

Нейроморфная модель коррекции астроинерциальной системы

А. С. ДЕВЯТИСИЛЬНЫЙ, К. А. ЧИСЛОВ

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия,
e-mail: kirillche@rambler.ru

Предложен мультимодельный алгоритм, в основу которого положена расширенная интерпретация алгоритма калмановской фильтрации. Представлены результаты вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: астроинерциальная система, навигационные звезды, искусственные нейронные сети.

The multimodel algorithm based on expanded interpretation of Kalman filter algorithm is suggested. The results of computational experiment are presented.

Key words: astro-inertial system, navigation stars, artificial neuron network.

Функционирование многоцелевых подвижных технологических платформ (ТП) авиационного, космического или морского базирования, например, гравиметрических, опто- и радиолокационных в значительной степени обеспечивается выполнением требуемых условий, предъявляемых к управлению движением, что, как известно, достигается управлением по наблюдениям при помощи обратной связи.

Настоящая работа посвящена модели системы оценки параметров вращения ТП, или, что то же самое по существу, параметров вращения (матрица ориентации, угловые скорости) бортовой приборной системы отсчета (ПСО). В проекциях на ее оси измеряется вектор абсолютной угловой скорости и орты направлений на навигационные звезды (НЗ), угловые положения которых известны в инерциальной системе отсчета (ИСО).

Система состоит из блока трех гироскопических датчиков угловых скоростей с осями чувствительности, направленными по осям ПСО, блоков оптических устройств для измерений ортов НЗ и бортового вычислителя. Такой состав системы дает основание назвать ее астроинерциальной. Функционирует она по следующей схеме: из блока гироскопов информация об измеренном векторе абсолютной угловой скорости поступает в бортовой вычислитель, где интегрируется матричное кинематическое уравнение Пуассона [1], результат решения которого — матрица ориентации, составленная из ортов ИСО в проекциях на оси ПСО и характеризующая образ ПСО в виртуальной среде. Последнее дает возможность формировать в этой среде образы априорно задаваемых в ИСО ортов НЗ в проекциях на оси ПСО и, сравнивая их с измеренными оптическими датчиками значениями, определять вектор невязок, подлежащий дальнейшей обработке с целью коррекции первичных оценок параметров вращения, полученных в результате инерциальных измерений угловой скорости и интегрирования уравнений Пуассона.

Для этого в работе предлагается нейроподобный (нейроморфный) алгоритм, сконструированный на основе алгоритма динамического обращения калмановского типа [2, 3], адаптированного к условиям нечетких представлений как о погрешностях инерциальных и астроизмерений, так и погрешностях интегрирования уравнения Пуассона, что в конечном итоге позволяет получать более полное представление о вращении объекта.

Основные модельные представления. Начнем с геометрии астроизмерений. Введем правые ортогональные системы отсчета — инерциальную $o\xi = o\xi_1\xi_2\xi_3$ и приборную $ou = ou_1ou_2ou_3$, связанные преобразованием $y_i = A_{ij}\xi_j$, где $\mathbf{A} = (A_{ij})$ — матрица преобразования. Пусть в системе $o\xi$

заданы орты НЗ $\mathbf{L}^{(s)} = (\mathbf{L}_i^{(s)}); s = \overline{1, N}; i = \overline{1, 3}$, где N — число звезд. Тогда в системе ou орты этих НЗ будут представлены

векторами $\mathbf{I}^{(s)} = (\mathbf{I}_i^{(s)}); s = \overline{1, N}; i = \overline{1, 3}$, причем $\mathbf{I}_i = A_{ij}\mathbf{L}_j$. Далее ограничимся значением $N = 2$ и примем правило суммирования по повторяющимся нижним индексам.

