

Оптимальное оценивание параметров движения прецизионного поворотного стенда методом максимального правдоподобия

Р. В. Ермаков¹, А. А. Серанова¹, А. А. Львов², Д. М. Калихман³

¹АО «Конструкторское бюро промышленной автоматики», Саратов, Россия

²Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина, Саратов, Россия

³Производственное объединение «Корпус», Саратов, Россия, e-mail: alvova@mail.ru

Описана методика уменьшения погрешности измерений угловой скорости с помощью стендов для задания угловых скоростей. Погрешность удаётся уменьшить за счёт комплексирования информации с нескольких датчиков. Приведены выражения для оценки угловой скорости методом максимального правдоподобия по показаниям каждого из датчиков. Рассматриваемая методика основана на получении интегральной оценки угловой скорости платформы стенда. Проанализированы полученные результаты имитационного моделирования динамики описанного стенда, подтвердившие целесообразность применения предложенной методики.

Ключевые слова: угловые измерения, оптический датчик угла, датчик угловой скорости, датчик линейного ускорения, метод максимального правдоподобия.

Гироскопические приборы находят широкое применение в системах ориентации морских объектов, авиационной, ракетно-космической техники, навигационных системах исследования состояния газо- и нефтепроводов, в инклинометрии и т. п. При наладке и испытаниях прецизионных гироскопических приборов используются управляемые основания (стенды), задающие с высокой точностью и стабильностью угловые скорости. Создание подобных стендов представляет собой самостоятельную задачу, успешное решение которой во многом определяет прогресс в развитии гироскопического приборостроения. Управляемые стенды, применяемые для исследования гироскопических приборов, должны иметь, как минимум, на порядок более высокую точность, чем испытываемые приборы. Режимы контроля этих стендов должны соответствовать условиям эксплуатации, способствующим выявлению истинных значений достигнутых технических характеристик.

Как правило, конструктивно стенд включает в себя поворотную платформу, электродвигатель, датчик угла и систему управления. Стенды подобной конструкции не обеспечивают необходимую высокую точность задания малых угловых скоростей (порядка единиц градусов в час) для контроля датчиков угловой скорости среднего и высокого классов точности. Один из возможных способов повышения точности стендов – введение в их конструкцию инерциальных элементов, т. е. датчиков линейного ускорения (акселерометров), измеряющих тангенциальную и центростремительную составляющие ускорения на периферии поворотной платформы, а также датчиков угловой скорости. Подобные стенды рассмотрены в работах [1–4]. Основным преимуществом построения поворотного стенда является некоррелированность погрешностей измерений разных датчиков, имеющих различную физическую природу. Точность определения параметров движения

во многом определяется параметрами моделей датчиков.

Настоящая работа посвящена оценке параметров моделей датчиков методом максимального правдоподобия (ММП). Датчики входят в состав высокоточных управляемых оснований. Рассмотрим стенд для задания плоских углов, угловых скоростей и угловых ускорений. Стенд представляет собой поворотную платформу с установленными на ней испытываемым прибором, датчиком угла (например, бесконтактным оптическим) и инерциальными чувствительными элементами, такими как датчики угловой скорости, центростремительного и тангенциального ускорений. Приведём выражения для оценок угловой скорости, угла, тангенциального и центростремительного ускорений как функций угловой скорости вращения платформы стенда.

Модель датчика угловой скорости. Статическая передаточная функция датчиков угловой скорости традиционно принимается линейной:

$$\tilde{\omega} = M_{\omega} \omega + \xi_{\omega}, \quad (1)$$

где $\tilde{\omega}$ – измеренное значение угловой скорости; M_{ω} – масштабный коэффициент датчика угловой скорости; ω – истинное значение угловой скорости; ξ_{ω} – случайная составляющая сигнала датчика угловой скорости.

При этом считается, что математическое ожидание случайной составляющей ξ_{ω} сигнала датчика угловой скорости, называемое нулевым сигналом ω_0 датчика, неизменно на протяжении всего измерения (запуска), однако может изменяться от измерения к измерению, т. е. от запуска к запуску.

Оценку угловой скорости по показаниям датчика угловой скорости найдём по формуле

$$\tilde{\omega} = M_{\omega}^{-1} (\tilde{\omega} - \omega_0). \quad (2)$$

Модель датчика центростремительного ускорения. Центростремительное ускорение, действующее на расстоянии $r_{\text{ц}}$ от оси вращения, запишем как

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 r_{\text{ц}}, \quad (3)$$

где $a_{\text{ц}}$ – номинальное значение центростремительного ускорения.

