530.12+53.081

# Вариации постоянной тонкой структуры и многомерная гравитация

К. А. БРОННИКОВ, С. А. КОНОНОГОВ, В. Н. МЕЛЬНИКОВ

*Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы, Москва, Россия, e-mail: kb20@yandex.ru*

*Дан краткий обзор теоретических моделей, объясняющих вариации постоянной тонкой структуры $\alpha$ в пространстве и времени. Изложен метод построения моделей, в которых вариации $\alpha$ и других фундаментальных физических констант, включая постоянную тяготения G, следует из динамики дополнительных измерений пространства-времени в рамках многомерной теории гравитации, нелинейной по кривизне. Построен явный пример модели, объясняющей наблюдаемые пространственные и временные вариации $\alpha$.*

***Ключевые слова***: *фундаментальные физические константы, пространственные вариации, космология, многомерная гравитация.*

*A short survey of theoretical models explaining the variability of fine structure constant $\alpha$ in space and time is presented. A model construction method where variations of $\alpha$ and of other FPCs (including the gravitational constant G) follow from the dynamics of extra space-time measurements within the framework of curvature-nonlinear multidimensional theory of gravitation. An explicit example of the model explaining the observable $\alpha$ space and time variations has been created.*

***Key words:*** *fundamental physical constants, space variations, cosmology, multidimensional gravitation.*

Проблема вариаций фундаментальных физических констант (ФФК) стала в настоящее время актуальной в свете теоретических работ как по объединению фундаментальных физических взаимодействий, так и по переопределению основных единиц СИ на основе фиксации ряда этих констант [1—3]. Возможные вариации некоторых ФФК (прежде всего, гравитационной постоянной $G$, скорости света $c$, постоянной Планка $h$, фундаментального заряда $e$, постоянной тонкой структуры $\alpha$, масс основных стабильных частиц — протона ($m_p$) и электрона ($m_e$) и их отношения ($\mu = m_p/m_e$) в космологических масштабах времени и расстояний обсуждаются начиная с 30-х годов XX в., с работ Эддингтона и Дирака. Однако эксперименты и наблюдения пока не выявили вариации каких-либо ФФК, за одним исключением: анализ спектров поглощения удаленных квазаров привел к выводу о временных и пространственных вариациях $\alpha$ [4, 5]. Появились и теоретические работы, объясняющие такие вариации, где вводятся скалярные поля с потенциалами, задаваемыми произвольно (вручную). Более естественным представляется получение подобных моделей при исследовании динамики дополнительных измерений пространства-времени. Это единый подход к вариациям различных ФФК, объясняющий происхождение соответствующих полей и потенциалов. Модели строятся с использованием приближения медленных изменений по сравнению с планковским масштабом в рамках многомерной теории гравитации, нелинейной по кривизне пространства-времени. Ниже приведем явный пример модели этого типа, описывающей наблюдаемые пространственные и временные вариации $\alpha$.

**Данные наблюдений по вариациям $\alpha$.** Как известно, до настоящего времени более или менее уверенно выявлены вариации лишь одной ФФК, а именно — постоянной тонкой структуры $\alpha$. Проведенный в последнее десятилетие анализ спектров поглощения различных ионов в удаленных квазарах привел к выводу о временных вариациях $\alpha$, и, по данным наблюдений (прежде всего, полученным от телескопа Keck на Гавайях), ее значение было в прошлом немного меньше, чем в современную эпоху: относительное изменение $\delta\alpha/\alpha$ составляет порядка $10^{-5}$ [4]. В 2010 году были проанализированы новые данные, полученные от телескопа VLT (Very Large Telescope), расположенного в Южном полушарии (Чили), и их сравнение с данными [4] привело к выводу о зависимости значений $\alpha$ в далеком прошлом от направления наблюдений. По наблюдениям в южной части небесной сферы с помощью телескопа VLT получили значения параметра $\alpha$ в прошлом, несколько превышающие современные. Выявленная анизотропия носит дипольный характер [5] и была названа «австралийским диполем», ось которого расположена в направлении склонения (–61 ± 9)° и прямого восхождения (17,3 ± 0,6) ч. Отклонения значений $\alpha$ в произвольной точке пространства $r$ от ее современного значения $\alpha_0$, измеренного на Земле, описывается формулой

$$\delta\alpha/\alpha_0 = (1{,}10 \pm 0{,}25) \cdot 10^{-6}\, r \cos\psi. \qquad (1)$$

Здесь $\psi$ — угол между направлением измерения и осью диполя; расстояния $r$ измеряются в миллиардах световых лет. Достоверность этого вывода оценивается как 4,1 $\sigma$, где $\sigma$ — стандартное отклонение.

