

Измерительная задача калибровки средства измерений

С. Ф. ЛЕВИН

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия,

e-mail: AntoninaEL@rostest.ru

Рассмотрена измерительная задача калибровки средства измерений в рамках композиционного и моментного подходов к оцениванию точности. На примере решения задачи калибровки показано существенное расхождение интервала охвата по сравнению с доверительным и толерантным интервалами.

Ключевые слова: функциональные преобразования распределений вероятностей, композиция и свёртка, метод совместных измерений, метод косвенного измерения, погрешность неадекватности, толерантный интервал, метод моментов, интервал охвата, дефинициальная неопределённость.

The measuring problem for calibration of measuring instrument in the network of composite and moment approaches to accuracy evaluation is considered. On an example of decision for calibration problem of the essential divergence of a coverage interval in comparison with confidence and tolerance intervals is shown.

Key words: functional transformations for probabilities distributions, composition and convolution, method of joint measurements, method of indirect measurement, non-adequacy error, tolerance interval, method of moments, coverage interval, definitional uncertainty.

В 2016 г. в докладе «Развитие деятельности по калибровке средств измерений» Рабочей группы Межотраслевого совета по прикладной метрологии и приборостроению при Российском союзе промышленников и предпринимателей был поставлен вопрос «о рассмотрении калибровки в качестве альтернативы поверке средств измерений». Предполагалось, что

это «не только обеспечит гармонизацию отечественных и зарубежных методик подтверждения соответствия, но и позволит рационально повысить достоверность измерительной информации в прикладных областях». В докладе отмечалось, что «практически все калибровки средств измерений выполняются по действующим методикам поверки», тогда как «Международный стандарт ИСО 17025 требует оценивать при калибровке, как минимум, следующие составляющие неопределённости результатов калибровки, которые не учитываются при поверке средств измерений: 1) связанные с неопределённостями калибровки эталонов; 2) со временем, прошедшим после калибровки применяемых эталонов; 3) с не учитываемым влиянием внешних условий при калибровке. Учёт этих влияющих факторов может осуществляться путем уменьшения допускаемой разности показаний средства измерений и эталона. Это позволит повысить достоверность принятия решения о соответствии средства измерений и уменьшить риск применения непригодных средств измерений по сравнению с результатами поверки. Следует иметь в виду, что внедрение калибровки потребует значительного переходного периода для наработки методического аппарата и обучения специалистов».

19 апреля 2017 г. Федеральная служба РФ по аккредитации в «Руководстве для заявителей и аккредитованных лиц по оформлению областей аккредитации калибровочных лабораторий с учетом неопределенности» предписала при оформлении областей аккредитации выражать ~~евои~~ измерительные возможности «неопределённостью». Лаборатории были обязаны указывать «минимальные значения расширенной неопределённости измерений при калибровке, полученные путем умножения стандартной неопределённости на коэффициент охвата $k = 2$, соответствующий уровню доверия, приблизительно равному 95 % при допущении нормального распределения, а оценивание неопределённости проводить в соответствии с «Руководством по выражению неопределённости измерения» (GUM). Показатели точности калибруемых средств измере-

ний надо указывать с учетом показателей точности используемых эталонов на основании рекомендаций соответствующих поверочных схем».

«Проблему пересчёта погрешности в неопределённость» лаборатории «решили простым делением на корень из трех», ведь иначе область аккредитации не будет утверждена. Правда, еще в конце 2014 г. появился проект пересмотра GUM, ставящий под сомнение поспешность исполнения этого Распоряжения.

19 апреля 2017 г. опубликовано Распоряжение Правительства России № 737-р «Об утверждении Стратегии обеспечения единства измерений в РФ до 2025 года», в котором было указано: «Начиная с последнего десятилетия прошлого столетия, не происходит качественного повышения уровня профессиональной подготовки специалистов в области обеспечения единства измерений. Одновременно уменьшается число квалифицированных специалистов-метрологов. Это касается специалистов всех уровней – от техников до профессорско-преподавательского состава. Ежегодно обучается метрологическим специальностям в 4–5 раз меньше специалистов, чем это требуется экономике».

Это многое объясняет, но суть проблем калибровки и поверки более конкретна.

Основной целью Федерального закона РФ от 26 июня 2008 г. № 102-ФЗ «Об обеспечении единства измерений» является защита прав и законных интересов граждан, общества и государства от отрицательных последствий недостоверных результатов измерений. Метрологический инструмент этой защиты – установленные государственными поверочными схемами нормы доверительной вероятности, которые необходимо подтверждать при поверке, обеспечивать при калибровке средств измерений (СИ) и метрологической аттестации методик решения измерительных задач. В этом вопросе доверительная вероятность оказалась проблемным элементом Государственной системы обеспечения единства измерений (ГСИ).

Повторим, при поверке *следует подтверждать* соответствие погрешностей СИ не только установленным границам, но и нормам доверительной вероятности, а при калибровке – *устанавливать* для погрешностей градуировки или поправок границы, которые соответствовали бы этой же норме. Вот только кто это делает?

1. Остроту проблеме доверительной вероятности придал выход ГОСТ Р 8.731–81 «ГСИ. Системы допускового контроля. Основные положения», в котором определено использование показателей достоверности и совершенствования метрологического обеспечения допускового контроля (к нему относится поверка и, при целевой неопределённости, калибровка) на предприятиях и в организациях Российской Федерации ... в добровольном порядке [1].

Слова «в добровольном порядке» отсутствуют в тексте стандарта, но зато присутствуют в приказе по введению его в действие. Что это значит на практике, метрологи знают, ведь речь идет о нормах государственных поверочных схем.

