

Л и т е р а т у р а

1. Джини К. Средние величины. М.: Статистика, 1970.
2. Toader S., Toader G. Greek means // Automat. Comput. Appl. Math. 2002. V. 11. N. 1. P. 159—165.
3. Орлов А. И. Прикладная статистика. М.: Экзамен, 2006.
4. Slaev V. A., Chunovkina A. G., Mironovsky L. A. Metrology and Theory of Measurement. Berlin: De Gruyter, 2013.
5. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Инвариантные алгебраические соотношения между средними из малых выборок // Измерительная техника. 2014. № 2. С. 21—26.
6. Колмогоров А. Н. Избранные труды. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 136—138.

7. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Оценивание результатов измерений по малым выборкам // Информационно-управляющие системы. 2011. № 1. С. 69—78.

8. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Алгоритмы оценивания результата трех измерений. СПб.: Проффессионал, 2010.

9. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Инварианты в метрологии и технической диагностике // Измерительная техника. 1996. № 6. С. 3—14; Mironovsky L. A., Slaev V. A. Invariants in metrology and technical diagnostics // Measurement Techniques. 1996. V. 39. N. 6. P. 577—593.

Дата принятия 02.12.2013 г.

629.7:389

О паритете динамических и статических погрешностей в информационно-измерительных системах

В. И. СОБОЛЕВ

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия, e-mail: mvs2354@rambler.ru

Проанализированы метод пошаговой коррекции динамической погрешности, факторы, определяющие возможность и точность коррекции, и условия ее паритета с точностью статических измерений.

Ключевые слова: динамическая погрешность, обратные задачи динамики, коррекция.

The analysis of dynamic stepwise error correction method and the factors which determine the correction precision, possibility and the conditions of its parity with the static measuring precision has been carried out.

Key words: dynamic error, inverse problems of dynamics, error correction.

Высокие требования к точности информационно-измерительных систем (ИИС), характерные для ряда направлений современной техники и, в первую очередь, аэрокосмической, инициировали разработку средств измерений (СИ), обеспечивающих измерения в статическом режиме с погрешностью, составляющей десятки доли процента. В то же время сложилось несоответствие между статической и динамической погрешностями. Во многих случаях использования высокоточных СИ динамическая погрешность на порядок превышает статическую, что обесценивает их метрологические качества. Последнее вызвало необходимость развития радикальных методов уменьшения динамических погрешностей до уровня малых статических. Очевидно, что наряду с совершенствованием существующих методов и поиском новых физических принципов построения СИ целесообразно разрабатывать алгоритмические пути решения задачи.

В данной статье рассмотрен алгоритмический метод коррекции динамической погрешности на каждом малом шаге временной дискретизации измеряемого процесса — метод пошаговой коррекции.

Средство измерений как непрерывную линейную динамическую систему представим в пространстве состояний в виде дискретной модели

$$x(k+1) = \Phi(k+1, k) x(k) + \Psi(k+1, k) u(k), \quad (1)$$

где $x(k+1)$, $x(k)$ — выходные сигналы СИ в моменты $k+1$, k с интервалом дискретизации T ; $u(k)$ — входной сигнал в момент k ; $\Phi(k+1, k)$, $\Psi(k+1, k)$ — матрицы дискретной модели, характеризующие динамические свойства СИ.

Для коррекции динамической погрешности СИ необходимо выполнить обратное преобразование сигнала $x(k+1)$ во входной сигнал $u(k)$.

Из (1) находим произведение $\Psi(k+1, k)u(k)$ как функцию от $x(k)$, $x(k+1)$:

$$\Psi(k+1, k)u(k) = x(k+1) - \Phi(k+1, k)x(k). \quad (2)$$

Уравнение (2) при определенных условиях позволяет вычислить неискаженное динамикой значение измеряемой величины $u(k)$ на каждом шаге дискретизации.

Решение (2) относят к обратным задачам динамики, которые в широком понимании рассматривают как некорректные [1], когда слабые изменения сигнала на входе обратного преобразования и коэффициентов динамической системы вызывают существенные изменения выходного сигнала. В то же время в некоторых ситуациях при определенных ограничениях обратное решение может успешно применяться.