Наиболее жесткие лабораторные ограничения по вариациям $\alpha$ получены при прямом сравнении хода атомных часов на оптических переходах в ионах алюминия и ртути: $(d\alpha/dt)/\alpha = (-1{,}6 \pm 2{,}3) \cdot 10^{-17}$ в год [6] независимо от предположений о постоянстве или вариациях других констант. Ограничения того же порядка величины получены ранее из анализа изотопного состава продуктов реакций в естественном ядерном реакторе, действовавшем в области Окло (Габон) около 2 млрд лет назад в течение 200 — 300 тыс. лет.

В отличие от лабораторных измерений результаты по Окло [7] и, в частности, весьма жесткое ограничение [8]:

$$d(\ln \alpha)/dt = (-0{,}4 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-17} \text{ в год}$$

опираются на предположение о том, что в течение 2 млрд лет значение $\alpha$, если менялось, то равномерно. Это предположение, хотя и довольно естественное, в общем ниоткуда не следует.

Итак, на Земле, по крайней мере за последние 2 млрд лет, параметр $\alpha$ не изменяется быстрее, чем примерно на $10^{-17}$ в год; если же исходя из данных по удаленным квазарам взять среднюю величину $d(\ln \alpha)/dt$ примерно за 10 млрд лет, то получается темп изменений порядка $10^{-15}$ в год [9]. Отсюда следует вывод, что в эпоху ранее (возможно, существенно ранее) 2 млрд лет назад постоянная $\alpha$ менялась относительно быстро, после чего меняться перестала или почти перестала. Это и должны объяснять теоретические модели; согласно последним наблюдениям [5, 10] необходимо также объяснить пространственные вариации $\alpha$. Нельзя исключить и такую возможность, что ее вариации носят только пространственный характер. Находясь в фиксированной точке в фиксированный момент времени, мы принимаем сигналы из удаленных областей Вселенной, испущенные в более ранние космологические эпохи, и это приводит к невозможности разделения пространственной и временной зависимости параметров.

Приведем результаты некоторых исследований, опубликованных в 2011 — 2012 гг. В [11] проанализирована большая выборка спектров поглощения квазаров, зарегистрированных спектрографом UVES (Ultraviolet and visual echelle spectrograph — эшелонный спектрограф УФ- и видимого диапазонов), работающего совместно с телескопом VLT в Чили. Относительная вариация $\Delta\alpha/\alpha$ оценивалась с применением многомультиплетного метода на материале 154 спектров поглощения, полученных на VLT, и сравнивалась с результатами анализа 141 спектра, полученного ранее в обсерватории Keck на Гавайях. В целом была подтверждена и даже несколько уточнена формула (1). С использованием статистического анализа установлено, что дипольный эффект не вызван свойствами какой-либо небольшой части поглотителей или спектров, а также не выявлено каких-либо источников систематических погрешностей.

В [12] выполнен байесовский вероятностный анализ данных по спектрам квазаров, свидетельствующих о пространственных вариациях $\alpha$, и сделан скептический вывод, что «австралийский диполь» может объясняться пока не известными систематическими погрешностями данных от телескопов Keck и VLT. Подчеркивается недостаточно большая область перекрытия между полями зрения двух телескопов, позволяющая сопоставить их данные и исключить систематические погрешности, и необходимость новых наблюдений как в «полярных» областях по отношению к «австралийскому диполю», так и в его «экваториальной» полосе.

Рядом авторов установлены новые ограничения на вариации ФФК, частично затрагивающие и поведение $\alpha$. Так, в [13] на основе анализа спектров поглощения молекулярного водорода, полученных на VLT/UVES, найдено новое ограничение на изменение отношения масс протона и электрона $\mu = m_p / m_e$ в области красных смещений $z > 2$ (до $z = 2{,}811$), а именно:

$$\Delta\mu/\mu = (0{,}3 \pm 3{,}2_{\text{стат}} \pm 1{,}9_{\text{сист}}) \cdot 10^{-6},$$

где второй и третий члены в скобках характеризуют, соответственно, статистические и систематические неопределенности. Эти ограничения имеют тот же порядок величины, что и декларируемые вариации $\alpha$.

В [14] проведен анализ данных радиотелескопа GBT (Green Bank Telescope) по спектроскопии линий поглощения водорода (21 см) и гидроксила (18 см) с красным смещением $z = 0{,}765$ в направлении объекта PMNJ0134—0931. Структура указанных линий чувствительна к изменениям $\alpha$, $\mu$ и гиромагнитного отношения протона $g_p$. Получено ограничение $\Delta F/F = [-5{,}2 \pm 4{,}3] \cdot 10^{-6}$, где $F = g_p [\mu\alpha^2]^{1,57}$. Дополнительные соображения о вариациях $\mu$ и $g_p$ приводят к ограничению на вариации $\alpha$ вида $\Delta\alpha/\alpha = (-1{,}7 \pm 1{,}4) \cdot 10^{-6}$ за 6,7 млрд лет. Это ограничение относится лишь к определенному направлению на небесной сфере и не противоречит сведениям о пространственных вариациях $\alpha$.