2. С 1 января 2015 г. согласно ГОСТ Р 8.820–2013 «ГСИ. Метрологическое обеспечение. Основные положения» (п. 7.1.2) проблема «разделена на троих»: «...Для выработки требований к элементам метрологического обеспечения измерений следует использовать показатели точности: неопределённость по ГОСТ Р 54500.3, характеристики погрешности по МИ 1317 и РМГ 83, показатели правильности и прецизионности по ГОСТ Р ИСО 5725-1, а также характеристики, влияющие на полноту, достоверность, своевременность и актуальность измерительной информации». Но эти документы не согласованы между собой и с международными и национальными стандартами по статистическим методам (ГОСТ Р 50779.10–2000 «Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения», ГОСТ Р 50779.21–2004 «Статистические методы. Правила определения и методы расчёта статистических характеристик по выборочным данным. Ч. 1. Нормальное распределение»,

ГОСТ Р ИСО 16269-6–2005 «Статистические методы. Статистическое представление данных. Определение статистических толерантных интервалов»), а также с рекомендациями ГСИ (Р 50.2.004–2000 «ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения», МИ 2916–2005 «ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач») и Государственной системы стандартизации (Р 50.1.037–2002 «Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Ч. II. Непараметрические критерии»).

Проблемы со статистикой возникли не вчера. При МГУ имени М. В. Ломоносова в начале 1960-х гг. А. Н. Колмогоровым была создана Межфакультетская лаборатория статистических методов, но в 1975 г. её расформировали. В ходе «перестройки», начавшейся синхронно с катастрофическим феноменом 1985–1986 гг. в наиболее сложных видах техники, кампания, чем-то напоминавшая антиалкогольную, привела к отмене или понижению статуса стандартов по статистическим методам и прикладной статистике. Вне поля зрения большинства метрологов осталась Всесоюзная дискуссия по проблемам объективного смысла вероятности и условиям применимости вероятностно-статистических методов, которую по инициативе А. Н. Колмогорова в 1980-е гг. начали Ю. И. Алимов, В. В. Налимов и В. Н. Тутубалин. Зато нашлись метрологи-теоретики, неудачно использовавшие в конце 1980-х гг. работы Дж. Тьюки, Ф. Мостеллера, П. Хубера и других ведущих зарубежных специалистов в области проблем регрессионного анализа и робастной статистики для метрологических приложений. В 1990-е гг. в отечественной метрологии началась терминологическая чехарда вместо работы над «наименее развитыми областями метрологии», к числу которых согласно МИ 1967–89 «ГСИ. Выбор методов и средств измерений при разработке методик выполнения измерений. Общие положения» были отнесены

«способы определения методической погрешности измерений, обусловленной неадекватностью принятой модели объекта измерений». Результатом стало появление терминов «неопределённость» в ГОСТ Р 54500.3–2011 «Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008. Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения» из Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) и «прецизионность» в ГОСТ Р ИСО 5725–2002 «Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений» из стандарта ISO 5725 «Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results» (GUP).

К проблемам этих «руководств» добавился проект ревизии GUM с попытками заменить одни «нерешённые проблемы неопределённости» другими, не помяная дискуссию в отечественном метрологическом сообществе, вызванную искажением понятий *неопределённость* и *прецизионность*. А ведь напряжённым моментом этой дискуссии была полемика о толерантных интервалах в измерительных задачах поверки. Позже РМГ 29–99 заменили на рекомендации РМГ 29–2013 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения», а GUM узаконили как ГОСТ Р 54500.3–2011/Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008 «Неопределённость измерения. Ч. 3. Руководство по выражению неопределённости измерения» с правильным определением термина «толерантный интервал», но со «старыми» формулами, что только усугубило ситуацию.

Ранее в ГОСТ 8.011–72 «ГСИ. Показатели точности измерений и формы представления результатов измерений» (заменён на МИ 1317) интервальные, точечные и функциональные вероятностно-статистические характеристики точности и формы представления результатов измерений были установлены общим списком, но в ГОСТ Р 8.820–2013 подходы к оцениванию точности разделили на моментный и композиционный. Подход на основе моментов распределений вероятностей не сводится к композиционному подходу, основанному на композициях или свёртках распределений составляющих погрешностей уже только потому, что по

первым двум моментам невозможно однозначно восстановить распределение вероятностей.

«Интервальные оценки» ГОСТ Р 54500.3–2011 и ГОСТ Р ИСО 5725–2002 «Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений» для моментов распределений с доверительной вероятностью связаны условно «через гипотезу нормальности», описанную в последнем: «6.3.2. В идеале хотелось бы иметь возможность выбрать конкретное значение коэффициента охвата k , которое обеспечивало бы интервал $Y = y \pm U = y \pm k \cdot u_c(y)$, соответствующий выбранному уровню доверия, такому как 95 или 99 процентов; равным образом, для заданного значения k хотелось бы иметь возможность четко указать уровень доверия, связанный с этим интервалом. Однако это нелегко осуществить на практике, поскольку это требует полного знания распределения вероятностей, характеризуемого результатом измерения y и его суммарной неопределенностью $u_c(y)$. Хотя эти параметры обладают большой значимостью, сами по себе они недостаточны для того, чтобы установить интервалы, имеющие точно известные уровни доверия».

Проблемы калибровки и поверки СИ. Общей измерительной задачей поверки и калибровки СИ является определение действительных границ погрешностей измерений с установленными доверительными вероятностями. При поверке по результату решения этой задачи принимают решение о возможности использования СИ в сфере государственного регулирования обеспечения единства измерений. При калибровке сначала решают задачу установления зависимости между показаниями СИ и эталона, градуировочной характеристики или функции поправок, а затем формируют соотношение для получения по показанию откалиброванного СИ результата измерения, соответствующего норме доверительной вероятности.

