundness deviation, orthogonal regression, least squares method, plate measuring engine.

Соответствие изготовленных механических деталей заданным параметрам проверяется координатными измерениями. Согласно стандарту [1] необходимо, чтобы допуск формы детали был оценен по номинальной геометрической форме. В [2] указано, что круглость отдельного элемента с установленным допуском определена корректно, если элемент располагается между двумя концентрическими окружностями, разность радиусов которых не более установленного допуска. Положения центров и радиусы этих окружностей должны быть выбраны так, чтобы разность радиусов двух концентрических окружностей равнялась наименьшему возможному значению. Однако ни в одном из указанных стандартов не приведены метод нахождения отклонений от идеальной геометрической формы и расчет погрешности.

Координатно-измерительные машины (КИМ) применяются при решении множества измерительных задач по определению таких геометрических характеристик, как габаритные размеры, углы и форма деталей. Отклонения от круглости можно оценивать с использованием КИМ и кругломеров [3–5].

Анализ отклонения от круглости. Круглость — одна из наиболее часто оцениваемых геометрических характеристик, измеренных при помощи КИМ [6]. Обычно ее анализ проводят методами наименьших квадратов (МНК), наименьшей описанной окружности (МНОО), наибольшей вписанной окружности (МНВО), кругового кольца минимальной ширины (ККМШ). Вследствие простоты расчетов наиболее распространенным является МНК, применение которого подробно рассмотрено в [7, 8]. С использованием метода ККМШ обнаруживают две концентрические окружности с общим центром и минимальным радиальным расстоянием, и все точки профиля должны лежать между ними.

Методы определения параметров оптимальных окружностей. Рассмотрим окружность с центром (x_c, y_c) и радиусом r :

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2. \quad (1)$$

Предположим, что на плоскости даны точки $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, для которых необходимо определить оптимальную, в некотором смысле, окружность.

Решение алгебраической задачи линейным МНК (ЛМНК). Подставим точки (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ в (1) и рассмотрим невязки

$$f_i = (x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Согласно [7], некоторые авторы называют $|f_i|$ алгебраическим расстоянием от точки (x_i, y_i) до окружности (1). При $n > 3$ справедлива переопределенная система уравнений

$$f_i = (x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2 = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Систему (3) необходимо решать МНК, минимизируя функционал

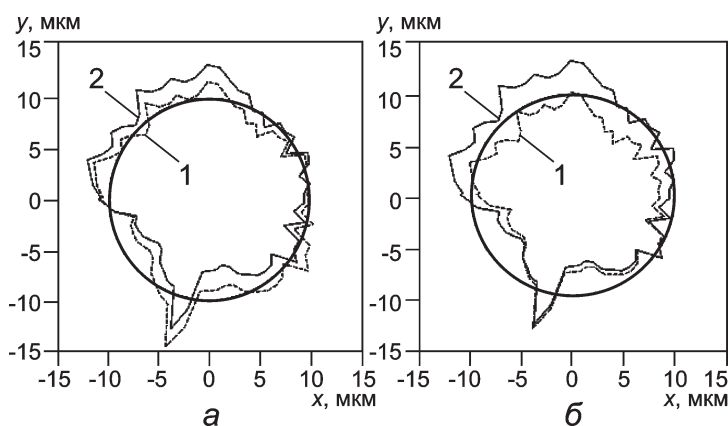
$$F_1(x_c, y_c, r) = \sum_{i=1}^n [(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 - r^2]^2, \quad (4)$$

который в данном виде является нелинейной задачей наименьших квадратов. Перепишем его как

$$F_1(x_c, y_c, r) = \sum_{i=1}^n [-2x_ix_c - 2y_iy_c + x_c^2 + y_c^2 - r^2 + (x_i^2 + y_i^2)]^2.$$

Обозначим $x_c^2 + y_c^2 - r^2 = p$ и перейдем к задаче минимизации функционала

$$F_2(x_c, y_c, p) = \sum_{i=1}^n [-2x_ix_c - 2y_iy_c + p + (x_i^2 + y_i^2)]^2 = F_1(x_c, y_c, r). \quad (5)$$



Сравнение характера отклонений от круглости методами НМНК (1) и ККМШ (2):

а — оригинальный НМНК; б — НМНК с модифицированным радиусом

В этом случае задача уже будет линейной для параметров $x_{ц}$, $y_{ц}$, p . Такой метод Делоне—Каса предложен в начале 1970-х гг. [7].

Для дальнейшего решения (5) применим программу Матлаб или Октаве — свободную систему для математических вычислений, использующую язык высокого уровня, совместимый с языком программы Матлаб.

