

Уменьшение погрешности интегрирующего устройства в диапазоне сверхнизких частот

М. Н. КУЛИГИН

Муромский институт (филиал) Владимирский государственный университет
им. Столетовых, Муром, Россия, e-mail: kaf-eivt@yandex.ru, kuliginmn2012@yandex.ru

Представлена оригинальная структура построения интегрирующих устройств, приводящая к повышению точности интегрирования в диапазоне сверхнизких частот. Доказано, что погрешность интегрирования можно уменьшить, увеличив порядок (число интегрирующих звеньев) интегрирующих устройств. Приведены результаты вычислений, показывающие увеличение точности интегрирования в зависимости от частоты для двух- и трёхзвенных интеграторов при различных соотношениях постоянных времени звеньев.

Ключевые слова: магнитометр, двухзвенный и трёхзвенный интеграторы, передаточная функция, точность интегрирования, корректирующий фильтр.

In operation the original structure of creation of integrating devices leading to increase in accuracy of integration in the range of the super-low frequencies is provided. It is mathematically shown that reduction of an error of integration can be reached, increase in an order (number of the integrating links) of the integrating device; results of calculation which show increase in accuracy of integration depending on frequency for two and three-unit integrators in case of different ratios of constants of time of links are given.

Key words: magnetometer, two-tier and three-tier integrator, transfer function, the accuracy of the integration, the correction filter.

Особым видом изменений геомагнитного поля Земли являются так называемые геомагнитные пульсации, т. е. электромагнитные волны очень низкой частоты (0,002—3 Гц), наблюдающиеся на поверхности планеты. Геомагнитные пульсации возникают при взаимодействии плазмы гидромагнитных волн, идущих от Солнца, с магнитосферой Земли. В системах регистрации геомагнитных пульсаций аналоговый тракт предварительного усиления и фильтрации магнитного компонента электромагнитного поля Земли называется магнитометром [1—3].

Измерительный тракт магнитометра должен иметь стабильную плоскую амплитудно-частотную характеристику при расширении полосы пропускания до 0,002 Гц с минимальными уровнями собственных шумов и температурной нестабильности. Для этого индукционный датчик конструктивно выполняют совместно с предусилителем (активным датчиком) и подключают к тракту фильтрации и управления магнитометра. Индукционный датчик содержит катушку индуктивности с большим (сотни тысяч) числом витков и катушку связи (калибровки) с меньшим (тысячи) количеством витков [1, 4, 5]. Для плоской коррекции амплитудно-частотной характеристики магнитометра и расширения его полосы пропускания в области сверхнизких частот в тракт фильтрации магнитометра включают интегрирующие устройства второго порядка с умножением постоянной времени интегрирования [1, 6, 7]. Их назначение — повысить точность интегрирования в диапазоне сверхнизких частот. Цель данной работы — продемонстрировать оригинальную структуру построения интегрирующих устройств, приводящую к повышению точности интегрирования.

Интегрирующие устройства. На рис. 1 показана RC-цепь. Её можно рассматривать как делитель напряжения с одним из плеч, имеющим ёмкостное сопротивление перемен-

ному току. Если в такой цепи входной сигнал подаётся через резистор R , а выходной снимается с конденсатора C , то это — цепь интегрирующего типа первого порядка.

Интегрирующие цепи пропускают постоянную составляющую сигнала, отсекая высокие частоты, т. е. являются фильтром низких частот. При этом чем больше постоянная времени $\tau = CR$, тем ниже частота среза фильтра. Для области сверхнизких частот, например для частоты 0,01 Гц, постоянная времени будет составлять 100 с. Чтобы с помощью такой схемы на указанной частоте получить приемлемую точность интегрирования, равную 3 %, необходимо постоянную времени увеличить ещё на порядок. На практике реализовать RC-цепь с постоянной времени 1000 с очень сложно. Временная стабильность её параметров будет крайне низкой.

