

Обработка данных межлабораторных сличений методом агрегирования предпочтений

С. В. МУРАВЬЕВ, И. А. МАРИНУШКИНА

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск, Россия, e-mail: muravyov@tpu.ru

Исследованы работоспособность и эффективность метода агрегирования предпочтений на множествах сгенерированных нормально и равномерно распределенных случайных данных межлабораторных сличений в сравнении с традиционными подходами.

Ключевые слова: межлабораторные сличения, опорное значение, наибольшее согласованное подмножество, агрегирование предпочтений.

The operational capability and efficiency of the preference aggregation method on sets of generated normally and uniformly distributed random data of interlaboratory comparisons versus traditional approaches have been studied.

Key words: interlaboratory comparisons, reference value, largest consistency subset, preference aggregation.

Процедура межлабораторных сличений (МС) заключается в организации и проведении оценки качества измерений заданной характеристики некоторого объекта несколькими различными лабораториями в соответствии с заранее установленными условиями. Эта процедура может проводиться как при ключевых сличениях, так и для подтверждения компетентности лабораторий [1, 2].

Основной задачей МС любого вида является установление опорного значения измеряемой величины $x_{оп}$, наилучшим образом характеризующего наибольшее подмножество согласованных, т. е. надежных, результатов измерений — наибольшее согласованное подмножество (НСП) [3]. Для этого участвующие в сличениях лаборатории оценивают одно и то же номинальное значение $x_{ном}$. Лаборатории-участницы направляют организатору сличений результаты измерений номинального значения $x_{ном}$ в форме оценок x_i и соответствующих стандартных неопределенностей $u(x_i)$. Организатор сличений проводит обработку результатов и формирует заключение для каждой лаборатории-участницы. Лаборатории с ненадежными результатами не участвуют в формировании итогового опорного значения.

Существуют различные методы проверки согласованности результатов измерений лабораторий и нахождения опорного значения $x_{оп}$ [4, 5]. Выбор конкретного метода проверки согласованности результатов измерений зависит от вида исследуемого эталона (стандартного образца), особенностей испытаний и количества участвующих в МС лабораторий. Распространены, например, статистические методы, основанные на вычислениях разности результатов измерений лабораторией и определенного провайдером приписанного значения, процентной разности, процентилей или рангов [6]. Эти методы обычно накладывают ограничения на допустимое количество лабораторий-участниц, а также имеют невысокую дискриминирующую способность, позволяющую различать действительно ненадежные и надежные лаборатории.

Процедура А обработки данных МС. В практике МС как на международном, так и национальном уровнях широко применяется процедура А [7, 8], в которой при оценке опорного значения $x_{оп}$ используют средневзвешенное значение y и соответствующую неопределенность $u(y)$, рассчитываемые по формулам:

$$y = \sum_{i=1}^m x_i u^{-2}(x_i) / \sum_{i=1}^m u^{-2}(x_i); \quad u^2(y) = 1 / \sum_{i=1}^m u^{-2}(x_i), \quad (1)$$

где x_i — оценка номинального значения, предоставленная i -й лабораторией; $u(x_i)$ — соответствующие стандартные неопределенности; m — число участвующих в сличениях лабораторий.

В этой процедуре НСП определяют путем последовательного исключения результата i -й лаборатории, если не подтвердилось согласованность данных лабораторий-участниц по критерию Пирсона χ^2 , рассчитанному для y . Результат признают несогласованным и исключают, если выполняется условие:

$$E_n = |x_i - y| / \sqrt{u^2(x_i) - u^2(y)} > 2, \quad i = 1, \dots, m,$$

где E_n — нормализованное отклонение.

Процесс исключения каждого несогласованного результата повторяется до тех пор, пока не будут исключены все несогласованные результаты. Опорное значение $x_{оп}$ определяют из (1), где вместо m используют m' — число лабораторий, результаты которых признаны согласованными.

Процедуру А можно обоснованно применять, если результаты измерений, предоставленные участниками сличений, характеризуются нормальным распределением. Для случаев, когда закон распределения результатов измерений лабораторий отличается от нормального или неизвестен, необходимо использовать робастные методы обработки результатов сличений.