Решение геометрической задачи нелинейным МНК (НМНК). Ортогональной регрессией или НМНК называют метод минимизации суммы квадратов геометрических расстояний точек (x_i, y_i) от окружности (1) [7]. При этом минимизируется функционал

$$F_3(x_{ц}, y_{ц}, r) = \sum_{i=1}^n \left[\sqrt{(x_i - x_{ц})^2 + (y_i - y_{ц})^2} - r \right]^2.$$

Для решения этой нелинейной задачи можно использовать метод Ньютона, применяя в качестве начального приближения решение линейной задачи. Для получения точного решения в данном случае достаточно провести 2—3 итерации.

Определение прилегающей окружности с наименьшим отклонением от круглости. Отклонение от круглости — геометрическая величина, численно равная наибольшему

расстоянию от точек реального профиля до прилегающей окружности. Чтобы найти оптимальную окружность, необходимо минимизировать функционал

$$F_4(x_{ц}, y_{ц}, r) = \max_{i=1, \dots, n} \left| \sqrt{(x_i - x_{ц})^2 + (y_i - y_{ц})^2} - r \right|. \quad (6)$$

Вместо этого авторами статьи была решена задача поиска ККМШ, содержащего все точки (x_i, y_i) . Для определения функции ширины кольца использовали функцию `fminsearch` Октаве и (или) оптимизационного пакета системы Матлаб. В качестве начального приближения применяли решение ЛМНК. Заметим, что радиус в этом случае определен неоднозначно. Все окружности с центром $(x_{ц}, y_{ц})$, находящиеся внутри кольца, имеют одинаковую ширину. Однако при минимизации наибольшего расстояния от точек реального профиля до прилегающей окружности можно получить, естественно, лишь центральную окружность, для которой максимальное расстояние от внутренних точек равно максимальному расстоянию от внешних точек. Поэтому необходимо определить центральный радиус.

Экспериментальные исследования. Для сравнения описанных выше методов — ортогональной регрессии (НМНК), ЛМНК и ККМШ — проанализировали отклонения от круглости серии деталей. Измеряемый номинальный диаметр деталей 8 мм. Выполнены три серии измерений, каждая из которых проведена в режиме сканирования со скоростью 2,5 мм/с. Общее количество фиксированных точек на контуре окружности — 66.

Используемая КИМ оснащена измерительным датчиком ВАСТ ХХТ для сканирования и считывания каждой точки. Наибольшая допустимая погрешность КИМ при измерении размера $MPE_E = (1,8 + L/300)$ мкм, где L — измеренная длина в миллиметрах [9]. Наибольшие допустимые погрешности: считывания $MPE_{THP} = 3,5$ мкм для выбранного времени измерения 68 с [10]; измерения формы $MPE_{RONt} = 1,8$ мкм [11, 12, Ч.2.2]. Данные анализировались в программных пакетах Матлаб НМНК и Калипсо 5.0.

Результаты анализа отклонений от круглости измеренной детали методами НМНК, ЛМНК и ККМШ, обработанные в программах Матлаб и (или) Октаве приведены в таблице. Результаты, полученные с использованием программы

Результаты анализа отклонений от круглости разными методами

Метод измерения	Серия	Положение центра, мм		Радиус r , мм	Отклонение от круглости, мм	Ширина кольца, мм	Отклонение от окружности, мм		Среднее отклонение, мм	
		$x_{ц}$	$y_{ц}$				внешнее	внутреннее	НМНК	абсолютное
НМНК	1	0,00361	0,00448	11,49032	0,00228	0,00449	0,00221	−0,00228	0,00111	0,00089
	2	0,00324	0,00422	11,49205	0,00247	0,00484	0,00247	−0,00237	0,00105	0,00085
	3	0,00454	0,00254	11,49083	0,00517	0,00751	0,00517	−0,00234	0,00132	0,00101
ЛМНК	1	0,00361	0,00448	11,49032	0,00228	0,00449	0,00221	−0,00228	0,00111	0,00089
	2	0,00324	0,00422	11,49205	0,00247	0,00484	0,00247	−0,00237	0,00105	0,00085
	3	0,00454	0,00254	11,49083	0,00517	0,00751	0,00517	−0,00234	0,00132	0,00101
ККМШ	1	0,00361	0,00455	11,49028	0,00221	0,00441	0,00221	−0,00221	0,00111	0,00090
	2	0,00375	0,00365	11,49169	0,00217	0,00435	0,00217	−0,00217	0,00123	0,00104
	3	0,00424	0,00440	11,49096	0,00334	0,00669	0,00334	−0,00334	0,00187	0,00158

Калипсо: значения полуширины кольца $-0,00220$; $0,00235$; $0,00335$ мм.

