

Оценивание составляющей погрешности, связанной с выбором модели течения газа в критических соплах

В. И. ЧЕСНОВ, Б. А. ИПОЛИТОВ

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы,
Москва, Россия, e-mail: chesnokov@vniims.ru, ipolitov@vniims.ru

Разработана более точная модель течения идеального сжимаемого газа в критическом сопле, используемом в качестве эталона объёмного расхода. Проведена оценка погрешности неадекватности классической модели критического сопла, применяемой для получения действительного значения объёмного расхода, воспроизводимого соплом в рабочих условиях. Показано, что погрешность неадекватности модели необходимо учитывать в области верхних границ диапазонов измерений счётчиков газа при проведении их калибровки с помощью эталонов объёмного расхода на критических соплах.

Ключевые слова: критическое сопло, неадекватность модели, объёмный расход газа.

More accurate model of technical gas dynamics describing the flow of an ideal compressible gas in the critical nozzle used as a reference of the volumetric flow is developed. The evaluation of error of inadequacy of the classical model of the critical nozzles used for obtaining conventional true value of the volumetric flow rate, reproducible by nozzle under operating conditions was carried out. It is shown that the error of the inadequacy of the model should be considered in the upper measurement range limits gas meters during their calibration using the volumetric flow standards on the critical nozzles.

Key words: critical nozzle, inadequacy of the model, volume flow rate.

Точность результатов измерений физических величин во многом зависит от постановки измерительной задачи. Постановка задачи состоит из следующих этапов: разработки физической модели объекта измерений в соответствии с практической потребностью измерений определённых физических величин, характеризующих объект; точного описания процедуры применения средств измерений (СИ) и алгоритма оценивания погрешности [1, 2]. При разработке физической модели объекта появляется составляющая погрешности измерений, связанная с той или иной степенью приближения теоретического описания объекта к реально происходящим процессам и явлениям. Эту составляющую называют погрешностью неадекватности модели. Описание процедуры применения СИ — установленная логическая последовательность операций и правил, выполнение которых обеспечивает получение результатов в соответствии с принятым методом измерений. Несовершенство метода измерений приводит к методической составляющей погрешности измерений [3]. Использование СИ сопряжено с систематическими и случайными составляющими погрешностей измерений величин. К систематическим относятся погрешности, изменяющиеся по известному закону. В настоящей статье оценена составляющая погрешности измерений объёмного расхода газа, связанная с выбором модели его течения в критических соплах. Для этого проанализирована погрешность неадекватности классической модели течения газа в критическом сопле.

Критическое сопло по принципу действия воспроизводит массовый расход газа, который можно измерить или рассчитать на базе модели объекта. Под моделью объекта будем понимать модель, описывающую течение газа при его расширении в сопле. При определении погрешности воспроизведения массового (объёмного) расхода газа критическим

соплом большое значение имеют как экспериментальные, так и теоретические исследования.

При поверке (калибровке) бытовых, турбинных, ротационных, вихревых и ультразвуковых счётчиков газа, имеющих относительно небольшие условные диаметры (до 250 мм), в качестве эталонов объёмного расхода газа часто используют поверочные установки на критических соплах. В таких установках рабочей средой является воздух, находящийся при атмосферном давлении и комнатной температуре. С помощью вентилятора воздух прокачивается через измерительный трубопровод установки с критическим соплом. Большинство поверочных установок работают в режиме всасывания атмосферного воздуха. Диапазон измерений объёмного расхода воздуха составляет 0,16—6500,00 м³/ч, пределы относительной погрешности измерений $\pm 0,3$ %. Такие показатели точности достигаются индивидуальными калибровками (поверками) критических сопел на эталонах объёма газа, работающих по принципу колокольного или поршневого пружина, или с использованием гравиметрического метода. Калибровка (поверка) критических сопел и их применение в поверочной установке для воспроизведения действительных значений объёмного расхода воздуха в поперечном сечении измерительного трубопровода перед критическим соплом и в месте расположения поверяемого счётчика основаны на использовании формул одномерной технической газовой динамики, полученных в рамках модели стационарного адиабатического течения идеального газа в канале переменного сечения [4, 5].