Рассмотрим решение задачи на примере СИ с динамической характеристикой аperiodического звена. К ним принадлежит широкий класс измерителей температуры и СИ, динамику которых определяют такие преобразователи, как RC- и RL-цепи. В системах, измеряющих воздушно-скоростные параметры летательных аппаратов, запаздывание, вносимое подводными каналами давления с динамикой аperiodического звена, оказывает значительное влияние на качество их управления.

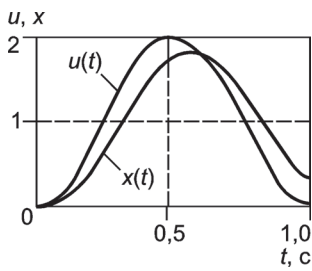


Рис. 1. Процессы на входе $u(t)$ и на выходе $x(t)$ средства измерений

Динамику апериодического звена описывают скалярным дифференциальным уравнением

$$-b\dot{x}(t) - x(t) + u(t) = 0,$$

где b — постоянная времени. Дискретная модель динамики такой непрерывной системы в пространстве состояний имеет вид

$$x(k+1) = e^{aT} x(k) + (1 - e^{aT}) u(k), \quad (3)$$

где $a = -1/b$; T — интервал дискретизации; скалярный коэффициент e^{aT} выполняет роль матрицы $\Phi(k+1, k)$ из (2), а коэффициент $(1 - e^{aT})$ — матрицы $\Psi(k+1, k)$.

Если рассматривать $x(k+1)$ как выходной сигнал апериодической системы, то из (3) можно получить формулу для коррекции динамической погрешности при отсутствии статической погрешности СИ:

$$u(k) = [x(k+1) - e^{aT} x(k)] / (1 - e^{aT}), \quad (4)$$

которая позволяет для каждого момента времени k вычислить действительное значение входного сигнала $u(k)$ по искаженным динамикой выходным сигналам $x(k)$, $x(k+1)$. Из (4) также следует, что коррекция проводится с запаздыванием на время T . Значение $u(k)$ получают в момент $k+1$. Запаздывание можно ограничить соответствующим выбором интервала дискретизации T .

При реализации метода пошаговой коррекции на ее качество влияют погрешности, не связанные с динамикой, которые условно назовем статической погрешностью, включающей статические погрешности всех структурных элементов ИИС. Статическую погрешность рассмотрим как случайный процесс $z(t)$ с нулевым математическим ожиданием, средним квадратическим отклонением (СКО) σ_z и нормированной корреляционной функцией $r(\tau)$.

С учетом статической погрешности (4) примет вид

$$\begin{aligned} \hat{u}(k) &= u(k) + \theta(k) = \\ &= \left\{ [x(k+1) + z(k+1)] - e^{aT} [x(k) + z(k)] \right\} / (1 - e^{aT}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\hat{u}(k)$ — оценка величины $u(k)$; $\theta(k)$ — погрешность оценки; $z(k+1)$, $z(k)$ — погрешность $z(t)$ в моменты $(k+1)$ и k соответственно, или

$$\hat{u}(k) = [y(k+1) - e^{aT} y(k)] / (1 - e^{aT}), \quad (6)$$

где $y(k+1) = x(k+1) + z(k+1)$; $y(k) = x(k) + z(k)$.

Формула (6) является математической моделью пошаговой коррекции динамической погрешности.

Дискретная модель (3) неточно определяет $x(t)$. Поэтому обратное преобразование (4) дает оценку $u(k)$ с систематической погрешностью $\delta(k)$. Эту погрешность рассмотрим отдельно.

Из (5) следует, что при выходном сигнале вида (3) погрешность определения $u(k)$ можно представить как

$$\theta(k) = [z(k+1) - e^{aT} z(k)] / (1 - e^{aT}). \quad (7)$$

Значение $\theta(k)$ зависит от разности $z(k+1) - z(k)$ и чем меньше эта разность при данном T , тем меньше погрешность $\theta(k)$. Если

$$z(k+1) = z(k), \quad (8)$$

то $\theta(k) = z(k)$ согласно (7).

