

Расширение динамического диапазона цифровых спектральных измерений

А. С. ГЛИНЧЕНКО

Сибирский федеральный университет, Красноярск,
Россия, e-mail: AGlinchenko@sfu-kras.ru

Получены и апробированы решения задачи расширения динамического диапазона спектральных измерений параметров низкоуровневых сигналов путём их искусственного зашумления.

Ключевые слова: спектральные измерения, низкоуровневые сигналы, аналого-цифровой преобразователь, динамический диапазон.

Solutions to expand the dynamic range of the spectral measurements of the low-level signal parameters through their artificial noising are obtained and proved.

Key words: spectral measurements, low-level signals, analog-to-digital converter, dynamic range.

Динамический диапазон цифровых спектральных измерений с непосредственным преобразованием аналоговых сигналов в цифровую форму ограничен снизу значениями амплитуд сигналов, превышающими в определённое число раз шаг квантования аналого-цифрового преобразователя (АЦП) по уровню. Предварительное усиление слабых сигналов, в свою очередь, ограничивает динамический диапазон измерителя сверху и требует введения коммутируемых поддиапазонов, усложняющих процесс измерения и реализацию измерителя. В связи с этим представляет интерес исследование возможности прямого спектрального измерения параметров гармонических сигналов, уровень которых на входе АЦП значительно меньше шага квантования.

Известен способ цифрового измерения медленноменяющихся низкоуровневых напряжений [1, 2]. Он заключается в искусственном добавлении к сигналу широкополосного шума с размахом, превышающим два или более уровней квантования АЦП. Однако практические возможности спектрального измерения параметров периодических (в данном случае гармонических) сигналов с искусственным зашумлением недостаточно изучены. Их исследование является задачей данной работы.

Обоснование низкоуровневых спектральных измерений с зашумлением сигнала. Реальные АЦП выполняют квантование сигнала по уровню в соответствии с математическими алгоритмами при квантовании с усечением и округлением, соответственно:

$$[x_{\text{кв}}]_{\text{ус}} = [x + 0,5mQ]_{\text{ц.ч}} - 0,5mQ;$$

$$[x_{\text{кв}}]_{\text{окр}} = [x + 0,5mQ + 0,5mQ]_{\text{ц.ч}} - 0,5mQ,$$

где $m = 2^{q_{\text{АЦП}}}$ — число уровней квантования АЦП разрядностью $q_{\text{АЦП}}$; Q — шаг квантования АЦП, определяемый значением m и диапазоном преобразуемых напряжений $D_{\text{пр}} = 2U_{\text{вх max}} = \pm U_{\text{вх max}}$; $Q = D_{\text{пр}}/m = 2U_{\text{вх max}}/2^{q_{\text{АЦП}}}$; индекс «ц.ч» означает целую часть числа в скобках.

Математические модели квантований по уровню с усечением и округлением имеют вид

$$[x/Q]_{\text{кв.ус}} = [(x/Q) - 0,5]_{\text{ц.ч}}; [x/Q]_{\text{кв.окр}} = [(x/Q) - 0,5]_{\text{ц.ч.окр}},$$

где индекс «ц.ч.окр» означает целую часть с округлением числа в скобках.

Обозначим отношение некоторого постоянного напряжения U к шагу квантования Q как $u = U/Q < 1$ и отнесённый к шагу квантования гауссов белый шум с относительным СКЗ $r = \sigma_{\text{ш}}/Q$ как $e = E/Q$, которые совместно действуют на входе квантователя с округлением. Тогда среднее относительное напряжение на выходе квантователя можно определить из равенства

$$\bar{u}_{\text{кв}} = \bar{U}_{\text{кв}}/Q = \sum_{i=1}^{i_m} iP_{i(+)} - \sum_{i=1}^{i_m} iP_{i(-)},$$

где P_i — вероятности следующих событий:

$$P_{i(+)} = P \{(i - 0,5 - u) \leq e < (i + 0,5 - u)\};$$

$$P_{i(-)} = P \{(i - 0,5 + u) \leq e < (i + 0,5 + u)\};$$

можно принять $i_m = 3...4$, так как при больших i_m вероятности P_{i_m} будут очень низкими.