Модель технической газовой динамики одномерного стационарного адиабатического течения идеального сжимаемого газа в сопле состоит из уравнения сохранения энергии, описывающего сохранение суммы удельной энтальпии (теплосодержания) газа и его удельной кинетической энергии, и

уравнения сохранения массы (неразрывности) одномерного стационарного потока. Традиционно эти уравнения решают совместно при начальных данных для уравнения сохранения энергии. При этом задают только начальную температуру газа на входе в сопло, пренебрегая его удельной кинетической энергией в сравнении с начальным удельным теплосодержанием (при расширении в сопле газ охлаждается). Такое приближение начальной «нулевой» кинетической энергии допустимо для сопел, работающих при повышенных (1000—3000 К) начальных температурах поступающего в сопло газа. Это могут быть сопла газовых турбин, реактивных двигателей, а также сопла, применяемые в технологических процессах. Для эталонных критических сопел, работающих при комнатных температурах порядка 300 К и атмосферном давлении, найдём отношение начальной удельной кинетической энергии к удельной энтальпии воздуха при условном диаметре измерительного трубопровода 200 мм и расходе 4000 м³/ч. Удельная теплоёмкость C_p воздуха при постоянном атмосферном давлении и температуре 20 °С составляет 1006 Дж / °С·(кг) [6]. Удельная энтальпия $C_p T = 1006 \cdot 300 = 301800$ Дж/кг (p — абсолютное давление газа); удельная кинетическая энергия $u^2/2 = Q^2/(2F^2)$, где u — скорость течения воздуха в измерительном трубопроводе перед критическим соплом; Q — объёмный расход воздуха перед критическим соплом; F — площадь поперечного сечения измерительного трубопровода, при внутреннем диаметре 200 мм $F = 0,0314$ м². Тогда $u^2/2 = 4000^2/2 \cdot (3600 \cdot 0,0314)^2 = 626,074$ Дж/кг; $u^2/(2C_p T) = (626,074/301800) \cdot 100 \% \approx 0,21 \%$. Таким образом, при уровне точности критического сопла по объёмному расходу газа $\approx 0,3 \%$ следует учитывать начальную кинетическую энергию газа. Применив известную модель одномерного стационарного течения идеального сжимаемого газа [5], получим формулы для вычисления массового и объёмного расходов газа при его истечении из критического сопла, учитывающие начальную кинетическую энергию потока на входе в сопло. Уравнение сохранения энергии имеет вид [5, 7]:

$$C_p T_1 + u_1^2/2 = C_p T_{кр} + u_{кр}^2/2, \quad (1)$$

где $C_p = \text{const}$; T_1 , $T_{кр}$, u_1 , $u_{кр}$ — абсолютные температуры и скорости газа во входном и критическом сечениях сопла, соответственно.

В критическом сечении скорость газа равна местной скорости звука, т. е. $u_{кр} = a_{кр}$. Введём газодинамическое число $\lambda = u/a_{кр}$, которое является безразмерной скоростью газа (u — скорость газа в произвольном поперечном сечении канала). Уравнение сохранения энергии (1) запишем как

$$C_p T_1 + a_{кр}^2 \lambda_1^2/2 = C_p T_{кр} + a_{кр}^2/2. \quad (2)$$

Для скорости звука a имеет место выражение [5, 7]:

$$a = \sqrt{\gamma \tilde{R} T}, \quad (3)$$

где $\gamma = C_p/C_v$ — показатель адиабаты; C_v — удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме; $\tilde{R} = R/\mu$ — удельная газовая постоянная; μ — молекулярная масса газа.

Удельные теплоёмкости газа при постоянном давлении C_p и постоянном объёме C_v для идеального газа связаны соотношением [5, 7]

$$C_p - C_v = \tilde{R}. \quad (4)$$

Подставив формулы (3), (4) в равенство (2), выведем выражение для температуры газа в критическом сечении сопла:

$$T_{кр} = 2T_1 / [(\gamma + 1)\varphi(\lambda_1)], \quad (5)$$

где

$$\varphi(\lambda) = 1 - \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \lambda^2. \quad (6)$$

Выражение (5) отличается от классического [5, 7], полученного при использовании равенства (2) без второго слагаемого в левой части, функцией $\varphi(\lambda)$ в знаменателе (см. формулу (6)). Массовый расход газа при истечении из критического сопла можно найти из закона сохранения массы для стационарного течения в канале переменного поперечного сечения [5, 7]:

$$G = \rho_{кр} a_{кр} F_{кр}, \quad (7)$$

где $\rho_{кр}$ — плотность газа в критическом сечении сопла.