Термин «калибровка» в словаре [2] и рекомендациях РМГ 29–2013 определяют почти одинаково: на первом шаге устанавливают соотноше-

ние между показаниями калибруемого СИ и эталона, зачастую в виде таблицы, на втором – соотношения для получения результата измерения по показанию, второй шаг обозначен в рекомендациях как цель калибровки. Но примечание [2] к термину «калибровка» гласит: «Часто только первый шаг в приведённом выше определении понимается как калибровка». В этом контексте слово «часто» указывает на получившую широкое распространение порочную практику неполноты калибровки.

«Простота табличной калибровки СИ» остается общей проблемой, так как под словом «соотношение» скрыты функциональные метрологические характеристики – функция преобразования, градуировочная характеристика, функция погрешности, функция поправок, калибровочная кривая и диаграмма калибровки. Их статистическая идентификация действительно «потребует значительного переходного периода для наработки методического аппарата и обучения специалистов», как это и отмечено в докладе Рабочей группы «по развитию калибровочной деятельности». Другими словами, кажущаяся «простота калибровки» связана с необходимостью серьёзного повышения квалификации персонала калибровочных лабораторий по статистическим методам решения измерительных задач и использованию средств вычислительной техники со специальным программным обеспечением.

Вместе с тем следует заметить, что качество поверки СИ характеризует не достоверность вообще, а апостериорная достоверность – вероятность нахождения в заданных границах доли распределения возможных значений погрешности, оценённой по протоколу поверки, и эта доля должна быть не ниже нормы доверительной вероятности. При калибровке СИ границы погрешности для результатов измерений необходимо устанавливать согласно той же норме. К тому же апостериорная достоверность оценивается не по доверительным интервалам для моментов, а по толерантным интервалам для распределений вероятностей искомых в измерительных задачах величин, не говоря уже о методической и ин-

струментальной составляющих достоверности. Есть еще и априорная достоверность, которую должны обеспечить на этапе разработки методик, для нее установлена та же норма. Уменьшение же допускаемой разности показаний СИ и эталона – известный прием поверки, а принятие решения о годности СИ – отличительный признак поверки, её компетенция.

При поверке «часто» допускается ещё одна методическая ошибка – эталоны выбирают по отношению границ их погрешностей к границам допуска на погрешности поверяемого СИ (не более 1:3, 1:4 и т. п.). Пренебрежение этой составляющей погрешности СИ привело к росту вероятности ошибок 2-го рода, а сужение границ контрольного допуска – ошибок 1-го рода [3]. В этом вопросе переход при поверке от допускового контроля к градуировке, в том числе с предварительной отбраковкой нестабильных СИ, эффективнее калибровки. Что же касается интервалов между поверками, то эта задача была решена еще в 1980-е гг. [4]. Другое дело, что проще назначать эти интервалы по календарным срокам эксплуатации СИ без учета их наработки или «по аналогии».

И, наконец, еще одно важное обстоятельство, связанное с ГОСТ 8.009–84 «ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений». Поверка и калибровка СИ проводятся, как правило, в нормальных условиях. Если рассматривать поверку как контрольные испытания, а калибровку – как определительные испытания СИ, то согласно данному стандарту «в тех случаях, когда их погрешность в рабочих условиях применения практически полностью может быть определена верхней Δ_v и нижней Δ_n границами интервала, в котором лежит погрешность в нормальных условиях с заданной вероятностью P », их количественные результаты могут быть распространены на рабочие условия применения. Если эти границы «представляют собой границы интервала, в котором значение характеристики СИ должно находиться с вероятностью P , равной единице», тогда «вероятность $P = 1$ является справочной характеристикой, которую при испытаниях и поверке средств измерений

можно отдельно не контролировать». Произвольная интерпретация этого положения ГОСТ 8.009–84 была одной из причин того, что доверительная вероятность для границ погрешностей СИ длительное время не контролировалась при поверке и не использовалась в качестве нормы для установления метрологических характеристик СИ при калибровке.

Подходы к оцениванию точности и достоверности. Прежде всего, заметим, что «достоверность» как термин относится к качественным результатам контроля в соответствии с ГОСТ 16504–81 «Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции» (издание 2011 г.). В отношении количественных результатов измерений лучше применять термин «доверительная вероятность», которую устанавливают для доверительных и толерантных интервалов, характеризующих погрешности статистического оценивания искомых в измерительных задачах параметров и величин. Оценки такого рода существенным образом зависят от принятого вида гипотетического распределения вероятностей для описания статистического (эмпирического) распределения данных.

GUM и GUP как руководства по оцениванию точности измерений основаны на гипотезе о «нормальном законе» и на методе моментов К. Пирсона, причём согласно центральной предельной теореме данным многократных измерений «из общетеоретических соображений» приписаны оценки моментов этого распределения: среднее арифметическое, среднее квадратическое отклонение (СКО) и СКО среднего арифметического.

Моментный подход к оцениванию точности измерений ранее был представлен в ГОСТ 8.207–76 «ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения», а позже – в его версии – ГОСТ Р 8.736–2011 «ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения», авторы которой, соглашаясь с заимствова-

нием положений GUP, отрицали связь с GUM. Но формулы-то остались те же. В ГОСТ 8.207–76 без пояснений появился и также без пояснений в ГОСТ Р 8.736–2011 сохранился термин «композиция». В справочной книге [5] комментарии ограничились замечанием: «Для нахождения погрешности результата измерения надо построить композицию распределения случайных и неисклѐченных систематических погрешностей. Но построение композиции затруднено, поэтому используют эмпирическую формулу расчѐта доверительной погрешности результата». В ГОСТ Р 8.736–2011 указано: «8.4. При числе составляющих НСП (НСП – неисклѐченная систематическая погрешность – авт.) более или равном трем ($m \geq 3$) доверительные границы НСП $\Theta_{\Sigma}(P)$ оценки измеряемой величины вычисляют путѐм построения композиции НСП. При равномерном распределении НСП доверительные границы $\Theta_{\Sigma}(P)$ допускается вычислять по формуле

$$\Theta_{\Sigma}(P) = \pm k \sqrt{\sum_{i=1}^m \Theta_i^2}, \quad (8)$$

где Θ_i – граница i -й НСП; k – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью, числом составляющих НСП и их соотношением между собой. Для доверительной вероятности $P = 0,95$ коэффициент k пренебрежимо мало зависит от числа составляющих НСП и их соотношения, поэтому при указанной доверительной вероятности коэффициент k принимают равным 1,1».