При $u = 0,1$ и различных СКЗ r рассчитаны $\bar{u}_{\text{кв}}$: 0,08 ($r = 1/3$); 0,0991 ($r = 2/3$); 0,0995 ($r = 3/3$). Значение $\bar{u}_{\text{кв}}$ несколько меньше заданного относительного напряжения $u = 0,1$ и стремится к нему по мере роста r . Практически достаточными являются значения белого шума $\sigma_{\text{ш}} = (2/3)Q$, $\sigma_{\text{ш}} = (3/3)Q$. Увеличение $\sigma_{\text{ш}}$ ведёт к уменьшению отношения сигнал—шум на входе $q_{\text{вх}}$, что является нежелательным. В случае гармонического сигнала очевидно должна сохраняться та же закономерность. Можно предположить, что по мере снижения r

будет уменьшаться амплитуда первой гармоники сигнала, как и при квантовании чистых сигналов малой амплитуды, превышающей ненамного шаг квантования Q .

Связь числа выборок сигнала с погрешностью оценки модулей частотных выборок сигнала, вызываемой шумом. Спектральные измерения параметров низкоуровневых гармонических сигналов при искусственном зашумлении можно рассматривать как измерения параметров зашумлённых сигналов без учёта квантования по уровню в АЦП [3—5]. Согласно этим работам погрешности оценок (частоты $\tilde{f}_c$, амплитуды $\tilde{X}_m$ и начальной фазы $\tilde{\varphi}$), вызываемые шумом, связаны с вероятностными характеристиками модуля $\tilde{X}_{k_c}$ сигнальных частотных выборок k_c дискретного преобразования Фурье (ДПФ), имеющего распределение Райса (обобщённое распределение Релея) с дисперсией $\sigma_{\tilde{X}_{k_c}}^2$ и математическим ожиданием $M\{\tilde{X}_{k_c}\}$.

Среднее квадратическое отклонение (СКО) $\sigma_{\tilde{f}_c}$ оценки частоты $\tilde{f}_c$ и относительное СКО оценки амплитуды $\sigma_{\tilde{X}_m}/X_m$ без учёта их незначительной (особенно для низкоуровневых измерений) зависимости от дробной части отношения времени измерения и периода сигнала α_c , определяются относительным СКО модуля сигнальной частотной выборки:

$$\sigma_{\tilde{f}_c} \approx \sigma_{\tilde{X}_{k_c}}/X_{k_c}; \delta_{\sigma_{\tilde{X}_m}} = \sigma_{\tilde{X}_m}/X_m \approx \delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}}} = \sigma_{\tilde{X}_{k_c}}/X_{k_c},$$

где X_{k_c} — значение модуля частотной выборки $\tilde{X}_{k_c}$ без шума.

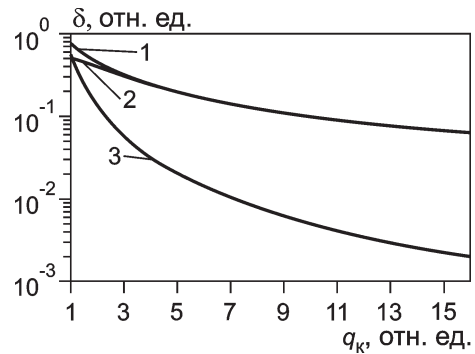
Среднее квадратическое отклонение оценки начальной фазы определяется двумя СКО оценок аргумента комплексной частотной выборки сигнала и частоты.

Систематическая составляющая погрешности оценки модуля сигнальной частотной выборки, вызываемая шумом (смещение оценки $\Delta_{\tilde{X}_{k_c}}$), наиболее сильно влияет на

смещение оценки амплитуды сигнала $\Delta_{\tilde{X}_m}$. Её относительное значение $\delta_{\text{см}\tilde{X}_m}$ обусловлено относительным смещением модуля сигнальной частотной выборки:

$$\delta_{\text{см}\tilde{X}_m} = [M\{\tilde{X}_m\} - X_m]/X_m = \delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}} = [M\{\tilde{X}_{k_c}\} - X_{k_c}]/X_{k_c}.$$

Как относительное СКО $\delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}}}$ оценки модуля сигнальной частотной выборки, так и её смещение $\delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}}$ зависят от отношения сигнал—шум канала ДПФ q_k , которое без учёта влияния α_c определяется как $q_k = q_{\text{вх}} \sqrt{N/(2\Delta\theta_{\text{шз}})}$. Здесь $\Delta\theta_{\text{шз}}$ — шумовая эквивалентная полоса весовой функции, равная 1,5 для весовой функции Ханна; $q_{\text{вх}} = X_m/\sigma_{\text{ш}}$ — отношение сигнал—шум на входе процессора ДПФ/БПФ (БПФ — быстрое преобразование Фурье).



