

2. Пат. 2630857 РФ. Эталонный источник лазерного излучения для калибровки измерителей мощности / М. Л. Козаченко, И. В. Лобко, С. В. Тихомиров, Н. П. Хатырев // Изобретения. Полезные модели. 2017. № 9.

3. Глазов А. И., Зотов А. В., Козаченко М. Л., Светличный А. Б., Тихомиров С. В. Повышение точности воспроиз-

ведения единицы средней мощности оптического излучения в волоконно-оптических системах передачи путём совершенствования алгоритмов и автоматизации измерительных процессов // Измерительная техника. 2014. № 7. С. 1–24.

Дата принятия: 20.02.2018.

681.2082

Зависимость позиционной и угловой стабильностей лазерного пучка от его пространственных флуктуаций

А. М. РАЙЦИН¹, М. В. УЛАНОВСКИЙ²

¹Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия, e-mail: arcadiyram@rambler.ru

²Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Россия, e-mail: ulanovsky@vniiofi.ru

Определена зависимость позиционной и угловой стабильностей лазерного пучка от его пространственных и энергетических флуктуаций. Данная зависимость позволяет выработать требования к допустимым значениям флуктуаций лазерного пучка, что имеет существенное значение для сертификации источников, применяемых в оптических радиоэлектронных комплексах различного назначения.

Ключевые слова: лазерный пучок, стабильность положения пучка, координаты центроида, первый момент распределения интенсивности, многоэлементный измерительный преобразователь.

The dependence of positional and angular stability of a laser beam on its spatial and energy fluctuations is determined. This dependence allows us to work out requirements for admissible values of laser beam fluctuations, which is of great importance for the certification of sources used in optical radioelectronic complexes for various purposes.

Key words: laser beam stability beam, the coordinates of the centroid, first moment of the intensity distribution, multi-element transmitter.

Позиционная и угловая стабильности – важнейшие характеристики лазерного пучка. Основные методы измерений стабильности положения пучка описаны в ГОСТ Р ИСО 11670–2010 «Лазеры и лазерные установки (системы). Методы измерений параметров лазерных пучков. Стабильность положения пучка». Как правило, для реализации этих методов применяют средства измерений (СИ) с многоэлементными измерительными преобразователями (МИП). Данные СИ определяют координаты центроида по полученному пространственному распределению интенсивности лазерного пучка в его поперечном сечении. На указанные характеристики лазерного пучка влияют его пространственные и энергетические флуктуации. Изучение этого влияния имеет существенное значение при установлении требований к допустимым значениям пространственных и энергетических флуктуаций лазерного пучка сертифицированных источников, применяемых в различных оптических радиоэлектронных комплексах. Авторы настоящей статьи не нашли в литературе исследований данного вопроса. Существуют работы, в которых оценено смещение лазерного пучка, вызванное его рассеянием при распространении на больших трассах в турбулентной атмосфере [1–3]. Однако в них не учитываются флуктуационные

характеристики самого источника. Погрешности измерений координат центроида, которые обусловлены применением СИ, содержащим МИП, рассмотрены в [4].

Цель настоящей работы – исследовать влияние пространственных и энергетических флуктуаций лазерного пучка на его позиционную и угловую стабильности.

Ось распространения пучка – прямая линия, соединяющая два центроида, измеренных в однородной среде одновременно в двух различных поперечных сечениях пучка согласно ГОСТ Р ИСО 11670–2010. Координаты (x_M, y_M) точки M центроида определяются как первые относительные пространственные моменты распределения интенсивности $I(x, y, z)$ в поперечном сечении z лазерного пучка (интегрирование проводится по всей плоскости поперечного сечения):

$$x_M(z) = \iint x I(x, y, z) dx dy / \iint I(x, y, z) dx dy;$$

$$y_M(z) = \iint y I(x, y, z) dx dy / \iint I(x, y, z) dx dy.$$

Пространственную нестабильность лазерного пучка можно охарактеризовать смещением положения оси распространения вследствие различных дестабилизирующих факторов. Центроид

может смещаться за счёт случайного ухода оси распространения лазерного пучка от первоначального положения при неизменных пространственных распределениях интенсивности и фазы, а также при случайном изменении распределения интенсивности в цикле измерений. Эти уходы приводят к позиционным смещениям лазерного пучка. Тогда положения центроида $M_i = M(x_{M_i}, y_{M_i})$, $i=1, 2, \dots, n$, полученные в реализациях n измерений, в плоскости поперечного сечения Z образуют совокупность случайных величин.