Преобразуем формулу (7), исключив плотность газа в критическом сечении сопла. Для этого используем уравнение состояния идеального газа [5, 7]:

$$p = \rho \tilde{R} T. \quad (8)$$

Затем в (7) подставим выражение (3) для скорости звука при температуре газа в критическом сечении. Тогда массовый расход можно представить в виде

$$G = F_{кр} p_{кр} \sqrt{\gamma} / \sqrt{\tilde{R} T_{кр}}. \quad (9)$$

Так как течение газа в сопле сопровождается быстрым расширением, можно считать этот процесс адиабатическим, т. е. происходящим без теплообмена с окружающей средой. При адиабатических процессах параметры состояния идеального газа связаны соотношением $pV^\gamma = \text{const}$ [5, 7], а с учётом уравнения состояния (8) — следующим образом:

$$p_{кр}/p_1 = (T_{кр}/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (10)$$

Объединив формулы (5), (10), запишем

$$p_{кр} = p_1 \left[2 / [(\gamma + 1)\varphi(\lambda_1)] \right]^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (11)$$

Подставив (5), (11) в (9), получим формулу для расчёта массового расхода идеального газа при его истечении из критического сопла:

$$G = F_{кр} p_1 \sqrt{\left[\sqrt{T_1} b \left[1 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \lambda_1^2 \right]^{-(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \right]} \quad (12)$$

$$\text{где } b = [2/(\gamma+1)]^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \sqrt{\gamma/\tilde{R}}. \quad (13)$$

Формулу (12) удобно применять при вычислениях массового расхода идеального газа при течении в критическом сопле, так как она содержит известные параметры состояния в сечении перед соплом, т. е. на входе в него. Площадь критического сечения известна только для сопел с большими расходами (большими диаметрами критических сечений, т. е. более 5 мм). Для малых критических сечений нужно точно измерять диаметр, что не всегда возможно и, кроме того, вводить поправки на пограничный слой, существование которого в данном случае существенно. Число λ_1 можно считать заданным входным параметром. В рамках данной модели течения скорость звука в критическом сечении сопла определяется из (3), (5).

Рассмотрим из равенства (12) выражение, представленное функцией (6):

$$\varphi(\lambda_1) = 1 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \lambda_1^2 = 1 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) (u_1^2/a_{кр}^2).$$

Определим газодинамическое число τ :

$$\tau = u/c_{кр}, \quad (14)$$

где $c_{кр}$ — скорость звука в критическом сечении сопла, соответствующая температуре $\tilde{T}_{кр}$ газа в критическом сечении. Эту температуру можно найти как [5, 7]:

$$\tilde{T}_{кр} = 2T_1/(\gamma+1). \quad (15)$$

Формула (15) выведена из традиционной модели течения газа в сопле, которая не учитывает начальную кинетическую энергию потока. Скорость звука в критическом сечении сопла в рамках данной развиваемой модели и с учётом (14) можно представить в виде $a_{кр}^2 = c_{кр}^2/\varphi(\lambda_1)$. Следовательно, газодинамические числа λ , τ связаны соотношением $\lambda^2 = \tau^2 \varphi(\lambda) = \tau^2 \left[1 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \lambda^2 \right]$. Тогда

$$\lambda^2 = \tau^2 / \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \tau^2 \right]. \quad (16)$$

Подставим (16) в (12) и после несложных преобразований получим

$$G = F_{кр} p_1 \sqrt{\left[\sqrt{T_1} b \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \tau_1^2 \right]^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \right]}. \quad (17)$$

Из формулы (17) можно определить массовый расход газа, заданный эталонным критическим соплом. Действи-

тельное значение Q_{V1} объёмного расхода газа, воспроизводимое в поперечном сечении измерительного трубопровода, можно определить из отношения

$$Q_{V1} = G/\rho_1 = u_1 F_1,$$

где ρ_1 , F_1 — плотность газа и площадь измерительного трубопровода в рассматриваемом поперечном сечении, соответственно. Плотность ρ_1 можно найти из (8).