Следовательно, если за короткий интервал времени T погрешность $z(t)$ не успевает существенно измениться, то общая погрешность ИИС, осуществляющей пошаговую коррекцию, равна статической. Отсюда получим, что при условии (8) теоретический предел сокращения динамической погрешности — ее полное подавление. В таких условиях обратная задача оказывается решаемой.

Пример 1. Рассмотрим синусоидальный входной процесс $u(t)$ с периодом 1 с и амплитудой, равной единице (рис. 1). Шаг дискретизации $T = 0,001$ с. Постоянная времени СИ с апериодической динамикой $b = 0,1$ с; на выходе СИ процесс принимает вид $x(t)$; статическая погрешность на выходе — нормальный случайный процесс. Для всех k выполняется (8), $\sigma_z = 0,33 \cdot 10^{-2}$.

Для демонстрации процедуры коррекции входной процесс представим в виде $u(t) = \sin(2\pi t + 3\pi/2) + 1$, а выходной процесс апериодической системы как

$$x(t) = -[25 \cos 2\pi t + \pi^2 e^{-10t} + 5\pi \sin 2\pi t - \pi^2 - 25] / (\pi^2 + 25). \quad (9)$$

Заметим, что в данном примере $x(t)$ не сразу принимает синусоидальную форму.

Чтобы продемонстрировать работу системы коррекции во всем диапазоне значений генерируемой погрешности, ее очередное случайное значение $z(k)$ наложено на два соседних значения процесса $x(k)$ и $x(k+1)$ и вычислена оценка $\hat{u}(k)$. Затем следующее случайное значение $z(k+1)$ наложено на $x(k+1)$ и $x(k+2)$, вычислена оценка $\hat{u}(k+1)$ и т. д.

В результате моделирования погрешности $z(t)$ получен процесс $y(t) = x(t) + z(t)$. Оценки $\hat{u}(k+1)$ при отсутствии погрешности вычислены по (4), где значения $x(k)$, $x(k+1)$ взяты из аналитической формулы (9) при $t = kT$ и $t = (k+1)T$. При наличии погрешности $z(t)$ оценки вычислены по (6), где $y(k)$, $y(k+1)$ взяты для тех же значений t . Выборочные результаты вычислений приведены в табл. 1, где u — входной сигнал системы; x_d — действительное значение выходного сигнала, определяемое по (9); x_m — значение выходного сигнала, определяемое дискретной моделью (3); $\Delta x = x_d - x_m$ — погрешность дискретной модели выходного сигнала; $\hat{u}_d$ — оценка входного сигнала, определяемая обратным преобразованием (4) по выходному сигналу x_d без погрешности $z(t)$; $\delta = u - \hat{u}_d$ — погрешность оценки $\hat{u}_d$; $\hat{u}_n$ — оценка входного сигнала по сигналу x_d с погрешностью $z(t)$, определяемая формулой (6); $\Delta u = u - \hat{u}_n$ — погрешность оценки $\hat{u}_n$.

Таблица 1

Выборочные результаты вычислений

t, c	u	x_d	x_m	Δx	$\hat{u}_d$	δ	$\hat{u}_n$	Δu
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,010	0,001973	0,000064	0,000055	0,000009	0,002177	-0,000204	-0,001922	0,003895
0,100	0,190983	0,051060	0,050361	0,000699	0,192838	-0,001855	0,190769	0,000214
0,250	1,000000	0,526289	0,523918	0,002371	1,003147	-0,003147	1,006196	-0,006196
0,400	1,809017	1,310062	1,307562	0,002500	1,810861	-0,001844	1,812638	-0,003621
0,500	2,000000	1,715050	1,713620	0,001430	1,999993	0,000007	1,999908	0,000092
0,600	1,809017	1,844112	1,844285	-0,000173	1,807162	0,001855	1,804243	0,004774
0,750	1,000000	1,450321	1,452575	-0,002254	0,996853	0,003147	0,992389	0,007611
0,900	0,190983	0,684719	0,687193	-0,002474	0,189138	0,001845	0,191232	-0,000249
0,990	0,001973	0,312729	0,314288	-0,001563	0,001782	0,000197	-0,003200	0,005173