Характеристики смещения центроида вследствие ухода оси распространения пучка от первоначального положения. Будем считать, что пространственное распределение интенсивности и фазы пучка неизменно и характеризовать смещения координат центроида пучка относительно координат точки M случайными величинами (ξ_x, ξ_y) , принимающими в конкретных реализациях значения (ξ_{xi}, ξ_{yi}) , $i=1, 2, \dots, n$. В таком случае справедливы равенства

$$x_{M_i}(z) = x_M(z) + \xi_{xi}, y_{M_i}(z) = y_M(z) + \xi_{yi}.$$

Если ось распространения пучка совпадает с осью Z , то $x_M(z) = y_M(z) = 0$. Тогда в сферической системе координат луч OM_i (рис. 1) определяет направление распространения пучка в i -й реализации измерения и составляет угол θ_i с осью Z и двугранный угол φ_i между плоскостями ZOX и ZOM_i . В плоскости поперечного сечения Z (плоскость измерений) лучу OM_i соответствуют случайные смещения координат (ξ_{xi}, ξ_{yi}) , $i=1, 2, \dots, n$, обусловленные случайностью углов θ, φ из-за влияния дестабилизирующих факторов. Определим статистические характеристики смещения координат центроида лазерного пучка в плоскости измерений при изменении упомянутых углов в опорной плоскости $z=0$.

Обозначим $w_\theta(x), w_\varphi(x)$ – плотности распределения вероятностей случайных величин θ, φ . Будем считать, что θ, φ – статистически независимы и в любой реализации угол θ с единичной вероятностью находится в диапазоне $0 \leq \theta \leq \theta^*$, а угол φ – в диапазоне $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Тогда плотности распределения вероятностей данных ограниченных случайных величин выражаются как

$$\bar{w}_\theta(x) = w_\theta(x) / \int_0^{\theta^*} w_\theta(x) dx; \bar{w}_\varphi(x) = w_\varphi(x) / \int_0^{2\pi} w_\varphi(x) dx.$$

Согласно рис. 1 между смещениями координат центроида и углами θ, φ существует связь в виде системы уравнений

$$\begin{cases} \xi_x = z \operatorname{tg} \theta \cos \varphi \\ \xi_y = z \operatorname{tg} \theta \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = \operatorname{arctg}(\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} / z) \\ \varphi = \operatorname{arctg}(\xi_y / \xi_x) \end{cases} \quad (1)$$

Обозначим $w(\xi_x, \xi_y)$ – совместную плотность распределения вероятностей случайных величин (ξ_x, ξ_y) . В случае взаимно-однозначного соответствия между (θ, φ) и (ξ_x, ξ_y) плотность $w(\xi_x, \xi_y)$ можно определить из соотношения [5]:

$$w(\xi_x, \xi_y) = \bar{w}_\theta(\theta) \bar{w}_\varphi(\varphi) \left| \frac{\partial \theta / \partial \xi_x}{\partial \varphi / \partial \xi_x} \frac{\partial \theta / \partial \xi_y}{\partial \varphi / \partial \xi_y} \right| \quad (2)$$

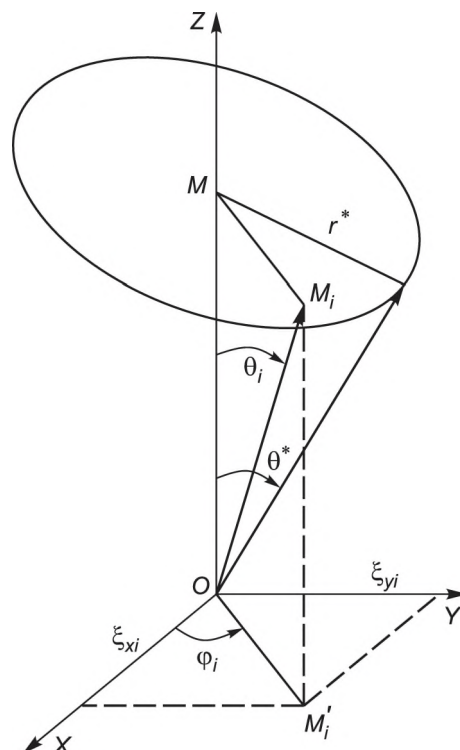


Рис. 1. Сферическая система координат для определения позиционного смещения пучка