Газодинамическое число τ_1 также можно записать через действительное значение Q_{V1} объёмного расхода и температуру газа T_1 перед входным сечением сопла:

$$\tau_1 = u_1/c_{кр} = Q_{V1} \sqrt{(\gamma+1)/2} / \left(F_1 \sqrt{\gamma \tilde{R} T_1} \right). \quad (18)$$

При записи формулы (18) использованы выражения (15)

$$\text{и } c_{кр} = \sqrt{\gamma \tilde{R} \tilde{T}_{кр}}.$$

Разделим левую и правую части равенства (17) на плотность газа ρ_1 , после деления в полученное равенство подставим выражения (13) и (18). В итоге получим равенство

$$Q_{V1} = F_{кр} a_1 \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{V1}^2}{F_1^2 a_1^2} \right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]}, \quad (19)$$

где $a_1 = \sqrt{\gamma \tilde{R} T_1}$ — скорость звука в идеальном газе, соответствующая его параметрам состояния на входе в эталонное сопло.

Уравнение (19) — трансцендентное для действительного значения объёмного расхода газа, воспроизводимого эталонным критическим соплом в измерительном трубопроводе. В это уравнение входит площадь критического сечения сопла, которая для круглого сечения определяется посредством измерения его диаметра. Для сопел с малыми диаметрами критических сечений (1—2) мм и меньше определение площади сечения может быть сопряжено с ощутимой погрешностью. Кроме того, из-за необходимости внесения поправок, связанных с отступлениями поведения реального газа от идеального, приходится вводить эффективную площадь критического сечения, поскольку прилегающая к стенке сопла кольцевая часть площади этого сечения занята пограничным слоем, а уравнения данной модели течения применимы только к ядру потока (его условно центральной части вне пограничного слоя).

Критические сопла калибруют проливным методом на эталонах объёмного расхода (объёма) для повышения точности воспроизведения действительных значений объёмного расхода газа. При калибровке сопла с помощью метода повышенной точности или СИ измеряют объёмный расход газа $Q_{ст}$, проходящего через входное поперечное сечение сопла заданного размера при входной (начальной) температуре T_H , соответствующей, например, 20 °C: $T_1 = T_H = 293,15$ K. Найденный при калибровке объёмный расход газа $Q_{ст}$ удовлетворяет уравнению, аналогичному (19):

$$Q_{ст} = F_{кр} a_H \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{ст}^2}{F_1^2 a_H^2} \right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]}. \quad (20)$$

Разделим левую и правую части (19) на соответствующие части (20):

$$Q_{V1}/Q_{CT} = \frac{a_1}{a_H} \times \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{t^2 Q_{st}^2}{F_1^2 a_1^2}\right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \bigg/ \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{st}^2}{F_1^2 a_H^2}\right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]}, \quad (21)$$

где $t = Q_{V1}/Q_{CT}$.

Для упрощения записи введём обозначения:

$$z = \frac{a_1}{a_H} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{st}^2}{F_1^2 a_H^2}\right)^{-(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]};$$

$$q_1^2 = \frac{Q_{st}^2}{F_1^2 a_1^2}; \quad q_H^2 = \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{st}^2}{F_1^2 a_H^2}. \quad (22)$$

Уравнение (21), (22) перепишем в следующем виде:

$$t = z \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} t^2 q_1^2\right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]}. \quad (23)$$

Дальнейшее упрощение уравнения (23) для его решения в аналитическом виде основано на числовом оценивании второго слагаемого, которое обозначим символом A (безразмерная величина), т. е.

$$A = \frac{\gamma-1}{2} t^2 q_1^2 = \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{r1}^2}{F_1^2 a_1^2}. \quad (24)$$

Поверочные установки на критических соплах комплектуют измерительными трубопроводами, имеющими условные диаметры 50, 80, 100, 150, 200, 250 мм. В табл. 1 в соответствии с техническими характеристиками поверяемых турбинных счётчиков газа типов СГ и СТГ (ротационных, турбинных, вихревых и ультразвуковых) представлены значения максимальных расходов воздуха, которые поверочная установка должна обеспечить для каждого условного диаметра измерительного трубопровода. Максимальные расходы должны приблизительно совпадать с верхними границами диапазонов измерений поверяемых счётчиков.

Показатель адиабаты сухого воздуха $\gamma = 1,4$, молекулярная масса $\mu \approx 29$ [5, 8]. Примем абсолютную температуру входного потока воздуха равной 20 °С ($T_1 = 293,15$ К). Соответствующая этой температуре расчётная скорость звука

$$a_1 = \sqrt{\gamma R T_1 / \mu} = \sqrt{1,4 \cdot 8314 / 29 \cdot 293,15} = 343,016 \text{ м/с.}$$

Экспериментальная скорость звука в воздухе при $T_1 = 293,15$ К составляет $a_H = 343,6$ м/с [6].