Как следует из приведенных в табл. 1 вычислений, функция $x_m(k)$ не совпадает с $x_d(k)$ и, как следствие, оценка $\hat{u}_d(k)$ не совпадает с $u(k)$. Погрешность $\Delta x(k)$ носит характер, близкий к синусоидальному. Экстремальные значения $\Delta x(k)$ соответствуют участкам кривой $u(t)$ (см. рис. 1) с экстремальными значениями производной и составляют $\pm 2,65 \cdot 10^{-3}$. Функция $\delta(k)$ является систематической погрешностью коррекции динамических искажений. Она принимает экстремальные значения на тех же участках кривой $u(t)$, что и $\Delta x(k)$, и составляет $\pm 3,15 \cdot 10^{-3}$ или 0,16 % диапазона изменения входного сигнала. Систематическая погрешность пропорциональна интервалу дискретизации и при $T = 0,01$ с ее максимальное значение составляет 1,6 % диапазона измерения. Заметим, что систематическую погрешность можно сократить в несколько раз, введя незначительное дополнение в вычислительную процедуру.

Из табл. 1 можно сделать вывод, что на всем протяжении процесса $u(k)$ погрешность оценки $\Delta \hat{u}$ не превышает $\pm 0,0076$, укладывается в диапазон возможных значений погрешности ИИС $\pm 3\sigma_z = \pm 0,01$, что составляет 0,5 % диапазона измерения входного процесса $u(t)$. Это означает практически полное подавление динамической погрешности $u - x_d$, максимальное значение которой составляет 0,49.

Определим дисперсию погрешности $\theta(k)$ как дисперсию суммы коррелированных слагаемых правой части (7). Выполнив необходимые операции, получим

$$\sigma_\theta^2 = \left\{ 1 - 2e^{aT} r[z(k+1), z(k)] + e^{2aT} \right\} \times \sigma_z^2 / (1 - e^{aT})^2, \quad (10)$$

где σ_θ — СКО погрешности $\theta(k)$; $r[z(k+1), z(k)]$ — коэффициент корреляции сечений $z(k+1)$, $z(k)$ случайной функции $z(t)$.

Коэффициент корреляции находим из нормированной корреляционной функции $r(\tau)$ как $r[z(k+1), z(k)] = r(\tau = T)$.

Если $r[z(k+1), z(k)] = 0$, то (10) примет вид

$$\sigma_\theta^2 = \sigma_z^2 (e^{2aT} + 1) / (1 - e^{aT})^2, \quad (11)$$

т. е. в этом предельном случае $\sigma_\theta \gg \sigma_z$. Таким образом, малая погрешность на входе обратного преобразования вызывает большую погрешность на выходе. Это означает некорректность решения обратной задачи при данных условиях. Если $r[z(k+1), z(k)] = 1$, то $z(k+1) = z(k)$. Последнее наблюдается, когда $r(\tau)$ на два и более порядка превышает T . В этом случае $\sigma_\theta^2 = \sigma_z^2$, рассматриваемая задача имеет корректное решение.

Из (10) следует, что погрешность коррекции зависит от r , T и b СИ, поэтому можно говорить о степени корректности решения данной обратной задачи как функции от указанных выше параметров.

В дальнейшем примем за паритет между динамической и статической погрешностями соотношение $\sigma_\theta = 2\sigma_z$, условно полагая, что обе они одинаково влияют на общую погрешность σ_θ . Табл. 2 содержит результаты вычислений СКО погрешности коррекции σ_θ в единицах σ_z . Вычисления выполнены по (10) для системы с $b = 0,1$ с ($a = -10 \text{ с}^{-1}$).