Более точная информация с использованием данных, относящихся к различным диапазонам электромагнитных волн, представлена в [15], где исследованы оптические спектры высокого разрешения, полученные на VLT/UVES, и системы линий поглощения диапазона 21 см, зарегестрированные GMRT (Giant Metrewave Radio Telescope) и GBT, от излучения пяти квазаров, вдоль лучей зрения которых находятся поглотители излучения 21 см в области красных смещений $1{,}17 < z < 1{,}56$. Получены следующие ограничения:

$\Delta x/x = -(0{,}1 \pm 1{,}3) \cdot 10^{-6}$, где $x \equiv g_p\alpha^2/\mu$, при среднем красном смещении $< z > = 1{,}36$, что соответствует времени 9 млрд лет назад; при этом, если остальные константы неизменны, то $\Delta\alpha/\alpha = \pm 0{,}8 \cdot 10^{-6}$, а если неизменны $\alpha$ и $g_p$, то $\Delta\mu/\mu = \pm 1{,}5 \cdot 10^{-6}$. Это лучшее на сегодняшний день ограничение в данной области значений $z$;

с учетом независимой информации о поведении $\alpha$ и $\mu$ ограничение на вариации $g_p$: $\Delta g_p / g_p \le 3{,}5 \cdot 10^{-6}$ (1σ).

Наконец, в [16] выполнено сравнение направлений «австралийского диполя» и анизотропии темной энергии по наблюдениям сверхновых типа Ia (установленной на уровне 2σ в выборке Union2). Как выяснилось, два диполя отличаются по направлениям осей на (11,3 ± 11,8)°. Вероятность случайного совпадения ориентаций с такой точностью оценена как $10^{-6}$.

Итак, в целом подтверждается эффект пространственных вариаций $\alpha$ в виде «австралийского диполя». Данные, полученные в различных диапазонах электромагнитных волн, этому выводу не противоречат. Весьма интересна и требует объяснения обнаруженная в [16] корреляция между вариациями $\alpha$ и дипольной анизотропией распределения темной энергии. Сколько-нибудь убедительные сведения о вариациях других ФФК отсутствуют, имеются лишь ограничения, обусловленные данными наблюдений. В частности, для вариаций ньютоновской постоянной тяготения $G$ одно из наиболее жестких ограничений следует из анализа результатов лазерной локации Луны [17]:

$$(dG/dt)/G = (2 \pm 7) \cdot 10^{-13} \text{ в год.} \tag{2}$$

Ограничения на вариации $G$ в течение всей истории Вселенной вытекают из соображений, связанных с темпом эволюции звезд и результатами первичного нуклеосинтеза: заметные отклонения $G$ от современного значения сильно изменили бы наблюдаемую картину Вселенной [18].

**Некоторые теоретические модели с вариациями ФФК.** В моделях, обсуждавшихся до 2011 года, рассматривалась лишь временная зависимость $\alpha$ и других ФФК (см., например, библиографию [18]), так как первые наблюдательные данные о пространственных вариациях $\alpha$ появились лишь в середине 2010 г. Эти данные учитываются в новых теоретических построениях [16, 19—22].

В [19] высказано предположение о существовании доменной стенки, пересекающей наблюдаемый хаббловский объем. Введено скалярное поле, вакуумные ожидания которого различны по разные стороны от стенки, а его взаимодействие с электромагнитным полем приводит к вариациям параметра $\alpha$. В результате он принимает два значения: одно, $\alpha_+$ в области, включающей нашу Галактику, и другое, $\alpha_- < \alpha_+$ за стенкой, т. е. для наземного наблюдателя — при достаточно больших красных смещениях $z$ в направлении стенки. Данная теория не предсказывает временных вариаций ФФК после фазового перехода. «Австралийский диполь» получает объяснение при определенном выборе параметров теории, при условии, что $\alpha = \alpha_+$ в области наблюдателя. Стенка космологически устойчива и не вносит заметного вклада в полную плотность материи во Вселенной.

В [20] эта модель получила дальнейшее развитие. Показано, что модель с двумя доменными стенками лучше согласуется с результатами наблюдений. Потенциал скалярного поля имеет три минимума, соответствующие трем вакуумным состояниям. Эволюция модели описывается как последовательные фазовые переходы: при высоких температурах состояние поля симметричное; с понижением температуры вначале образуется космическая струна (с достаточно малым натяжением, чтобы не вызвать заметных космологических последствий), затем пространство вокруг нее делится на области с тремя различными вакуумными состояниями.

