

ния (17) можно пренебречь, так как при таком коэффициенте связи $T_{г.ш} \gg T_0$, и тогда запишем

$$\Delta T_{оп2} \approx \alpha I \delta T_{г.ш}. \quad (18)$$

Решив (12), (18) совместно, получим

$$\Delta T_{г.ш} = T_{оп2} / (2Z\alpha I). \quad (19)$$

По (19) можно вычислить изменение сигнала $\Delta T_{г.ш}$, которое не окажет влияния на точность измерений. Продолжим рассмотрение предыдущего примера $\alpha_{атт} = 0,1$ (–10 дБ), $I = 0,003$ (–25,2 дБ). Для $T_{оп2} = 300$ К из (16) имеем $T_{г.ш} \approx 10^6$ К и из (19) для $Z = 4096$ рассчитаем $\Delta T_{г.ш} = 122,07$ К, что составляет 0,012 % номинального сигнала генератора. Следовательно, отклонения сигнала генератора шума для данного примера не должны превышать ± 61 К. В этом случае погрешность измерения T_a не превысит флуктуационную чувствительность радиометра.

Таким образом, полученные выражения для анализа и оценки погрешностей выходного блока модифицированного микроволнового нулевого радиометра позволяют по заданным значениям флуктуационной чувствительности и динамическому диапазону измерений выработать требования к элементам входного сверхвысокочастотного тракта.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 15-07-04971).

Л и т е р а т у р а

1. Филатов А. В., Каратаева Н. А., Дмитриев В. Д. Микроволновый нулевой радиометр с комбинированной импульсной модуляцией // Измерительная техника. 2007. № 3. С. 65—69.
2. Филатов А. В. Новый подход к построению радиотехнических СВЧ-устройств пассивной локации на принципе синхронного совмещения двух видов импульсной модуляции // Доклады ТУСУР. 2011. № 2(24). Ч. 3. С. 20—26.
3. Филатов А. В., Убайчин А. В., Параев Д. Е. Применение концепции нулевого метода измерений в микроволновых радиометрах // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2011. № 4. С. 41—55.
4. Brown S., Desai S., Lu W. and Tanner A. On the Long-Term Stability of Microwave Radiometers Using Noise Diodes for Calibration // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 2007. V. 45. N. 7. P. 1908—1920.
5. Xu W. T., Yand C. T. Microwave Radiometer Calibration and Its Error Analysis // Digest CPEM '88. Tsukuba, Ibaraki (Jap.), 1988. P. 390—391.
6. Han Y., Westwater E. R. Analysis and Improvement of Tipping Calibration for Ground-Based Microwave Radiometers // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 2000. V. 38. N. 3. P. 1260—1276.

Дата принятия 27.04.2015 г.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

538.2:620.179.14

Анализ распределения намагниченности вдоль стержней из материала с высокой магнитной восприимчивостью

С. Г. САНДОМИРСКИЙ

Объединённый институт машиностроения НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь,
e-mail: sand@iaph.bas-net.by

Получена формула для расчета параметра распределения намагниченности вдоль цилиндрических стержней из материала с высокой магнитной восприимчивостью во всем диапазоне изменения их относительной длины. Установлены закономерности влияния длины стержня на связь намагниченности в его центральном сечении со средней по объему намагниченностью и дипольным моментом.

Ключевые слова: магнитные измерения, ферромагнитное тело, неоднородное намагничивание.

A formula is elaborated for calculating the parameter of distribution of the magnetization along cylindrical rods made of materials with a high magnetic susceptibility in the whole range of variation of their relative length λ . Regularities are established in the influence of λ of the cylinder on the relation between its magnetization in the central section and the averaged across volume magnetization and the dipole moment.

Key words: magnetic measurement, ferromagnetic body, inhomogeneous magnetization.

При измерениях в разомкнутой магнитной цепи на образцах неэллипсоидальной формы различают баллистический (центральный) N_b и магнитометрический N_m коэффициенты размагничивания тел [1—4]. Первый используют, когда намагниченность M_0 определяют как среднюю по попереч-

ному сечению в центральной части тела; второй — при измерении намагниченности $\bar{M}$, усреднённой по объёму тела. Важным параметром ферромагнитного тела является и его дипольный момент G , определяющий сигналы измеритель-

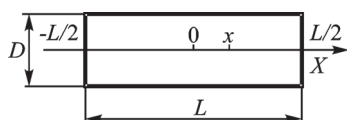


Рис. 1. Намагниченный цилиндр. Вводимая система координат

Многие из измеряемых образцов (сердечники трансформаторов, индукционных датчиков и феррозондов, магниты, ролики, оси) представляют цилиндрический стержень (далее — цилиндр) длиной L , диаметром D из материала с магнитной восприимчивостью $\chi \gg 1$, находящийся при измерениях в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси OX цилиндра (рис. 1). Для сопоставления чувствительности разных измерительных преобразователей к намагниченности стержней и воспроизводимости результатов их измерений по разным методикам необходимо знать соотношение между $\bar{M}$, G и M_0 для цилиндров разной относительной длины $\lambda = L/D$.

