

Применение теории метода двух альф для исследования теплофизических характеристик регенеративных продуктов и химических поглотителей

П. В. БАЛАБАНОВ, С. В. ПОНОМАРЕВ

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия,
e-mail: pav-balabanov@yandex.ru

Рассмотрена математическая модель метода измерения теплофизических свойств регенеративных продуктов и химических поглотителей. Предложена конструкция измерительного устройства. Разработан алгоритм проведения эксперимента и обработки экспериментальных данных. Измерены теплофизические характеристики регенеративных продуктов на основе супероксидов калия, натрия и цеолитового сорбента.

Ключевые слова: математическая модель, теплофизические характеристики, регенеративный продукт.

The mathematical model of the method for thermophysical properties of new regenerative materials and chemical adsorbents measurements is considered. The measuring device construction is proposed. The algorithm of experiment and carrying out of experimental data processing is developed. The regenerative products thermophysical properties experimental investigation was executed.

Key words: mathematical model, thermophysical properties, regenerative product.

Метод двух альф или двух Био [1—3] применяется для исследования теплофизических характеристик образцов плоской, цилиндрической или шаровой формы. Он состоит в том, что проводят два эксперимента с одним и тем же образцом исследуемого материала, в ходе которых образец охлаждают или нагревают в среде с постоянной температурой, причем в первом опыте интенсивность теплообмена характеризуется значением коэффициента теплоотдачи $\alpha_1 = \text{const}$, а во втором — $\alpha_2 = \text{const}$. Определяя по экспериментальным данным темп охлаждения (нагрева) образца на стадии регулярного теплового режима первого рода, по формулам метода вычисляют тепло- и температуропроводность исследуемого материала. Этот метод сравнительно простой и недорогой в плане аппаратной реализации и, как показала практика, достаточно точный при использовании применительно к зернам нута [4].

Ниже рассмотрен метод измерения теплофизических характеристик цеолитовых сорбентов, а также зерновых регенеративных продуктов на основе супероксидов щелочных металлов (калия и натрия).

Для реализации метода было разработано измерительное устройство (ИУ), содержащее два сферических тела (рис. 1). Первое из них образовано исследуемым сыпучим материалом, помещенным в пространство 2, ограниченное металлической оболочкой 1 и крышкой 3. В центре сыпучего слоя исследуемого материала размещена термопара 5, металлический корпус которой теплоизолирован от оболочки 1 втулкой 6. Второе сферическое тело 4 (эталонное) выполнено из материала, теплофизические свойства которого известны (полиметилметакрилат). В центр этого сферического тела также помещена термопара. Сферические тела жестко закреплены на подставке, а для автоматической ре-

гистрации и обработки сигнала с термопар последние подключены к компьютеру PC через платы сбора данных PCI 6010.

Математическая модель температурных полей в исследуемом и эталонном сферических телах измерительного устройства сформулирована при следующих допущениях: теплоперенос излучением в материалах исследуемых образ-

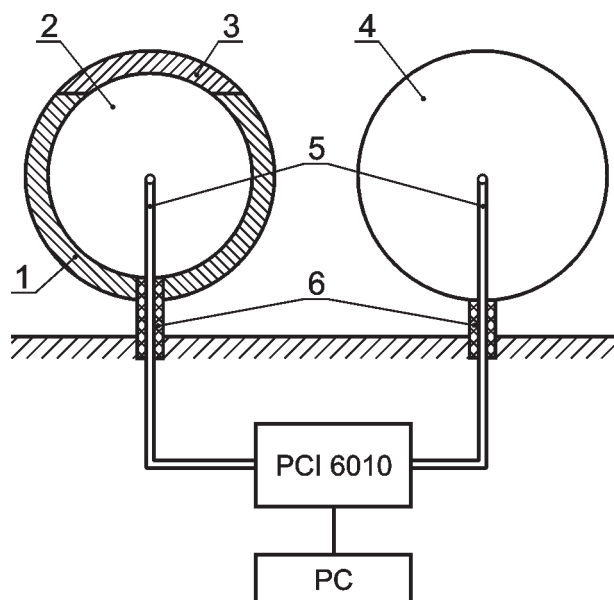


Рис. 1. Схема измерительного устройства:

1 — металлическая оболочка первого сферического тела; 2 — пространство, заполняемое сыпучим материалом; 3 — крышка; 4 — второе сферическое тело (эталонное); 5 — термопара; 6 — изолирующая втулка; PCI 6010 — плата сбора данных; PC — персональный компьютер

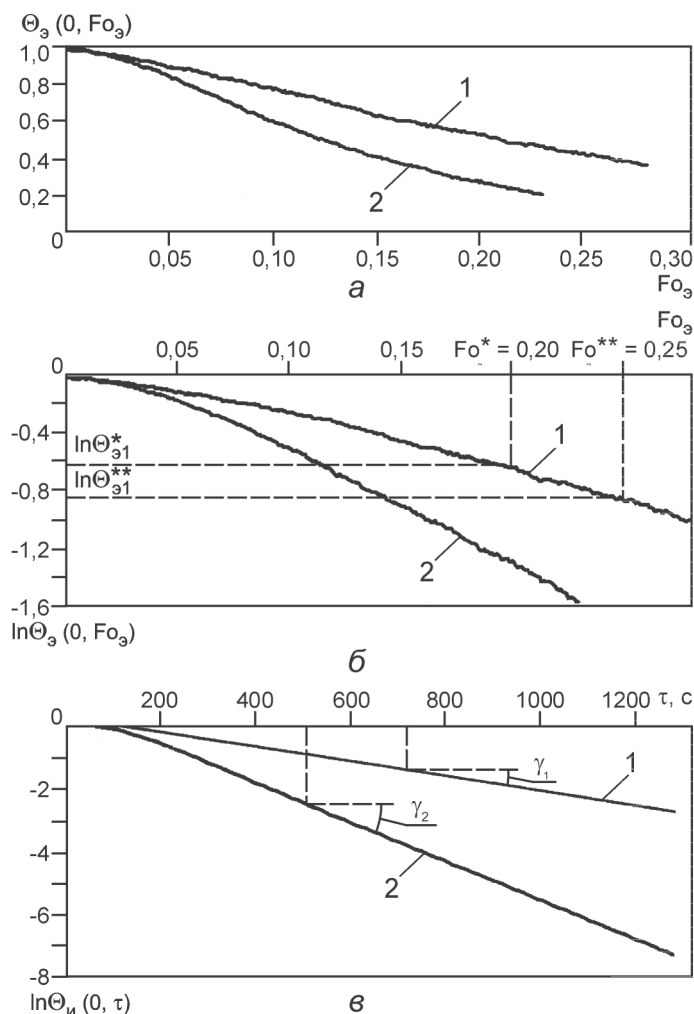


Рис. 2. Зависимости $\Theta_3 = f(Fo_3)$ (а), $\ln \Theta_3 = f(Fo_3)$ (б), $\ln \Theta_i = f(\tau)$ (в), полученные при условиях теплообмена, характеризующихся значениями α_1 (кривые 1) и α_2 (кривые 2)

цов отсутствует; температурное поле внутри системы считается одномерным; в ходе эксперимента температура слоев системы изменяется незначительно, поэтому теплофизические свойства материалов можно принять постоянными; сферические тела имеют одинаковые диаметры, таким образом, на их внешней поверхности заданы одинаковые условия теплообмена.

В связи с тем, что исследуемое сферическое тело состоит из двух слоев (металлической оболочки и исследуемого материала), необходимо записать математическую модель, описывающую распределение температур в каждом из них. Однако при таком подходе конечные расчетные соотношения для искомых теплофизических характеристик (ТФХ) будут весьма сложными. Поэтому для упрощения методики расчета ТФХ математическая модель, описывающая температурные поля в исследуемом сферическом теле, преобразована. Поскольку в конструкции измерительного устройства (см. рис. 1) использована тонкая металлическая оболочка (1, 3) из материала с высокой теплопроводностью, было сделано допущение о незначительном влиянии этой оболочки на теплообмен исследуемого материала с окружающей средой.