Подставим (1) в (2) и после преобразований получим

$$w(\xi_x, \xi_y) = \frac{z \bar{w}_\theta \operatorname{arctg}(\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} / z) \bar{w}_\varphi(\operatorname{arctg}(\xi_y / \xi_x))}{(\xi_x^2 + \xi_y^2 + z^2) \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}}. \quad (3)$$

С использованием выражения (3) можно исследовать статистические характеристики координат центроида в зависимости от различных законов плотности распределения вероятностей углов. Так, математические ожидания M и дисперсии D позиционного смещения пучка определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} M_{\xi_x} &= \iint_G \xi_x w(\xi_x, \xi_y) d\xi_x d\xi_y; \\ M_{\xi_y} &= \iint_G \xi_y w(\xi_x, \xi_y) d\xi_x d\xi_y; \\ D_{\xi_x} &= \iint_G (\xi_x - M_{\xi_x})^2 w(\xi_x, \xi_y) d\xi_x d\xi_y; \\ D_{\xi_y} &= \iint_G (\xi_y - M_{\xi_y})^2 w(\xi_x, \xi_y) d\xi_x d\xi_y, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где G – область интегрирования, которую в соответствии с (1) считаем кругом радиусом $r^* = z \operatorname{tg} \theta^*$.

Позиционные стабильности Δ_x, Δ_y лазерного пучка, описанные в ГОСТ Р ИСО 11670–2010, выражаются как

$$\Delta_x = 4\sqrt{D_{\xi_x}}; \Delta_y = 4\sqrt{D_{\xi_y}}. \quad (5)$$

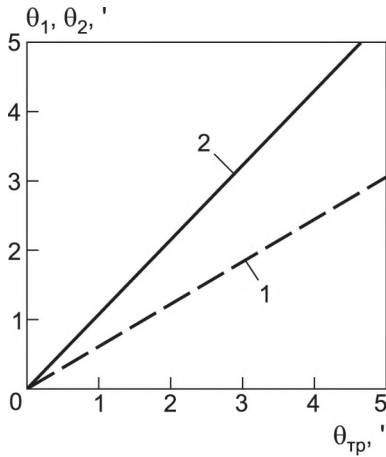


Рис. 2. Зависимость допустимых отклонений лазерного пучка в опорной плоскости от требуемого углового смещения в плоскости измерений для равномерного закона плотности распределения вероятностей углов θ , φ (1) и для равномерного и нормального законов плотности распределения вероятности углов, соответственно φ , θ (2)

Исходя из условий применения лазера в конкретной оптико-электронной системе необходимо, чтобы $\Delta_x \leq \Delta_x^{\text{тр}}$, $\Delta_y \leq \Delta_y^{\text{тр}}$, где $\Delta_x^{\text{тр}}$, $\Delta_y^{\text{тр}}$ – требуемые значения позиционной стабильности.

Угловые стабильности $\delta\alpha_x$, $\delta\alpha_y$ лазерного пучка в дальней зоне определяются соотношениями

$$\delta\alpha_x = 2\sqrt{\bar{D}_x}/f; \delta\alpha_y = 2\sqrt{\bar{D}_y}/f,$$

где $\bar{D}_x$, $\bar{D}_y$ – дисперсии позиционного смещения лазерного пучка в фокальной плоскости оптической системы; f – эквивалентное фокусное расстояние оптической системы.

Таким образом, исследование дисперсий позиционного смещения пучка позволяет оценить позиционную и угловую стабильности.