Таблица 2

Результаты вычислений σ_θ/σ_z по (10)

T, c	r								
	0,9	0,95	0,99	0,995	0,999	0,9995	0,9999	0,99999	1,000
0,09	1,109	1,058	1,011	1,006	1,001	1,001	1,000	1,000	1,000
0,03	1,790	1,450	1,105	1,054	1,011	1,005	1,001	1,000	1,000
0,01	4,581	3,315	1,732	1,414	1,095	1,049	1,010	1,001	1,000
0,003	14,940	10,588	4,819	3,480	1,795	1,453	1,105	1,011	1,000
0,001	44,732	31,638	14,177	10,050	4,582	3,317	1,732	1,095	1,000

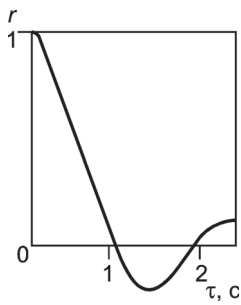


Рис. 2. Вид нормированной корреляционной функции статической погрешности

Данные табл. 2 показывают, что при заданном T погрешность σ_θ уменьшается по мере увеличения r , а при заданном r это происходит по мере увеличения T . Выделенная полужирной линией верхняя часть табл. 2 соответствует сочетаниям значений T и r , которые обеспечивают либо полное подавление динамической погрешности, либо паритет динамической и статической погрешностей. Также эта часть таблицы определяет область возможного решения обратной задачи. Часть таблицы, расположенная под полужирной линией, соответствует области некорректного решения и пограничным ситуациям. Заметим, что уменьшение b сопровождается уменьшением отношения σ_θ/σ_z во всех элементах табл. 2. При $b = 0,033$ с граница верхней части смещается на одну ступень вниз.

Для сечений $z(k+1)$ и $z(k)$ нормального случайного процесса $z(t)$ погрешность $z(k+1)$ может принимать случайные значения около $rz(k)$, с рассеянием $\sigma_z \sqrt{1-r^2}$ [2]. При $r = 0,999$ рассеяние около $0,999z(k)$ составляет $0,045\sigma_z$, а при $r = 0,9999$ оно равно $0,014\sigma_z$. Это рассеяние и определяет разность погрешностей $z(k+1)$ и $z(k)$, которая вызывает дополнительную (от корреляции) погрешность по отношению к σ_z при $r = 1$.

Табл. 2, демонстрирующая зависимость $\sigma_\theta(T, r)$, еще не позволяет произвольно выбирать параметр T , который связан с верхней частотой спектра измеряемого процесса. При проведении измерений в системах управления динамическими объектами, а также в широких областях научных и прикладных исследований удобно считать достаточным, если на период верхней частоты процесса T_b приходится 50—100 его дискретных значений, что и определяет верхнюю границу возможных значений T . Кроме того, параметры T, r связаны между собой корреляционной функцией статической погрешности. Выбор значения T одновременно означает и выбор r . Поэтому для синтеза параметров процедуры коррекции в общем случае следует:

в (10) заменить r нормированной корреляционной функцией $r = r(T)$, представив тем самым σ_θ как функцию одного аргумента T ;

вычислить значения полученной функции в диапазоне значений T , приемлемом для динамики измеряемого процесса;

выбрать минимально возможное значение σ_θ и соответствующие ему T, r с учетом принятой линейки интервалов дискретизации.

Пример 2. Постоянная времени $b = 0,1$ с ($a = -10$ с⁻¹). Нормированная корреляционная функция статической погрешности имеет вид (рис. 2):

$$r(\tau) = \sin(\pi\tau)/(\pi\tau). \quad (12)$$

Таблица 3

Результаты вычислений по (13)

T, c	0,0003	0,001	0,003	0,01	0,03
r	0,999999852	0,999998355	0,999985	0,999835	0,998520
σ_θ/σ_z	1,016316218	1,016316088	1,016314	1,016301	1,016188

Подставив (12) в (10), получим выражение для D_0/D_z как функцию одного параметра T :

$$D_0/D_z = [1 - 2e^{aT} (\sin(\pi T)/(\pi T)) + e^{2aT}] / (1 - e^{aT})^2. \quad (13)$$

Результаты вычислений, выполненных по (13) с учетом того, что $\sigma = \sqrt{D}$, сведены в табл. 3.

Данные табл. 3 показывают, что в интервале $3 \cdot 10^{-4} \leq T \leq 3 \cdot 10^{-2}$ динамическая погрешность практически полностью подавляется, следовательно, становится возможным широкий выбор значений T . Если $T = 0,001$ с, то это обеспечит достаточно полное воспроизведение процессов с периодом верхней частоты $T_b \geq 0,1$ с.