Метод Нильсена. В качестве представителя робастных методов обработки данных сличений можно рассматривать метод Нильсена, реализующий процедуру голосования по правилу «простого большинства» [9]. Каждый интервал неопределенности $u(x_i)$ рассматривают как задающий границы прямоугольного распределения измеряемых значений. Тогда лаборатория «дает один голос» каждому значению в пределах предоставленного ею интервала неопределенности и ни одного голоса — значениям вне этого интервала. Подсчитывая «голоса», можно определить значение, которое большинство лабораторий считают наиболее вероятным опорным значением $x_{оп}$. Наибольшее согласованное подмножество формируют таким образом, чтобы исключить интервалы неопределенности лабораторий, не содержащие выявленное опорное значение. Правило «простого большинства» не является исчерпывающим, что при голосовании может приводить к значительной неточности результатов.

Перспективными для придания свойства робастности обработке данных сличений являются методы агрегирования предпочтений, представляющих результаты лабораторий-участниц в форме ранжирований значений измеряемой величины [10—12]. Благодаря порядковой природе используемых при этом данных, полученное опорное значение не должно зависеть от вида закона распределения результатов измерений.

Обработка данных МС на основе агрегирования предпочтений.

Пусть задано множество ранжирований $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$ n объектов (альтернатив) из множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Каждое ранжирование имеет вид цепочки и задает отношение предпочтения $\lambda_k = (a_1 \succ a_2 \dots \sim a_s \sim a_t \succ \dots \sim a_n)$ на множестве A . Отношение предпочтения λ является объединением двух отношений: отношения строгого предпочтения ρ , $a_i \succ a_j$, и отношения эквивалентности τ , $a_i \sim a_j$, т. е. $\lambda = \rho \cup \tau$. Множество ранжирований Λ будем называть профилем предпочтения для заданных m , n .

Агрегировать m предпочтений, заданных на множестве n альтернатив, означает определить единственное отношение предпочтения β , называемое ранжированием консенсуса, которое обеспечивает между ранжированиями исходного профиля наилучший компромисс. Трактовка понятия «наилучший компромисс» определяется используемым при нахождении ранжирования консенсуса правилом агрегирования предпочтений. Наиболее известными являются следующие правила [13, 14]: правило простого большинства, которое может приводить к некорректным результатам, так как оно не учитывает все бинарные отношения на множестве A ; правило Борда, не обеспечивающее гарантированно справедливое решение; правило Кондорсе, которое считается самым справедливым, но может приводить к парадоксу; правило Кемени, которое помогает преодолеть парадокс Кондорсе и с формальной точки зрения является одним из наиболее обоснованных правил.

При агрегировании предпочтений будем использовать правило Кемени, которое заключается в нахождении такого линейного порядка (ранжирования Кемени) β альтернатив, что расстояние (определенное в терминах числа парных несоответствий между ранжированиями) от β до ранжирований исходного профиля минимально.

Для профиля предпочтения Λ формируется $(n \times n)$ матрица профиля $P = [p_{ij}]$, где

$$p_{ij} = \sum_{k=1}^m \begin{cases} 0, & \text{если } a_i^k \succ a_j^k \\ 1, & \text{если } a_i^k \sim a_j^k \\ 2, & \text{если } a_i^k \prec a_j^k \end{cases}, i, j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

В матрице P значение $0,5p_{ij}$ равно числу предпочтений a_i относительно a_j , а сумма элементов ее верхней треугольной подматрицы равна выраженному в терминах чисел предпочтений расстоянию Кемени $D(\lambda, \Lambda)$ между некоторым ранжированием λ и профилем Λ [15]:

$$D(\lambda, \Lambda) = \sum_{i < j} p_{ij}.$$

Порядок элементов a в ранжировании λ соответствует порядку (перестановке) соответствующих строк и столбцов матрицы P .