В [21] построена модель с доменной стенкой, где потенциал скалярного поля не имеет минимума, т. е. стенка носит «убегающий» характер. В результате возникают не только пространственные, но и сравнимые по величине временные вариации $\alpha$. Помимо «австралийского диполя» данная модель предсказывает нарушение слабого принципа эквивалентности, подлежащее экспериментальной проверке.

В [22] наблюдаемые вариации $\alpha$ объясняются в рамках обобщенной теории БСБМ (Бекенштейна—Сандвика—Бэрроу—Магейжу). Эти вариации во времени и пространстве связаны с вариациями некоторого скалярного поля $\psi$. Отличие данной модели от моделей, описанных в [19—21], состоит в плавности вариаций $\alpha$, следовательно, выбор между этими моделями можно будет легко осуществить с появлением более точных и достоверных данных наблюдений о поведении $\alpha$ в различных областях пространства-времени.

Как уже упоминалось, в [16] обнаружена корреляция между пространственным распределением значений $\alpha$ и дипольной анизотропией темной энергии. Там же предложена теоретическая модель, названная обобщенной топологической квинтэссенцией, которая предсказывает неоднородности распределения как плотности темной энергии, так и значений $\alpha$. Модель предполагает существование гигантского глобального монополя с характерными размерами хаббловского порядка, неминимально взаимодействующего с электромагнитным полем. Взаимосвязанные распределения различных параметров с дипольной анизотропией возникают с точки зрения любого наблюдателя, расположенного вне центра монополя. При соответствующих предельных значениях параметров предлагаемая модель стремится к стандартной ($\Lambda$CDM).

**Многомерная космологическая модель с ускорением и вариацией постоянной тонкой структуры.** В отличие от вариаций $\alpha$ вариации гравитационной постоянной $G$ пока не обнаружены. Однако, так как вариации $G$ следуют из весьма фундаментальных представлений, связанных с объединением физических взаимодействий, представляет большой интерес построение моделей, объединяющих вариации обеих «постоянных» $\alpha$ и $G$ и, возможно, других ФФК, в единой схеме. По мнению авторов, один из перспективных путей такого объединения состоит в получении четырехмерных моделей, подобных описанным выше, из многомерных теорий, в частности, из многомерной гравитации с лагранжианом, нелинейным по кривизне (см., например, [23, 24]). Этот вариант теории дает возможность получить из многомерной метрики четырехмерные скалярные поля с различными эффективными потенциалами, в частности, такими, которые порождают доменные стенки типа описанных в [19—21]. В данных моделях объяснение вариаций $\alpha$ может, в основном, следовать идеям, высказанным в цитированных выше работах, а для $G$ и, возможно, других ФФК — из вариаций (как пространственной, так и временной) размеров дополнительных фактор-пространств.

Рассмотрим $D$-мерное многообразие с метрикой

$$ds_D^2 = g_{ab}(x)dx^a dx_b + \sum_{i=1}^{n} e^{2\beta_i(x)} g^{(i)}. \tag{3}$$

Здесь $(x)$ означает зависимость от первых четырех координат $x^a$, соответствующих наблюдаемому пространству-времени; компоненты метрик $g^{(i)}$ дополнительных $d_i$-мерных фактор-пространств не зависят от $x^a$. Предполагаем, что $g^{(i)}$ описывают компактные $d_i$-мерные пространства ненулевой постоянной кривизны, т. е. сферы ($k_i = 1$) или компактные гиперболические пространства ($k_i = -1$) с фиксированным радиусом кривизны $r_0$, нормированным на $D$-мерный аналог $m_D$ планковской массы: $r_0 = m_D^{-1}$ (скорость света и постоянную Планка полагаем равными единице). В описанной геометрии рассматривается достаточно общая нелинейная по кривизне теория гравитации с действием

$$S = \frac{1}{2} m_D^{D-2} \int \sqrt{{}^D g}\, d^D x\, [F(R) + c_1 R_{AB}R^{AB} + c_2 K + L_m], \tag{4}$$

где ${}^D g = |\det g_{MN}|$; $F(R)$ — произвольная функция скалярной кривизны $R$; $c_1$, $c_2$ — константы; $R_{AB}$ — тензор Риччи; $K$ — скаляр Кречмана; $L_m$ — лагранжиан материи; заглавные латинские индексы «пробегают» все $D$ координат.