Температурные поля в сферическом теле измерительного устройства описываются дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial \Theta(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r}^2 \frac{\partial \Theta(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 < \bar{r} < 1, Fo > 0 \quad (1)$$

с начальными $\Theta(\bar{r}, Fo) = 1$ и граничными условиями

$$\frac{\partial \Theta(0, Fo)}{\partial \bar{r}} = 0; \quad \frac{\partial \Theta(1, Fo)}{\partial \bar{r}} + Bi \Theta(1, Fo) = 0, \quad (2)$$

где $\Theta(\bar{r}, Fo)$ — безразмерная температура,

$$\Theta(\bar{r}, Fo) = (T(r, \tau) - T_c) / (T_0 - T_c);$$

$\bar{r} = r/R$ — безразмерная пространственная координата; $Fo = at/R^2$ — число Фурье, a — температуропроводность; r, τ — пространственная координата и время; R — внутренний радиус металлической оболочки исследуемого или эталонного тела; $T(r, \tau)$ — температурное поле в сферическом теле; T_0 — начальная температура; T_c — температура окружающей среды; $Bi = \alpha R/\lambda$ — число Био; α — коэффициент теплоотдачи; λ — теплопроводность.

Для определения искомых теплофизических характеристик исследуемого материала проводят два эксперимента при условиях теплообмена, отличающихся значениями коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 , которые определяют по данным опытов с эталонным телом.

Рассмотрим решение краевой задачи (1), (2) для эталонного тела.

Применив метод разделения переменных, получим общее решение

$$\Theta_3(\bar{r}, Fo_3) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \psi_{n3}(\bar{r}) \exp(-\varepsilon_{n3}^2 Fo_3), \quad (3)$$

где C_n — постоянные, определяемые из начальных условий ε_{n3}^2 , $\psi_{n3}(\bar{r})$ — собственные значения и функции краевой задачи Штурма—Лиувилля,

$$\psi_{n3}''(\bar{r}) + \frac{2}{\bar{r}} \psi_{n3}'(\bar{r}) + \varepsilon_{n3}^2 \psi_{n3}(\bar{r}) = 0; \quad (4)$$

$$\psi_{n3}'(0) = 0, \quad \psi_{n3}'(1) + Bi_3 \psi_{n3}(1) = 0. \quad (5)$$

На стадии регулярного режима первого рода всеми членами ряда (3), кроме первого, можно пренебречь. С учетом этого допущения прологарифмируем выражение (3):

$$\ln \Theta_3(\bar{r}, Fo_3) = C_1 \psi_{13}(\bar{r}) - \varepsilon_{13}^2 Fo_3,$$

где ε_{13}^2 — первое собственное значение задачи (4), (5).

Из экспериментов с эталонным сферическим телом определяют безразмерные температуры $\Theta_3(0, Fo_3) = \frac{T_3(0, \tau) - T_c}{T_0 - T_c}$ в моменты времени $Fo_3 = a_3 \tau / R^2$, где $T_3(0, \tau)$ — температура, измеряемая в центре эталона; a_3 — известная теплопроводность эталона. После чего находят ε_{13}^2 как тангенс угла наклона прямолинейного участка графика функции $\ln \Theta_3(0, Fo_3) = f(Fo_3)$. Значение ε_{13}^2 подставляют в (4), (5) при $n = 1$ и определяют число Bi_3 , удовлетворяющее этой задаче.

Искомый коэффициент теплоотдачи вычисляют по формуле

$$\alpha = Bi_3 \lambda_3 / R. \quad (6)$$

На рис. 2, а в качестве примера показаны зависимости $\Theta_3(0, Fo_3) = f(Fo_3)$, полученные из двух экспериментов с эталонными телами при условиях теплообмена, характеризующих коэффициентами теплообмена α_1 и α_2 при $T_c = 25,5^\circ\text{C}$ и $T_0 = 37,4^\circ\text{C}$. В экспериментах использовали сферическое тело радиусом $R = 0,019$ м из полиметилметакрилата с теплопроводностью $a_3 = 1,06 \cdot 10^{-7}$ м²/с. На рис. 2, б приведены зависимости $\ln \Theta_3(0, Fo_3) = f(Fo_3)$, а также пример определения первого собственного значения ε_{13}^2 задачи (4), (5) по данным первого эксперимента. На кривой 1 выделяют отрезок, граничные точки которого имеют координаты $(\ln \Theta_{31}^*(0, Fo_3^*), Fo_3^*)$ и $(\ln \Theta_{31}^{**}(0, Fo_3^{**}), Fo_3^{**})$. Точки, лежащие внутри выделенного отрезка, аппроксимируют уравнением прямой и находят ε_{131}^2 как тангенс угла наклона этой прямой. Правила выбора координат граничных точек рассмотрены ниже. В приведенном примере для первого и второго экспериментов были получены следующие первые собственные значения задачи Штурма—Лиувилля: $\varepsilon_{131}^2 = -3,9$ и