Известно, что $1,1 \approx 2/\sqrt{3}$, «гипотенуза короче суммы катетов», а формула (8) из ГОСТ Р 8.736–2011 уже при $m = 2$ является ошибочной, поскольку $1,1\sqrt{2} < 2\sqrt{0,95}$.

В книге [6] термин «композиция» отсутствует, но задача «расчѐтного суммирования погрешностей» охарактеризована как «одна из основных задач, как при создании СИ, так и при оценке погрешностей результатов самих измерений. Трудность такого суммирования заключается в том, что все составляющие погрешности должны рассматриваться

как случайные величины, принимающие в каждой частной реализации самые разнообразные значения. С точки зрения теории вероятностей они могут быть наиболее полно описаны своими законами распределениями, а их совместное действие – соответствующим многомерным законом распределения. Однако в такой постановке задача суммирования погрешностей практически неразрешима уже для 3–4 составляющих (не говоря уже о 30–40), так как операции с такими многомерными законами непреодолимо сложны. Поэтому практический путь решения задачи суммирования состоит в том, чтобы вместо определения многомерных законов подобрать для характеристики составляющих такие числовые оценки (например, среднее квадратическое или энтропийное значение, эксцесс, контрэксцесс, энтропийный коэффициент и т. д.), оперируя которыми можно было бы определить соответствующие числовые оценки результирующей погрешности без определения многомерных или результирующих одномерных законов распределения рассматриваемых случайных величин. ... Строгое математическое решение в виде многомерного распределения для практики бесполезно. То же самое относится и к имитационному моделированию по методу Монте-Карло» [6]. Преодолеть трудность «расчётного суммирования погрешностей» позволили теория характеристических функций П. Леви [7] и контурное оценивание погрешности неадекватности математических моделей объектов измерений согласно Р 50.2.004–2000 и МИ 2916–2005.

В книге [8] приведена плотность распределения композиции (свёртки) нормального и равномерного законов, что было известно артиллеристам со времен чуть ли не Первой мировой войны, а в документах ГСИ общая формула свёртки для любого распределения с равномерным законом появилась только после 2004 г. Заметим, «композиция» отличается от «свёртки» неединичным якобианом функционального преобразования, что установил еще в 1833 г. К. Якоби [9]. Этот факт – одна из основ композиционного подхода к оцениванию точности.

Композиционный подход. Терминологическую линию проблемы калибровки продолжает обилие близких терминов (тарировка, градуировка, регулировка, аттестация, верификация, валидация) и сакраментальное положение GUM (ГОСТ Р 54500.3–2011): «Определение неопределённости измерения ... не противоречит использованию понятия неопределённости измерений в других смыслах, таких как: мера возможной погрешности оценки измеряемой величины ... как результат измерения; оценка, характеризующая диапазон значений, в пределах которого находится истинное значение измеряемой величины. Хотя оба эти традиционно используемые представления справедливы как идеализация, основной акцент в них сделан на неизвестные величины: «погрешность» результата измерения и «истинное значение» измеряемой величины (в противоположность известной оценке этой величины) соответственно. Тем не менее, независимо от того, какой смысл вкладывают в понятие неопределённости, для оценивания составляющей неопределённости всегда используют одни и те же данные и имеющуюся информацию». Однако различие целей измерительных задач калибровки в рамках моментного и композиционного подходов к оцениванию точности приводят к существенно различающимся результатам.

Еще один аспект проблемы калибровки связан с планированием нагрузки специалистов-метрологов, непосредственно выполняющих поверку и калибровку СИ. Плановая нагрузка порой достигает таких размеров, что специалисты и рады бы заняться повышением квалификации и проработкой методических вопросов калибровки, требующих серьезной специальной подготовки, но перед ними возникает дилемма – выполнять план или перейти на другую работу, иногда даже в другую организацию.

И, наконец, принципиальный аспект проблемы – постановка измерительной задачи калибровки, её цель и метод решения в соответствии с

Р 50.2.004–2000. Именно на этом моментный и композиционный подходы к оцениванию точности разошлись.

Композиционный подход к оцениванию точности результатов решения измерительных задач обозначен в ГОСТ 8.009–84 «ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений» символом свёртки «*» для моделей погрешности объединением её составляющих в виде «некоторого функционала», но тоже без пояснений, как и в МИ 1317–2004 «ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров». Дело не в том, что «объединение» и «функционал» – не одно и то же. Без построения композиции или свёртки распределений вероятностей входных переменных для выходной переменной математической модели объекта измерений оценивание точности результатов решения измерительных задач становится несостоятельным по доверительной вероятности.

Измерительная задача калибровки. *Композиционный подход.*

Этот подход к калибровке СИ основан на понимании истинного значения физической величины как условного по Ньютону–Эйлеру и на описании погрешностей измерений и математических моделей объектов измерений в рамках интерполяционной концепции вероятности Гаусса–Фишера–Колмогорова. При этом статистическое распределение значений величины интерполируется распределением вероятностей по критериям воспроизводимости согласно Р 50.2.004–2000 – наибольшего правдоподобия, максимума вероятности согласия или минимума погрешности неадекватности.