Пусть пространство Π является множеством всех $n!$ линейных (строгих) отношений порядка $\succ$ на A . Правило Кемени состоит в том, чтобы найти такой строгий порядок (перестановку) $\beta \in \Pi$ элементов $a_1, \dots, a_n$, что расстояние от него до профиля Λ минимально:

$$\beta = \operatorname{argmin}_{\lambda \in \Pi} D(\lambda, \Lambda) = \operatorname{argmin}_{\lambda \in \Pi} \sum_{i < j} p_{ij}. \quad (3)$$

Задача в постановке (3) называется задачей о ранжировании Кемени (ЗРК).

Для решения ЗРК авторами был разработан рекурсивный алгоритм RECURSALL, реализующий метод ветвей и границ, и позволяющий находить все возможные ранжирования Кемени для заданного исходного профиля предпочтений [11].

Правило Кемени допускает существование неединственного ранжирования консенсуса [16]. Число N_K найденных по этому правилу оптимальных решений (ранжирований консенсуса) может значительно превышать единицу и достигать значений $> 10^7$ даже для небольших m , n [11, 16]. Это обстоятельство может нивелировать положительный эффект от применения правила Кемени и поэтому требует разработки специальных мер для свертки множества оптимальных решений $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_K}\}$ к единственному итоговому ранжированию $\beta_{\text{и}}$.

Для осуществления такой свертки будем использовать следующий принцип: если пары $a_i \succ a_j$ и $a_i \prec a_j$ встречаются одинаковое число раз во всех ранжированиях консенсуса, то $a_i \sim a_j$ в итоговом ранжировании $\beta_{\text{и}}$; в противном случае в $\beta_{\text{и}}$ включается та из пар $a_i \succ a_j$ и $a_i \prec a_j$, которая встречается среди оптимальных решений большее число раз.

Рассмотренное правило Кемени и реализующий решение ЗРК алгоритм RECURSALL были положены в основу предложенного авторами МАП для обработки данных сличений.

Основные этапы МАП, представленные на рис. 1, реализуют следующие функции:

1. Формирование диапазона актуальных значений (ДАЗ) $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ из m интервалов неопределенности лабораторий $u(x_i) = [u_n(x_i), u_b(x_i)]$, $i = 1, \dots, m$.

В качестве нижней границы a_1 ДАЗ выбирают наименьшую нижнюю границу u_n интервалов неопределенности, предоставляемых лабораториями $a_1 = \min\{u_n(x_i) | i = 1, \dots, m\}$; в качестве верхней границы a_n — наибольшую верхнюю границу u_n этих интервалов, $a_n = \max\{u_n(x_i) | i = 1, \dots, m\}$. Полученный диапазон разбивают на $n-1$ равных интервалов длиной $c = (a_n - a_1)/(n-1)$.

Выбор подходящего n позволяет найти значения измеряемой величины A , соответствующие границам интервалов разбиения (рис. 2, а). Необходимо учитывать, что выбор n должен гарантировать необходимую и достаточную точность представления значений a_i измеряемой величины, так как одно из них будет взято в качестве итогового опорного значения.

2. Преобразование интервалов неопределенности лабораторий в ранжирования и построение профиля предпочтений $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$.

При этом формируют профиль предпочтения Λ , состоящий из m ранжирований, описывающих интервалы неопределенности соответствующих лабораторий. Каждое k -е ранжирование ($k = 1, \dots, m$) является объединением бинарных отношений строгого предпочтения $>$ и эквивалентности $\sim$, обладающих следующими свойствами при $i, j = 1, \dots, n$: $a_i > a_j$, если $a_i \in u(x_k)$ и $a_j \notin u(x_k)$; $a_i \sim a_j$, если $a_i, a_j \in u(x_k)$ или $a_i, a_j \notin u(x_k)$; $a_i < a_j$, если $a_i \notin u(x_k)$ и $a_j \in u(x_k)$.

Таким образом, k -е ранжирование состоит из двух подмножеств значений, одно из которых включает в себя все эквивалентные значения, входящие в интервал неопределенности $u(x_k)$ лаборатории, а другое содержит эквивалентные значения, не принадлежащие интервалу $u(x_k)$. При этом элементы первого подмножества строго предпочитают элементам второго. Следовательно, каждое ранжирование содержит единственный символ строгого порядка и $n-2$ символов эквивалентности (рис. 2, б).