$\varepsilon_{132}^2 = -9,4$. Числа Био, найденные из решения задач (4), (5)

при соответствующих ε_{13}^2 , составили $Bi_{31} = 1,83$ и $Bi_{32} = 41$. Коэффициенты теплообмена $\alpha_1 = 18$ и $\alpha_2 = 420$ Вт/(м² · К) вычислены по (6).

Рассмотрим теперь решение задачи (1), (2) на стадии регулярного режима первого рода для исследуемого тела. Обозначив индексом j номер эксперимента, получим

$$\ln \Theta_{ij}(\bar{r}, Fo_{ij}) = C \psi_{1ij}(\bar{r}) - \varepsilon_{1ij}^2 Fo_{ij}, \quad j = \overline{1, 2},$$

где ε_{1ij}^2 , $\psi_{1ij}(\bar{r})$ — первые собственное значение и функция краевой задачи

$$\begin{aligned} \psi_{1ij}''(\bar{r}) + \frac{2}{\bar{r}} \psi_{1ij}'(\bar{r}) + \varepsilon_{1ij}^2 \psi_{1ij}(\bar{r}) &= 0; \\ \psi_{1ij}'(0) &= 0; \psi_{1ij}(1) + Bi_j \psi_{1ij}(1) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

По результатам j -го эксперимента с исследуемым телом вычисляют безразмерную температуру $\Theta_{ij}(0, \tau) = \frac{T_{ij}(0, \tau) - T_c}{T_0 - T_c}$ в моменты времени τ , где $T_{ij}(0, \tau)$ — температура, измеряемая в центре исследуемого образца. По полученным данным определяют величину

$$A_j = -\varepsilon_{1ij}^2 a_i / R^2$$

как тангенс угла наклона прямолинейного участка графика функции $\ln \Theta_{ij}(0, \tau) = f(\tau)$.

Подставив значение $\varepsilon_{1ij}^2 = -A_j R^2 / a_i$ в (7), запишем задачу Штурма—Лиувилля в виде

$$\psi_{1ij}''(\bar{r}) + \frac{2}{\bar{r}} \psi_{1ij}'(\bar{r}) - \frac{A_j R^2}{a_i} \psi_{1ij}(\bar{r}) = 0; \quad j = 1, 2, \quad (8)$$

$$\psi_{1ij}'(0) = 0; \quad (9)$$

$$\psi_{1ij}'(1) + Bi_j \psi_{1ij}(1) = 0.$$

Систему граничных условий (9) преобразуем к виду

$$\alpha_1 \frac{\psi_{1i1}(1)}{\psi_{1i1}'(1)} = \alpha_2 \frac{\psi_{1i2}(1)}{\psi_{1i2}'(1)}. \quad (10)$$

Решая численным методом задачи (8), (9), подбирают значение a_i , удовлетворяющее условию (10). Далее вычисляют число Био $Bi_1 = -\psi_{1i1}'(1) / \psi_{1i1}(1) = 0$ и искомую теплопроводность

$$\lambda_i = \alpha_1 R / Bi_1.$$

Например, для зернового регенеративного продукта на основе супероксида калия (состав продукта: KO₂ — 83 %, CaO — 15 %, асбест — 2 %, основное зерно диаметром 3,5—5,5 мм), в результате обработки экспериментальных кривых $\ln \Theta_{ij}(0, \tau) = f(\tau)$ (см. рис. 2, в) вычислены тангенсы углов γ_1 и γ_2 наклона прямолинейных участков: $A_1 = -0,0024$ и $A_2 = -0,0061$.