Представим для датчика центростремительного ускорения члены, входящие в формулу (3), в следующем виде:

$$\tilde{a}_{\text{ц}} = M_{\text{ц}} a_{\text{ц}} + \zeta_{\text{ц}}; \quad (4)$$

$$M_{\text{ц}} = M_{\text{ц}}^* + \Delta M_{\text{ц}};$$

$$\zeta_{\text{ц}} = a_{\text{ц}}^0 + \zeta_{\text{ц}}^r,$$

где $\tilde{a}_{\text{ц}}$ – измеренное значение центростремительного ускорения; $M_{\text{ц}}$, $M_{\text{ц}}^*$ – масштабный коэффициент и его номинальное значение соответственно; $\Delta M_{\text{ц}}$ – погрешность масштабного коэффициента; $a_{\text{ц}}^0$ – постоянная составляющая погрешности (нулевой сигнал); $\zeta_{\text{ц}}^r$ – нормально распределённая случайная величина с нулевым математическим ожиданием.

Подставим выражение (4) в формулу (3), пренебрежём малыми величинами и получим

$$\tilde{a}_{\text{ц}} = M_{\text{ц}}^* (\omega^2 r_{\text{ц}} + a_{\text{ц}}^0 + \zeta_{\text{ц}}^r) + \Delta M_{\text{ц}} \omega^2 r_{\text{ц}}. \quad (5)$$

Оценку угловой скорости по показаниям датчика центростремительного ускорения можно определить с учётом формулы (5) как

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\tilde{a}_{\text{ц}} / r_{\text{ц}}}. \quad (6)$$

Модель датчика тангенциального ускорения. Линейное тангенциальное ускорение, измеряемое тангенциальным датчиком линейного ускорения, представим в виде

$$a_{\text{т}} = \varepsilon r_{\text{т}} = \dot{\omega} r_{\text{т}}, \quad (7)$$

где $\varepsilon = \dot{\omega} = d\omega/dt$ – угловое ускорение; $r_{\text{т}}$ – радиус, т. е. расстояние от центра вращения до центра масс чувствительного элемента акселерометра.

Аналогично предыдущему случаю, представим формулу (7) как

$$\tilde{a}_{\text{т}} = M_{\text{т}}^* (\dot{\omega} r_{\text{т}} + a_{\text{т}}^0 + \zeta_{\text{т}}^r) + \Delta M_{\text{т}} \dot{\omega} r_{\text{т}},$$

где $a_{\text{т}}^0$ – математическое ожидание случайной составляющей сигнала с датчика тангенциального ускорения, называемое также нулевым сигналом датчика. Будем считать, что оно неизменно на протяжении всего измерения (запуска), однако может изменяться от измерения к измерению; $\zeta_{\text{т}}^r$ – нормально распределённая случайная величина с нулевым математическим ожиданием; $M_{\text{т}} = M_{\text{т}}^* + \Delta M_{\text{т}}$ – масштабный коэффициент датчика ускорения, $M_{\text{т}}^*$, $\Delta M_{\text{т}}$ – номинальное значение масштабного коэффициента и его погрешность соответственно.

Для дискретной системы с периодом T запишем выражение:

$$\tilde{a}_{\text{т}}[n] = M_{\text{т}}^* \left(\frac{\omega[n] - \omega[n-1]}{T} r_{\text{т}} + a_{\text{т}}^0 + \zeta_{\text{т}}^r \right) + \Delta M_{\text{т}} \frac{\omega[n] - \omega[n-1]}{T} r_{\text{т}}.$$

Период дискретизации алгоритма

$$T = N_{3,г} / f_{3,г} = N_{3,г} / (M_{3,г} f_0 + \zeta_T),$$

где $N_{3,г}$ – количество тактов задающего генератора в одном периоде дискретности алгоритма; $f_{3,г}$ – частота задающего генератора; $M_{3,г}$ – погрешность масштабного коэффициента задающего генератора; f_0 – номинальная частота задающего генератора; ζ_T – случайная составляющая погрешности задающего генератора.

Поскольку $N_{3,г}$ велико, а $\zeta_T \ll 1$, то можно полагать $\zeta_T = 0$. Тогда

$$T = N_{3,г} / (M_{3,г} f_0) = T_0 / M_{3,г},$$

где T_0 – номинальное значение периода дискретности алгоритма.