Выражение (4) описывает нелинейную по кривизне многомерную теорию, в которой исследование уравнений поля весьма затруднительно. Положив для удобства $m_D = 1$, упростим ее следующим образом:

предположим, что все величины меняются медленно, т. е. будем рассматривать каждую производную $\partial_a$ (включая производные, входящие в определение тензора кривизны) как выражения, содержащие малый параметр $\varepsilon$ и отбросим все величины порядков выше $O(\varepsilon^2)$;

выразим все через четырехмерные величины и $\beta_i(x)$, в частности,

$$R = \phi + R_4[g] + f_1,\ f_1 := 2\nabla^2\sigma + (\partial\sigma)^2 + \sum_i d_i(\partial\beta_i)^2, \qquad (5)$$

где $R_4[g]$ — четырехмерная кривизна, и введем эффективные скалярные поля

$$\phi_i := K_i m_D^2 (d_i - 1) e^{-2\beta_i}, \quad \phi := \sum_i d_i \phi_i;$$

$$\sigma := \sum_i d_i \beta_i,\ (\partial\sigma)^2 \equiv \sigma_{,a}\sigma^{,a}.$$

Аналогичные обозначения используем для других переменных. В результате возникает четырехмерная (мульти)скалярно-тензорная теория гравитации в картине Йордана, где каждому дополнительному фактор-пространству соответствует одно скалярное поле. Заметим, что в разложении (5) все величины, кроме скалярного поля, малы по сравнению с $D$-мерной планковской шкалой;

осуществим конформное отображение, приводящее к картине Эйнштейна, в которой четырехмерная кривизна минимально связана со скалярными полями, что существенно облегчает исследование их динамики.

После довольно длинного вычисления получим действие в картине Эйнштейна в четырех измерениях

$$S \approx \int \sqrt{g}\, d^4x \left[R + K_E - 2V_E(\phi_i)\right] \qquad (6)$$

с кинетическим и потенциальным членами соответственно

$$K_E = \frac{1}{2}\left(\partial\sigma + \frac{F''}{F'}\partial\phi\right)^2 + \left(\frac{F''}{F'}\right)^2(\partial\phi)^2 +$$

$$+ \sum_i d_i \left[1 + \frac{4}{F'}(c_1 + c_2)\phi_i\right](\partial\beta_i)^2;$$

$$-2V_E = e^{-\sigma}|F'|^{-2}\left[F(\phi) + \sum_i d_i \phi_i^2 \left(c_1 + \frac{2c_2}{d_i - 1}\right)\right],$$

где $F = F(\phi)$, $F' = dF/d\phi$, $F'' = d^2F/d\phi^2$.

В зависимости от выбора $F(R)$, параметров $c_1$, $c_2$, а также от вида материи, данная теория может приводить к весьма разнообразным космологическим моделям. Будем рассматривать модели, описывающие современную Вселенную, начиная, например, с красного смещения $z = 10$, и допускающие вариации постоянной тонкой структуры $\alpha$. Идея состоит в том, чтобы найти условия, при которых скалярные поля находятся в режиме медленного скатывания, обеспечивающем их плавное изменение во времени и (или) пространстве, что приводит к медленному изменению ФФК. В отличие от [19, 20, 23] и некоторых других здесь не будем предполагать, что скалярные поля находятся в минимуме потенциала, но потребуем, чтобы их эволюция в космологических масштабах была достаточно медленной.

Рассмотрим простейшую модель с одним дополнительным фактор-пространством с метрикой вида

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu dx^\nu + e^{2\beta(x)} b_{ab} dx^a dx^b,$$

а в качестве материи — электромагнитное поле с лагранжианом

$$L_m = \alpha_1^{-1} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},$$

где $\alpha_1$ — некоторый постоянный параметр.

В картине Эйнштейна в четырех измерениях лагранжиан приобретает вид

$$L_{mE} = \alpha_1^{-1} e^{d_1\beta} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},$$

следовательно, для эффективной постоянной тонкой структуры $\alpha$ имеем

$$\alpha/\alpha_0 = \exp[d_1(\beta_0 - \beta)],$$

где $\alpha_0$, $\beta_0$ — значения указанных величин в фиксированной точке пространства-времени, например, место и время наблюдения.

Попытаемся описать современное состояние Вселенной асимптотическим видом решения с малым полем $\phi$ в виде пространственно-плоской изотропной модели с четырехмерной метрикой в картине Эйнштейна

$$ds_E^2 = dt^2 - a^2(t)d\mathbf{x}^2, \qquad (7)$$

где $a(t)$ — масштабный фактор.