Полученные значения A_1 и A_2 подставляют в задачу (8) и решают ее численно, подбирая такое значение a_i , при котором решение удовлетворяет условию (10).

В табл. 1 представлены сводные данные экспериментальных исследований, где c_{ii} — теплоемкость исследуемого тела.

Таблица 1

Результаты исследования ТФХ

Состав продукта	Условия теплообмена	ТФХ
KO ₂ — 83 %, CaO — 15 %, асбест — 2 % (зерно 3,5—5,5 мм)	$\alpha_1 = 18$ Вт/(м ² · К) $\alpha_2 = 420$ Вт/(м ² · К) $T_c = 25,5^\circ\text{C}$ $T_0 = 37,4^\circ\text{C}$	$a_i = 2,28 \cdot 10^{-7}$ м ² /с $\lambda_i = 0,22$ Вт/(м · К) $c_{ii} = 877$ Дж/(кг · К)

Окончание таблицы 1

Состав продукта	Условия теплообмена	ТФХ
NaO ₂ — 85 %, Ca(OH) ₂ — 15 % (зерно 3—5 мм)	$\alpha_1 = 27 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ $\alpha_2 = 350 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ $T_c = 25,5 \text{ }^\circ\text{C}$ $T_0 = 38,2 \text{ }^\circ\text{C}$	$a_{\text{и}} = 2,78 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ $\lambda_{\text{и}} = 0,26 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ $c_{\text{и}} = 850 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$
Цеолит ХАК-18-2М-Т (насыпная плотность 670 кг/м ³)	$\alpha_1 = 21 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ $\alpha_2 = 84 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ $T_c = 24,5 \text{ }^\circ\text{C}$ $T_0 = 38,0 \text{ }^\circ\text{C}$	$a_{\text{и}} = 2,02 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ $\lambda_{\text{и}} = 0,11 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ $c_{\text{и}} = 812 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$

Для автоматизации обработки экспериментальных данных необходимо разработать алгоритм программного определения величин ε_{131}^2 , ε_{132}^2 и A_1 , A_2 .

Как следует из рис. 2, б, при вычислении ε_{131}^2 и ε_{132}^2 необходимо определить координаты $(\ln \Theta_{31}^*(0, Fo_3^*), Fo_3^*)$ и $(\ln \Theta_{31}^{**}(0, Fo_3^{**}), Fo_3^{**})$ прямолинейного участка графика функции $\ln \Theta_3(0, Fo_3) = f(Fo_3)$. В качестве левой границы прямолинейного участка зададим момент времени Fo_3^* , при котором второй и последующий члены ряда (3) много меньше первого. Потребуем, чтобы в момент времени Fo_3^* отбрасывание второго члена ряда (3) не вносило погрешность, превышающую δ [4], т. е.

$$\left[C_2 \psi_{23}(\bar{r}) \exp(-\varepsilon_{23}^2 Fo_3) \right] / \left[C_1 \psi_{13}(\bar{r}) \exp(-\varepsilon_{13}^2 Fo_3) \right] = -\delta.$$

Преобразовав последнее выражение и используя решение Лыкова [5] для центра шара, получим

$$Fo_3^* = \frac{1}{\varepsilon_{13}^2 - \varepsilon_{23}^2} \times \times \ln \left\{ -\delta \left[\frac{2Bi_3 \sqrt{\varepsilon_{13}^2 + (Bi_3 - 1)^2}}{\varepsilon_{13}^2 + Bi_3^2 - Bi_3} / \frac{2Bi_3 \sqrt{\varepsilon_{23}^2 + (Bi_3 - 1)^2}}{\varepsilon_{23}^2 + Bi_3^2 - Bi_3} \right] \right\}. \quad (11)$$

В соответствии с (11) при $\delta = 1 \%$ в диапазоне $0,5 < Bi \leq \infty$ выполняется условие $Fo_3^* \geq 0,2$.