3. Формирование матрицы профиля $P = [p_{ji}]$ в соответствии с формулой (3).

4. Нахождение ранжирований консенсуса $V = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_K}\}$ по правилу Кемени (5) с помощью алгоритма RECURSALL.

5. Определение единственного итогового ранжирования консенсуса $\beta_n = \Phi(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_K})$ в соответствии с принципом свертки, введенным авторами выше.

6. Нахождение опорного значения $x_{оп}$.
В качестве опорного значения $x_{оп}$ измеряемой величины выбирают медиану занимающих крайнее левое положение, т. е. имеющих наивысший ранг, эквивалентных элементов $a^{(1)}$ в β_n :

$$Me(a_i^{(1)} \sim a_j^{(1)} \sim \dots \sim a_k^{(1)}), a_i, a_j, a_k \in \beta_n, \text{ при } i, j, k = 1, \dots, m.$$

7. Определение ненадежных результатов и формирование НСП мощности m' .

Наибольшее согласованное подмножество формируют только из тех лабораторий, интервалы неопределенности которых содержат выявленное опорное значение $x_{оп}$.

8. Нахождение интервала неопределенности опорного значения $u(x_{оп})$.

Определяют стандартную неопределенность полученного опорного значения $x_{оп}$ как наименьшее из двух значений: максимальная нижняя граница $u_i(x_i) \leq x_{оп}$ и минимальная

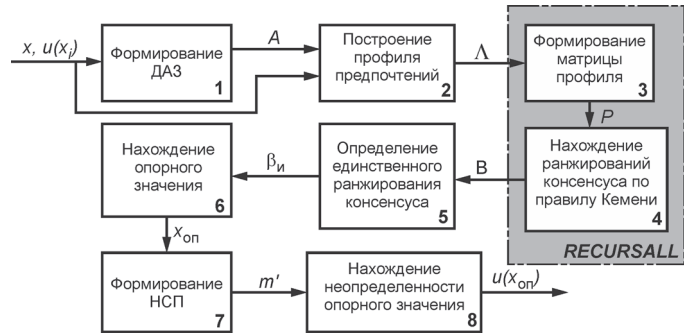


Рис. 1. Структура МАП для обработки данных сличений

верхняя граница $u_n(x_i) \geq x_{оп}$ интервалов неопределенности лабораторий.

Экспериментальные исследования обработки данных МС МАП. Для проведения экспериментальных исследований МАП было разработано специальное программное обеспечение в среде Microsoft Visual C#, реализующее традиционные методы (процедуру А и метод Нильсена) и МАП [17]. Равномерно распределенные данные сличений $x_i, u(x_i)$ в окрестности заданного номинального значения $x_{ном}$ генерировали с помощью стандартной библиотечной функции rand(). Нормально распределенные данные сличений получали из равномерно распределенных с помощью преобразования Бокса-Мюллера [18].

Цель численных экспериментов — исследование робастности МАП, т. е. независимости этого метода от вида закона распределения результатов измерений. Действительно, для обработки результатов сличений МАП использует порядковые данные в форме ранжирований и, следовательно, полученное этим способом опорное значение не должно слишком сильно отличаться от номинального как при равномерном, так и при нормальном распределениях данных. Так как $x_{ном}$ заранее известно, о качестве метода М обработки результатов сличений можно судить по отклонению ξ полученного этим методом опорного значения $x_{оп}(M)$ от $x_{ном}$: $\xi = |x_{оп}(M) - x_{ном}|$.

