

Измерение углов многогранных призм на Государственном первичном эталоне единицы плоского угла ГЭТ 22—2014

К. В. ЧЕКИРДА¹, В. Л. ШУР¹, М. А. КОСЬМИНА¹, Г. И. ЛЕЙБЕНГАРДТ¹,
А. Я. ЛУКИН²

¹ Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: М. А. Kosmina@vniim.ru

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: lukin@physics.spbstu.ru

Рассмотрена установка для измерений углов многогранных призм, в которой применены автоколлиматоры с цифровой регистрацией координат оптической марки. Описаны алгоритмы решения систем уравнений для определения углов методом совокупных измерений с помощью двух и трёх автоколлиматоров. Рассчитаны погрешности измерений, проведено их сравнение с результатами экспериментальных измерений углов многогранных призм.

Ключевые слова: многогранная призма, цифровой автоколлиматор, совокупные измерения, плоский угол.

The installation for measuring polygon angles in which autocollimators are used with digital registration of optical mark coordinates is considered. The algorithms for solving of equation systems are presented to define angles using a measurement method in a closed series, with two or three autocollimators. The measurement errors are calculated and compared with the results of the experimental measurements of polygon angles.

Key words: polygon, digital autocollimator, aggregated measurements, plane angle.

Для измерений углов правильных многогранных призм, широко применяемых для передачи единицы плоского угла рабочим средствам измерений, на Государственном первичном эталоне единицы плоского угла ГЭТ 22—2014 (ранее ГЭТ 22—80) используется классическая схема совокупных измерений с двумя автоколлиматорами, откалиброванными на эталонном интерференционном экзаменаторе [1]. Такая схема позволяет достичь высокой точности без прецизионной круговой шкалы, однако требует большого количества измерений и сложных вычислений.

В ходе модернизации ГЭТ 22—2014 вместо фотоэлектрических автоколлиматоров были применены цифровые, а также добавлен третий автоколлиматор. Это позволило повысить точность измерений и автоматизировать процедуру измерений, а также получить три опорных угла и, соответственно, три серии данных за один оборот призмы.

Для регистрации положения крестообразной марки в рассматриваемых автоколлиматорах использована цифровая видеокамера [2]. Коллиматоры имеют одинаковую конструкцию: фокусное расстояние объектива 1000 мм, диапазон измерений 10', дискретность отсчёта 0,001", погрешность в рабочем диапазоне не более 0,02". Калибровка автоколлиматоров осуществляется на новом интерференционном экзаменаторе, выполненном по схеме многолучевого интерферометра Физо [3].

Методика измерений состоит в следующем: призму устанавливают на столике поворотного устройства и центрируют. Плоскость измерения призмы выставляют перпендикулярно оси вращения поворотного устройства. Визирные оси автоколлиматоров направляют в середины граней призмы, параллельно плоскости измерения и перпендикулярно граням. Грани, на которые направлены оси автоколлиматоров, в общем случае не являются смежными. Если номера этих

граней отличаются на k , то оси автоколлиматоров образуют опорный угол γ , близкий к $360^\circ k/N$ (N — число граней призмы). Разность показаний автоколлиматоров определяет отклонение углов призмы от угла γ . Призма автоматически, согласно заданной программе, поворачивается на столике N раз на угол $360^\circ/N$, в каждом положении одновременно снимаются отсчёты автоколлиматоров. Составляется система уравнений для $N-1$ неизвестных углов призмы и угла γ .

В простейшем случае при $k = 1$ система уравнений для определения углов призмы имеет вид

$$\alpha_{i+1} - \alpha_i - \gamma = \beta_{i+1,i}, \quad i = 1, \dots, N; \quad \alpha_1 = 0; \quad \alpha_{N+1} = 360^\circ, \quad (1)$$

где α_i — углы призмы, отсчитываемые от первой грани; $\beta_{i+1,i}$ — разность показаний автоколлиматоров, направленных на $i+1$ и i -ю грани.