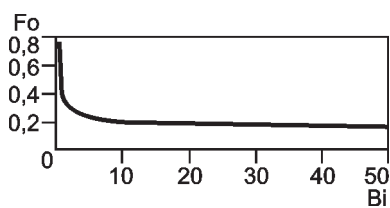


Рис. 3. Зависимость $Fo = f(Bi)$ для $\Theta_{\text{и}}^* = 0,4$

Для определения правой границы Fo_3^{**} рассмотрим выражение для вычисления средней квадратической погрешности [4] определения безразмерной температуры

$$\left(\Delta \Theta_3^{**} / \Theta_3^{**} \right)_{\text{ск}} = \frac{\Delta T}{T_0 - T_c} \sqrt{\frac{\left(\Theta_3^{**}(0, Fo_3^{**}) \right)^2 + 1}{\Theta_3^{**}(0, Fo_3^{**})}}, \quad (12)$$

где ΔT — абсолютная погрешность измерения температуры. Согласно [5] выражение для безразмерной температуры в центре шара при $Fo > 0,2$ можно записать в виде

$$\Theta_3^{**}(0, Fo_3^{**}) = \frac{2Bi_3 \sqrt{\varepsilon_{13}^2 + (Bi_3 - 1)^2}}{\varepsilon_{13}^2 + Bi_3^2 - Bi_3} \exp(-\varepsilon_{13}^2 Fo_3^{**}). \quad (13)$$

С учетом (12), (13) получим расчетное соотношение

$$Fo_3^{**} = -\frac{1}{\varepsilon_{13}^2} \ln \left\{ \frac{\varepsilon_{13}^2 + Bi_3^2 - Bi_3}{2Bi_3 \sqrt{\varepsilon_{13}^2 + (Bi_3 - 1)^2}} \left[\sqrt{\frac{T_0 - T_c}{\Delta T} \left(\frac{\Delta \Theta_3^{**}}{\Theta_3^{**}} \right)_{\text{ск}}} \right]^2 - 1 \right\}.$$

При определении координат $(\ln \Theta_{\text{и}}^*(0, \tau^*), \tau^*)$ и $(\ln \Theta_{\text{и}}^{**}(0, \tau^{**}), \tau^{**})$ прямолинейных участков графиков

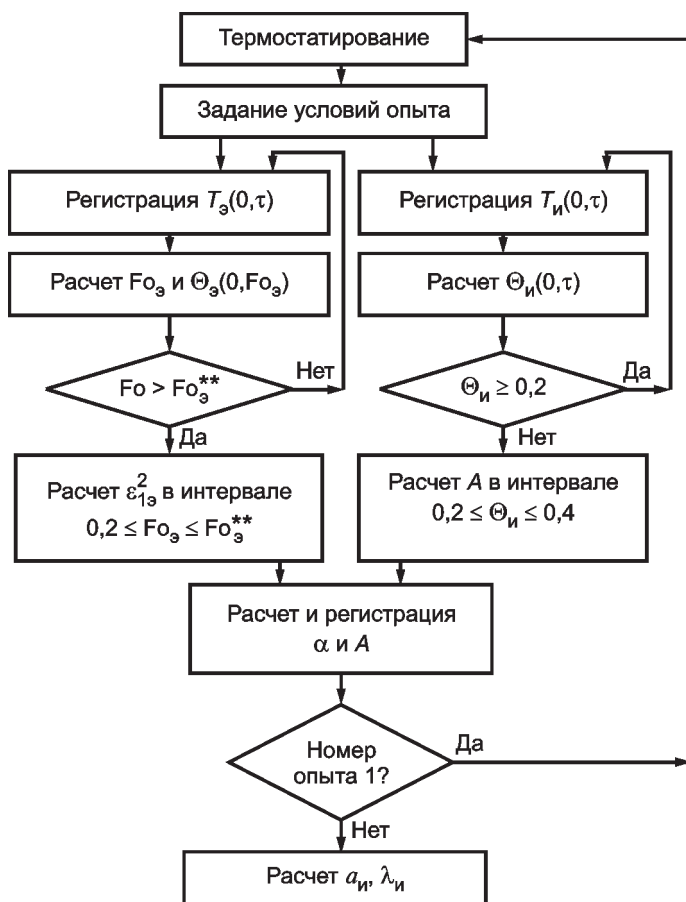


Рис. 4. Алгоритм проведения измерительных операций и обработки экспериментальных данных