Для расчета $\bar{M}$, G должно быть известно распределение $M(\lambda, \chi, x)$ намагниченности вдоль цилиндра. Для описания этого распределения используют бесконечный степенной ряд Вюршмидта с чётными степенями $\bar{x}$ [5]:

$$M(\lambda, \chi, \bar{x}) = M_0(\lambda, \chi) \sum_{v=0}^n C_v(\lambda, \chi) \bar{x}^{2v}, \quad (1)$$

где $\bar{x} = 2x/L$; x — расстояние от центрального сечения цилиндра вдоль оси OX (см. рис. 1); $M_0(\lambda, \chi)$ — намагниченность, усредненная по сечению $\bar{x} = 0$; $C_v(\lambda, \chi)$ — сложные функции от λ и χ [4, 5].

Изменение намагниченности $dM(\lambda, \chi, x)$ принимают эквивалентным распределению магнитных зарядов по поверхности цилиндра [5—13], т. е. распределение $M(\lambda, \chi, x)$ в каждом сечении цилиндра, в частности, центральном (при $\bar{x} = 0$) и на торцах (при $\bar{x} = \pm 1$), полагают однородным. Возможность ограничения числа коэффициентов $C_v(\lambda, \chi)$ в (1) исследовали многие авторы. Проверка уравнения (1) при $\chi = 15$ и 5 показала существенное несовпадение распределений намагниченности вдоль цилиндра, полученных при $n = 4$ и измеренного [8]. Поэтому в расчётах N_b цилиндров [6] применена эмпирическая формула [9]:

$$M(\lambda, \chi, \bar{x}) = M_0(\chi) \left[1 - C(\lambda, \chi) \bar{x}^{2,2+0,027\lambda\bar{x}^{1,5}} \chi^{-2/3} \right]. \quad (2)$$

Попытка уточнить распределения (1), (2) введением корректирующих множителей окончилась безрезультатно из-за громоздкости и низкой точности полученных формул [10, 11]. В экспериментах [11] отклонения от монотонности зависимостей $M(\lambda, \chi, x)$ (по своей физической сути монотонных) достигают $\pm 20\%$.

Так как у большинства ферромагнитных материалов в состоянии, далеко от технического насыщения, $\chi \geq 100$, проанализируем формулы для описания $M(\lambda, \chi, x)$ в практически важном случае $\chi \gg 1$. Из результатов, приведённых в [3—9, 12—14], следует, что для цилиндров из материала с

$\chi \gg 1$ достаточно ограничиться первыми тремя членами распределения (1) [6, 14]:

$$M(\lambda, \bar{x}) \approx M_0 \left[1 - C_1(\lambda) \bar{x}^2 - C_2(\lambda) \bar{x}^4 \right]; \quad (3)$$

$$C_1(\lambda) = 0,8C(\lambda), \quad C_2(\lambda) = 0,2C(\lambda); \quad (4)$$

$$C(\lambda) = 1 - 1,7/\lambda. \quad (5)$$

Распределение (3) при $C(\lambda)$, рассчитанном по (5), практически точно интерполирует распределение (2) для цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ [6, 14]. Физический смысл параметра $C(\lambda)$ в (2), (3) состоит в том, что он определяется долей магнитных зарядов, сосредоточенных на боковой поверхности намагниченного цилиндра при $0 \leq \bar{x} \leq 1$ [8]. Величина $(1 - C(\lambda))$ определяется долей магнитных зарядов на торце цилиндра (при $\bar{x} = 1$) [8]. Но формула (5) предназначена для расчёта $C(\lambda)$ цилиндров с $\lambda \geq 10$ [6, 14]. Для более коротких цилиндров получаются значения $C(\lambda)$, при которых (3) не описывает действительное распределение намагниченности. При $\lambda \leq 1,7$ формула (5) теряет смысл.

Цель статьи — нахождение физически верной формулы для расчёта параметра $C(\lambda)$ в распределении (3) намагниченности вдоль цилиндрических стержней из материала с магнитной восприимчивостью $\chi \gg 1$ во всем диапазоне $0 \leq \lambda < \infty$ изменения их относительной длины, а также исследование влияния λ на зависимость между $\bar{M}$, G , M_0 .