Найдём решение системы (1) суммированием:

$$\gamma = 360/N - \sum_{i=1}^N \beta_{i+1,i} / N; \quad \alpha_{i+1} = \alpha_i + \gamma + \beta_{i+1,i}.$$

Для других значений k , т. е. для автоколлиматоров, направленных на несмежные грани, решение системы (1) можно найти, изменив последовательность измерений. Первое измерение произведём в положении призмы, при котором первый автоколлиматор направлен на грань 1, а второй на грань $1+k$. Затем повернём призму на k граней, т. е. на угол γ . Теперь первый автоколлиматор направлен на грань $1+k$. Проведём измерения и снова повернём призму на тот же угол, повторяя эти действия до тех пор, пока второй автоколлиматор не будет направлен на грань 1. При следующем повороте последовательность (цепочка) измерений замы-

кается, т. е. призма возвращается в исходное положение. На основе полученных данных составим систему уравнений для определения следующих углов:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1+k} - \alpha_1 - \gamma &= \beta_{1+k,1}; \\ \alpha_{1+2k} - \alpha_{1+k} - \gamma &= \beta_{1+2k,1+k}; \\ \dots \\ \alpha_1 - \alpha_{N-k+1} - \gamma &= \beta_{1,N-k+1}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Система (2) будет содержать все углы призмы при условии, что N, k не имеют общих делителей: $\text{НОД}(N, k) = 1$. Во всех остальных случаях измерения, начинающиеся на грани 1, будут учитывать не все грани призмы. Следовательно, могут быть найдены только углы между гранями 1 и $1+k, 1+k, 1+2k$ и т. д. В полном наборе будет несколько последовательностей измерений, при этом следующее будет начинаться с грани 2 и т. д. Общее количество цепочек измерений составит $L = \text{НОД}(N, k)$. Длина всех цепочек одинаковая $M = N/L$, поэтому для каждой можно записать систему, аналогичную (2). Однако определить углы между гранями 2 и $2+k, 2+k$ и $2+2k$ и т. д. невозможно, так как цепочка начинается с неизвестного $\alpha_i, i > 1$. Для того чтобы данные измерений, начинающихся не с грани 1, могли быть использованы, необходимо произвести измерения с другими γ и k . Неопределённость измерений углов в первом случае связана с тем, что цепочки не имеют общих элементов и могут свободно поворачиваться относительно друг друга. Эту неопределённость можно устранить с помощью второго измерения, если какие-либо углы из разных цепочек первого измерения окажутся в одной цепочке другого. Математическим условием этого факта является равенство

$$\text{НОД}(N, k_1, k_2) = 1. \quad (3)$$

Для повышения точности измерений в конструкцию установки для измерений углов многогранных призм в составе ГЭТ 22—2014 был добавлен третий автоколлиматор. Для каждого положения призмы одновременно записываются показания трёх автоколлиматоров. При этом измерение можно рассматривать как три отдельных измерения двумя автоколлиматорами с результатами $\beta_{21}, \beta_{32}, \beta_{13}$. Эти результаты зависимые, но смещения среднего не происходит в результате одновременного получения данных трёх автоколлиматоров. Коррелированность данных сказывается только на оценке погрешности, поэтому обработка измерений на трёх и более автоколлиматорах сводится к рассмотренному случаю. Для трёх автоколлиматоров условие (3) примет вид $\text{НОД}(N, k_{21}, k_{32}, k_{13}) = 1$ и может быть легко выполнено, что даст возможность определить все углы по результатам одного полного цикла измерений.

Предлагаемый алгоритм решения системы уравнений (2), которая теперь будет содержать уравнения для всех трёх пар автоколлиматоров, основан на методе сингулярного разложения для переопределённой системы, содержащей результаты всех измерений. С помощью этого метода можно получить наилучшее решение в смысле минимума среднего квадратичного отклонения (СКО). Пусть проведено M полных циклов измерений, результаты которых образуют L цепочек. Матрица плана для сингулярного разложения содержит MN строк, включающих результаты отдельных измерений. Длина строк равна количеству вычисляемых величин:

$N-1$ углов призмы α_i ($\alpha_1 = 0$) плюс L неизвестных углов γ — по одному для каждой цепочки. Большинство элементов матрицы плана равны нулю, в каждой строке лишь три коэффициента отличны от нуля. Для измерения (входящего в цепочку с номером j), в котором автоколлиматорами p, q измерялся угол между гранями n, m , уравнение системы имеет вид

$$\alpha_n - \alpha_m + \gamma_{pq(j)} = \beta_{pq(j)}(n, m). \quad (4)$$

Решив систему (4) методом сингулярного разложения, найдём все углы α_i призмы.