В качестве измеряемых при визировании НЗ величин возьмем приборные азимутальные $\Gamma_1^{(s)}$ и высотные $\Gamma_2^{(s)}$

углы, полагая, что $\Gamma_1^{(s)}$ отсчитывается в плоскости ou_1ou_2 от оси ou_2 в сторону оси ou_1 , а $\Gamma_2^{(s)}$ — от плоскости ou_1ou_2 в положительном (для ou_3) полупространстве. Измеренные значения этих углов обозначают $\gamma_1^{(s)}, \gamma_2^{(s)}$, так что

$\gamma_i^{(s)} = \Gamma_i^{(s)} - \Delta_i^{(s)}, i = 1, 2$, где $\Delta_i^{(s)}$ — инструментальные погрешности измерений, которые принимаем далее достаточно малыми. Теперь может быть декларирована следующая модель астроизмерений:

$$\mathbf{J}_i^{(s)} = a_{ij}\mathbf{L}_j^{(s)} + \varepsilon_i^{(s)}, s = \overline{1, 2}; i, j = \overline{1, 3}, \quad (1)$$

где $\mathbf{J}_i^{(s)} = (\mathbf{J}_i^{(s)})$ — числовой образ орта $\mathbf{I}^{(s)}$, причем $\mathbf{J}_1^{(s)} = \sin\gamma_1^{(s)}\cos\gamma_2^{(s)}; \mathbf{J}_2^{(s)} = \cos\gamma_1^{(s)}\cos\gamma_2^{(s)}; \mathbf{J}_3^{(s)} = \sin\gamma_2^{(s)}; \varepsilon_i^{(s)} = g_{ik}^{(s)}\Delta_k^{(s)}; g_{ik}^{(s)} = \partial\mathbf{I}_i^{(s)}/\partial\Gamma_k^{(s)}, k = 1, 2$.

Заметим, что уравнения (1), вообще говоря, можно разрешить относительно матрицы $\mathbf{A}$; вместе с тем, учитывая, что в данной работе рассматривается проблема комплексирования астро- и инерциальной информации, ограничимся их интерпретацией, изложенной выше.

Перейдем теперь к кинематике — геометрии движения [4]. Согласно [1] эволюция матрицы **A** удовлетворяет матричному уравнению Пуассона:

$$\dot{a}_{im} = -e_{ijk}\omega_j a_{km}; a_{im}(0) = a_{im,0}, i, j, k, m = \overline{1,3}, \quad (2)$$

где e_{ijk} — символ Леви—Чивиты.

При моделировании (2) в реальной информационной ситуации справедливо следующее его представление:

$$\dot{b}_{im} = -e_{ijk}\tilde{\omega}_j b_{km}; b_{im}(0) = b_{im,0}, i, j, k, m = \overline{1,3}, \quad (3)$$

где b_{im} — вычисленное значение a_{im} ; $\tilde{\omega}_j = \omega_j - v_j$ — измеренное с инструментальной погрешностью v_j значение ω_j .

Решение (3) позволяет сформировать еще один образ орта $l^{(s)}$ в виде

$$\tilde{l}_i^{(s)} = b_{ij}l_j^{(s)}, i, j = \overline{1,3}, s = 1, 2. \quad (4)$$

Примем далее, что виртуальный образ ($o\tilde{y} = o\tilde{y}_1\tilde{y}_2\tilde{y}_3$) приборного трехгранника ou образуется вектором его поворота на малый угол $\beta = (\beta_i) i = \overline{1,3}$, так что $b_{ik} = (\delta_{im} - e_{ijm}\beta_j)a_{mk}$,

где $i, j, k, m = \overline{1,3}$, δ_{im} — символ Кронекера.

Сравнивая теперь (2), (3), а также (1), (4) и ограничиваясь линейным приближением, приходим к системе линейных дифференциальных и алгебраических уравнений, представляющих модель задачи «в малом» типа «состояние—измерение», целью решения которой является оценка вектора состояния. Для уточнения состава вектора состояния декларируем модель погрешностей астро- и инер-

циальных измерителей. Относительно первых ($\Delta_1^{(s)}, \Delta_2^{(s)}$) примем, что они — нормальные некоррелированные белые шумы с нулевыми средними и равными интенсивностями, т. е. $\Delta_i^{(s)}: N(0, R_i^{(s)})$, $i = 1, 2$; $R_i^{(k)} = R_j^{(s)} = \sigma_\Delta^2$; $i, j, k, s = 1, 2$;

вторые ($v_i, i = \overline{1,3}$) представлены моделями $v_i: N(m_i, \sigma_i^2)$,

$m_i \neq m_j, \sigma_i = \sigma_j = \sigma_v, i, j = \overline{1,3}, i \neq j$.