Графики зависимостей относительного СКО оценки модуля сигнальной частотной выборки $\delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}}}$ (1), её математического ожидания $\delta_{\sigma_{M\{\tilde{X}_{k_c}\}}}$ (2) и смещения $\delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}}$ (3) от отношения сигнал—шум канала q_k

Графики зависимостей $\delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}}}$ и $\delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}}$ от q_k , рассчитанные по их точным выражениям [3—5], приведены на рисунке, там же показан график для СКО оценки $\tilde{X}_{k_c}$, отнесённого к математическому ожиданию этой оценки $\sigma_{\tilde{X}_{k_c}}/M\{\tilde{X}_{k_c}\}$.

Снизить СКО оценок параметров сигналов можно усреднением результатов многократных измерений. Однако это не относится к смещению оценки модуля сигнальной частотной выборки $\tilde{X}_{k_c}$ и амплитуды сигнала $\tilde{X}_m$, которые являются достаточно существенными при низкоуровневых измерениях. Исходя из допустимых значений смещений этих оценок определяют соответствующее им минимальное отношение сигнал—шум канала $q_{k \min}$. Это позволяет по известному минимальному отношению сигнал—шум на входе измерителя найти необходимое число выборок сигнала N :

$$N = (q_{k \min}^2 / q_{\text{вх} \min}^2) (2\Delta\theta_{\text{шз}}) \text{ при } \alpha_c = 0. \text{ Так, значению } \delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}} =$$

$= 0,02 = 2\%$ соответствует $q_{k \min} \approx 5$. При таком отношении сигнал—шум канала и более можно использовать приближенные выражения для смещения оценки модуля

частотной выборки сигнала: $\delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}} \approx 1/(2q_{k \min}^2)$, откуда

$$q_{k \min} \approx 1/\sqrt{2\delta_{\text{см}\tilde{X}_{k_c}}}.$$

Для низкоуровневых измерений значение $q_{\text{вх} \min}$ зависит от шага квантования Q АЦП. Для $\sigma_{\text{ш}}/Q = 1$ и $X_m/Q = 0,01; 0,05; 0,1; 0,5; 1$ (в данном случае $X_m/Q = q_{\text{вх}}$) получим следующие значения N : $75 \cdot 10^4; 3 \cdot 10^4; 7500; 300; 75$, соответственно. Таким образом, для измерения параметров сигналов, уровень которых намного меньше шага квантования ($Q \leq 0,1$) требуются достаточно высокие N и большой объём операций для вычисления ДПФ, также как и высокая точность вычислений. В случаях, когда нужно находить все $N/2$ частотных выборок с помощью БПФ, выбирают $N = 2^l$.

Уменьшение СКО случайной погрешности от максимального $\delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}} \max}$ до некоторого допустимого значения $\delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}} \text{ доп}}$

обеспечивается усреднением модулей сигнальных частотных выборок ДПФ по числу циклов измерений $L =$

$$= \left[\delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}} \max} / \delta_{\sigma_{\tilde{X}_{k_c}} \text{ доп}} \right]^2 \cdot \text{Дробное значение } L \text{ приводится к}$$

ближайшему большему целому значению. С увеличением L возрастает в $\sqrt{L}$ раз отношение сигнал—шум канала для случайной составляющей погрешности модуля сигнальной частотной выборки $q_{k(L)} = q_k \sqrt{L}$. По этому значению находят вероятности ложных и истинных измерений в случае априори неизвестной частоты сигнала, когда осуществляется поиск сигнальной частотной выборки k_c . Таким образом проверяется и обеспечивается необходимая достоверность результатов измерений [3, 4].

Проверку этих гипотез и сопоставление погрешности оценки амплитуды сигнала с её расчётными значениями (СКО оценок частоты и фазы соизмеримы с СКО оценки амплитуды сигнала) выполняют с помощью моделирования низкочастотных спектральных измерений на ЭВМ.