Оценка погрешностей найденных углов производится следующим образом. В каждом отсчёте автоколлиматора положение центра перекрестия вычисляется аппроксимацией изображения двумя прямыми линиями методом наименьших квадратов. Такая аппроксимация производится для различных значений порогового уровня яркости; вычисляется среднее значение положения центра и его СКО, зависящее от качества изображения — неравномерности подсветки, дефектов марки и зашумленности изображения.

Далее каждое значение β в правой части системы (4) имеет оценку СКО, определяемую из многократных отсчётов автоколлиматоров в одном положении призмы (количество отсчетов задаёт оператор). Усреднение по многократным отсчётам позволяет уменьшить влияние быстропеременных факторов — шумов, вибраций и т. д. В результате вычисляется среднее значение и итоговая оценка СКО с учётом СКО отдельного отсчёта.

Программа позволяет измерять углы призмы в любом её положении произвольное число раз. Поскольку одна из составляющих погрешности цифровых автоколлиматоров связана с пространственным (разделением на пиксели) и яркостным (8—10 бит) квантованием изображения, то для уменьшения этой составляющей отсчёты производятся с небольшим последовательным поворотом призмы, т. е. при различных положениях перекрестия в поле зрения автоколлиматора. Результаты усредняются, вычисляется СКО среднего значения многократных измерений с учётом СКО каждого отдельного измерения. В большинстве измерений оно составляет менее 0,01". Обозначим s_β СКО измеренной разности показаний двух автоколлиматоров.

Каждый отсчёт автоколлиматора содержит систематическую составляющую погрешности, различную для каждой пары автоколлиматор—грань. Данная составляющая определяется такими факторами, как качество изготовления призмы (плоскостность и пирамидальность её граней), правильность юстировки призмы и автоколлиматоров, совершенство механической системы вращения призмы и т. д. Вычислить каждую из составляющих невозможно, но при определении углов по большому количеству измерений можно оценить отклонение результата измерения $\beta_{pq(j)}(n, m)$ от значения, найденного с учётом всей совокупности данных. Обозначим эту разность как $\Delta_\beta(n, m)$. По этим данным вычислим суммарную оценку погрешности для каждого измеренного значения разности углов:

$$\Delta\beta_{pq(j)}(n, m) = \sqrt{s_\beta^2 + \Delta_\beta^2(n, m)}.$$

Зависимость погрешности вычисленных углов призмы от погрешности результатов отдельных (многократных) измерений автоколлиматоров обусловлена особенностями рас-

пространения погрешности по цепочкам и корреляцией. Поэтому для оценки погрешности α_i многократным решением системы (4) с помощью поочерёдной замены $\beta_{pq(j)}(n, m)$ на $\beta_{pq(j)}(n, m) + \Delta\beta_{pq(j)}(n, m)$ численно определим производные $\partial\alpha_i/\partial\beta_{pq(j)}(n, m)$ и оценим погрешности углов:

$$\Delta\alpha_i = \sqrt{\sum_{p,q,j,n,m} \left[\frac{\partial\alpha_i}{\partial\beta_{pq(j)}(n, m)} \Delta\beta_{pq(j)}(n, m) \right]^2}.$$

Чтобы понять механизм формирования погрешности, её зависимость от числа и кратности опорных углов, проведём Фурье-анализ результатов расчёта углов в предположении, что погрешность углов автоколлиматоров имеет случайный характер и без учёта неидеальности призмы и её юстировки. Предположим, что угол между автоколлиматорами уже определён и необходимо вычислить углы призмы. Обозначим угол между n -й и первой гранью α_n , при этом удобно использовать не сам угол, а его отклонение от идеального значения, равного $2\pi(n-1)/N$. К α_n можно применить преобразование Фурье:

$$\alpha_n \rightarrow F(\omega_k); \omega_k = \pm(2\pi k/N), k=0, \dots, N/2.$$

Поскольку $\alpha_{n+N} = \alpha_n$, то углам между гранями n, l , равным $\alpha_{nl} = \alpha_n - \alpha_l$, будет соответствовать Фурье-образ

$$F_{nl} = (e^{i\omega_k(n-l)} - 1)F,$$

тогда по результатам измерений α_{nl} восстановим Фурье-образ α_n по формуле

$$F = F_{nl} / (e^{i\omega_k(n-l)} - 1). \quad (5)$$

Так как результат измерения содержит погрешность, то вместо F_{nl} в Фурье-образе результата измерений имеем $F_{nl} + \Delta_{nl}$, где Δ_{nl} — Фурье-образ погрешности. Тогда в результате вычисления Фурье-образа искоемых углов призмы α_n по (5) получим

$$F_{изм} = (F_{nl} + \Delta_{nl}) / (e^{i\omega_k(n-l)} - 1) = F + \Delta_{nl} / (e^{i\omega_k(n-l)} - 1). \quad (6)$$