С учётом погрешности задающего генератора имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{\text{т}} &= M_{\text{т}}^* \{ M_{3,г} (\omega[n] - \omega[n-1]) r_{\text{т}} / T_0 + a_{\text{т}}^0 + \zeta_{\text{т}}^r \} + \\ &+ \Delta M_{\text{т}} M_{3,г} (\omega[n] - \omega[n-1]) r_{\text{т}} / T_0 = \\ &= (M_{\text{т}}^* + \Delta M_{\text{т}}) M_{3,г} \omega[n] r_{\text{т}} / T_0 - \\ &- (M_{\text{т}}^* + \Delta M_{\text{т}}) M_{3,г} \omega[n-1] r_{\text{т}} / T_0 + M_{\text{т}}^* a_{\text{т}}^0 + M_{\text{т}}^* \zeta_{\text{т}}^r. \end{aligned} \quad (8)$$

Оценка угловой скорости по показаниям датчика тангенциального ускорения с учётом формулы (8) примет вид:

$$\tilde{\omega}_T = \int_0^T \tilde{a}_{\text{т}} dt + \omega_0. \quad (9)$$

Модель датчика угла. Представим оценку угла $\tilde{\alpha}$ поворота сенда, полученную по показаниям датчика угла, в форме

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \Delta\alpha_0(\alpha) + \Delta\alpha_{\zeta}, \quad (10)$$

где α – истинное значение угла; $\Delta\alpha_0(\alpha)$, $\Delta\alpha_{\zeta}$ – систематическая и случайная составляющие погрешности датчика угла соответственно.

Учитывая, что $\alpha = \int_0^T \omega dt$, выражение (10) принимает вид

$$\tilde{\alpha} = \int_0^T \omega dt + \Delta\alpha_0(\alpha) + \Delta\alpha_{\zeta}.$$

Для дискретного случая запишем

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}[n] &= T \sum_{i=0}^n \omega[i] + \Delta\alpha_0(\alpha) + \Delta\alpha_{\zeta} = \\ &= \frac{T_0}{M_{3,г}} \sum_{i=1}^n \omega[i] + \Delta\alpha_0(\alpha) + \Delta\alpha_{\zeta}. \end{aligned}$$

Оценку угловой скорости по показаниям датчика угла обозначим как

$$\tilde{\omega} = d\tilde{\alpha}/dt.$$

Для дискретного случая эта оценка примет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}[n] &= M_{3,г} \{ (\tilde{\alpha}[n] - \Delta\alpha_0(\alpha[n]) - \\ &- [\tilde{\alpha}[n-1] - \Delta\alpha_0(\alpha[n-1])]) / T_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Оценка угловой скорости с помощью ММП. В работе [5] показано, что законы распределения погрешностей измерений различных датчиков не всегда соответствуют нормальному закону распределения. Это ограничивает применимость метода наименьших квадратов к нахождению оценки угловой скорости по показаниям совокупности датчиков. Для нахождения данной оценки представляется целесообразным использовать ММП.

Обозначим измеряемые выходные значения датчиков как y_k . Тогда

$$y_k = M_k g_k(\omega_k) + \xi_k = M_k g_k(\omega_k) + (\zeta_k + \xi_k^0), \quad (12)$$

где M_k – масштабные коэффициенты датчиков; $g_k(\omega_k)$ – передаточная функция датчика; ω_k – угловая скорость платформы; ξ – аддитивная составляющая погрешности, состоящая из систематической ξ^0 (смещение) и случайной ζ составляющих; $k=1, \dots, m$ – номер канала измерений.

Оценку угловой скорости по показаниям k -го датчика запишем как

$$\tilde{\omega}_k = f_k(y_k, z_1, z_2, z_3, \dots).$$

Функция $f_k(y_k, z_1, z_2, z_3, \dots)$ для датчика угловых скоростей определяется выражением (2), для датчика тангенциального ускорения – выражением (9), для датчика центростремительного ускорения – выражением (6), а для датчика угла – выражением (11). Для определения результирующей оценки угловой скорости $\tilde{\omega}_{ML}$ найдём её оценки для каждого измерительного канала (датчика) сенда с помощью ММП. Запишем систему нормальных уравнений для каждого первичного преобразователя в отдельности. Будем считать масштабные коэффициенты M_k постоянными и известными.