Пример 3. Постоянная времени $b = 0,1$ с. Нормированная корреляционная функция статической погрешности имеет вид экспоненты

$$r = e^{dT}. \quad (14)$$

Приняв $d = -1$ в (14), получим

$$\sigma_\theta/\sigma_z = [1 - 2e^{aT} e^{-T} + e^{2aT}] / (1 - e^{aT})^2. \quad (15)$$

Результаты вычислений $r, \sigma_\theta/\sigma_z$, представленные в табл. 4, показывают, что СКО σ_θ уменьшается по мере увеличения T .

Таблица 4

Результаты вычислений σ_θ/σ_z по (15)

T, c	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03
r	0,9990	0,9950	0,9900	0,9801	0,9704
σ_θ/σ_z	4,58	2,23	1,73	1,41	1,28

Паритет динамической и статической погрешностей в случае полного воспроизведения измеряемых процессов при $T_b \leq 1$ с обеспечивает $0,005 \leq T \leq 0,02$ с. Из (14), (15) следует, что увеличение коэффициента d приводит к уменьшению σ_θ/σ_z . Если $a = -10$ с⁻¹, $T = 0,005$ с, $d = -0,2$, то $\sigma_\theta/\sigma_z = 1,34$. Таким образом, паритет обеспечивается при $T_b \geq 0,5$ с.

Когда корреляционная функция затухает в пределах интервала дискретизации, погрешность σ_θ при малых T принимает большие значения. Из (11) для $T = 0,01$ с получаем $\sigma_\theta = 14,20\sigma_z$, а для $T = 0,1$ с имеем $\sigma_\theta = 1,69\sigma_z$, т. е. для уменьшения σ_θ необходимо увеличивать T . В то же время рост T вызывает ограничение полосы частот измеряемого процесса.

При выборе разрядности аналого-цифрового преобразователя (АЦП) погрешность квантования следует учитывать отдельно от остальных составляющих статической погрешности, так как ее значения по концам интервала дискретизации T чаще всего независимы. Эту погрешность обычно рассматривают как равновероятную случайную величину с дисперсией $\beta^2/12$, где β — цена младшего разряда преобразователя. Полагая погрешности квантования в моменты $k, k+1$ независимыми, получаем дисперсию их разности $\sigma_{\text{кв}}^2 = \beta^2/6$ при полном диапазоне преобразования, равном единице.

Для 12-разрядного АЦП $\sigma_{\text{кв}} = 1 \cdot 10^{-4}$. При $T = 0,001$ с, $a = -10$ с $^{-1}$, заменяя в (11) σ_z на $\sigma_{\text{кв}}$, находим дополнительную погрешность пошаговой коррекции, обусловленную квантованием $\sigma_{\theta'} = 1,41 \cdot 10^{-2}$; при $T = 0,01$ с получаем $\sigma_{\theta'} = 1,42 \cdot 10^{-3}$. Для 10-разрядного АЦП $\sigma_{\text{кв}} = 3,99 \cdot 10^{-4}$, тогда при $T = 0,001$ с имеем $\sigma_{\theta'} = 5,6 \cdot 10^{-2}$, а для $T = 0,01$ с соответственно $\sigma_{\theta'} = 5,6 \cdot 10^{-3}$.

Если $\sigma_{\theta'}$ превышает заданные значения, необходимо увеличить разрядность АЦП или T . В то же время увеличение разрядности уменьшает $\sigma_{\theta'}$ лишь до тех пор, пока цена младшего разряда не сравняется с уровнем внутренних и внешних шумов в АЦП и на его входе.

При пошаговой коррекции медленно меняющиеся сигналы шума не вызывают увеличения погрешности коррекции в силу тесной корреляции шума на малом интервале T . Значительное влияние могут оказывать быстроменяющиеся сигналы шума. В настоящее время высокоразрядные АЦП ($n = 12, \dots, 16$), а также универсальные платы сбора информации, включающие АЦП, регулируемые усилители и фильтры, выпускаются в широком ассортименте. Накоплен богатый опыт борьбы с шумами, сопровождающими работу таких АЦП [3, 4].