Второе слагаемое в (6) описывает Фурье-образ погрешности и является случайной величиной, дисперсию которой запишем как

$$D_{изм} = \left\langle \frac{\Delta_{nl} \Delta_{nl}^*}{(e^{i\omega_k(n-l)} - 1)(e^{-i\omega_k(n-l)} - 1)} \right\rangle = \frac{\langle \Delta_{nl} \Delta_{nl}^* \rangle}{4 \sin^2(\omega_k(n-l)/2)} = \frac{2D}{4 \sin^2(\pi k(n-l)/N)}, \quad (7)$$

где * — знак комплексного сопряжения, усреднение производится по множеству независимых измерений; D — дисперсия отсчёта одного автоколлиматора; дисперсия разностного отсчёта равна $2D$, так как полагаем, что оба автоколлиматора одинаковы.

Таким образом, после вычислений углов призмы Фурье-образ погрешности будет иметь вид

$$|\Delta_{изм}| = A\Delta; A = \left[\sqrt{2} \left| \sin \frac{\pi k(n-l)}{N} \right| \right]^{-1}, \quad (8)$$

где Δ — погрешность одного автоколлиматора.

В формулах (5)–(8) при $k=0$ знаменатель обращается в нуль, однако по определению $F_{nl}(0) = \Delta_{nl}(0) = 0$.

Рассмотрим случай наиболее распространённой 24-гранной призмы. Для того чтобы можно было определить все её углы, $m = n - l$ должно быть равно 1; 5; 7 или 11 согласно условию НОД(N, m) = 1 (значения 13; 17; 19 и 23, большие $N/2$, совпадают с $24-m$, так как опорные углы, кратные m и $24-m$, соответствуют одному и тому же расположению автоколлиматоров).

Помимо углов между n -й и первой гранью α_n используются углы между смежными гранями $\beta_n = \alpha_{n+1} - \alpha_n$. Фурье-образы этих углов могут быть получены умножением F на

$$(e^{i\omega_k} - 1).$$

Множитель, соответствующий переходу от набору углов α_n к углам β_n , появится в числителе выражения (7), а Фурье-образ погрешности для этих углов запишем как

$$|\Delta_{изм}| = B\Delta; B = \sqrt{2} |\sin(\pi k/N)| / |\sin(\pi k(n-l)/N)|. \quad (9)$$

В табл. 1 представлены коэффициенты A, B усиления гармоник погрешности для разных значений m . Отдельные гармоники погрешности усиливаются почти в 5,5 раз, а для углов между соседними гранями максимальное усиление приближается к 11. Дополнительно таблица содержит значения

$S = \sqrt{\sum A_k^2}$, характеризующие суммарное увеличение погрешности.

Выполним измерения тремя автоколлиматорами и совместно обработаем разностные отсчёты. Для сокращения

записи введём обозначение $e_{nl} = (e^{i\omega_k(n-l)} - 1)$:

$$Fe_{nl} = F_{nl}; Fe_{mn} = F_{mn}; Fe_{lm} = F_{lm}. \quad (10)$$

Таблица 1

Коэффициенты усиления гармоник погрешности

k	A при различных m			B при различных m		
	5	7	11	5	7	11
1	1,16	0,89	0,71	0,30	0,23	0,19
2	0,73	0,73	2,73	0,38	0,38	1,41
3	0,77	1,85	0,77	0,59	1,41	0,59
4	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41
5	5,42	0,71	0,89	6,60	0,87	1,09
6	1,00	1,00	1,00	1,41	1,41	1,41
7	0,71	5,42	1,16	1,13	8,60	1,84
8	0,82	0,82	0,82	1,41	1,41	1,41
9	1,85	0,77	1,85	3,41	1,41	3,41
10	2,73	2,73	0,73	5,28	5,28	1,41
11	0,89	1,16	5,42	1,77	2,30	10,74
S	6,90	6,90	6,90	9,70	10,86	11,92