Распространённым интегрирующим устройством (далее — интегратором) является апериодическое звено (см. рис. 1), обладающее свойством интегрирования для частот $\omega \gg 1/\tau$ (ω — текущая круговая частота; $\tau = CR$), и имеющее передаточную функцию

$$K(p) = (1 + p\tau)^{-1},$$

где $p = i\omega$ — комплексная переменная.

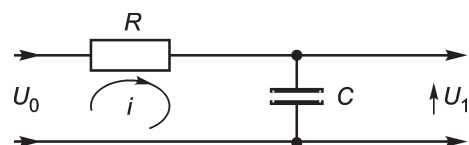


Рис. 1. Интегрирующее звено

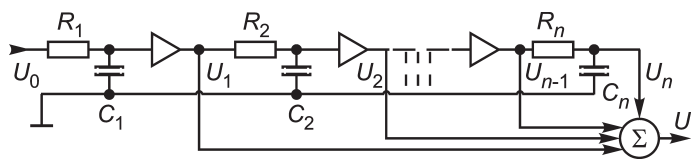


Рис. 2. Лестничная унитарная цепь с суммированием сигналов интегрирующих звеньев

Передающую функцию рассматриваемого звена можно представить в виде двух сомножителей, т. е. следующим образом:

$$K(p) = (p\tau)^{-1} \frac{p\tau}{1 + p\tau} = K_{\text{и}} K_{\text{ф}}, \quad (1)$$

где $K_{\text{и}}$ — передаточная функция идеального интегрирующего звена; $K_{\text{ф}}$ — передаточная функция корректирующего фильтра, определяющего частотную погрешность интегрирования реального звена.

Для звена, представленного на рис. 1, запишем:

$$U_1(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_0 - U_1}{R} dt = \frac{1}{\tau} \int U_0 dt - \frac{1}{\tau} \int U_1 dt, \quad (2)$$

где U_0, U_1 — соответственно напряжения на входе и выходе звена (см. рис. 1).

Из (2) следует, что интегральное значение входного напряжения можно представить как сумму выходного сигнала и его интеграла:

$$\int U_0 dt = U_1 \tau + \int U_1 dt.$$

Точность определения интеграла от выходного сигнала обуславливает погрешность интегрирования. Рассмотрим решение в форме последующего интегрирования входного сигнала. На рис. 2 показана упрощённая структурная схема интегратора лестничного типа n -го порядка. Каждая RC -цепь этой схемы является интегрирующим звеном первого порядка. Выход любого звена через усилитель с единичным коэффициентом усиления (унистор) подключён ко входу сумматора — операционного усилителя. Принципиальная схема интегратора, построенного по этому принципу, приведена в [1].

Для каждой из ячеек можно записать соотношения между входными и выходными сигналами:

$$\begin{cases} \int U_1 dt = U_1 \tau_1 + \int U_1 dt; \\ \int U_2 dt = U_2 \tau_2 + \int U_2 dt; \\ \dots\dots\dots \\ \int U_{n-1} dt = U_{n-1} \tau_{n-1} + \int U_{n-1} dt. \end{cases}$$

Суммарный сигнал U (см. рис. 2) имеет вид

$$\int U_0 dt = U_1 \tau_1 + U_2 \tau_2 + \dots + U_n \tau_n + \int U_n dt.$$

Погрешность работы схемы определяется точностью интегрирования последнего звена. Несмотря на наглядность

представления последовательного многократного интегрирования с суммированием промежуточных результатов, более точно погрешность можно определить из спектрального анализа. При этом из практических соображений имеет смысл ограничить количество звеньев интегратора.

Интегрирующее устройство второго порядка. Пусть лестничная цепь содержит два звена (см. рис. 2). В этом случае передаточная функция интегратора имеет вид

$$K_n(p) = \frac{1}{1 + p\tau} + \frac{k}{(1 + p\tau)(1 + p\tau n)}, \quad (3)$$

где k — весовой коэффициент сумматора по второму звену; $n = \tau_2/\tau_1$ — отношение постоянных времени звеньев.