Численный эксперимент проводили при следующих значениях параметров сличений: номинальное значение изме-

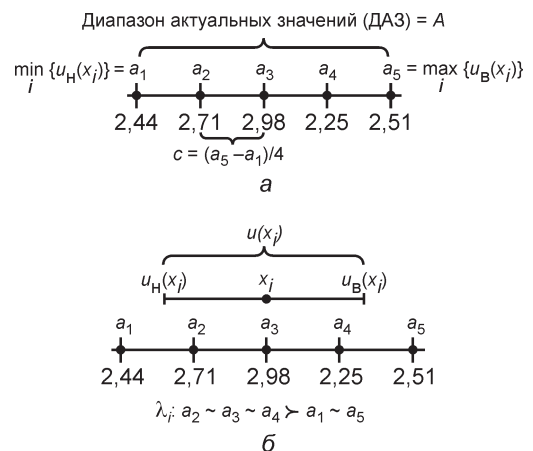


Рис. 2. Примеры формирования:

а — диапазона актуальных значений A ; б — i -го ранжирования для i -й лаборатории

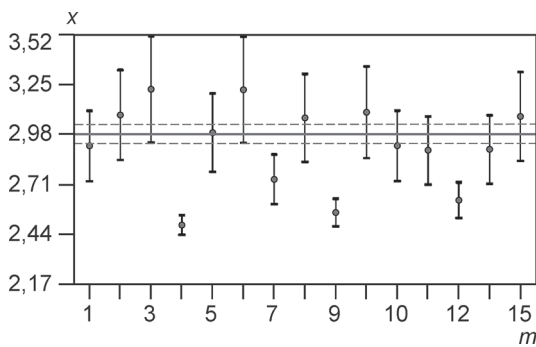


Рис. 3. Пример сгенерированных данных сличений для $m = 15$ лабораторий; величина x выражена в произвольных единицах измерения

ряемой величины $x_n = 3$, количество участвующих лабораторий $m = 15$. На рис. 3 приведен пример отображаемых в специальном окне разработанного программного обеспечения сгенерированных данных сличений, распределенных по нормальному закону. Сплошной горизонтальной линией на рис. 3 показано опорное значение $x_{оп}$, прерывистыми линиями — границы интервала неопределенности опорного значения, найденные МАП.

Были сгенерированы и обработаны процедурой **А** и методом Нильсена распределенные по равномерному закону данные 100 индивидуальных задач. Эти же данные были обработаны МАП при различных значениях $n = \{4, 5, \dots, 10\}$ для того, чтобы сформировать рекомендации по выбору подходящего числа значений ДАЗ (см. этап 1 МАП). Те же действия были предприняты для сгенерированных данных, распределенных по нормальному закону.

Процедура **А** не предназначена для применения при распределениях, отличных от нормального, поэтому полученные для нее данные при равномерном распределении приведены здесь и далее для того, чтобы продемонстрировать поведение неробастного

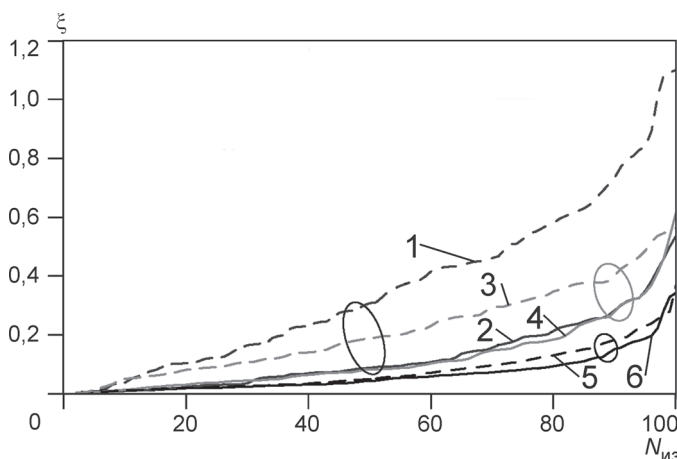


Рис. 4. Отклонения ξ в произвольных единицах для равномерного (прерывистые линии с нечетными номерами) и нормального (сплошные линии с четными номерами) распределений данных сличений:

1, 2 — полученные с помощью процедуры **А**; 3, 4 — методом Нильсена; 5, 6 — методом агрегирования предпочтений; $N_{из}$ — номер индивидуальной задачи

метода в сравнении с робастными для одних и тех же данных.