Равномерное распределение случайных величин θ , φ . В таком случае справедливы равенства $\bar{w}_\theta(x) = 1/\theta^*$, $\bar{w}_\varphi(x) = 1/(2\pi)$ и выражение (3) примет вид

$$w(\xi_x, \xi_y) = z / [2\pi\theta^*(\xi_x^2 + \xi_y^2 + z^2)\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}]. \quad (6)$$

Из (4), (6) следует, что $M_{\xi_x} = M_{\xi_y} = 0$. В полярной системе координат (r, φ) с учётом равенства $r = z \operatorname{tg} \theta$ выражения (4) для D_{ξ_x} , D_{ξ_y} примут вид

$$\begin{aligned} D = D_{\xi_x} = D_{\xi_y} &= \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi \int_0^{z \operatorname{tg} \theta^*} \frac{zr^2 dr}{2\pi\theta^*(r^2 + z^2)} = \\ &= \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi \int_0^{z \operatorname{tg} \theta^*} \frac{zr^2 dr}{2\pi\theta^*(r^2 + z^2)} = \frac{z^2(\operatorname{tg} \theta^* / \theta^* - 1)}{2}. \end{aligned} \quad (7)$$

С учётом требований к позиционной стабильности пучка $\Delta_x^{\text{тр}}$, $\Delta_y^{\text{тр}}$ из (7) можно получить условие выполнения этих требований:

$$\Delta = 4\sqrt{D} = 2\sqrt{2}z\sqrt{\operatorname{tg} \theta^* / \theta^* - 1} \leq \Delta_{\text{тр}} = \min(\Delta_x^{\text{тр}}, \Delta_y^{\text{тр}}). \quad (8)$$

При малых углах θ^* из (8) следует ограничение $\theta^* \leq \theta_1 = \theta_{\text{тр}} \sqrt{3/8} \approx 0,61\theta_{\text{тр}}$, где $\theta_{\text{тр}} = \Delta_{\text{тр}}/z$. Фактически, при малом угле $\theta_{\text{тр}} \approx \operatorname{tg} \theta_{\text{тр}}$ это ограничение можно рассматривать как заданное требование на угловое смещение лазерного пучка в

плоскости измерений. При этом θ_1 определяет верхнюю границу допустимого отклонения угла θ^* от первоначального положения при заданных $\Delta_{\text{тр}}$, z .

Равномерный закон распределения случайного угла φ и нормальный закон распределения угла θ . В этом случае справедливо равенство $\bar{w}_\varphi(x) = (2\pi)^{-1}$. Будем считать, что ограниченная случайная величина $0 \leq \theta \leq \theta^*$ имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию σ_θ^2 , т. е.

$$\bar{w}_\theta(x) = w_\theta(x) / \int_0^{\theta^*} w_\theta(x) dx,$$

где $w_\theta(x) = \exp[-x^2/(2\sigma_\theta^2)] / \sqrt{2\pi\sigma_\theta^2}$.

Тогда выражение (3) примет вид

$$w(\xi_x, \xi_y) = \frac{z\bar{w}_\theta(\operatorname{arctg}(\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}/z))}{2\pi(\xi_x^2 + \xi_y^2 + z^2)\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}}. \quad (9)$$

Из (9) с учётом преобразований по формулам (4), (5) получим

$$\begin{aligned} M_{\xi_x} = M_{\xi_y} &= 0; \Delta = \Delta_x = \Delta_y = 2\sqrt{2}z \times \\ &\times \sqrt{\int_0^{\theta^*} \operatorname{tg}^2 x \exp[-x^2/(2\sigma_\theta^2)] dx / \int_0^{\theta^*} \exp[-x^2/(2\sigma_\theta^2)] dx}. \end{aligned} \quad (10)$$

Можно считать, что практически с единичной вероятностью $\theta < \theta^*$, если $\sigma_\theta = \theta^*/3$. Тогда при малых углах θ^* из (10) позиционная стабильность приближённо равна

$$\Delta \approx 2\sqrt{2}z \sqrt{\frac{\int_0^{\theta^*} x^2 \exp[-4,5(x/\theta^*)^2] dx}{\int_0^{\theta^*} \exp[-4,5(x/\theta^*)^2] dx}} \approx 0,93z\theta^*. \quad (11)$$

Из (11) с учётом условия $\Delta \leq \Delta_{\text{тр}}$ для малых углов θ^* их допустимое отклонение при заданных значениях $\Delta_{\text{тр}}$, z определяется верхней границей θ_2 :

$$\theta^* \leq \theta_2 = 1,075\theta_{\text{тр}}$$

На рис. 2 представлены зависимости $\theta_1, \theta_2(\theta_{\text{тр}})$, по которым можно определить максимально допустимые углы отклонения пучка в опорной плоскости от требуемого углового смещения в плоскости измерений.