Результаты измерения ТФХ веществ в диапазоне температур

Состав продукта	Метод двух альф	DSC-2	ИТ-4	ИТ-С-400 $c_{и}$
КO ₂ — 83 %, СаО — 15 %, асбест — 2 %	$a_{и} = 2,28 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ $\lambda_{и} = 0,22 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ $c_{и} = 877 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$c_{и} = 890 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$\lambda_{и} = 0,20 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	$c_{и} = 833 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
NaO ₂ — 85 %, Са(OH) ₂ — 15 %	$a_{и} = 2,78 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ $\lambda_{и} = 0,26 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ $c_{и} = 850 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$c_{и} = 900 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$\lambda_{и} = 0,26 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	$c_{и} = 920 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
Цеолит ХАК-18-2М-Т	$a_{и} = 2,02 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ $\lambda_{и} = 0,11 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ $c_{и} = 812 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$c_{и} = 830 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$\lambda_{и} = 0,12 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	$c_{и} = 840 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$

функции $\ln \Theta_{иj}(0, \tau) = f(\tau)$, необходимых для вычисления величин A_1 и A_2 , можно воспользоваться рекомендациями, приведенными в [4, 6]. Если проводить эксперименты при условиях теплообмена $0,5 < Bi \leq \infty$, то при безразмер-

ной температуре $\Theta_{и}^* \leq 0,4$, которую можно вычислить непосредственно в ходе эксперимента, и времени τ^* , соответствующем достижению этой температуры, выполняется условие $Fo_{и} \geq 0,2$ (рис. 3). Таким

образом, для определения левой граничной точки прямолинейного участка графика $\ln \Theta_{иj}(0, \tau) = f(\tau)$ необходимо

контролировать значение безразмерной температуры $\Theta_{и}^*$ и зарегистрировать момент времени τ^* , связанный с выполнением условия $\Theta_{и}^* = 0,4$. При достижении значения

$\Theta_{и}^{**} = 0,2$ [4, 6] эксперимент можно завершить, а для вычисления величины A использовать экспериментальные данные из диапазона $\Theta_{и}^* = 0,4 \geq \Theta_{и} \geq \Theta_{и}^{**} = 0,2$.

Алгоритм проведения измерительных операций и обработки экспериментальных данных при исследовании ТФХ представлен на рис. 4.

Результаты измерения ТФХ предложенным методом были сопоставлены с данными измерений ТФХ регенеративных продуктов с использованием дифференциального сканирующего калориметра DSC-2 фирмы Perkin-Elmer, измерителей теплопроводности ИТ-4 и теплоемкости ИТ-С-400 (табл. 2).

Как следует из приведенных данных, теплофизические характеристики, измеренные с использованием предложенного метода, отличаются от ТФХ, измеренных серийными приборами, не более чем на 10 %. Полученные теплофизические характеристики применяются в расчетах тепловых

режимов работы средств регенерации воздуха изолирующего типа.

Л и т е р а т у р а

1. **Осипова В. А.** Экспериментальное исследование процессов теплообмена. М.: Энергия, 1969.
2. **Чиркин В. С.** Теплопроводность промышленных материалов. М.: Машгиз, 1962.
3. **Пономарев С. В. и др.** Теоретические и практические основы теплофизических измерений. М.: Физматлит, 2008.
4. **Пономарев С. В. и др.** Повышение точности метода измерения теплофизических свойств за счет выбора рациональных параметров проведения эксперимента и обработки опытных данных // Вестник Тамбов. гос. техн. ун-та. 2009. Т. 15. № 4. С. 718—728.
5. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.
6. **Пономарев С. В., Балабанов П. В., Трофимов А. В.** Оценка погрешностей измерения теплофизических свойств твердых материалов // Измерительная техника. 2004. № 1. С. 44—47; **Ponomarev S. V., Balabanov P. V., Trofimov A. V.** An estimate of the errors in measuring the thermal properties of solids // Measurement Techniques. 2004. V. 47. N 1. P. 66—72.

Дата одобрения 24.05.2010 г.