Функцию $F(R)$ возьмем в виде $F(R) = -2\Lambda + R^2$, $\Lambda$ — исходная космологическая постоянная. Для кинетического и потенциального членов в лагранжиане (6) в первом приближении по $\phi$ получаем

$$K_E \approx K_0(\partial\phi)^2/(2\phi^2),\ K_0 = \left[d_1^2/2 - d_1 + 6 + 2(c_1 + c_2)\right]/2;$$

$$V_E \approx V_0\, e^{-2\bar{d}\beta},\ V_0 = \Lambda\Big/\left[4d_1^2(d_1 - 1)^2\right],\ 2\bar{d} = d_1 - 4.$$

Легко заметить, что модель может работать только при $d_1 > 4$. Пренебрегая вкладом электромагнитного поля (т. е. ограничиваясь вакуумными моделями), можно записывать независимые компоненты уравнений Эйнштейна и скалярного поля с неизвестными $a(t)$, $\beta(t)$ в виде

$$3\frac{a'^2}{a^2} = K_0\beta'^2 + V_0\, e^{-2\bar{d}\beta},\ \beta'' + 3\frac{a'}{a}\beta' = \frac{V_0\bar{d}}{K_0}e^{-2\bar{d}\beta}, \qquad (8)$$

где штрих означает $d/dt$.

Будем решать эти уравнения в приближении медленного скатывания, которое должно действовать на достаточно поздних этапах эволюции, т. е. полагая $K_0\beta'^2 \ll V_0\, e^{-2\bar{d}\beta}$, $\beta'' \ll 3\frac{a'}{a}\beta'$ и отбрасывая соответствующие члены в уравнениях (8). Получаем

$$a = a_1(t + t_1)^p;\ a_1 = \text{const};\ p = \frac{d_1^2 - 2d_1 + 12 + 4(c_1 + c_2)}{(d_1 - 4)^2};$$

$$b(t) \equiv e^\beta = b_0\left(\frac{t + t_1}{t^*}\right)^{1/\bar{d}};\ b_0 = \left(\frac{1}{H_0}\sqrt{\frac{V_0}{3}}\right)^{1/\bar{d}}. \qquad (9)$$

Здесь $t_1$ — константа интегрирования; $t^* = t_0 + t_1$; $t_0$ — время в настоящий момент; $H_0$ — постоянная Хаббла. Условия медленного скатывания выполняются при $p \gg 1$. Очевидно, «внутренний» масштабный фактор $b(t)$ растет значительно медленнее, чем $a(t)$.

Предположив, что наблюдаемая картина совпадает с картиной Эйнштейна, сделаем некоторые оценки. Величина, обратная современному значению параметра Хаббла (хаббловское время), оценивается как

$$t_H = 1/H_0 \approx 4{,}4 \cdot 10^{17}\ \text{c} \approx 8 \cdot 10^{60} t_P,$$

где $t_P$ — планковское время; здесь и далее индексом «0», как обычно в космологии, обозначаются величины, относящиеся к настоящему моменту. Из (9) следует, что $H_0 = p/(t_0 + t_1) = p/t^*$, и ясно, что $t^* \gg t_H$.

В силу условия $p \gg 1$ модель удовлетворяет ограничениям в соответствии с данными наблюдений на коэффициент $w$ в уравнении состояния $p = w\rho$ темной энергии, обеспечивающей ускоренное расширение Вселенной: при $w = \text{const}$ имеем $a \approx t^{2/(3+3w)}$, следовательно, $w = -1 + 2/(3p)$ — величина, близкая к –1. Далее можно оценить исходный параметр $\Lambda$, если знать современный размер дополнительного фактор-пространства $b_0$: в планковских единицах

$$\Lambda = 12 H_0^2 d_1^2 (d_1 - 1)_2\, b_0^{d_1 - 4} \approx \frac{3}{16} d_1^2 (d_1 - 1)_2\, b_0^{d_1 - 4} \cdot 10^{-120}. \quad (10)$$

Как известно, величина $b_0$ должна находиться в пределах $1 < b_0 < 10^{16}$, где верхний предел отвечает длинам около $10^{-17}$ см или энергиям порядка нескольких тераэлектронвольт. Оценка (10) показывает, что в данной модели существенно облегчается известная проблема космологической постоянной (трудность объяснения того, что в стандартной космологии $\Lambda \approx 10^{-122}$ в планковских единицах). Например, положив (в допустимых пределах) $b_0 = 10^{15}$ и $d_1 = 12$, получим $\Lambda \approx 3267$ без всяких признаков тонкой настройки.