В табл. 1 представлены значения A , вычисленные по формуле (24) для различных диаметров измерительных трубопроводов. Приведённые значения A относятся к поперечному сечению измерительного трубопровода на входе в сопло. При оценивании A действительное значение объёмного расхода газа Q_{V1} принимали равным Q_{max} для калибруемого счётчика (диаметра измерительного трубопровода).

Второе слагаемое в круглых скобках уравнения (23) на два порядка меньше единицы во всём диапазоне применения поверочных установок на критических соплах. Поэтому для решения трансцендентного уравнения (23) в аналитическом виде используем разложение степенной функции в биномиальный ряд Тейлора, сохранив два первых члена разложения:

$$\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} t^2 q_1^2\right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \approx 1 + \frac{\gamma+1}{4} t^2 q_1^2. \quad (25)$$

С учётом приближённого выражения (25) и равенства (23) для параметра t можно записать уравнение

$$t^2 - \frac{4}{\gamma+1} \frac{1}{z q_1^2} t + \frac{4}{(\gamma+1) q_1^2} = 0. \quad (26)$$

Из уравнения (26) найдём корни $t_{1,2}$ квадратного уравнения:

$$t_{1,2} = \frac{2}{(\gamma+1) z q_1^2} \pm \frac{2}{(\gamma+1) z q_1^2} \sqrt{1 - (\gamma+1) z^2 q_1^2}. \quad (27)$$

Для упрощения формулы (27) будем считать, что температура газа в рабочих условиях эталонного критического сопла и при его экспериментальной проливке практически не отличаются. Основываясь на числовых оценках величины A вблизи верхней границы диапазона измерений калибруемых счётчиков газа ($Q_{CT} \approx Q_{max}(D_{\gamma})$), приходим к выводу, что

$(\gamma+1) z^2 q_1^2 \ll 1$, и радикал в формуле (27) можно представить как сумму первых двух членов биномиального ряда во всем диапазоне воспроизведения действительных значений объёмного расхода поверочной установки:

$$t_{1,2} = \frac{2}{(\gamma+1) z q_1^2} \pm \frac{2}{(\gamma+1) z q_1^2} \left(1 - \frac{\gamma+1}{2} z^2 q_1^2\right). \quad (28)$$

Второй корень общего решения (28) при выборе знака минус имеет физический смысл. Первый корень, соответствующий знаку плюс, определяет действительный объёмный расход газа, который получается при течении воздуха в выбранном поперечном сечении измерительного трубопровода (вблизи входа в критическое сопло) с местной скоростью звука, что не соответствует реальному режиму работы эталонного сопла. При выборе знака минус можно получить приближённое выражение второго корня уравнения (26),

Таблица 1

Максимальные объёмные расходы воздуха поверочной установки в зависимости от условных диаметров поверяемых счётчиков

D_{γ} , мм	F_1 , м ²	Q_{max} , м ³ /ч (м ³ /с) для счётчиков газа турбинных		Значения A для счётчиков газа турбинных	
		тип СГ	тип СТГ	тип СГ	тип СТГ
50	0,00196	160 (0,04444)	100 (0,02778)	0,00087	0,00034
80	0,00503	250 (0,06944)	400 (0,11111)	0,00032	0,00083
100	0,00785	650 (0,18056)	650 (0,18056)	0,00090	0,00090
150	0,01767	1000 (0,27778)	1600 (0,44444)	0,00042	0,00108
200	0,03142	4000 (1,11111)	—	0,00213	—

которое отвечает наблюдаемому режиму работы эталонного сопла. Таким образом

$$t_2 \approx z = a_1/a_n \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{Q_{\text{CT}}^2}{F_1^2 a_n^2} \right)^{-(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \quad (29)$$

Объединив формулы (3), (29) с учётом числовых оценок величины A (см. табл. 1), можно записать приближённое аналитическое решение для действительного значения объёмного расхода воздуха, воспроизводимого критическим соплом в измерительном трубопроводе вблизи его входного сечения:

$$Q_{V1} = Q_{\text{CT}} \sqrt{T_1/T_n} \left(1 - \frac{\gamma+1}{4} \frac{Q_{\text{CT}}^2}{F_1^2 a_n^2} \right) \quad (30)$$