Приведенные выше примеры для 10- и 12-разрядных АЦП показывают, что малая погрешность $\sigma_{\text{кв}}$ на входе обратного преобразования вызывает во много раз большие значения погрешности $\sigma_{\theta'}$ на выходе, что формально означает некорректное решение задачи. Однако в рассматриваемых условиях (тесная корреляция статической погрешности на малом интервале T , а также эффективное подавление шумов в высокоразрядных АЦП и на их входе) эти примеры демонстрируют возможность коррекции динамических погрешностей как решение обратной задачи.

На эффективность коррекции динамической погрешности может оказывать неадекватность модели динамики реальной динамической характеристике. Найдем дополнительную погрешность оценки $\hat{u}(k)$, возникающую из-за неточного знания постоянной времени b . Для этого необходимо продифференцировать (4) по аргументу a . Определив максимум, получим выражение для максимально возможной относительной погрешности $\Delta \hat{u}$, приведенной к диапазону измерения u_m ИИС:

$$\Delta \hat{u} / u_m = 0,5 T^2 e^{aT} \omega_b \Delta a / \left[(1 - e^{aT})^2 \sqrt{1 + \omega_b^2 / a^2} \right], \quad (16)$$

где $\Delta a = (a - a_{\text{пр}})$ — несоответствие между действительным и принятым значениями коэффициента; $\omega_b = 2\pi f_b$ — верхняя частота спектра процесса $u(t)$.

Из (16) следует, что погрешность $\Delta \hat{u}$ пропорциональна Δa и зависит от a , ω_b . Моделирование при $T = 0,01$ и $0,001$ с показывает, что от T погрешность практически не зависит.

В табл. 5 приведены результаты вычислений, выполненных по (16) для $T = 0,01$ с, $\Delta a = 0,01a$ при разных сочетаниях

в a , f . Также табл. 5 содержит значения h амплитудно-частотной характеристики апериодической системы для выбранных a и f . Данные представлены для $h > 0,4$. Пустующая часть таблицы соответствует большим динамическим искажениям, начиная с $h = 0,16$.

Можно сделать вывод, что погрешность $\Delta \hat{u} / u_m$ тем меньше, чем меньше произведение bf . В верхнем правом углу табл. 5 имеются сочетания параметров b , f , для которых погрешность при больших Δa может оказаться такой же, как и динамическая. В таких ситуациях коррекция теряет смысл.

Так как $\Delta \hat{u}$ пропорциональна Δa , табл. 5 следует рассматривать как базу для вычисления погрешностей для разных Δa . Например, если $a = -10$ с $^{-1}$, $f = 1$ Гц, $\Delta a = 0,03a$, то $\Delta \hat{u} / u_m = 0,0078$. Малое относительное изменение коэффициента динамической системы $\Delta a / a = 0,01$ вызывает еще меньшее относительное изменение оценки $\Delta \hat{u} / u_m$, что свидетельствует о корректности решения данной обратной задачи и по этому признаку.

Решая вопрос коррекции динамической погрешности, следует учитывать, что достижение эффективной коррекции с погрешностью менее 1 % так же, как и статической погрешности того же уровня, требует определенных затрат на алгоритмическое, схемотехническое, программное и аппаратное обеспечение, что сопровождается созданием всех современных высокоточных ИИС. Для высокоэффективной коррекции необходима достаточно точная идентификация динамической системы и использование дополнительных средств контроля и учета изменения коэффициентов системы, возникающих под действием дестабилизирующих факторов. При этом ссылки на знание модели динамики в грубом приближении означает лишь отсутствие необходимости эффективной коррекции.

Нередко на величину a существенно влияют дестабилизирующие факторы, такие как температура t° . В этих случаях, измеряя температуру, в вычислительную процедуру необходимо вводить реальное значение a как функцию $a(t^\circ)$. В электрических цепях RC , RL это обеспечивает высокую стабильность коррекции. Напомним, что формула (16) определяет максимально возможную погрешность. В реальных условиях действительные значения погрешности, как правило, намного меньше расчетных.