Характеристики смещения центраида при изменении пространственного распределения интенсивности и фазы пучка. Исходя из уравнения квазиоптики

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{j}{2k} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0,$$

где $u(x, y, z)$ – комплексная амплитуда волны; $k = 2\pi/\lambda$; λ – длина волны лазерного излучения, можно показать, что зависимость (закон изменения) координат центраида от расстояния z от опорной плоскости до плоскости измерений определяется

следующими выражениями [6]:

$$x_M(z) = x_M(0) + \frac{j\lambda z \int_{-T/2}^{T/2} dy \int_{-T/2}^{T/2} \left[u(x,y,0) \frac{\partial u^*(x,y,0)}{\partial x} - u^*(x,y,0) \frac{\partial u(x,y,0)}{\partial x} \right] dx}{4\pi \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,z) dx dy},$$

$$y_M(z) = y_M(0) + \frac{j\lambda z \int_{-T/2}^{T/2} dx \int_{-T/2}^{T/2} \left[u(x,y,0) \frac{\partial u^*(x,y,0)}{\partial y} - u^*(x,y,0) \frac{\partial u(x,y,0)}{\partial y} \right] dy}{4\pi \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,z) dx dy},$$

где T – линейный размер квадратной выходной апертуры источника излучения в опорной плоскости $z=0$; $I(x,y,z)=u(x,y,z)u^*(x,y,z)$; $|u(x,y,0)|$ – модуль амплитуды волны в опорной плоскости; $\varphi(x,y)$ – действительная фаза волны в опорной плоскости, причём

$$\int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,z) dx dy = \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,0) dx dy;$$

$$u(x,y,0) = |u(x,y,0)| e^{i\varphi(x,y)};$$

$$u^*(x,y,0) = |u(x,y,0)| e^{-i\varphi(x,y)}.$$
 (12)

С учётом (12) справедливы равенства

$$x_M(z) = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} dy \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,0) \left(\frac{\lambda z}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x} + x \right) dx}{\int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,0) dx dy};$$
 (13)

$$y_M(z) = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} dx \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,0) \left(\frac{\lambda z}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial y} + y \right) dy}{\int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} I(x,y,0) dx dy}.$$
 (14)

Из (13), (14) следует, что в случае неизменной фазы в пределах опорной плоскости $\varphi(x,y) = \text{const}$ закон изменения координат центра не зависит от z : $x_M(z) = x_M(0)$, $y_M(z) = y_M(0)$, и смещение центра определяется только асимметрией распределения интенсивности в опорной плоскости.

Рассмотрим статистические характеристики смещения центра в зависимости от случайного характера пространственного распределения интенсивности лазерного пучка в опорной плоскости. Будем считать, что $I(x,y,0)$ представляет стационарное случайное поле. Обозначим пространственную функцию автокорреляции отклонения от среднего этого поля как

$$K(x_1 - x_2, y_1 - y_2) = \langle [I(x_1, y_1, 0) - \bar{I}(x_1, y_1, 0)] \times [I(x_2, y_2, 0) - \bar{I}(x_2, y_2, 0)] \rangle = \sigma^2 R(x_1 - x_2, y_1 - y_2),$$

где σ^2 – дисперсия; $R(x_1 - x_2, y_1 - y_2)$ – нормированная автокорреляционная функция, $|R(x_1 - x_2, y_1 - y_2)| \leq 1$; $\bar{I}(x,y,0) = M(I(x,y,0))$ –

математическое ожидание; $\langle \rangle$ – знак усреднения.

Для случайной величины $x_M(z) = \xi/\eta$ при фиксированном значении z (аналогично для $y_M(z)$), где ξ, η – числитель и знаменатель (13), соответственно. Заметим, что ξ, η коррелированы, так как содержат общую случайную интенсивность $I(x,y,0)$. Медиана m_x и стандартное отклонение σ_{mx} распределения величины $x_M(z)$ при малых значениях $\sigma_{2x}/m_{2x} \ll 1$ вычисляются по формулам [4], [7]:

$$m_x = m_{1x}/m_{2x};$$

$$\sigma_{mx} \approx \sqrt{\sigma_{1x}^2 + \sigma_{2x}^2 m_x^2 - 2m_x \text{cov}(\xi, \eta)} / m_{2x},$$
 (15)

где $m_{1x} = M\{\xi\}$; $m_{2x} = M\{\eta\}$; $\text{cov}(\xi, \eta)$ – ковариация величин ξ, η , соответственно.