С учетом изложенного за вектор состояния обратной задачи примем $x = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, m_1, m_2, m_3)^T$, а ее уточненную модель запишем как

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_i &= -e_{ikj}\omega_k\beta_j + m_i + u_i, \beta_i(0) = \beta_{i,0}; \\ \dot{m}_i &= \chi_i(t), m_i(0) = m_{i,0}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\delta J_p^{(s)} = e_{pkj}l_k^{(s)}\beta_j + \varepsilon_p^{(s)}; i, j, k, p = \overline{1,3}; s = 1, 2,$$

где $m_i(t) = \int_0^t \chi_i(\tau) d\tau$; $\chi_i(\tau)$ — скорость изменения m_i ;

$$u_i: N(0, \sigma_i^2); \sigma_i = \sigma_j \forall i, j; \delta J_p^{(s)} = J_p^{(s)} - \tilde{J}_p^{(s)}.$$

Легко убедиться, что вектор состояний в (5) наблюдаем, причем это свойство сохраняется, если в уравнениях измерений исключить третье и шестое уравнения. Полагая далее, что это сделано, примем $p = 1, 2$.

Перепишем (5) в более общем виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= a_{ij}x_j + q_i, x_i(0) = x_{i,0}; \\ z_k &= h_{kj}x_j + r_k, i, j = \overline{1,6}, k = \overline{1,4}, \end{aligned} \quad (6)$$

где **A** = (a_{ij}), **H** = (h_{ij}) — матрицы соответствующих коэффициентов при компонентах вектора состояния **x**; **z** = (z_k) = ($\delta J_p^{(s)}$), $k = \overline{1,4}$, $p = 1, 2$, $s = 1, 2$ — вектор измерений; **q** = (q_i) = ($u_1, u_2, u_3, \chi_1, \chi_2, \chi_3$)^T; **r** = (r_k) = ($\varepsilon_1^{(1)}, \varepsilon_2^{(1)}, \varepsilon_1^{(2)}, \varepsilon_2^{(2)}$)^T = **G** · **Δ**; **G** = block-diag (**G**⁽¹⁾, **G**⁽²⁾); **G**^(s) = ($g_{ij}^{(s)}$); $i, j, s = 1, 2$; **Δ** = ($\Delta_1^{(1)}, \Delta_2^{(1)}, \Delta_1^{(2)}, \Delta_2^{(2)}$)^T.

Концепция алгоритма. В качестве исходной парадигмы алгоритма динамического обращения для решения задачи (6) рассмотрим линейный алгоритм (фильтр)

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{x}), \hat{x}(0) = \hat{x}_0, \quad (7)$$

где **K** = arg min_K **J**; **F** = 0,5 ||**z** - **Hx**||²; ||·|| — евклидова норма вектора.

При условии, что пара матриц (**A**, **H**) наблюдаема, выбор матричного коэффициента обратной связи **K** может обеспечить асимптотическую устойчивость алгоритма (7). О достижимости этого свойства алгоритма свидетельствует следующее. Если интерпретировать (7) как алгоритм калмановского типа, т. е. положить **K** = **DH**^T**R**⁻¹, где **D** удовлетворяет матричному уравнению Риккати $\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{A}\mathbf{D} + \mathbf{D}\mathbf{A}^T - \mathbf{D}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D} + \mathbf{Q}$, **D**(0) = **D**₀ с симметрическими положительно определенными матрицами **Q**, **R**, **D**₀, то уравнение (7) асимптотически устойчиво [2].