Калибровка СИ по данным протокола измерений предусматривает ряд этапов.

1 этап предполагает структурно-параметрическую идентификацию математической модели зависимости между показаниями калибруемого СИ и эталона в виде функции преобразования или функции погрешно-

сти. В соответствии с ГОСТ 8.009–84 функция преобразования СИ в общем случае представляет зависимость показания СИ Y от показаний эталона X и вспомогательных СИ влияющих величин $X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_Q$. В протоколе измерений собственно функции преобразования соответствует матрица, строки которой фиксируют одновременные показания СИ, участвующих в калибровке. Математическая модель этой зависимости может быть представлена случайной функцией нескольких аргументов с характеристикой положения

$$Y = F(\Theta; X, X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_Q),$$

где для функции нескольких аргументов в виде многомерного степенного ряда обозначения параметров отличаются нижними индексами, например $\theta_{ijk} X^i X_1^j X_2^k \dots$, как это принято в Р 50.2.004–2000, а для функции одного аргумента $F(\Theta; X) = \theta_0 + \theta_1 X + \theta_2 X^2 + \dots + \theta_m X^m + \dots + \theta_M X^M$ множество параметров модели $\Theta = \{\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m, \dots, \theta_M\}$.

Математическая модель зависимости между показаниями калибруемого СИ и средств калибровки может быть представлена функцией погрешности с характеристикой положения (систематической составляющей) или с функцией поправок, сокращающей решение задачи калибровки, соответственно:

$$\begin{aligned} \Xi &= Y - X = F(\Theta; X, X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_Q) - X = \\ &= \Delta_s(\Theta'; X, X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_Q); \\ \nabla_s &= X - Y = X - F(\Theta; Y, X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_Q) = \\ &= \nabla_s(\Theta; Y, X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_Q), \end{aligned}$$

причём для функции одного аргумента $\Theta' = \{\theta_0, \theta_1 - 1, \theta_2, \dots, \theta_m, \dots, \theta_M\}$.

Структурно-параметрическая идентификация этих моделей осуществляется в схеме перекрёстного наблюдения по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности по программам «ММК–стат» и «ММК–стат М» в классе одномерных и многомерных степенных рядов, соответственно, согласно Р 50.2.004–2000. При этом в общем слу-

чае характеристика рассеяния функции преобразования – распределение вероятностей, вид и параметры которого зависят от аргументов этой функции. В качестве типовых распределений в МИ 2916–2005 обычно принимают усечённые типовые распределения вероятностей – равномерное, двойное экспоненциальное с параметрами формы «1» (Лапласа), «2» (Гаусса) и «4», а также Трубицына и Коши. Структурно-параметрическая идентификация моделей характеристик рассеяния в Р 50.2.004–2000 выполняется методом контурного оценивания по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) на основе указанных выше усечённых типовых распределений вероятностей по программам «ММИ–поверка» различных модификаций [10]. На этапе разработки методик поверки согласно МИ 188–86 «МУ ГСИ. Средства измерений. Установление значений параметров методик поверки» используют распределение Иордана, которое при параметре формы $\varepsilon = -1$ приближается к равномерному распределению, при $\varepsilon = 10$ – к усечённому распределению Гаусса, а при $\varepsilon = 100$ – к усечённому островершинному распределению с положительным эксцессом.

Контурная оценка МИ 2916–2005 даёт оценку свёртки усечённого распределения и погрешности его неадекватности как эквивалентного равномерного распределения, и по правилам интервальной арифметики остается добавить эквивалентное равномерное распределение характеристики точности эталона. Аналогичным образом можно добавить эквивалентное равномерное распределение погрешности неадекватности функции систематической составляющей погрешности СИ.

В случае неравноточных измерений предварительная нормализация и использование смеси распределений для описания данных протокола измерений приводит к схеме вычислений для равноточных измерений. При этом «часто» нормирующее значение назначают согласно браковочному условию методики поверки, принятой за основу для плана измере-

ний при калибровке. Но это – проблема, переадресованная теории планирования эксперимента.

2-й этап. Для математической модели функции преобразования СИ находят обратную функцию (градуировочную характеристику), а характеристику рассеяния функции преобразования приводят к распределению расчётных значений искомой величины методом функциональных определителей К. Якоби.

3-й этап. Для полученного распределения расчётных значений искомой величины устанавливают наикратчайшие толерантные доверительные границы.

Пример. Рассмотрим данные протокола калибровки термометра эталоном 3-го разряда с доверительной границей погрешности $\theta_{0,95} \leq 0,025$ °C при доверительной вероятности $P=0,95$ (табл. 1, где $\nabla_n = \hat{x}_n - \hat{y}_n$ – поправка; $\hat{y}_n, \hat{x}_n$ – показания термометра и эталона, соответственно).

Таблица 1

Данные калибровки термометра

$\hat{y}_n, ^\circ\text{C}$	$\hat{x}_n, ^\circ\text{C}$	$\nabla_n, ^\circ\text{C}$	$\theta(x_n), ^\circ\text{C}$
–19,1	–19,81	–0,71	0,0242
0,50	0,37	–0,13	0,0140
19,8	19,94	0,14	0,0142
49,7	49,88	0,18	0,0145
69,5	69,33	–0,17	0,0247

Идентификация систематической составляющей функции поправок термометра $\nabla_s(y)$ по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) $\bar{\varepsilon}_{111}^{[2]}$ (индексы ^[2], ₁₁₁ соответствуют методу наименьших квадратов и двоичному коду структуры модели согласно Р 50.2.004–2000) в качестве наиболее правдоподобной дает ММКМНК–модель

$$\nabla_s(y) = -\mathbf{0,1560998} + \mathbf{2,262652 \cdot 10^{-2}} y - \mathbf{3,26870 \cdot 10^{-4}} y^2 \mathbf{0,0957248016}, \quad (1)$$

где полужирным шрифтом выделены значащие цифры.