С учётом формулы (13) величины из (15) примут вид

$$m_{1x} = \int_{-T/2}^{T/2} dy \int_{-T/2}^{T/2} \bar{I}(x,y,0) \left(\frac{\lambda z}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x} + x \right) dx;$$

$$m_{2x} = \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \bar{I}(x,y,0) dx dy;$$

$$\sigma_{1x}^2 = \sigma^2 \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} R(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \times$$

$$\times \psi(x_1, y_1) \psi(x_2, y_2) dx_1 dx_2 dy_1 dy_2;$$

$$\sigma_{2x}^2 = \sigma^2 \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} R(x_1 - x_2, y_1 - y_2) dx_1 dx_2 dy_1 dy_2;$$

$$\text{cov}(\xi, \eta) = \sigma^2 \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} R(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \times$$

$$\times \psi(x_1, y_1) dx_1 dx_2 dy_1 dy_2,$$

где $\psi(x,y) = \frac{\lambda z}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x} + x$.

Введём в последние три интеграла новые переменные интегрирования (r_x, x) , (r_y, y) по формулам $x_1 = r_x + x/2$; $x_2 = r_x - x/2$; $y_1 = r_y + y/2$; $y_2 = r_y - y/2$, после преобразований получим основные расчётные соотношения для стандартных отклонений и ковариации из (15):

$$\sigma_{1x}^2 = 4\sigma^2 \int_0^T \int_0^T R(x,y) dx dy \times$$

$$\times \int_{-(T-x)/2}^{(T-x)/2} \int_{-(T-y)/2}^{(T-y)/2} \psi\left(r_x - \frac{x}{2}, r_y - \frac{y}{2}\right) \psi\left(r_x + \frac{x}{2}, r_y + \frac{y}{2}\right) dr_x dr_y;$$

$$\sigma_{2x}^2 = 4\sigma^2 \int_0^T \int_0^T (T-x)(T-y) R(x,y) dx dy;$$

$$\text{cov}(\xi, \eta) = \sigma^2 \int_0^T \int_0^T R(x,y) dx dy \times$$

$$\times \int_{-(T-x)/2}^{(T-x)/2} \int_{-(T-y)/2}^{(T-y)/2} \left(\psi\left(r_x - \frac{x}{2}, r_y - \frac{y}{2}\right) + \psi\left(r_x + \frac{x}{2}, r_y + \frac{y}{2}\right) \right) dr_x dr_y.$$

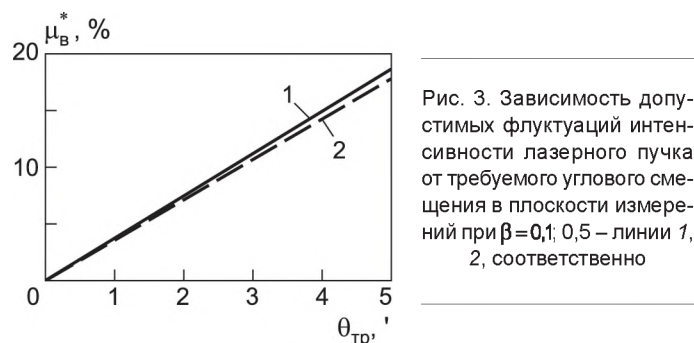


Рис. 3. Зависимость допустимых флуктуаций интенсивности лазерного пучка от требуемого углового смещения в плоскости измерений при $\beta=0,1; 0,5$ – линии 1, 2, соответственно