В работе [5] показано, что распределение плотности вероятности погрешности измерений в каналах датчика угла, центростремительного и тангенциального ускорений можно представить в виде выражения

$$\omega(\xi) = \frac{1}{4d} \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{\xi + d}{\sqrt{2}\sigma} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{\xi - d}{\sqrt{2}\sigma} \right] \right\}, \quad (13)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ – функция Лапласа; d – граница интервала равномерного распределения постоянной составляющей погрешностей соответствующих датчиков (значение допуска на постоянную составляющую выходного сигнала); σ – стандартное отклонение случайной составляющей погрешности.

Для описания распределения плотности вероятности погрешности датчика угла в работе [6] предложено ис-

пользовать полигауссову аппроксимацию, представленную в виде линейной комбинации нормальных плотностей вероятности:

$$\omega(x) = \sum_{j=1}^R \rho_j N_x\{\mu_j, \sigma_j\},$$

где

$$N_x\{\mu_j, \sigma_j\} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} \right) \exp \left\{ - \left[\frac{(x_j - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2} \right] \right\};$$

ρ_j – неотрицательные коэффициенты, удовлетворяющие условию

$$\sum_{j=1}^R \rho_j = 1.$$

Обозначим $x_k = g_k(\omega_{ki})$ и представим выражение (12) в следующем виде:

$$\xi_{ki} = y_{ki} - M_k x_k. \quad (14)$$

Будем считать, что все погрешности ξ_{ki} – статистически независимые величины. Запишем систему нормальных уравнений для каждого измерительного канала сенда. Учтём для датчика угловых скоростей полученные выражения (13), (14), примем во внимание, что $x = \omega$ и запишем выражение для логарифма совместной плотности вероятности результатов измерений (функции правдоподобия):

$$\begin{aligned} L(\omega) &= \ln \left\{ \left(\frac{1}{4d} \right)^N \prod_{i=1}^N \left(\operatorname{erf} \left[\frac{y_i - M_{\omega}\omega + d}{\sqrt{2}\sigma_i} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{y_i - M_{\omega}\omega - d}{\sqrt{2}\sigma_i} \right] \right) \right\} = \\ &= N \ln \left(\frac{1}{4d} \right) + \sum_{i=1}^N \ln \left(\operatorname{erf} \left[\frac{y_i - M_{\omega}\omega + d}{\sqrt{2}\sigma_i} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{y_i - M_{\omega}\omega - d}{\sqrt{2}\sigma_i} \right] \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Максимум функции $L(\omega)$ по параметру ω , который в силу нелинейности уравнения (15) можно найти только численными методами, даст оценку угловой скорости по ММП. Для поиска максимума зададим начальное приближение этого параметра в следующей форме:

$$\hat{\omega} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\sigma_i} \right) / \sum_{i=1}^N \left(\frac{M_{\omega}}{\sigma_i} \right). \quad (16)$$

Отметим, что аналогичные выражения получены авторами для датчиков центростремительного и тангенциального ускорений, но там значения входящих в формулу (16) параметров имеют другой физический смысл.

Оценки угловых скоростей по показаниям датчиков ускорений можно вычислить, подставив найденные путём минимизации выражения (15) значения в уравнения (6), (9). Для датчика угла выражение логарифма функции правдоподобия имеет вид

$$L(\alpha) = \ln \left(\prod_{i=1}^N \sum_{j=1}^R \rho_j N_x \{ \mu_j, \sigma_j \} \right) = \sum_{i=1}^N \ln \left(\sum_{j=1}^R \rho_j N_x \{ \mu_j, \sigma_j \} \right). \quad (17)$$

Найдём производную выражения (17) по α и приравняем её к нулю. Получим нормальное уравнение для угла:

$$\frac{dL}{d\alpha} = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^R \rho_j \frac{(y_i - \alpha) \exp \{ B_{ij} \}}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}^3}} \right) / \left(\sum_{j=1}^R \rho_j \frac{\exp \{ B_{ij} \}}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}}} \right) = 0, \quad (18)$$

где $B_{ij} = (y_i - \alpha)^2 / (2\sigma_{ij}^2)$.

Вычислим численными методами оценку $\hat{\alpha}$ из уравнения (18), подставим её в выражение (11) и получим оценку угловой скорости стенда.