Применив для решения переопределённой системы (10) метод наименьших квадратов

$$\sum \left[(F_{nl} - F_{nl}) (F_{nl} - F_{nl})^* + (F_{mn} - F_{mn}) (F_{mn} - F_{mn})^* + (F_{lm} - F_{lm}) (F_{lm} - F_{lm})^* \right] \rightarrow \min,$$

получим

$$F = \frac{F_{nl} e_{nl}^* + F_{mn} e_{mn}^* + F_{lm} e_{lm}^*}{e_{nl} e_{nl}^* + e_{mn} e_{mn}^* + e_{lm} e_{lm}^*}.$$

Поскольку значения F_{ab} ($ab = mn, nl, lm$) содержат аддитивную погрешность, погрешность F будет иметь вид

$$\Delta = \frac{\Delta_{nl} e_{nl}^* + \Delta_{mn} e_{mn}^* + \Delta_{lm} e_{lm}^*}{e_{nl} e_{nl}^* + e_{mn} e_{mn}^* + e_{lm} e_{lm}^*}. \quad (11)$$

Знаменатель (11) найдём аналогично (7):

$$e_{nl} e_{nl}^* + e_{mn} e_{mn}^* + e_{lm} e_{lm}^* = 4(s_{nl} + s_{mn} + s_{lm}),$$

где $s_{ab} = \sin^2(\pi k(a-b)/N)$.

Все погрешности $\Delta_{nl}, \Delta_{mn}, \Delta_{lm}$ являются случайными величинами. Если вновь предположить идентичность всех автоколлиматоров, то плотности вероятностей всех этих случайных величин также будут одинаковы и, следовательно,

$$\langle |\Delta_{nl}|^2 \rangle = \langle |\Delta_{mn}|^2 \rangle = \langle |\Delta_{lm}|^2 \rangle = 2D. \quad \text{Если же предположить, что}$$

погрешности отдельных автоколлиматоров не коррелиро-

$$\text{ваны, то } \langle |\Delta_{nl}|^2 \rangle = \langle |\Delta_{mn}|^2 \rangle = \langle |\Delta_{lm}|^2 \rangle = D.$$

Кроме того $e_{nl} e_{mn}^* + e_{mn} e_{nl}^* = 2(1 - 2s_{ml})$, тогда

$$\begin{aligned} D_{\text{изм}} &= 8D(s_{nl} + s_{mn} + s_{lm}) + 2D(1 - 2s_{nl}) + 2D(1 - 2s_{mn}) + \\ &+ D(1 - 2s_{lm}) / 16(s_{nl} + s_{mn} + s_{lm})^2 = \\ &= (D/8)(3 + 2(s_{nl} + s_{mn} + s_{lm}))(s_{nl} + s_{mn} + s_{lm})^2; \\ |\Delta_{\text{изм}}| &= A\Delta, A = \sqrt{15 + (s_{nl} + s_{mn} + s_{lm})} / [2(s_{nl} + s_{mn} + s_{lm})]. \end{aligned}$$

Таблица 2

Расчётные коэффициенты усиления гармоник погрешности

k	Грани 1—6—8 (5—7—2)		Грани 1—6—12 (5—11—6)		Грани 1—8—12 (7—11—4)	
	A	B	A	B	A	B
1	0,75	0,20	0,49	0,13	0,49	0,13
2	0,45	0,23	0,47	0,24	0,52	0,27
3	0,58	0,44	0,44	0,33	0,47	0,36
4	0,66	0,66	1,41	1,41	0,66	0,66
5	0,48	0,58	0,71	0,86	0,49	0,60
6	0,47	0,66	0,47	0,66	0,79	1,12
7	0,48	0,76	0,49	0,78	1,15	1,82
8	0,43	0,75	0,58	1,00	0,43	0,75
9	0,58	1,07	0,95	1,76	0,47	0,86
10	1,79	3,45	0,47	0,90	0,52	1,00
11	0,75	1,49	0,71	1,41	1,15	2,27
S	2,55	4,23	2,36	3,30	2,31	3,61

Для углов между смежными гранями коэффициент усиления найдём аналогично (9): $B = \sqrt{2} |\sin(\pi k/N)| A$.