Определим характер поведения параметра $C(\lambda)$ в распределении (3) намагниченности вдоль цилиндров любой относительной длины $0 \leq \lambda < \infty$. Воспользуемся представлением о равенстве плотностей магнитных зарядов на торце цилиндра из материала с $\chi \neq 0$ и на его боковой поверхности при $\bar{x} = 1$:

$$dM(\bar{x} = 1, \lambda) / (\pi D dx) = -4M(\bar{x} = 1, \lambda) / (\pi D^2). \quad (6)$$

Из (3), (6) получим

$$C(\lambda) = (1 + \xi/\lambda)^{-1}, \quad \xi = 1, 2. \quad (7)$$

Для уточнения значения параметра ξ в (7) потребуем совпадения результатов расчёта $C(\lambda)$ по (5), (7) для цилиндров с $\lambda \geq 10$. Это возможно при $\xi = 1,7$:

$$C(\lambda) = (1 + 1,7/\lambda)^{-1}. \quad (8)$$

Формулы (3)—(8) справедливы для материалов цилиндра с $\chi \gg 1$. На рис. 2 сопоставлены результаты расчёта $C(\lambda)$ по (8) с результатами расчёта $C(\lambda)$ по (5). Экспериментальное обоснование формулы (5) в диапазоне $\lambda \geq 10$ приведено в [6, 14]. С уменьшением λ от 10 до 0 значения $C(\lambda)$, рассчитанные по (8), монотонно стремятся к физически верному значению $C(\lambda) \equiv 0$ (см. рис. 2). При $\lambda \geq 10$ значения $C(\lambda)$, полученные по (5), (8), практически совпадают, разница между ними при $\lambda = 10$ составляет 2,9 % и становится меньше 1 % при $\lambda \geq 17$. Поэтому распределение (3) намагниченности $M(\bar{x})$ вдоль цилиндра при $C(\lambda)$, вычисленном по (8), описывает достоверные результаты [3—9, 12—14] измерений этого распределения у цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ с погрешностью, не превышающей погрешностей экспериментов.

Рассчитаем среднюю намагниченность материала цилиндра:

$$\bar{M}(\lambda) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} M(x, \lambda) dx. \quad (9)$$

С учетом (3), (4) из (9) получим

$$\bar{M}(\lambda) \approx M_0 \int_0^1 [1 - 0,8C(\lambda)\bar{x}^2 - 0,2C(\lambda)\bar{x}^4] d\bar{x}. \quad (10)$$

Вычислив интеграл в (10), найдём

$$\bar{M}(\lambda) \approx M_0 [1 - 23C(\lambda)/75]. \quad (11)$$

Из (11) с учётом (8):

$$\bar{M} \approx M_0 (52\lambda + 127,5) / (75\lambda + 127,5). \quad (12)$$

На рис. 3 приведена зависимость 1 отношения $\bar{M}/M_0$ от λ . Анализ этой зависимости и формулы (12) показал, что с увеличением λ от 0 до ∞ отношение $\bar{M}/M_0$ цилиндров монотонно уменьшается от 1 до 52/75. Дипольный момент G_c цилиндра объёмом V_c , вычисленный с использованием распределения (3) намагниченности вдоль цилиндра с учётом установленной в соответствии с (8) зависимостью $C(\lambda)$, для цилиндра с любой λ выражается как

$$G_c(\lambda) = -V_c \bar{M}. \quad (13)$$

Это соответствует физике намагниченного тела.

Полученный результат позволяет, например, сопоставить дипольные моменты G_c , G_e соответственно цилиндра и вписанного в него эллипсоида вращения, намагниченность M_0 которого однородна, а $V_e = 2V_c/3$. В соответствии с (12), (13):

$$G_e/G_c \approx (150\lambda + 255) / (156\lambda + 382,5). \quad (14)$$

На рис. 3 приведена зависимость 2 отношения G_e/G_c от λ . Анализ этой зависимости и формулы (14) показал, что с увеличением λ от 0 до ∞ отношение G_e/G_c монотонно увеличивается от 2/3 до 25/26. Следовательно, намагниченный цилиндр из материала с $\chi \gg 1$ при анализе создаваемого им магнитного поля в удаленных областях пространства можно заменить вписанным в него эллипсоидом вращения, имеющим такую же намагниченность в центральном сечении. Правочный коэффициент k при такой замене в зависимости от λ цилиндра можно рассчитать по (14). Так, $k = 1,04$ при $\lambda \gg 1$.