На рис. 4 представлены графики отклонений ξ , полученные с помощью МАП, метода Нильсена и процедуры **А** для равномерного и нормального распределений результатов сличений. Значения ξ показаны для каждой из 100 индивидуальных задач и для наглядности упорядочены по возрастанию. Из рис. 4 следует, что расхождение по ξ между нормальным и равномерным законами (кривые 5, 6) в случае использования МАП в основном не превышает 0,08, т. е. вид распределения практически не влияет на качество работы метода. При использовании метода Нильсена (кривые 3, 4) расхождение составило около 0,18. Таким образом, МАП характеризуется большей робастностью по сравнению с методом Нильсена. Процедура **А** дала значительно большее расхождение — порядка 0,46 (кривые 1, 2).

Выбор числа n значений измеряемой величины при разбиении ДАЗ должен оказывать существенное влияние на точность определения опорного значения $x_{оп}$, так как в качестве последнего выбирается медиана получивших наивысший ранг элементов множества A , т. е., как правило, один из элементов a . В табл. 1 приведены варианты разбиений ДАЗ при $a_1=2$, $a_n=5$ и $x_{ном}=3$, из которых следует, что многие значения a неоднократно повторяются в разбиениях как при малых, так и больших n . Отсюда следует, что нет необходимости в разбиении ДАЗ на большое число интервалов.

Таблица 1

Варианты разбиений ДАЗ при $a_1 = 2$, $a_n = 5$ и $x_{ном} = 3$

n	c	A									
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
4	1,000	2,0	3,000	4,00	5,000	—	—	—	—	—	—
5	0,750	2,0	2,750	3,50	4,250	5,00	—	—	—	—	—
6	0,600	2,0	2,600	3,20	3,800	4,40	5,000	—	—	—	—
7	0,500	2,0	2,500	3,00	3,500	4,00	4,500	5,00	—	—	—
8	0,430	2,0	2,430	2,86	3,290	3,72	4,150	4,58	5,000	—	—
9	0,375	2,0	2,375	2,75	3,125	3,50	3,875	4,25	4,625	5,00	—
10	0,330	2,0	2,330	2,66	2,990	3,32	3,650	3,98	4,310	4,64	5,0

Экспериментальные данные были использованы для составления оценок вероятностей $P(\xi \leq \xi_{гр})$ того, что отклонение ξ не превышает некоторое фиксированное значение $\xi_{гр}$. Например, если $\xi \leq 0,39$ получены в 90 индивидуальных задачах из 100, то вероятность $P(\xi \leq 0,39) = 0,90$. Определенные таким способом $\xi_{гр}$ для вероятностей 0,90; 0,95 и 1,00 сведены в табл. 2.

Из данных табл. 2 следует, что при нормальном распределении найдены наименьшие значения $\xi_{гр}$ для минимального $n=4$ в МАП. Метод Нильсена и процедура **А** дали почти в два раза большие значения $\xi_{гр}$. В случае равномерного распределения значения $\xi_{гр}$, полученные методом Нильсена, также выше полученных МАП, в котором, однако, наименьшие $\xi_{гр}$ соответствуют различным n . Следует отметить, что эти наименьшие значения незначительно отличаются как друг от друга, так и от значений при $n=4$. Таким образом, результаты экспериментов позволяют рекомендовать выбирать число элементов ДАЗ $n=4$ при использовании метода агрегирования предпочтений.

При практическом применении МАП можно рекомендовать находить опорные значения $x_{оп}$ при различных n и вы-

Таблица 2

Значения $\xi_{гр}$ при вероятностях $P(\xi \leq \xi_{гр}) = 0,90; 0,95; 1,00$

Методы		$\xi_{гр}$					
		нормальное распределение			равномерное распределение		
		$P=0,90$	$P=0,95$	$P=1,00$	$P=0,90$	$P=0,95$	$P=1,00$
МАП при числе n элементов ДАЗ	4	0,17	0,22	0,33	0,39	0,62	0,82
	5	0,22	0,28	0,37	0,35	0,43	0,61
	6	0,28	0,32	0,37	0,34	0,46	0,71
	7	0,29	0,33	0,45	0,42	0,61	0,83
	8	0,29	0,36	0,45	0,37	0,40	0,63
	9	0,22	0,28	0,48	0,38	0,46	0,55
	10	0,31	0,38	0,48	0,37	0,42	0,62
Нильсена		0,30	0,36	0,64	0,42	0,50	0,57
Процедура A		0,31	0,39	0,60	0,75	0,94	1,10

бирать из них то опорное значение, при котором получается НСП максимальной мощности.