Функцию (3), как и в случае (1), можно представить идеальным интегрирующим звеном и фильтром:

$$K_n(p) = (p\tau)^{-1} \frac{pa_1 + p^2 a_2}{1 + pb_1 + p^2 b_2} = K_{\text{и}} K_{\text{ф}},$$

где коэффициенты полиномов $a_1 = 1 + k$; $a_2 = n$; $b_1 = 1 + n$; $b_2 = n$.

Для приближения реального интегрирования к идеальному необходимо обеспечить постоянство передачи корректирующего фильтра в более широком диапазоне частот. Условия оптимальной плоской коррекции (коррекции по Б्राуде) определяются из соотношения между коэффициентами полиномов [8]:

$$a_1^2 = b_1^2 - 2b_2; \quad a_2^2 = b_2^2. \quad (4)$$

При этих условиях квадрат модуля передачи корректирующего фильтра имеет одинаковые коэффициенты в числителе и знаменателе и составляет

$$K_{\text{ф}}^2(x) = x^2 a_1^2 + x^4 a_2^2 / (1 + x^2 a_1^2 + x^4 a_2^2),$$

где $x = \omega\tau$ — нормированная частота.

С учётом значений a_i, b_i из соотношений (4) запишем: $(1+k)^2 = 2n+1$. Следовательно, можно определить $n = k(0,5k+1)$; $k = -1 \pm \sqrt{1+2n}$. При $k=0,5; 0,7320; 1; 1,5; 2; 3$ $n=0,625; 1; 1,5; 2,625; 4; 7,5$, соответственно.

В табл. 1 приведены значения $K_{\text{ф}}$ в зависимости от частоты (для $n=1, n=1,5$) и $K_{\text{ф}1}$ звена первого порядка (см. (1)), а также значения уменьшения погрешности y интегрирования двухзвенного интегратора по сравнению с интегратором первого порядка: $y = (1 - K_{\text{ф}1})/(1 - K_{\text{ф}})$.

Таблица 1
Расчётные значения погрешности y для двухзвенного интегратора

x	n				K _{ф1}
	1		1,5		
	K _ф	y	K _ф	y	
0,5	0,6695	1,69	0,7299	2,0	0,4472
1	0,8944	2,77	0,9285	4,1	0,7070
2	0,9826	6,06	0,9905	21,1	0,8944
4	0,9984	18,75	0,9992	38,0	0,9701
8	0,99988	66,30	—	145,0	0,9923

Сравнение характеристик свидетельствует в пользу двух-звенной цепи; погрешность интегрирования уменьшается в десятки раз, причём выигрыш возрастает с ростом частоты и увеличением постоянной времени второго звена. Отметим, что увеличение постоянной времени второго звена сопровождается увеличением вклада этого звена.

Интегрирующее устройство третьего порядка. Передаточная функция устройства, как и в случае (3), представлена суммой передач:

$$K_n(p) = \frac{1}{(1+p\tau)} + \frac{k_2}{(1+p\tau)(1+p\tau n_2)} + \frac{k_3}{(1+p\tau)(1+p\tau n_2)(1+p\tau n_3)} =$$

$$= \frac{1}{p\tau} \frac{(1+k_2+k_3)p\tau + (n_2+n_3+n_3k_2)p^2\tau^2 + p^3\tau^3 n_2 n_3}{(1+p\tau)(1+p\tau n_2)(1+p\tau n_3)} = K_n K_{\Phi}.$$

Условия оптимальной плоской коррекции для интегратора третьего порядка определяются соотношениями:

$$(1+k_2+k_3)^2 = 1 + n_2^2 + n_3^2;$$

$$(1+k_2)^2 = 1 + n_2^2 + 2n_2 k_3 / n_3.$$

Квадрат модуля передаточной функции корректирующего фильтра $K_{\Phi}^2 = c_1 x^2 + c_2 x^4 + c_3 x^6 / (1 + d_1 x^2 + d_2 x^4 + d_3 x^6)$, где коэффициенты полиномов c_i, d_i имеют вид $c_1 = (1 + k_2 + k_3)^2$; $c_2 = n_2^2 + n_3^2(1+k_2)^2 - 2k_3 n_2 n_3$; $d_1 = 1 + n_2^2 + n_3^2$; $d_2 = n_2^2 + n_3^2 + n_2^2 n_3^2$; $d_3 = c_3 = (n_2 \times n_3)^2$.