Из изложенного следует, что кроме прямого выбора **K** = arg min_K **F** допустим альтернативный: **K** = **K**(**Q**, **R**), (**Q**, **R**) =

= arg min_{Q,R} **F**. Именно такой выбор сделан в настоящей работе.

Достоинство его в том, что он гарантирует асимптотическую устойчивость (7).

Отметим, что модель (5) построена на основе теоретико-механических и математических представлений, т. е. на абстрактных образах как продуктах деятельности и развития человеческого мозга. Поэтому об алгоритме (7), построенном на представлениях модели (6), можно говорить, что он нейроморфен (нейроподобен) и отождествлять его с искусственной нейросетью с синаптическими (по сути) коэффициентами **A**, **H**, **K**. Особенность этой нейросети состоит в том, что ее структура и значения части синаптических коэффициентов (**A**, **H**) предопределены теоретически, а обучение выполняется в процессе решения экстремальной задачи и отождествимо с адаптивной настройкой матричного параметра **K**.

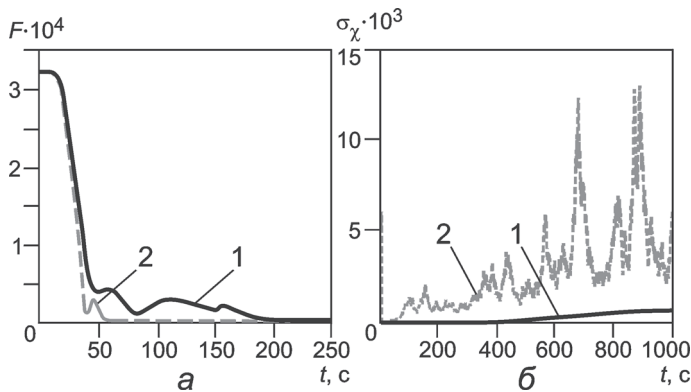


Рис. 1. Временные зависимости $F(a)$ и $\sigma_\chi(b)$ при $\alpha = 0,01$ и $0,1$ (кривые 1, 2)

При численном исследовании (5) выбраны $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_u^2, \sigma_u^2, \sigma_u^2, \sigma_\chi^2, \sigma_\chi^2, \sigma_\chi^2)$, $\mathbf{R} = \sigma_\Delta^2 \mathbf{G} \mathbf{G}^T$. Таким образом, в этом варианте экстремальная задача решается в пространстве только трех параметров σ_u^2 , σ_χ^2 и σ_Δ^2 , а в исходном виде ее пришлось бы решать в пространстве 24 параметров K_{ij} .

Для решения экстремальной задачи предлагается мульти-система из 3^3 параллельных систем — алгоритмов калмановского типа. Работа каждого из них выполняется при одинаковых для всех стартовых на шаге решения условиях, но при разных значениях параметров $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$. Победившей в таком соревновательном на шаге процессе признается система с наименьшим значением $\mathbf{F}$, а значения ее переменных $\hat{\mathbf{x}}$ и $\mathbf{D}$ принимаются в качестве стартовых на следующем шаге решения для всех систем мультисистемы. Новый же набор значений параметров $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ формируется около значений этих параметров победившей системы. Например, если $\tilde{\sigma}_\Delta$ — значение параметра σ_Δ системы-победителя, то новым набором значений этого параметра будет $\{\tilde{\sigma}_\Delta(1-\alpha), \tilde{\sigma}_\Delta, \tilde{\sigma}_\Delta(1+\alpha)\}$; $0 < \alpha < 1$; аналогичным образом назначаются новые значения параметров σ_u и σ_χ .