Таким образом, эта приближенная модель выглядит достаточно жизнеспособной. Однако, будучи однородной, она в принципе не может объяснить пространственные вариации $\alpha$. В силу малости таких вариаций попытаемся объяснить их, вводя малые возмущения, зависящие от одной из пространственных координат. Возьмем метрику, более общую, чем (7):

$$ds_E^2 = e^{2\gamma(x,t)} dt^2 - e^{2\lambda(x,t)} dx^2 - e^{2\eta(x,t)} (dy^2 + dz^2). \quad (11)$$

Метрика (11) мало отличается от (7) при условиях

$$\gamma = \delta\gamma(x, t);\ \lambda = \ln a(t) + \delta\lambda(x, t);\ \eta = \ln a(t) + \delta\eta(x, t),$$

где все $\delta$ предполагаем малыми. Кроме того, заменим $\beta(t)$ на $\beta(t) + \delta\beta(x, t)$. Для расчета вариаций $\alpha$ надо найти выражение для возмущения $\delta\beta(x, t)$. В уравнение скалярного поля входят возмущения метрики, которые можно исключить, подставив их из линеаризованных уравнений Эйнштейна. В результате имеем волновое уравнение для $\delta\beta$:

$$\delta\beta'' + 3a'\delta\beta'/a - \delta\beta_{xx}/a^2 + 2V_0 e^{-2\bar{d}\beta}\delta\beta/p,$$

где фоновые величины $a(t)$, $\beta(t)$ определяются из решения (9).

Так как фоновое решение не зависит от координаты $x$, можно разделить переменные и положить $\delta\beta = y(t)\sin k(x + x_0)$, где $k$ имеет смысл волнового числа. Для некоторой окрестности момента времени $t = t_0$ можно просто полагать $y = y_0 + y_1(t - t_0)$ с постоянными $y_0$, $y_1$ (начальными данными). Это приближение соблюдается при $t - t_0 \ll t^* = t_0 + t_1$, и тогда справедливо следующее выражение для $\beta(x, t)$:

$$\beta \approx \beta_0 + \frac{2}{d_1}\frac{t - t_0}{t^*} + \delta\beta. \quad (12)$$

Отсюда для вариаций $\alpha$ получаем

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} \approx 1 + \frac{d_1}{\bar{d}}\frac{t - t_0}{t^*} + \sin[k(x - x_0)][y_0 + y_1(t - t_0)] + O(2), \quad (13)$$

где $O(2) = O((t - t_0)^2/t^{*2})$.

Полагая, что наблюдатель находится при $x = 0$, требуем, чтобы $\alpha/\alpha_0 = \text{const} + O(2)$ при $x = 0$, тогда имеем

$$y_1 \sin(kx_0) = -2/t^*. \quad (14)$$

Это равенство объясняет весьма малые (если они вообще есть) вариации $\alpha$ на Земле в настоящее время и в течение последних 2 млрд лет. Теперь, чтобы объяснить «австралийский диполь», желательно получить приблизительно линейную зависимость от $x$ на световом конусе прошлого точки $t = t_0$, $x = 0$. В самом деле, подстановка (14) в (12) при $t - t_0 = -a_0 x$ (см. (13)) дает

$$\alpha/\alpha_0 \approx 1 + d_1 y_0 \sin(kx_0) + d_1 y_0\, kx \cos(kx_0) + O(2)$$

при $|x| \ll t^*$.

Выбор свободных параметров $y_0$, $k$ дает возможность объяснить пространственные вариации $\alpha$ в согласии с наблюдениями [5]. Постоянный сдвиг значения $\alpha$ при $x = 0$ по сравнению с фоновым $\alpha_0$ никак не сказывается на интерпретации полученных результатов.

До сих пор рассуждения велись в рамках картины Эйнштейна, в которой по определению постоянная тяготения $G$ неизменна. Эффективная постоянная тяготения становится переменной, если перейти в другую конформную калибровку, например в картину Йордана, связанную с исходным многомерным пространством-временем. Тогда $G$ меняется обратно пропорционально фактору объема дополнительного пространства: $G \approx \exp(-d_1\beta)$, и нетрудно убедиться, что ограничение (2) выполняется при условии $p \geq 100$. При этом же условии с точностью порядка $p^{-1}$ справедливо приближение, в котором получены приведенные выше решения. Для вариаций параметра $\alpha$ в картине Йордана верны те же соотношения, что и в картине Эйнштейна, в силу конформной инвариантности электромагнитного поля.

**Заключение.** Данные наблюдений и экспериментов более или менее уверенно (хотя некоторые сомнения остаются) подтверждают вариации лишь одной ФФК — постоянной тонкой структуры $\alpha$, для вариаций остальных ФФК существуют жесткие наблюдательные ограничения. С точки зрения теории, представляет большой интерес построение моделей, объединяющих вариации различных ФФК в единой схеме. По мнению авторов статьи, один из перспективных путей такого объединения состоит в использовании многомерных теорий, в частности, многомерной гравитации с лагранжианом, нелинейным по кривизне (см., например, [23, 24]). Этот вариант теории дает возможность получить из многомерной метрики четырехмерные скалярные поля с различными эффективными потенциалами, а вариации эффективных значений ФФК следуют из вариаций (пространственной и временной) размеров дополнительных фактор-пространств. Построен рассмотренный выше явный пример такой модели, которая на качественном уровне достаточно хорошо описывает современную ускоренно расширяющуюся Вселенную, а определенный выбор начальных условий в уравнениях поля приводит и к объяснению наблюдаемого пространственно-временного распределения вариаций $\alpha$. Это объяснение не зависит от выбранной конформной калибровки в силу конформной инвариантности электромагнитного поля; напротив, вариации $G$ предсказываются лишь в калибровке Йордана и удовлетворяют наблюдательным ограничениям при тех же условиях, при которых справедливо данное описание ускоренного расширения Вселенной.