Результаты расчёта в соответствии с Р 50.2.004–2000 случайных составляющих погрешностей аппроксимации $\nabla_n - \nabla_s(y)$ и неадекватности $\nabla_n - \nabla_s^*(y)$ модели (1) функции поправок даны в табл. 2 (где $\nabla_s^*(y) = \theta_0 + \theta_1 y + \theta_2 y^2$ – экстраполяционный функционал модели поправок с параметрами θ , для систематической составляющей параметра θ оценивают по данным, не входящим в блок; y'_n – исправленные показания термометра).

Таблица 2

Погрешности аппроксимации и неадекватности функции $\nabla_s(y)$ термометра

Номер блока	y_n	∇_n	$\nabla_n - \nabla_s(y)$	θ_0	θ_1	θ_2	$\nabla_n - \nabla_s^*(y)$	y'_n
1	–19,1	–0,71	$-2,4882233 \cdot 10^{-3}$	–0,2629765	0,02792757	$-3,825 \cdot 10^{-4}$	0,225932912	–19,808
	0,5	–0,13	0,0148682575				0,11910834	0,355
2	19,8	0,14	–0,0237591812	–0,13903	0,02341701	$-3,43 \cdot 10^{-4}$	–0,050157078	19,964
3	49,7	0,18	0,0189600743	–0,160354	0,02223196	$-3,222 \cdot 10^{-4}$	0,031902878	49,861
4	69,5	–0,17	$-7,5795225 \cdot 10^{-3}$	–0,1621649	0,0223265	$-3,122 \cdot 10^{-4}$	–0,0515228	69,338

Структурно-параметрическая идентификация модели характеристики рассеяния по программе «ММИ–поверка 2.1» согласно МИ 2916–2005, п. 4.4 показала, что наиболее правдоподобной является свёртка эквивалентного равномерного распределения погрешностей неадекватности модели (1) $[0,086955 \pm 0,163178]$ °С с эквивалентным равномерным распределением ненаблюдаемых составляющих – погрешностей эталона $[\pm\theta(\hat{x}_n)]$ и погрешностей неадекватности функции эквивалентного равномерного распределения $[\pm 0,049105]$. В итоге границам свёртки соответствует интервал $[-0,157496; +0,267070]$. Таким образом, при $P = 0,95$ результат измерения откалиброванным термометром (в градусах Цельсия) имеет вид

$$t(y) = [-0,1560998 + (1 + 2,262652 \cdot 10^{-2})y - 3,26870 \cdot 10^{-4}y^2]_{-0,158}^{+0,268}. \quad (2)$$

Таковую же вероятностную оценку характеристики рассеяния можно получить с использованием графического метода для неравноточных из-

мерений на основе смеси равномерных распределений МИ 2916–2005. Этот метод применяется для оценивания нижней границы достоверности найденного при поверке результата. А ведь при поверке этот термометр был бы забракован, поскольку предел допускаемых значений его погрешности $\Delta_p = 0,5$ °С.

Моментный подход. Методический аппарат калибровки СИ в рамках моментного подхода представлен не столько ГОСТ Р 8.736–2011, сколько многочисленными практическими примерами из ГОСТ Р 54500.3–2011, суть которого раскрывают его следующие пункты:

«0.4 ...идеальный метод оценивания и выражения неопределённости измерения должен предоставлять возможность указать такой интервал, ... который был бы действительно близок к доверительному интервалу с заданным уровнем доверия.

3.3.5 ...стандартную неопределённость типа А рассчитывают по плотности распределения, полученной из распределения частот, а стандартную неопределённость типа В – по предполагаемой плотности распределения, отражающей степень уверенности в появлении ... события [часто называемой субъективной вероятностью]. Оба подхода являются общепринятой интерпретацией ... вероятности.

4.1.1 В большинстве случаев измеряемую величину Y не измеряют непосредственно, а определяют через N других величин $X_1, \dots, X_N$ посредством функциональной зависимости $Y = F(X_1, \dots, X_N)$.

С.3.2 Надлежащей мерой неопределённости результата измерения является не дисперсия наблюдаемой величины, а дисперсия среднего арифметического по выборке наблюдений. Необходимо чётко различать дисперсию случайной величины z и дисперсию её среднего арифметического значения $\bar{z}$ ».

Добавим аналог формулы (2) из ГОСТ Р 8.736–2011 (и ГОСТ 8.207–76): «5.1.2 Суммарная стандартная неопределённость $u_c(y)$ пред-

ставляет собой положительный квадратный корень из суммарной дисперсии, получаемой по формуле

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i), \quad (10)$$

где $u(x_i)$ – стандартная неопределённость величины x_i , оценённая по типу А или В.

Суммарная стандартная неопределённость $u_c(y)$ представляет собой оценку стандартного отклонения измеряемой величины Y и характеризует разброс значений, которые с достаточным основанием могут быть приписаны этой величине (согласно ГОСТ Р 54500.3–2011, п. С.3.2 этой «измеряемой» величиной является среднее арифметическое). Формула (10) ... основана на аппроксимации функциональной зависимости $F(X_1, X_2 \dots)$ рядом Тейлора первого порядка и в терминах *настоящего Руководства* представляет собой *закон трансформирования неопределённостей*.

Вместе с тем, утверждение Рабочей группы по развитию калибровочной деятельности о необходимости «значительного переходного периода для наработки методического аппарата и обучения специалистов» требует уточнения. *Во-первых*, уже очевидно, что «проблему пересчёта погрешности в неопределённость» простым «делением на корень из трёх» решить нельзя [11]. *Во-вторых*, примеры из ГОСТ Р 54500.3–2011, Приложение Н, не столько проясняют методику решения задач калибровки, сколько вызывают еще больше вопросов.