На точность коррекции динамической погрешности может оказывать влияние неустойчивость интервала T . Опре-

Таблица 5

Результаты вычислений $\Delta \hat{u} / u_m$ по (16)

b, c	$f, \text{Гц}$									
	10		3		1		0,3		0,1	
	$\Delta \hat{u} / u_m$	h	$\Delta \hat{u} / u_m$	h	$\Delta \hat{u} / u_m$	h	$\Delta \hat{u} / u_m$	h	$\Delta \hat{u} / u_m$	h
0,033	0,0045	0,43	0,0026	0,85	0,0010	0,98	0,0003	0,99	0,0001	0,999
0,100	—	—	0,0044	0,47	0,0026	0,85	0,0009	0,98	0,0003	0,998
0,333	—	—	—	—	0,0045	0,43	0,0026	0,85	0,0010	0,98
1,000	—	—	—	—	—	—	0,0044	0,47	0,0026	0,85
3,330	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0045	0,43

деляя из (4) максимальное приращение $\Delta\hat{u}$ как функцию приращения ΔT , находим формулу

$$\Delta\hat{u} / u_m = 0,5 \Delta T a T \omega_b e^{aT} / \left[(1 - e^{aT})^2 \sqrt{1 + \omega_b^2 / a^2} \right],$$

позволяющую оценить погрешность для разных значений a , T , ω_b . Если $a = -10 \text{ с}^{-1}$, $T = 0,01 \text{ с}$, $\omega_b = 6,28 \text{ рад/с}$, $\Delta T = 0,01 T \text{ с}$, то $\Delta\hat{u} / u_m = 0,0026$.

Изложенные в статье результаты анализа показывают, что пошаговая коррекция может служить эффективным методом устранения динамических погрешностей в ИИС при соблюдении следующих условий: наличие достоверной модели динамики системы, тесная корреляция значений ста-

тической погрешности на малом интервале дискретизации процесса, подавление помех, сопровождающих работу высокоразрядных АЦП.

Л и т е р а т у р а

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1981.
3. Ратхор Т. С. Цифровые измерения. АЦП/ЦАП. М.: Техносфера, 2006.
4. Айфичер Э. С., Джервис Б. У. Цифровая обработка сигналов: практический подход. М.: Издат. дом «Вильямс», 2004.

Дата принятия 29.11.2013 г.

ЛИНЕЙНЫЕ И УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

681.2.531.71

Комплексное решение проблемы повышения точности линейно-угловых измерений фотоэлектрическими методами

В. Н. ЯНУШКИН, Ю. Б. КОЛЯДА

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва, Россия, e-mail: yura_kolyada@mail.ru

Рассмотрен комплекс взаимосвязанных задач, решение которых позволяет повысить точность измерений при использовании экстремальной счетно-интерполяционной цифровой фотоэлектрической измерительной системы. Приведены примеры реализации таких измерительных систем.

Ключевые слова: комплексное решение, надежность, ремонтпригодность.

The complex of interrelated tasks the solution of which makes possible the further improvement of measurement accuracy based on the use of extreme counting interpolation digital photoelectric measuring system and the examples of practical realization of such systems are considered.

Key words: complex solution, reliability, repairability.

Основной вопрос метрологии — обеспечение высокой точности измерений. Эта комплексная задача имеет три основных направления: разработка высокоточного измерительного оборудования с целью уменьшения погрешностей средств измерения (СИ); научное обеспечение методики выполнения измерений для минимизации методических погрешностей; подготовка высококвалифицированных кадров, обеспечивающих снижение субъективных погрешностей. Самая сложная и многовариантная проблема в этом комплексе — разработка автоматизированных, унифицированных, оптимальных по составу, элементной базе и схемным решениям СИ.

Применение цифровых СИ исключает или упрощает ряд операций, сокращает время измерений. Так, замена меха-

нического базирования математическим устраняет из процесса сложную и затратную по времени операцию базирования и установки нулевого (начального) отсчета, повторяющуюся перед каждым измерением, а также двойные измерения при компенсации или исключении систематических погрешностей, возникающих из-за неточности базирования.

В настоящее время разработано и успешно применяется огромное количество разнотипных измерительных преобразователей и СИ, построенных на основе различных физических принципов. Они имеют отличающиеся метрологические характеристики и используются в различных отраслях производства. Общая тенденция этих приборов — связь их характеристик с ценой: чем качественнее метрологичес-