## Литература

1. **Кононогов С. А., Мельников В. Н.** Фундаментальные физические константы, гравитационная постоянная и проект космического эксперимента SEE // Измерительная техника 2005. № 6. С. 3—10; **Kononogov S. A., Mel'nikov V. N.** The Fundamental Physical Constants, the Gravitational Constant, and the See Space Experiment Project // Measurement Techniques. 2005. V. 48. N 6. P. 521—531.

2. **Кононогов С. А.** Метрология и фундаментальные физические константы. М.: Стандартинформ, 2008.

3. **Melnikov V. N.** Models of $G$ time variations in diverse dimensions // Frontiers of Phys. 2009. V. 4. P. 75—93.

4. **Webb J. K. e. a.** Further evidence for cosmological evolution of the fine structure constant // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. N 091301.

5. **Webb J. K. e. a.** Evidence for spatial variation of the fine structure constant // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. N 191101.

6. **Rosenband T. e. a.** Observation of the $^1S_0 \to {}^3P_0$ clock transition in $^{27}Al^+$ // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. N 220801.

7. **Shlyakhter A. I.** Direct test of the constancy of fundamental nuclear constants // Nature. 1976. V. 264. P. 340—348.

8. **Fujii Y. e. a.** The nuclear interaction at Oklo 2 billion years ago // Nucl. Phys. B. 2000. V. 573. P. 377—401.

9. **Бронников К. А., Мельников В. Н.** Фундаментальные константы и переход на новые определения единиц СИ // Измерительная техника. 2010. № 11. С. 3—9; **Bronnikov K. A., Mel'nikov V. N.** The fundamental constants and the transition to new definitions of the SI units // Measurement Techniques. 2010. V. 53. N 11. P. 1196—1203.

10. **Chiba T.** The constancy of the constants of Nature: Updates // Prog. Theor. Phys. 2011. V. 126. P. 993—1019.

11. **King J. A. e. a.** Spatial variation in the fine-structure constant — new results from VLT/UVES // ArXiv: 1202.4758.

12. **Cameron E., Pettitt T.** On the evidence for cosmic variation of the fine structure constant: a Bayesian reanalysis of the quasar dataset // ArXiv: 1207.6223.

13. **King J. A. e. a.** New constraint on cosmological variation of the proton-to-electron mass ratio from Q0528-250 // ArXiv: 1106.5786.

14. **Kanekar N. e. a.** Constraining fundamental constant evolution with HI and OH lines // ArXiv: 1201.3372.

15. **Rahmani H. e. a.** Constraining the variation of fundamental constants at $z \sim 1.3$ using 21-cm absorbers // ArXiv: 1206.2653.

16. **Mariano A., Perivolaropoulos L**. Is there correlation between fine structure and dark energy cosmic dipoles? // ArXiv: 1206.4055.

17. **Mueller J., Biskupek L.** Variations of the gravitational constant from lunar laser ranging data // Class. Quantum Grav. 2007. V. 24. P. 4533—4538.

18. **Uzan J.-Ph.** Varying constants, gravitation and cosmology. Review for Living Reviews in Relativity // ArXiv: 1009.5514.

19. **Olive K. A., Peloso M., Uzan J-P.** The wall of fundamental constants // Phys. Rev. D. 2011. V. 83. N 043509.

20. **Olive Keith A. e. a.** Where are the walls? // ArXiv: 1204.4391.

21. **Chiba T., Yamaguchi M.** Runaway domain wall and space-time varying $\alpha$ // J. Cosmology and Astroparticle Phys. 2011. V. 1103. N 044.

22. **Barrow John D., Lip Sean Z. W.** A generalized theory of varying alpha // Phys. Rev. D. 2012. V. 85. N 023514.

23. **Bronnikov K. A., Rubin S. G.** Self-stablization of extra dimensions // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. N 124019.

24. **Bronnikov K. A. e. a.** Cosmologies from nonlinear multidimensional gravity with acceleration and slowly varying G // Grav. Cosmol. 2008. V. 14. P. 230—236.

*Дата принятия 01.11.2012 г.*