Моделирование на ЭВМ. В качестве исходных данных для моделирования использованы весовая функция Ханна и следующие значения: $N = 2^{15} = 32768$; $X_m/Q = 0,04; 0,1; 2$; $\sigma_{\text{ш}}/Q = r = 1/3; 2/3; 3/3; 4/3$; $k_c = 8$, полученные результаты представлены в табл. 1. Они включают отношения сигнал—шум входное $q_{\text{вх}}$ и канала ДПФ q_k , относительные СКО и смещения оценки амплитуды, соответственно: расчётное $\sigma_{\tilde{X}_m}/\bar{X}_m$ и модельное $\tilde{\sigma}_{\tilde{X}_m}/\bar{X}_m$, расчётное $\Delta\tilde{X}_m/X_m$ и мо-

дельное $\tilde{\Delta\tilde{X}_m}/X_m$. Для всех расчётных величин указаны по два значения, в верхней строке без учёта, а в нижней с учётом погрешности квантования АЦП с СКЗ $\sigma_{\text{кв}} = Q/\sqrt{12}$. При учёте этой аддитивной составляющей шума наблюдается соответствие расчётных и модельных относительных погрешностей оценок параметров при $\sigma_{\text{ш}}/Q > 1/3$. Как и следовало

ожидать, отношение $\sigma_{\text{ш}}/Q = 1/3$ является недостаточным для измерений, а $\sigma_{\text{ш}}/Q = 4/3$ — избыточным. Случайные погрешности при $\sigma_{\text{ш}}/Q = 2/3; 3/3$ могут быть уменьшены до приемлемого значения порядка 3—5 % путём усреднения по сравнительно небольшому числу циклов $L = 9 \dots 25$. Для $X_m/Q = 2$ (см. табл. 1) также целесообразно зашумление сигнала, поскольку при этом практически исключается еще достаточно большое смещение оценки амплитуды. При $\sigma_{\text{ш}}/Q = 0$ для $X_m/Q = 2$ смещение составляет $\tilde{\Delta\tilde{X}_m}/X_m = 3,45 \%$, для

$X_m/Q = 2,5$ смещение $\tilde{\Delta\tilde{X}_m}/X_m = -9,3 \%$ и может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от значения X_m/Q . На практике искусственное зашумление можно отключать при амплитудах

сигнала X_m , превышающих Q в 20 и более раз в зависимости от уровня внешнего шума.

Другим значениям числа точек ДПФ N менее принятого при моделировании N_{max} соответствуют те же погрешности, но при относительных амплитудах сигнала X_m/Q более, чем

в $\sqrt{N_{\text{max}}/N}$ раз. Например, при $N = 2^{11} = 2048$ они соответствуют значениям $X_m/Q = 0,16, 0,4, 8$. Это также подтверждается моделированием.

Методика расчёта параметров измерителя для низкочастотных спектральных измерений с зашумлением сигнала. Исходными данными являются минимальная и максимальная амплитуды сигнала на входе АЦП $X_{m \min}, X_{m \max}$, шаг квантования Q используемого АЦП с диапазоном преобразования $D_{\text{пр}} > 2X_{m \max}$, допустимые значения относительной случайной погрешности оценки амплитуды сигнала

$$\left(\sigma_{\tilde{X}_m}/X_{m \min} \right)_{\text{доп}} \text{ и её смещения } \left(\Delta\tilde{X}_m/X_{m \min} \right)_{\text{доп}}. \text{ По этим}$$

данным находят отношение $X_{m \min}/Q$, СКЗ шума $\sigma_{\text{ш}} = (2/3)Q$ и отношение сигнал—шум на входе АЦП $q_{\text{вх min}} = X_{m \min}/\sigma_{\text{ш}}$. Далее по допустимому относительному смещению оценки модуля сигнальной частотной выборки определяют минимальное отношение сигнал—шум канала ДПФ $q_{k \min} =$

$$= 1 / \sqrt{2 \left(\Delta\tilde{X}_m/X_{m \min} \right)_{\text{доп}}} \text{ и число выборок сигнала (число то-}$$

чек ДПФ) $N = (q_{k \min}^2 / q_{\text{вх min}}^2) 2\Delta\theta_{\text{шз}}$. Если полученное значение

N слишком велико, то выбирают другой АЦП большей разрядности, т. е. с меньшим шагом квантования Q . Если значение N мало, то можно наоборот снизить разрядность АЦП или просто увеличить N , уменьшив тем самым как смещение, так и СКО случайной составляющей погрешности измерения. Это позволит снизить и необходимое число циклов усреднения, т. е. сократить время измерения. Кроме того, от частоты дискретизации и числа выборок сигнала зависит разрешение измерителя по частоте, что также должно учи-