С вычислительной точки зрения МАП требует значительно больших ресурсов для определения опорного значения, чем процедура **A** и метод Нильсена, поскольку нахождение ранжирования консенсуса по правилу Кемени относится к классу труднорешаемых (NP -полных) задач. Однако при $n=4...20$ время работы реализующего МАП алгоритма не превышает нескольких секунд, что вполне приемлемо для целей обработки данных МС.

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания «Наука» Минобрнауки России (проект № 2078).

Л и т е р а т у р а

1. **BIPM 1999.** Mutual Recognition of National Measurement Standards and of Calibration and Measurement Certificates issued by National Metrology Institutes (MRA), <http://www.bipm.org> (дата обращения: 24.04.2015 г.).
2. **ГОСТ ISO/IEC 17043—2013.** Оценка соответствия. Основные требования к проведению проверки квалификации.
3. **Cox M. G.** The evaluation of key comparison data: determining the largest consistent subset // *Metrologia*. 2007. V. 44. N. 3. P. 187—200.
4. **Чуновкина А. Г., Бурмистрова Н. А., Звягин Н. Д.** Об одном подходе к оцениванию результатов ключевых сличений эталонов при несогласованных данных // *Измерительная техника*. 2013. № 6. С. 3—6.
5. **Elster C., Toman B.** Analysis of key comparisons data: critical assessment of elements of current practice with suggested improvements // *Metrologia*. 2013. V. 50. N. 5. P. 549—555.

6. **ГОСТ Р ИСО 13528—2010.** Статистические методы. Применение при экспериментальной проверке компетентности посредством межлабораторных сравнительных испытаний.

7. **Cox M. G.** The evaluation of key comparison data // *Metrologia*. 2002. V. 39. N. 6. P. 589—595.

8. **Ефремова Н. Ю., Чуновкина А. Г.** Опыт оценивания данных межлабораторных сличений калибровочных и поверочных лабораторий // *Измерительная техника*. 2007. № 6. С. 15—21.

9. **Nielsen H. S.** Determining consensus values in interlaboratory comparisons and proficiency testing // *NCSLI Newsletter*. 2004. V. 44. N. 2. P. 12—15.

10. **Muravyov S. V., Marinushkina I. A.** Largest consistent subsets in interlaboratory comparisons: preference aggregation approach // *J. Int. IMEKO TC1+TC7+TC13 Symp.* Jena, Germany, 2011. P. 287—290.

11. **Muravyov S. V.** Ordinal measurement, preference aggregation and interlaboratory comparisons // *Measurement*. 2013. V. 46. N. 8. P. 2927—2935.

12. **Муравьев С. В.** Агрегирование предпочтений как метод решения задач в метрологии и измерительной технике // *Измерительная техника*. 2014. № 2. С. 19—24.

13. **Кемени Дж., Снелл Дж.** Кибернетическое моделирование. М.: Сов. радио, 1972.

14. **Saari D. G.** Unsettling aspects of voting theory // *Economic Theory*. 2003. V. 22. N. 3. 529—555.

15. **Литвак Б. Г.** Экспертная информация: Методы получения и анализа. М.: Радио и связь, 1982.

16. **Muravyov S. V.** Dealing with chaotic results of Kemeny ranking determination // *Measurement*. 2014. V. 51. N. 1. С. 328—334.

17. **Свидетельство** о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015612263 (RU); заявка № 2014663437 от 23.12.2014, дата рег. 16.02.2015; Бюл. № 3 от 20.03.2015 // Муравьев С. В., Маринушкина И. А., Хруль С. А. Программный комплекс для моделирования и обработки результатов межлабораторных сличений.

18. **Box G. E. P., Muller M. E.** A note on the generation of random normal deviates // *Annals Math. Stat.* 1958. V. 29. N. 2. P. 610—611.

Дата принятия 10.08.2015.