В табл. 2 представлены результаты расчётов коэффициентов A, B для различных положений автоколлиматоров: в начале измерений автоколлиматоры направлены на грани 1—6—8, 1—6—12 или 1—8—12 (в скобках указаны значения $m = n - l$, полужирным шрифтом выделены максимальные значения в столбце).

Таким образом, добавление третьего автоколлиматора позволяет существенно (в 3—4 раза) уменьшить погрешность. Кроме того, в системе с тремя автоколлиматорами большинство гармоник погрешности оказываются сильно подавлены, поэтому совместная обработка результатов, полученных при различных положениях автоколлиматоров, обеспечивает существенное повышение точности измерений. Рассмотрим, например, результаты измерений углов 24-гранной высококачественной призмы, используемой для сличений. В табл. 3 приведены средние результаты измерений двумя автоколлиматорами (направленными в начале измерения на грани 1 и 8) и тремя (направленными в начале измерения на грани 1, 4 и 8), полученные при шести независимых сериях измерений. Для простоты анализа приведены отклонения углов от идеального значения 15° , выраженные в угловых секундах. Погрешность измерений углов призмы двумя автоколлиматорами составляет 0,05—0,06", тремя — 0,017—0,020" (погрешности в табл. 3 не представлены). Отсюда следует, что добавление третьего автоколлиматора уменьшило погрешность в три раза.

Поскольку истинные значения углов призмы неизвестны, то для оценки погрешности измерения двумя автоколлиматорами в качестве таких значений используем результаты измерений тремя автоколлиматорами, погрешность которых значительно меньше. Тогда можно считать, что значения разности из табл. 3 — экспериментально полученные погрешности измерений углов призмы. Применив к ним преобразование Фурье, найдём спектральные коэффициенты для различных частот. В табл. 4 в качестве измеренных значений приведены модули спектральных коэффициентов для разных k . Для сравнения вычислим по (9) погрешность измерения углов с учётом данных из табл. 1 для $m = 7$ В, положив $\Delta = 0,017$. Вычисленные таким образом значения приведены в табл. 4. Совпадение измеренных и рассчитанных результатов показано на рис. 1. Следует отметить, что подобное совпадение наблюдается только для призм высокого качества, для которых выполняется использованное в данном рассмотрении предположение о случайном характере погрешности измерения углов β .

Погрешности измерения углов β помимо случайной составляющей имеют систематическую составляющую, связанную как со свойствами измеряемых призм, их качеством и юстировкой, так и со свойствами автоколлиматоров и применяемой механической поворотной системой. Анализ этих погрешностей посвящено значительное число работ [4—7].

Наклон поворотного стола и пирамидальность призмы приводят к несовпадению плоскости измерения и плоскости измеряемого угла. Плоскость измеряемого угла определяется нормальными к граням призмы, а плоскость измерения выбирается

Таблица 3

Результаты измерений углов 24-гранной призмы, полученные с использованием двух и трёх автоколлиматоров

Грани	Угол (1—8)''	Угол (1—4—8)''	Разность
1—2	−0,869	−0,799	−0,070
2—3	0,985	0,987	−0,002
3—4	−1,285	−1,350	0,065
4—5	0,478	0,561	−0,083
5—6	1,267	1,257	0,010
6—7	−2,555	−2,634	0,079
7—8	3,979	4,032	−0,053
8—9	−1,151	−1,132	−0,019
9—10	−0,223	−0,258	0,035
10—11	−2,383	−2,391	0,008
11—12	−0,514	−0,467	−0,047
12—13	0,566	0,572	−0,006
13—14	3,521	3,429	0,092
14—15	−5,214	−5,121	−0,093
15—16	2,626	2,579	0,047
16—17	−0,144	−0,186	0,042
17—18	1,127	1,112	0,015
18—19	−0,494	−0,405	−0,089
19—20	0,134	0,140	−0,006
20—21	0,794	0,700	0,094
21—22	−1,135	−1,033	−0,102
22—23	1,246	1,198	0,048
23—24	−1,354	−1,381	0,027
24—1	0,597	0,589	0,008