При выводе формулы (30) использовано разложение степенной функции (29) в биномиальный ряд, в котором сохранены только первые два члена. Проанализировав выражение (30), отметим, что оно позволяет рассчитать действительное значение объёмного расхода газа Q_{V1} на основе результата измерений при калибровке сопла объёмного расхода газа Q_{CT} , протекающего через него при входной температуре $T_1 = T_n$. Калибровку сопла (измерения объёмного расхода) выполняют, как правило, при температуре газа на входе в сопло 20 °C ($T_n = 293,15$ К). Первые два сомножителя в правой части выражения (30) представляют действительное значение объёмного расхода газа в поперечном сечении измерительного трубопровода перед критическим соплом [5, 7], найденное также на основе измерений (при калибровке сопла) объёмного расхода Q_{CT} , но по формуле традиционной классической модели при температуре газа во входном сечении $T_1 = T_n$. Классическая модель описывает течение газа в сопле без учёта начальной кинетической энергии потока. В связи с этим замечанием введём обозначение:

$$Q_{V1}^{\text{кл}} = Q_{\text{CT}} \sqrt{T_1/T_n} \quad (31)$$

где $Q_{V1}^{\text{кл}}$ — действительное значение объёмного расхода газа в поперечном сечении измерительного трубопровода перед входным сечением эталонного критического сопла, определённое при рабочих условиях по формуле классической модели течения газа в сопле [5, 7].

Выражение (31) (с поправочным коэффициентом на влажность воздуха) в настоящее время рекомендовано в руководствах по эксплуатации поверочных установок на критических соплах для определения действительного значения объёмного расхода, получаемого с помощью поверочной установки в рабочих условиях. В модели, разработанной в настоящей статье, возможность внесения поправки на влажность воздуха не рассматривается. Для определения действительного значения объёмного расхода газа, воспроизводимого откалиброванным критическим соплом в рабочих условиях, в настоящей статье получена формула (30). В классической модели критического сопла, принятой в технической газовой динамике, для этих целей используют выражение (31). Следовательно, можно ввести погрешность

δ_m неадекватности модели, которая является одной из составляющих погрешности воспроизведения действительно значения объёмного расхода газа критическим соплом в рабочих условиях:

$$\delta_m = \frac{Q_{V1}^{\text{кл}} - Q_{V1}}{Q_{V1}^{\text{кл}}} = \frac{\gamma+1}{4} \frac{Q_{\text{CT}}^2}{F_1^2 a_n^2} \quad (32)$$

Выражение (32) означает, что погрешность, обусловленная выбором модели течения, изменяется по известному закону и по характеру проявления относится к систематической погрешности, причём возрастает пропорционально квадрату объёмного расхода газа, проходящего сквозь критическое сопло. Выражение (32) показывает, что фактически погрешность, связанная с выбором модели течения, зависит от квадрата числа Маха, представляющего отношение скорости движения газа в измерительном трубопроводе перед соплом к местной скорости звука, т. е. скорости звука в рассматриваемом поперечном сечении сопла. Результат деления объёмного расхода, полученного при калибровке критического сопла, на площадь поперечного сечения канала равен среднemasовой u_1 скорости движения газа через рассматриваемое поперечное сечение трубопровода. Из равенства (32) следует, что классическая модель течения (см. формулу (31)), приводит к завышенным действительным значениям объёма газа, воспроизводимым критическим соплом в рабочих условиях, отличных от условий его калибровки. Введение в (28), (30) поправок на влажность воздуха не изменит выражения (32) для погрешности неадекватности модели, так как при этом числитель и знаменатель дроби умножаются на один и тот же коэффициент.

Числовое оценивание погрешности неадекватности классической модели критического сопла можно провести на примере максимальных объёмных расходов газа, измеряемых турбинными счётчиками газа и приведенных в табл. 1. Результаты оценивания сверху этой составляющей погрешности по формуле (32) показаны в табл. 2.

Таблица 2

Погрешность неадекватности модели (оценка сверху)

D_{γ}^* , мм	F_1 , м ²	Счётчики газа турбинные			
		тип СГ		тип СТГ	
		Q_{CT} , м ³ /с	δ_m , %	Q_{CT} , м ³ /с	δ_m , %
50	0,00196	0,04444	0,26	0,02778	0,10
80	0,00503	0,06944	0,10	0,11111	0,25
100	0,00785	0,18056	0,27	0,18056	0,27
150	0,01767	0,27778	0,13	0,44444	0,32
200	0,03142	1,11111	0,64	—	—

Примечание: * — при $a_n = 343,6$ м/с.