Пример. Рассмотрим лазерный пучок с квадратичным законом распределения фазы $\varphi(x,y)=4\pi\beta(x^2+y^2)/T^2$ в опорной плоскости $z=0$ и симметричным относительно координатных осей распределением интенсивности; $\pi\beta$ – значение фазы на границах квадратной апертуры $x=\pm T/2, y=0; x=0, y=\pm T/2$. В этом случае $\psi(x,y)=x(4\lambda z\beta/T^2+1)$; $m_{1x}=0$; $\text{cov}(\xi,\eta)=0$ и выражение (15) примет вид

$$m_x=0;$$

$$\sigma_{mx} = \frac{\sigma_{1x}}{m_{2x}} =$$

$$= \frac{\mu \left(\frac{4\lambda z\beta}{T^2} + 1 \right) \sqrt{\int_0^T \int_0^T (T-y) dy \int_0^T R(x,y) (T^3 - 3T^2x + 2x^3) dx}}{T^2 \sqrt{3}}, \quad (16)$$

где безразмерная величина

$$\mu = \sigma T^2 / \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \bar{I}(x,y,0) dx dy$$

определяет относительный уровень флуктуаций распределения интенсивности в опорной плоскости.

Формула (16) применима, если $\sigma_{2x}/m_{2x} \ll 1$, что приводит к неравенству

$$\mu \ll 0,5 T^2 / \sqrt{\int_0^T \int_0^T (T-x)(T-y) R(x,y) dx dy}.$$

Поскольку всегда

$$\int_0^T \int_0^T (T-x)(T-y) R(x,y) dx dy \leq T^4,$$

то справедливо ограничение

$$\mu \ll 0,5. \quad (17)$$

Верхнюю границу μ_b параметра μ можно получить из (16) и условия $\Delta_x = 4\sigma_{mx} \leq \Delta_x^{\text{TP}}$:

$$\mu \leq \mu_b = \frac{\theta_{\text{TP}} T^2 \sqrt{3}}{4 \left(\frac{4\lambda\beta}{T^2} + 1 \right) \sqrt{\int_0^T \int_0^T (T-y) dy \int_0^T R(x,y) (T^3 - 3T^2x + 2x^3) dx}}. \quad (18)$$

Отношение $\theta_{\text{TP}} = \Delta_x^{\text{TP}}/z$ также может рассматриваться как требование к угловому смещению лазерного пучка в соответствии с техническим заданием на работу оптико-электронной системы, используемой с данным источником излучения. С учётом соблюдаемого всегда неравенства

$$\int_0^T \int_0^T (T-y) dy \int_0^T R(x,y) (T^3 - 3T^2x + 2x^3) dx \leq T^6$$

из (18) для корреляционной функции произвольного вида получим

$$\mu_b \geq \mu_b^* = \theta_{\text{TP}} \sqrt{3} / [4(4\lambda\beta/T + T/z)].$$

Примем наиболее сильное ограничение $\mu \leq \mu_b^*$ и ограничение (17) и получим требования к уровню допустимых флуктуаций распределения интенсивности для произвольной корреляционной функции в виде

$$\mu \leq \mu_b^* = \theta_{\text{TP}} \sqrt{3} / [4(4\lambda\beta/T + T/z)] \ll 0,5. \quad (19)$$

На рис. 3 приведена зависимость $\mu_b^*(\theta_{\text{TP}})$ (в процентах), позволяющая оценить допустимый уровень флуктуаций интенсивности лазерного пучка от требуемого углового смещения θ_{TP} в плоскости измерений при следующих значениях параметров, входящих в формулу (19): $\lambda=1$ мкм; $T=10$ мм; $z=3$ м для двух значений $\beta=0,1; 0,5$, не сильно влияющих на результат. Таким образом, результаты работы позволяют исходя из заданных требований к характеристикам угловой и позиционной стабильностей оптико-электронных систем установить необходимые технические условия (параметры) используемых лазеров при их сертификации.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования высокоточных измерительных технологий в области фотоники, созданного на базе ВНИИОФИ и поддержанного Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения №14.595.21.0003 от 28.08.2017 г. (уникальный идентификатор RFMEFI59517X0003).

Л и т е р а т у р а

1. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976.
2. Аксёнов В. П., Колосов В. В., Погуца Ч. Е. Вихревая стабилизация направления распространения лазерных пучков в случайно-неоднородной среде // Распространение радиоволн, РРВ-24: Труды XXIV Всерос. науч. конф., Иркутск, 2014, Т. 2 С. 100–103.