Выводы. На основе экспериментально и физически обоснованных представлений получена формула (8) для расчета параметра $C(\lambda)$ в распределении (3) намагниченности вдоль цилиндрических стержней из материала с магнитной восприимчивостью $\chi \gg 1$ во всем диапазоне $0 \leq \lambda < \infty$ изменения относительной длины стержней. С использованием формулы (8) найдено аналитическое выражение (12) для расчёта средней намагниченности $\bar{M}$ стержня во всем возможном диапазоне изменения его относительной длины, которое полезно для расчёта дипольного момента стержня по намагниченности в его центральном сечении, относительной длине и объёму.

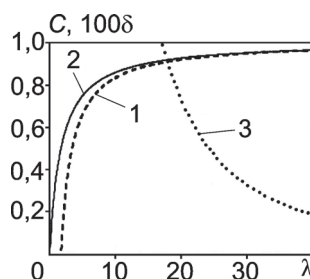


Рис. 2. Зависимость параметра $C(\lambda)$ распределения намагниченности вдоль цилиндра из материала с магнитной восприимчивостью $\chi \gg 1$ от относительной длины λ цилиндра:

1, 2 — соответственно расчёт по (5), (8); 3 — относительная разница δ между результатами расчёта

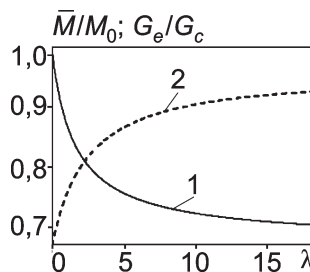


Рис. 3. Зависимости отношения $\bar{M}/M_0$ (1) цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ и отношения G_e/G_c (2) дипольных моментов цилиндров и вписанных в них эллипсоидов вращения от их λ ; расчёт по (12), (14)

Литература

1. Янус Р. И. Размагничивающий фактор // Физическая энциклопедия. В 5-ти томах. М.: Сов. энциклопедия, 1988. Т. 4. С. 320—321.
2. Сандомирский С. Г. Расчет и анализ размагничивающего фактора ферромагнитных тел. Минск: Беларуская навука, 2015.
3. Wurschmidt J. Theorie des Entmagnetisierungsfaktor und der Scherung von Magnetisierungskurven. Braunschweig, 1925.
4. Stablein F., Schlechtweg H. Über den Entmagnetisierungsfaktor zylindrischen Stäbe // Zeitschrift für Phys. 1935. V. 35. H. 9—10. S. 630—646.
5. Антонов В. Г. Коэффициенты размагничивания стержней на основной кривой намагничивания // Исследования в области магнитных измерений: Труды метролог. ин-тов СССР. 1978. Вып. 215 (278). С. 63—67.
6. Бурцев Г. А. Расчет коэффициента размагничивания цилиндрических стержней // Дефектоскопия. 1971. № 5. С. 20—30.
7. Трусов Н. К. К вопросу измерений напряженности размагничивающего поля ферромагнитных цилиндров // Весці АН БССР. Сер. фіз.-техн. навук. 1983. № 1. С. 77—83.
8. Гринберг Г. К. Экспериментальная проверка теоретического распределения намагниченности вдоль цилиндра // Известия АН Латвийской ССР. 1959. № 9 (146). С. 85—89.
9. Гринберг Г. К. Намагничивание цилиндров в слабых постоянных полях: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. Рига, 1960.
10. Матюк В. Ф., Осипов А. А., Стрелюхин А. В. Учет магнитных свойств материала при определении центрального коэффициента размагничивания полых цилиндрических стержней // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-техн. навук. 2007. № 4. С. 113—120.
11. Матюк В. Ф., Осипов А. А., Стрелюхин А. В. Распределение намагниченности вдоль цилиндрического стержня, находящегося в продольном постоянном магнитном поле // Электротехника. 2009. № 8. С. 37—46.
12. Ошкурков П., Кашеев В., Честных Л. Ферромагнитный цилиндр в постоянном магнитном поле // Известия АН Латвийской ССР. 1960. № 8 (157). С. 63—72.
13. Бурцев Г. А., Федорищева Э. Э. О коммутационных кривых намагничивания стержней конечной длины из ферромагнетика с высокой магнитной проницаемостью // Дефектоскопия. 1970. № 6. С. 120—125.
14. Трусов Н. К. Распределение остаточной намагниченности вдоль ферромагнитных цилиндров из магнитомягких материалов // Весці АН БССР. Сер. фіз.-техн. навук. 1985. № 3. С. 88—92.

Дата принятия 13.04.2015 г.