Таблица 4

Измеренные и рассчитанные спектральные составляющие погрешности измерений углов призмы

k	Измеренное значение	Расчётное значение
1	0,00807	0,00391
2	0,00259	0,00646
3	0,02831	0,02397
4	0,01922	0,02397
5	0,00995	0,01479
6	0,02045	0,02397
7	0,15896	0,14620
8	0,01140	0,02397
9	0,02087	0,02397
10	0,09726	0,08976
11	0,05714	0,03910

равнонаклонённой к базовым граням, либо параллельно плоскости основания. Плоскость измерения выставляется перпендикулярно оси вращения поворотного устройства. Разность между измеряемым углом и его проекцией на плоскость измерения не превышает $\delta = (0,5)\tau^2$, где τ — угол между плоскостью измерения и плоскостью измеряемого угла (δ и τ в радианах). Для $\tau < 15''$ (предельное значение наклона плоскостей, равное допустимой пирамидальности образцовой призмы I разряда, при условии идеальной юстировки) вычисление этой разности даёт погрешность менее 0,001''. Более существенную погрешность вносит разворот координатных осей X, Y автоколлиматора вокруг визирной оси, т. е. наклон оси X к плоскости измерений. При этом возни-

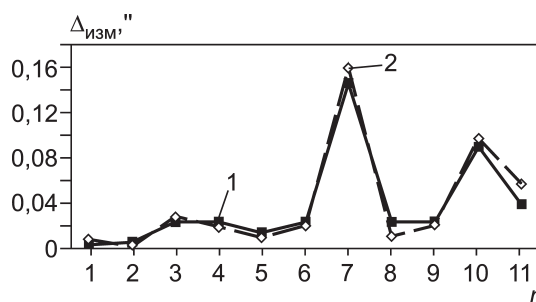


Рис. 1. Погрешность $\Delta_{\text{изм}}$ высококачественной призмы из состава ГЭТ 22—2014, используемой для международных сличений (n — номер гармоники):

1, 2 — измеренные и рассчитанные значения, соответственно

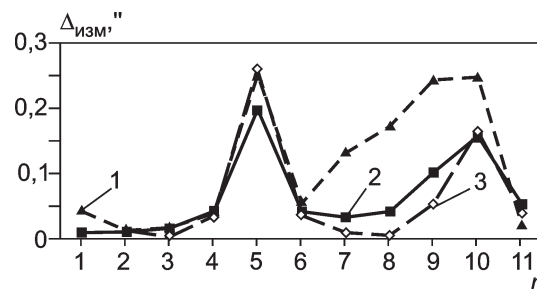


Рис. 2. Погрешность $\Delta_{\text{изм}}$ призмы I разряда Башкирского ЦСМ (n — номер гармоники):

1, 2 — измерения 1, 2, соответственно; 3 — рассчитанные значения

кает погрешность отсчёта по оси X: $\Theta = \varphi u$, где φ — угол разворота осей в радианах, u — отсчёт автоколлиматора по оси Y. Например, для угла разворота 0,001 рад и наклона грани к плоскости измерения 15'' погрешность отсчёта по оси X составит 0,015''.

Значительный вклад в погрешность вносит неплоскостность поверхностей граней призмы. Положение плоскости грани в пространстве и связанного с ней угла нормали к этой плоскости есть интегральная величина, определяемая как сумма вкладов отдельных частей поверхности грани. При измерении углов автоколлиматором неплоскостность приводит к размыванию изображения марки и смещению центра тяжести изображения, причём сдвиг будет зависеть от значения и характера неплоскостности, а также от выбора участка поверхности грани, освещаемого автоколлиматором, который, в свою очередь, зависит от расположения и формы диафрагм на автоколлиматорах и на призме. Кроме того, на разных гранях может происходить смещение освещаемой площадки из-за неточности расположения автоколлиматоров, биения оси вращения поворотного устройства, а также из-за эксцентриситета расположения призмы относительно оси вращения. По наблюдениям авторов и данным других исследований для призм высокого класса (например, первого разряда по [8] с регламентированным значением неплоскостности поверхности грани в пределах 50 нм) соответствующий вклад в погрешность измерения углов призмы составляет 0,02—0,1''.