В ГОСТ Р 54500.3–2011, Пример Н.1 дана математическая модель длины калибруемой концевой меры длины в виде частного, которая заменена разложением в ряд, сначала с учётом членов только первого порядка, а затем – и второго, так как модель считается «существенно нелинейной». Однако проблема не в «существенной нелинейности» модели, а в используемом распределении Гаусса «на уровне три сигма», его вид инвариантен относительно линейных преобразований. Частное же гаус-

совых величин даёт распределение Коши, для которого дисперсия не существует. Да и протокол измерений отсутствует, а интервальный анализ показал завышение точности приведённой оценки примерно в пять раз. Задача может быть решена строго методом функциональных определителей Якоби, а переход к равномерным распределениям с учётом погрешности неадекватности приводит к простому решению. Модель в виде частного есть и в задаче определения модуля полного импеданса цепи переменного тока (ГОСТ Р 54500.3–2011, Пример Н.2). Анализ протокола измерений показал большее правдоподобие распределения Коши и завышение точности оценки в 4 раза.

В ГОСТ Р 54500.3–2011, Пример Н.3 рассмотрена калибровка термометра. Этот пример «иллюстрирует применение метода наименьших квадратов для построения линейной градуировочной характеристики и показывает, как полученные при подгонке параметры, свободный член и угловой коэффициент линейной зависимости вместе с оценками их дисперсий и ковариации могут быть использованы для определения по градуировочной характеристике значений поправки и ее стандартной неопределенности». Но оценки параметров математической модели градуировочной характеристики представляют функциональные преобразования измеряемых величин тоже в виде частного. К тому же линейная модель градуировочной характеристики оказалась не точнее квадратичной модели, а проверка качества полученного результата – невозможной, так как данных совместных измерений в контрольной точке 30 °С нет. Там же отмечено, что разности между расчётными и измеренными значениями поправки «можно использовать для проверки обоснованности выбора линейной модели в качестве градуировочной характеристики посредством известных процедур проверки гипотез (см. [8]¹)», но они здесь не

¹ [8] – Fuller W.A. Measurement error models. New York: John Wiley, 1987 (Нумерация по ГОСТ Р 54500.3–2011).

рассматриваются. Математическая модель в виде частного фигурирует и в Примере Н.4 того же стандарта.

Калибровка эталона напряжения на диоде Зенера стабильным источником опорного напряжения по разности потенциалов рассмотрена в ГОСТ Р 54500.3–2011, Пример Н.5, но вместо протоколов измерений даны средние арифметические значения разностей, по которым невозможно восстановить эти данные и проверить правильность решений. В Примере Н.6 рассматриваемого стандарта определяется твёрдость образца по шкале Роквелла, хотя твёрдость является порядковой величиной, а для неё не применимы алгебраические операции и не имеют смысла разности и отношения порядковых величин.

В примерах калибровки GUM выходной величиной в итоге является поправка как разность показаний СИ и эталона, т. е. фактически в задачах калибровки GUM фигурирует не неопределённость, а погрешность, распределение которой зеркально симметрично распределению поправок.

В-третьих, в ГОСТ Р 54500.3–2011 отмечено следующее.

«4.2.5 Часто для получения оценки x_i входной величины X_i используют функциональную зависимость, полученную по экспериментальным данным методом наименьших квадратов. Выборочные оценки дисперсий и стандартных отклонений параметров функциональной зависимости, а также значений, прогнозируемых по данной функциональной зависимости, обычно (? – авт.) могут быть легко вычислены с помощью хорошо известных статистических процедур (см. Н.3 и [8]).

G.1.4 Если известны распределения вероятностей входных величин $X_1, X_2, \dots, X_N$, [их математические ожидания, дисперсии, а также если эти величины не являются нормальными, моменты высших порядков], от которых зависит измеряемая величина Y , и если Y является линейной функцией входных величин, $c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_NX_N$, то распределение вероятностей Y может быть получено свёрткой распределений вероятно-

стей входных величин (см. [10]¹). Таким образом, значения k_p , образующие интервалы с заданным уровнем доверия P , могут быть рассчитаны по этой свертке.

G.1.5 Если функциональная зависимость между Y и входными величинами нелинейна, и ограничение членами первого порядка разложения в ряд Тейлора этой зависимости не может рассматриваться в качестве допустимого приближения, то распределение вероятностей не является свёрткой распределений входных величин. В таких случаях необходимо использовать другие аналитические или численные методы расчёта.

G.1.6 На практике процедура свёртки при расчёте интервалов с заданными уровнями доверия не используется или используется крайне редко по следующим причинам: параметры распределения входной величины обычно не известны точно, а являются лишь оценками; трудно ожидать, что уровень доверия для данного интервала может быть известен с высокой точностью; реализация этой процедуры сложна с математической точки зрения. Вместо этого применяют приближения, основанные на центральной предельной теореме».

Однако «лёгкость» вычислений «с помощью хорошо известных статистических процедур» упирается в статистическую проверку гипотез о виде распределения, что в GUM заменено формальной ссылкой на центральную предельную теорему. Под другими же аналитическими методами в первую очередь следует подразумевать метод функциональных определителей Якоби. Но использование при калибровке эталонов снимает вопросы о неизвестности распределений входных величин, а контурное оценивание – вопросы о сложности построения свёртки. В GUM также отсутствует и количественное определение дефиниционной неопределённости измерения, что делает «неопределённость измерения»

¹ [10] – Dietrich C.F. Uncertainty, calibration and probability, 2nd ed. Bristol: Adam-Hilger, 1991 (Нумерация по ГОСТ Р 54500.3–2011).