Из табл. 2 следует, что при поверке (калибровке) счётчиков газа погрешность воспроизведения объёмного расхода газа (воздуха) поверочной установкой на критических соплах вблизи верхних границ диапазонов их измерений изменяет-

ся в пределах 0,1—0,6 % для турбинных счётчиков типа СГ и 0,10—0,32 % — для турбинных счётчиков типа СТГ. Для малых объёмных расходов погрешность неадекватности модели при воспроизведении объёмных расходов поверочной установкой близка к нулю и, как отмечалось выше, возрастает по мере приближения к верхним границам диапазонов измерений калибруемых (поверяемых) счётчиков газа. Так как погрешность неадекватности модели относится к систематической погрешности, то её присутствие смещает из начала координат центр распределения плотности вероятности погрешности измерения (воспроизведения) объёмного расхода. В результате такого смещения границы доверительного интервала случайной составляющей погрешности поверочной установки становятся кососимметричными. Смещение центра доверительного интервала погрешности в среднем составляет 0,28 % (см. табл. 2). При этом верхняя граница фактического интервала погрешности поверочной установки становится близкой к 0,6 % при заявленном интервале погрешности $\pm 0,3$ % [4]. Таким образом, показано, что при проверке (калибровке) счётчиков газа необходимо принимать во внимание погрешность неадекватности модели критического сопла при воспроизведении объёмного расхода газа поверочной установкой на критических соплах. При значительных объёмных расходах воздуха эту систематическую составляющую погрешности поверочной установки, обусловленную выбором модели течения газа, необходимо учитывать в форме поправок для сохранения заявленных метрологических характеристик. Внесение поправок не представляет сложностей, так как установлен закон изменения составляющей погрешности поверочной установки, связанной с выбором модели течения газа в критических соплах.

Заключение. Разработана более точная модель технической газовой динамики, описывающая течение газа в критических соплах. Уточнение модели связано с учётом начальной кинетической энергии потока, что существенно при невысоких (комнатных) температурах газа на входе сопла. В рамках развитой модели на базе экспериментальных результатов калибровки сопла получено выражение для расчёта действительных значений объёмного расхода газа,

воспроизводимых критическим соплом в рабочих условиях, отличных от условий его калибровки. Данное выражение для действительных значений объёмного расхода газа, воспроизводимого критическими соплами, позволило оценить погрешность неадекватности классической модели критического сопла, принятой в технической газовой динамике. Установлено, что составляющая погрешности поверочных установок на критических соплах, связанная с выбором модели течения газа, по характеру проявления относится к систематической погрешности. На числовых примерах показано, что погрешность неадекватности модели, используемой для воспроизведения (измерений) объёмного расхода газа в рабочих условиях, может существенно изменить характеристики погрешности поверочных установок на критических соплах. В связи с этим при проведении калибровки счётчиков газа её следует учитывать в виде традиционных поправок на систематические погрешности для поддержания точности калибровки счётчиков газа на требуемом уровне, особенно, вблизи верхних границ их диапазонов измерений.

Л и т е р а т у р а

1. Сергеев А. Г., Крохин В. В. Метрология. М.: ЛОГОС, 2001.
2. Мурашкина Т. И., Мещеряков В. А., Бадеева Е. А., Шалобаев Е. В. Теория измерений. М.: Высшая школа, 2007.
3. РМГ 29—2013. ГСИ. Метрология. Основные термины и определения.
4. Установка поверочная УПСГ-1000 для проверки промышленных и бытовых счётчиков газа. Руководство по эксплуатации ГМ 004.00.00.00-01 РЭ. [Электрон. ресурс] <http://www.td-str.ru/file.aspx?id=301> (дата обращения: 10.05.2016).
5. Дейч М. Е., Зарянкин А. Е. Газодинамика. М.: Энергоатомиздат, 1984.
6. Кей Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1962.
7. Бэр Г. Д. Техническая термодинамика. М.: Мир, 1977.
8. Энциклопедия «ФИЗИКА». М.: Большая Российская энциклопедия, 2003.

Дата принятия: 14.07.2016.