При наличии систематической составляющей погрешности гипотеза об одинаковой погрешности всех отсчётов автоколлиматоров становится неверной. На рис. 2 представле-

ны результаты анализа погрешности другой 24-гранной призмы более низкого класса точности. Анализ погрешностей измерений углов 24-гранной призмы с расчётом спектральных компонент погрешности, полученных экспериментальным и расчётным путём, выполнен аналогично описанному выше (см. табл. 3, 4). Две экспериментальные кривые соответствуют неудовлетворительной и удовлетворительной юстировкам призмы и рассчитаны при $\Delta = 0,031$.

По сравнению с высококачественной призмой, рассмотренной ранее, погрешность каждого отдельного измерения оказывается почти в два раза больше. Таким образом, спектральный анализ вычисленной погрешности даёт возможность не только оценить реальную погрешность измерения, но и обнаружить её аномальный характер.

Заключение. Применение цифровых автоколлиматоров для измерений углов многогранных призм на Государственном первичном эталоне единицы плоского угла ГЭТ 22—2014 способствует повышению точности и оперативности измерений. Применение третьего автоколлиматора позволяет уменьшить погрешность измерений в несколько раз в результате увеличения числа уравнений связи. Фурье-анализ погрешностей определения углов призм методом решения системы уравнений для совокупных измерений с двумя и тремя автоколлиматорами позволяет выявить аномальное поведение погрешности, свидетельствующее о систематической составляющей погрешности измерений углов автоколлиматорами.

Литература

1. Шестопапов Ю. Н., Мартынов В. Т., Брда В. А. Новый Государственный первичный эталон единицы плоского угла // Исследования в области линейных и угловых измерений: Сб. науч. трудов. Л.: Энергоатомиздат, 1983. С. 42—49.
2. Шур В. Л., Лукин А. Я., Шестопапов Ю. Н., Попов О. И. Двухкоординатный цифровой автоколлиматор // Измерительная техника. 2005. № 9. С. 45—48.
3. Чекирда К. В., Шур В. Л., Лукин А. Я., Космина М. А., Лейбенгардт Г. И. Исследование углового экзаменатора на основе интерферометра Физо с расширенным диапазоном измерений // Измерительная техника. 2016. № 2. С. 22—24.
4. Queen Y. H. Tilt Effects in Optical Angle Measurements // J. Res. NIST. 1994. V. 99. P. 593—603.
5. Stone J. A. Uncertainties in Small-Angle Measurement Systems Used to Calibrate Angle Artifacts // J. Res. NIST. 2004. V. 109. P. 319—333.
6. Kruger O. A. Methods of determining the effect of flatness deviations, eccentricity and pyramidal errors on angle measurements // Metrologia. 2000. V. 37. P. 101—105.
7. Ларичев Р. А., Филатов Ю. В. Влияние топографии отражающей поверхности на угловые измерения с использованием автоколлиматора // Сб. Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2012. Вып. 3. С. 90—97.
8. ГОСТ 2875—88. Меры плоского угла призматические. Общие технические условия.

Дата принятия: 17.06.2016.

ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

53.081.7

Метрология одиночных фотонов для квантовых информационных технологий

С. А. МАГНИЦКИЙ¹, Д. Н. ФРОЛОВЦЕВ¹, Д. П. АГАПОВ¹,
А. В. ДЁМИН², В. Н. КРУТИКОВ², Г. Г. ЛЕВИН²

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

² Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Россия, e-mail: demin@vniiofi.ru

Предложен новый подход к метрологии оптических измерений — квантовая метрология фотонов. Рассмотрена специфика измерений квантовых состояний поляризации одиночных и запутанных по поляризации фотонов. Сформулированы основные задачи современной метрологии фотонов.

Ключевые слова: фотоника, квантовые состояния, запутанные фотоны, квантовая телепортация.

A new approach to the metrology of optical measurements — the quantum metrology of photons is proposed. The specific character of measurements of the quantum states of polarization of single photons and polarization-entangled photons is considered. The basic problems standing before the contemporary metrology of photons were formulated.

Key words: photonics, quantum states, entangled photons, quantum teleportation.

С каждым десятилетием растёт скорость, с которой новые технологии входят в повседневную жизнь. Незаметно стали квантовыми промышленные технологии, использу-

емые в микроэлектронике, лазерной, светодиодной и компьютерной технике, нано- и метаматериалах и др. Однако технологии для перечисленных областей нельзя назвать пол-