Результаты вычислительного эксперимента. Он проводился для случая движения объекта-носителя ТП по географической параллели ($\varphi = 45^\circ$) с относительной (к Земле) скоростью 100 м/с в восточном направлении. Предполагалось, что трехгранник оу физически моделирует географически ориентированный трехгранник с осями, направленными соответственно на Восток, Север и по радиусу-вектору места объекта. При этом наблюдаются две НЗ, одна из них с ортом $\mathbf{I}^{(1)} = (0, \cos \varphi, \sin \varphi)^T$ — Полярная, а другая — с ортом

$$\mathbf{I}^{(2)} = \left(-\frac{\omega_2}{\omega} \sin \omega t, \frac{\omega_2 \omega_3}{\omega} (1 - \cos \omega t), \frac{\omega_2^2}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \right)^T,$$

так что при $t = 0$ он направлен по радиусу-вектору места (старта) объекта, $\omega = |\boldsymbol{\omega}|$.

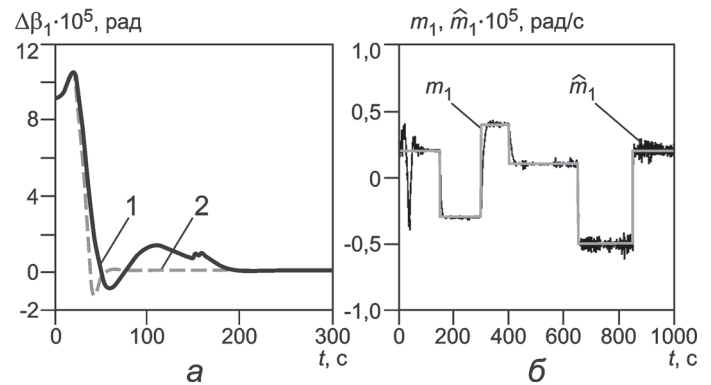


Рис. 2. Временные зависимости погрешности $\Delta\beta_1(a)$ и функции $m_1(b)$ и ее оценки $\hat{m}_1(b)$ при $\alpha = 0,01$ и $0,1$ (кривые 1, 2)

При имитационном моделировании (5) предполагалось, что u_i , Δ_i распределены не нормально, а равномерно со средними квадратическими значениями $\sigma_u = 10^{-3}$ рад/ч, $\sigma_\Delta = 10^{-6}$ рад; функция m_1 кусочно-постоянная, а функции m_2 , m_3 синусоидальны с различными значениями амплитуд, периодов и фаз; чисто случайные процессы в формировании этих функций не участвуют, так что $\sigma_\chi = 0$; начальные значения переменных состояния: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 5 \cdot 10^{-4}$; $m_1 = 2 \cdot 10^{-6}$; $m_2 = m_3 = 0$; $D_{ij}(0) = 10^{-14} \delta_{ij}$.

В случае решения обратной задачи (5) при помощи предложенной нейроморфной системы начальные значения параметров настройки синаптических коэффициентов K_{ij} были следующими: $\sigma_u = \sigma_\chi = 5 \cdot 10^{-6}$, $\sigma_\Delta = 10^{-6}$. Об эффективности системы можно судить по графикам на рис. 1, 2, представляющим некоторые характерные результаты вычислительного эксперимента. На рис. 1 показаны зависимости $F(t)$ и $\sigma_\chi(t)$, а на рис. 2 — зависимости погрешности $\Delta\beta_1(t)$ оценки значений β_1 и функции $m_1(t)$ и ее оценки $\hat{m}_1(t)$ при $\alpha = 0,01$ и $0,1$, соответственно кривые 1, 2.

Представленные результаты достаточно полно характеризуют эффективность предложенного решения задачи коррекции астроинерциальной системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ-ДВО (грант № 11-01-98501-р_восток_a) и ДВО РАН (грант № 12-1-П17-01).

Л и т е р а т у р а

1. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967.
2. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971; Kalman R. E., Falb P. L., Arbib M. A. Topics in mathematical system theory. N.Y.: McGraw-Hill, 1969.
3. Осипов Ю. С., Кряжмский А. В. Задачи динамического обращения // Вестник РАН. 2006. Т. 76. № 7. С. 615—624.
4. Ишлинский А. Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987.

Дата принятия 14.01.2013 г.