3. Аксёнов В. П., Погуца Ч. Е. Дисперсия слабых флуктуаций орбитального углового момента гауссова лазерного пучка, «наведённых» атмосферной турбулентностью // Распространение радиоволн, РРВ-24: Труды XXIV Всерос. науч. конф., Иркутск, 2014, Т. 2 С. 104–107.

4. Райцин А. М. Интервальные оценки погрешности определения моментов пространственного распределения лазерного излучения // Измерительная техника. 2012. № 4. С. 27–31.

5. Венцель Е. С., Овчаров Л. А. Задачи и упражнения по

теории вероятностей // М.: Издательский центр «Академия», 2003.

6. Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И. Усреднённое описание волновых пучков в линейных и нелинейных средах (метод моментов) // Известия вузов. Сер. «Радиофизика». 1971. Т. XIV. № 9. С. 1353–1363.

7. Райцин А. М. Измерение отношения двух нормально распределённых случайных величин // Измерительная техника. 2012. № 9. С. 7–11.

Дата принятия: 13.03.2018.

536.425

Модель взаимодействия излучения CO₂-лазера с поверхностью ситалла

И. Н. СКВОРЦОВА¹, С. В. БУЗИЛОВ², В. В. БЕСОГОНОВ¹

¹Институт механики Уральского отделения РАН, Ижевск, Россия

²Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия, e-mail: vbesog@mail.ru

Предложена математическая модель взаимодействия импульсного лазерного излучения с поверхностью ситалла марки СТ-50-1. Учтено распределение энергии в лазерном пучке, рассчитано температурное поле поверхности пластины в области воздействия лазерного пучка. Установлено совпадение расчётных и полученных в процессе эксперимента размеров области плавления.

Ключевые слова: лазерное воздействие, тепловые поля, математическое моделирование.

The mathematical model of interaction of pulse laser radiation with a ST-50-1 glassceramic surface is proposed. In this research energy distribution in a laser beam is considered, the temperature field at a plate surface in the space of a laser beam effect is calculated, comparison of design and experimental values is carried out.

Key words: laser effect, temperature field, mathematical modeling.

Ситаллы – это стеклокерамические материалы на основе стекла, состоящие из большого количества микрокристаллов. Уникальные свойства стеклокерамики, в частности, низкая шероховатость её поверхности, позволяют широко применять эти материалы [1–3]. Поверхности с малыми расстояниями между выступами и впадинами необходимы в микроэлектронике для уменьшения толщины сплошной плёнки без проколов, в производстве зеркал для лазерной и измерительной техники и т. д.

В работах [4–6] в качестве гладкой поверхности предложена подложка из ситалла СТ-50-1, разработанная для формирования на ней тонкоплёночных структур электронных микросхем. Расстояние между выступами и впадинами на поверхности ситалловой подложки после нескольких годов хранения, измеренное сканирующим зондовым микроскопом Solver-P47PRO, составило около 200 нм [6]. С целью уменьшения расстояния между выступами и впадинами до единиц нанометров предложено при финишной обработке воздействовать лазерным излучением на поверхность ситалла и затем охлаждать расплавленный слой отводом теплового излучения в объём материала.

При термической обработке материалов с помощью лазерного излучения в объёме материала формируется нестационарное температурное поле. Данное поле в дальнейшем

определяет качество поверхности и структуру материала в зоне обработки и термовоздействия [7–9]. Расчёт тепловых полей методом вычислительного эксперимента требует решения задач теплопроводности. Известно несколько подходов к решению подобных задач. В области математического моделирования часто используют численные и аналитические решения уравнения теплопроводности [например, 10–12]. Поэтому целью настоящей работы является построение математической модели, адекватно описывающей результаты эксперимента по модификации поверхности ситалла при воздействии на него лазерного излучения.

Экспериментальная установка. В работах [4, 5] представлена экспериментальная установка для обработки поверхности образца из ситалла лазерным излучением с целью получения гладкой поверхности. Импульсный CO₂-лазер формирует пучок монохроматического излучения диаметром 5 мм. Плоские зеркала направляют излучение на фокусирующую линзу, после чего пучок фокусируется на поверхности подложки из ситалла. Поверхность подложки в фокус линзы устанавливается при вертикальном перемещении столика. Плоские зеркала, фокусирующая линза и устройство обдува конструктивно объединены в один узел, называемый «летающей оптикой». Обработка участка