На рисунке, а проиллюстрирован характер отклонений от идеальной окружности, кривые 1, 2 относятся к результатам, найденным соответственно методами НМНК и ККМШ. Максимальное отклонение кривой 1 больше, чем кривой 2, хотя значения ширины отличаются не сильно. Это связано с тем, что максимальные внутреннее и внешнее отклонения, полученные НМНК, неодинаковы (см. таблицу). Фиксируя центр окружности, определенной НМНК, можно изменять ее радиус, не меняя ширины кольца, так, чтобы эти отклонения совпали. На рисунке, б представлены результаты сдвинутого НМНК и метода ККМШ.

Заключение. Измерения отклонений от формы, например окружности, — самые распространенные измерения в области машиностроения. Такие измерения проводят при помощи специальных измерительных машин и КИМ. Для анализа измеренных с применением КИМ данных выбирают три метода: ЛМНК, ортогональной регрессии (НМНК) и ККМШ, реализованные в программах Матлаб/Октаве.

Из анализа результатов, сведенных в таблицу, следует, что метод ортогональной регрессии (НМНК) естественным образом дает (после округления) практически одинаковые результаты с ЛМНК (разница в определении координат центров и радиусов составляет порядка десятичных долей нанометров). Методы НМНК и ЛМНК показывают меньшее среднее квадратическое отклонение (СКО) по сравнению с ККМШ, поскольку при их реализации минимизируется именно СКО. Однако оба метода наименьших квадратов уступают методу ККМШ при определении отклонения от круглости, а также ширины соответствующего кольца, так как в этом случае минимизируется именно ширина кольца. Результаты, полученные методом ККМШ, не уступают результатам программы Калипсо. Разница в определениях координат центров и радиусов методами НМНК, ЛМНК и ККМШ меньше 1 мкм (за исключением второй координаты центра последней серии).

Для нахождения кругового кольца минимальной ширины, которая, по определению, для оптимальной окружности в два раза больше отклонения от круглости, можно рекомендовать использовать комбинацию методов ЛМНК и ККМШ: сначала методом ЛМНК найти достаточное приближение параметров — координат центра окружности и ее радиуса, а затем эти значения применить для решения задачи ККМШ. Обе задачи можно эффективно решить в программных пакетах Матлаб или Октаве.

Данная работа является частью Исследовательских проектов Словацкой Республики VEGA 1/0085/12 «Новые методы эффективного измерения на координатных измерительных машинах с несколькими системами считывания» и KEGA

005STU-4/2012 «Виртуальная лаборатория 3D-измерения геометрических величин».

Литература

1. **ASME/ANSI Y14/5 M—2009.** Geometric dimensioning and tolerancing.
2. **ГОСТ Р 53442—2009 (ISO 1101:2004).** Основные нормы взаимозаменяемости. Характеристики изделий геометрические. Допуски формы, ориентации, месторасположения и биения.
3. **Пат. 2240496 РФ.** Способ измерения поперечного профиля изделия / О. В. Захаров, А. В. Кочетков // Изобретения. Полезные модели. 2004. № 32.
4. **Захаров О. В., Бржозовский Б. А.** О точности центрирования при измерении на кругломерах // Измерительная техника. 2006. № 11. С. 20—22; **Zakharov O. V., Brzhozovskii B. M.** Accuracy of centering during measurement by roundness gauges // Measurement Techniques. 2006. V. 49. N 11. P. 1094—1097.
5. **Пат. 2158895 РФ.** Способ измерения геометрической формы номинально круглой цилиндрической детали и устройство для его реализации / Я. И. Биндер и др. // Изобретения. Полезные модели. 2000. № 31.
6. **Новиков Б. А.** Способ измерения отклонений от круглости // Измерительная техника. 2007. № 1. С. 18—19; **Novikov B. A.** Method for determining deviations from roundness // Measurement Techniques. 2007. V. 50. N. 1. P. 23—25.
7. **Chernov N.** Circular and Linear Regression: Fitting Circles and Lines by Least Squares // CRC Monographs on Stat. & Appl. Probability. 2012. N 117.
8. **Chernov N. I., Ososkov G. A.** Effective algorithms for circle fitting // Comp. Phys. Comm. 1984. V. 33. P. 329—333.
9. **ISO 10360-2—2006.** Геометрические характеристики изделий (GPS). Приемочные испытания и повторные проверочные испытания координатно-измерительных машин. Ч. 2. Координатно-измерительные машины для определения размеров.
10. **ISO 12181-1—2011.** Технические требования к параметрам продукции (GPS). Приемочные повторные проверочные испытания координатно-измерительных машин (CCM) Ч. 4. Координатно-измерительные машины, используемые в режиме сканирующего измерения.
11. **ISO 12181-1—2011.** Технические требования к параметрам продукции (GPS). Круглость. Ч. 1. Словарь и параметры круглости.
12. **VDI/VDE 2617—2011.** Accuracy of coordinate measuring machines. Characteristics and their testing. Guideline for the application of DIN EN ISO 10360 for coordinate measuring machines with CT-sensors.

Дата принятия 19.04.2013 г.