В табл. 2 приведены результаты вычислений K'_{Φ} , K''_{Φ} и y для выбранных указанных значений n_i и соответствующих им k_i . Значения передаточной функции корректирующего фильтра K'_{Φ} получены при следующих параметрах: $n_2=1,0$; $k_2=0,5424$; $n_3=1,0$; $k_3=0,1895$, а функции K''_{Φ} — при $n_2=1,5$; $k_2=1,079$; $n_3=2,25,0$; $k_3=0,8040$.

Таблица 2

Расчётные значения погрешности интегрирования y для двух- и трёхзвенных интеграторов

x	K'_{Φ}	y	K''_{Φ}	y
1	0,93540	4,59	0,9872	23,2
2	0,99600	26,30	0,9995	331
4	0,99989	294	0,9999	3092

Результаты расчётов (см. табл. 1, 2) показывают увеличение точности интегрирования в зависимости от частоты для двух- и трёхзвенных интеграторов при различных соотноше-

ниях постоянных времени звеньев: увеличение числа звеньев на единицу более чем на порядок уменьшает погрешность интегрирования, и точность возрастает с увеличением постоянных времени интегрирования.

Заключение. В работе вычислены погрешности интегрирования сигналов различной частоты для одно-, двух- и трёх-звенного интегратора при различных соотношениях постоянных времени звеньев. Показано, что увеличение числа звеньев на единицу более чем на порядок уменьшает погрешность интегрирования сигнала. При этом погрешность уменьшается с увеличением постоянных времени интегрирования, что очень важно при измерении сигналов сверхнизких частот.

Полученные результаты можно использовать при построении реальных схем интегрирующих устройств, а также при разработке аналогичных устройств (модификаций) — активных фильтров диапазона сверхнизких частот, линий задержки электрических сигналов, в системах автоматического управления.

Литература

1. Кулигин М. Н. Исследование характеристик распространения геомагнитных пульсаций типа Рс-3 и Рн-2: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. М.: ИФЗ АН СССР, 1989.
2. Крылов С. М. Индукционный магнитометр в системе обработки данных в реальном масштабе времени. Микро-ЭВМ в геомагнитных исследованиях / Под ред. Е. Н. Федорова. М.: Наука, 1984.
3. Кузичкин О. Р., Кулигин М. Н. Разработка активных индукционных датчиков и их применение в геомагнитных исследованиях // Приборы и системы. Управление, контроль и диагностика. 2007. № 1. С. 39—42.
4. Кулигин М. Н. Аналоговые тракты системы регистрации и обработки геомагнитных сигналов // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2013. № 3. С. 11—17.
5. Кузичкин О. Р., Кулигин М. Н. Корректирующее звено измерительного тракта индукционного магнетометра. Актуальные проблемы анализа и обеспечения надёжности и качества приборов, устройств и систем. Пенза: ПГТУ, 1997.
6. А. с. 1195362 СССР. Интегрирующее устройство / Ю. В. Пикалкин, М. Н. Кулигин, С. П. Белокрыс, В. П. Лепендин // Открытия. Изобретения. 1985. № 44.
7. А. с. 1239731 СССР. Интегрирующее устройство / Ю. В. Пикалкин, М. Н. Кулигин, А. И. Струсь, С. П. Белокрыс // Открытия. Изобретения. 1986. № 23.
8. Хейнлейн В. Е., Холмс В. Х. Активные фильтры для интегральных схем. М.: Связь, 1980.

Дата принятия: 13.04.2016.