Таблица 1

Результаты моделирования и расчётов

Параметр	Значения параметра при различных X_m/Q								
	0,04				0,1		2		
σ_m/Q	1/3	2/3	3/3	4/3	2/3	3/3	0	1/3	2/3
$q_{\text{вх}}$	0,120 0,091	0,060 0,055	0,0400 0,0384	0,0300 0,0293	0,150 0,138	0,100 0,096	—	6,00 4,54	3,000 2,752
q_k	12,540 9,487	6,270 5,750	4,180 4,016	3,135 3,064	15,68 14,38	10,45 10,04	—	627,0 474,3	313,5 287,6
$\sigma_{\tilde{X}_m}/\bar{X}_m, \%$	8,000 10,500	15,644 17,000	22,90 23,73	29,4 30,0	6,36 6,93	9,50 9,89	—	0,16 0,21	0,32 0,35
$\Delta\tilde{X}_m/X_m, \%$	0,320 0,557	1,280 1,524	2,900 3,154	5,25 5,51	0,200 0,242	0,46 0,50	—	10^{-4}	$5 \cdot 10^{-4}$
$\tilde{\sigma}_{\tilde{X}_m}/\bar{X}_m, \%$	11,18	17,020	23,930	30,18	6,954	9,80	—	0,197	0,348
$\tilde{\Delta\tilde{X}_m}/X_m, \%$	-21,50	1,369	3,095	5,59	0,220	0,55	3,75	0,547	$3 \cdot 10^{-4}$

тываться при определении числа выборок сигнала для вычисления ДПФ. Другие возможные решения по обеспечению спектральных измерений параметров сигнала при малых отношениях сигнал—шум выходят за рамки данной работы.

Таблица 2

Минимальный уровень входного сигнала измерителя для АЦП разных разрядностей

Параметр измерителя	Значения параметра в зависимости от разрядности АЦП $q_{\text{АЦП}}$, бит				
	12	14	16	18	20
Q , мкВ	625	156,2	39,0625	9,765625	2,4414
$X_{m \min}$, мкВ	25	6,2	1,5625	0,390625	0,098

В заключение приведём табл. 2 с конкретными значениями минимального уровня входного сигнала измерителя, соответствующими различным значениям разрядности АЦП $q_{\text{АЦП}}$, с диапазоном преобразования $D_{\text{пр}} = 2,56$ В при минимальном отношении $X_{m \min}/Q = 0,04$.

Из табл. 2 следует, что в случае искусственного зашумления (или совместного искусственного и внешнего зашумления) даже при разрядности АЦП 12 бит возможно измерение параметров сигнала амплитудой $25 \cdot 10^{-6} — 1$ В. При предварительном усилении сигнала в 25 раз этот диапазон может быть смещён в область $1 \cdot 10^{-6} — 5 \cdot 10^{-2}$ мВ.

Практическая реализация измерителя параметров низкочастотных сигналов зависит от его назначения. В лабораторном варианте он основан на ЭВМ с входным терминальным блоком и сопрягаемым с ним и с ЭВМ стандартным устройством сбора данных, содержащим АЦП и цифроаналоговый преобразователь для генерации шума [6].

Таким образом, по результатам исследований обоснована возможность проведения спектральных измерений параметров низкочастотных сигналов на входе АЦП с не-

посредственным вычислением частотных выборок ДПФ оцифрованного сигнала, и выбраны параметры таких измерителей.

Вопросы, связанные с вычислительными аспектами измерений — вычислением всех частотных выборок с применением БПФ или отдельных частотных выборок с помощью ДПФ или других известных алгоритмов (например, Герцеля) выходят за рамки данной работы. Это же относится и к учёту необходимого разрешения измерителя по частоте.

Литература

1. **Р. Лайонс.** Цифровая обработка сигналов. Пер. с англ. М.: Бином-Пресс, 2006.
2. **С. Смит.** Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников. Пер. с англ. М.: Додэка-XXI, 2012.
3. **Глинченко А. С., Алёшечкин А. М., Комаров В. А.** Повышение достоверности спектральных измерений параметров сигналов при малых отношениях сигнал—шум // Метрология. 2015. № 3. С. 46—58.
4. **Глинченко А. С., Алёшечкин А. М., Комаров В. А.** Пороговые отношения сигнал—шум при спектральных измерениях параметров сигналов // Научно-технические технологии. 2015. Т. 16. № 3. С. 61—65.
5. **Глинченко А. С., Алёшечкин А. М., Тронин О. А.** Повышение точности спектральных измерений параметров сигналов при малых отношениях сигнал—шум // Метрология. 2016. № 1. С. 19—31.
6. **Глинченко А. С., Комаров В. А.** Исследовательский комплекс спектрально-вещного измерения параметров сигналов // Измерительная техника. 2011. № 1. С. 51—57.

Дата принятия: 28.12.2015.