такой же непознаваемой величиной, какой в GUM полагают «погрешность». Учитывая ГОСТ Р 54500.3–2011, п. 2.2.4, повторим решение рассмотренной выше задачи только для одной гипотезы, гипотезы «нормальности». При этом дефиниционную неопределённость для этой гипотезы как составляющую искомого результата заменим эквивалентным равномерным распределением погрешности неадекватности, а погрешности неадекватности функции поправок принимать во внимание не будем.

Структурно-параметрическая идентификация модели характеристики рассеяния по программе «ММИ–поверка 2.1» согласно МИ 2916–2005, п.4.4 показала, что в этом случае для функции поправок наиболее правдоподобной является свёртка эквивалентного равномерного распределения погрешностей аппроксимации модели (1) $[0,0000002 \pm 0,0229380]$ °C с эквивалентным равномерным распределением погрешностей эталона $[\pm 0,025]$ °C и погрешностей неадекватности функции эквивалентного распределения Гаусса $[\pm 0,0108145]$ °C. При этом границам свертки соответствует интервал $[-0,070119; +0,065589]$ °C. В итоге ориентировка цели калибровки согласно GUM на «дисперсию среднего арифметического» уменьшила интервал свёртки в 3,12 раза.

Заключение. Для калибровки СИ центральная идея «Руководства по выражению неопределённости измерения» имеет следующий вид.

«В идеале хотелось бы иметь возможность для искомой в измерительной задаче величины Y как функции измеряемых входных величин $X_1, X_2, \dots, X_N$ указать такой интервал, который был бы действительно близок к доверительному интервалу с заданным уровнем доверия. Однако это невозможно осуществить на практике, поскольку необходимо знать распределение вероятностей. Хотя параметры положения и рассеяния обладают большой значимостью, их недостаточно для установления вида распределения вероятностей и, тем более, интервалов с заданными уровнями доверия». Возможным это становится только тогда, когда известны

распределения вероятностей входных величин $X_1, X_2, \dots, X_N$. Если Y является линейной функцией этих входных величин: $c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_NX_N$, то распределение вероятностей Y может быть получено свёрткой распределений вероятностей входных величин. И интервалы с заданным уровнем доверия P могут быть рассчитаны по этой свёртке.

В ГОСТ Р 54500.3–2011 упоминается свёртка: «4.3.9...Трапецеидальное распределение можно рассматривать как свёртку двух прямоугольных распределений... 4.3.7 ...в ряде случаев можно оценить только границы (верхний и нижний пределы) для X_i , в частности, утверждать, что «для всех практических целей вероятность нахождения значения X_i в интервале от a^- до a^+ близка к единице, а вне пределов этого интервала – несущественна». Если дополнительная информация о возможных значениях X_i внутри указанного интервала отсутствует, то остается предположить, что вероятность для X_i принять любое значение в пределах интервала одинакова (что соответствует равномерному или прямоугольному распределению вероятностей). Если составляющая неопределенности, полученная таким образом, дает значительный вклад в неопределенность результата измерения, то целесообразно рассмотреть возможность получения дополнительной информации для уточнения вида распределения». Но такая возможность называется статистической проверкой альтернативных непараметрических гипотез, чего нет даже в проекте ревизии GUM.

И еще одно обстоятельство, не позволяющее выйти из сложившегося круга представлений о концепции неопределённости без «безопасных оценок»: в математической статистике термин «уровень доверия» – нижняя граница доверительной вероятности $P(\theta)$ для интервальной оценки параметра распределения в случае её зависимости от значения параметра θ , т. е. «из расчёта на худший случай».

Таким образом, калибровка СИ посредством ориентировки цели измерительной задачи на среднее арифметическое создаёт иллюзию вы-

сокой точности, а замена уровня доверия математической статистики уровнем доверия GUM ставит под сомнение основной метрологический инструмент Федерального закона «Об обеспечении единства измерений».

Литература

1. **Левин С. Ф.** ГОСТ Р 8.731–2010: достоверность поверки! Добровольная ли? // Главный метролог. 2016. № 5. С. 8–24.
2. **Международный** словарь по метрологии: основные и общие понятия и соответствующие термины (VIM-3) / Под ред. ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, БелГИМ. Изд. 2-е испр. СПб.: Профессионал, 2010.
3. **Левин С. Ф.** Неопределённость в узком и широком смыслах результатов поверки средств измерений // Измерительная техника. 2007. № 9. С. 15–19.
4. **Блинов А. П., Левин С. Ф., Антипов А. П., Колышков А. А., Сапьяник И. В.** Коррекция межповерочных интервалов в процессе эксплуатации образцовых средств измерений // Измерительная техника. 1990. № 4. С. 8–10.
5. **Селиванов М. Н., Фридман А. Э., Кудряшова Ж. Ф.** Качество измерений. Л.: Лениздат, 1987.
6. **Новицкий П. В., Зограф И. А.** Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985.
7. **Levy P.** Calcul des probabilités. Paris: Gauthier-Villars, 1925.
8. **Кузнецов В. А., Ялунина Г. В.** Метрология (теоретические, прикладные и законодательные основы): Учеб. пособие. М.: ИПК «Издательство стандартов», 1998.
9. **Левин С. Ф.** Схема приведения в методе косвенного измерения // Измерительная техника. 2004. № 3. С. 5–9.
10. **Левин С. Ф.** Измерительная задача идентификации функции погрешности // Законодательная и прикладная метрология. 2016. № 4. С. 27–33.

11. **Левин С. Ф.** Можно ли «точно» пересчитать погрешность в неопределённость? // Законодательная и прикладная метрология. 2017. № 3. С. 18–25.

Дата принятия: 11.01.2018.