Реальные масштабные коэффициенты M_k , как правило, неизвестны и могут меняться в процессе измерений. Пусть номинальный масштабный коэффициент имеет вид

$$M_{\omega}^* = M_{\omega} + \Delta M_{\omega},$$

где M_{ω} – текущее приближение масштабного коэффициента; ΔM_{ω} – погрешность текущего приближения масштабного коэффициента.

Тогда пренебрежём членами второго порядка малости и перепишем выражение (1) для датчика угловой скорости с учётом погрешности масштабного коэффициента:

$$y_j = M_{\omega} \omega + \Delta M_{\omega} \omega + M_{\omega} \xi_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (19)$$

Значение M_{ω} известно, а ΔM_{ω} – нет. Полученное уравнение (19) является нелинейным, поскольку в нём неизвестны значения ω , ΔM_{ω} . Для нахождения оценок данных неизвестных значений авторы предлагают следующий подход. Сначала будем считать, что масштабный коэффициент известен точно и равен M_{ω} . Тогда уравнение (18) примет вид

$$y_j = M_{\omega} \omega + \xi_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (20)$$

Из системы уравнений (20) рассчитаем оценку угловой скорости. Затем поочередно решим все уравнения для всех датчиков, и вычислим общую оценку ω угловой скорости, которая считается нулевым приближением оценки угловой скорости. Обозначим её ω_0 . Будем теперь полагать, что истинная угловая скорость $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, а истинное значение масштабно-

го коэффициента $M_{\omega}^* = M_{\omega} + \Delta M_{\omega}$. Подставим эти значения в уравнение (20) и получим выражение

$$y_j = M_{\omega} \omega_0 + M_{\omega} \Delta\omega + \Delta M_{\omega} \omega_0 + \Delta M_{\omega} \Delta\omega + \xi_j,$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Членом $\Delta M_{\omega} \Delta\omega$, как произведением двух малых величин, можно пренебречь по аналогичным соображениям. Тогда получим следующую систему линейных уравнений относительно неизвестных $\Delta\omega$, ΔM_{ω} :

$$y_j = M_{\omega} \omega_0 + M_{\omega} \Delta\omega + \Delta M_{\omega} \omega_0 + \xi_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (21)$$

Решим систему уравнений (21) ещё раз относительно неизвестных параметров $\Delta\omega$, ΔM_{ω} с помощью ММП. Процедура производится для всех датчиков, после чего определяется общая оценка угловой скорости. Описанный подход можно реализовать итерационно до достижения нужной точности оценки угловой скорости.

Для датчика центростремительного ускорения на первом этапе масштабный коэффициент и радиус r_{ω} считаются известными точно и равными M_{ω}^* , r_{ω}^* , соответственно. Тогда выражение (5) с учётом проведённой серии измерений запишем в виде:

$$y_j = M_{\omega}^* \omega^2 r_{\omega}^* + \xi_j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (22)$$

где $y_j = a_{\omega j}$; $\xi_j = (a_{\omega j}^0 + \zeta_{a_{\omega j}}^r)$ – погрешности измерений, закон распределения которых известен.

Так же, как и в случае с датчиком угловой скорости, система (22) решается с помощью ММП. Найденную в результате решения оценку параметра ω^2 обозначим ω_0^2 . Теперь будем считать, что $M_{\omega} = M_{\omega}^* + \Delta M_{\omega}$, $r_{\omega} = r_{\omega}^* + \Delta r_{\omega}$, $\omega^2 = \omega_0^2 + \Delta\omega^2$. Подставим эти значения в уравнение (22) и получим выражение

$$y_j = (M_{\omega}^* + \Delta M_{\omega}) (\omega_0^2 + \Delta\omega^2) (r_{\omega}^* + \Delta r_{\omega}) + \xi_j.$$

Раскроем скобки и пренебрежём всеми членами, содержащими произведения поправок из-за их малости. После преобразований получим систему уравнений

$$y_j = (M_{\omega}^* r_{\omega}^* \omega_0^2 + M_{\omega}^* \omega_0^2 \Delta r_{\omega} + M_{\omega}^* r_{\omega}^* \Delta\omega^2 + \omega_0^2 \Delta r_{\omega} \Delta M_{\omega}) + \xi_j, \quad j = \overline{1, N}. \quad (23)$$

Система (23) линейна относительно неизвестных ΔM_{ω} , Δr_{ω} , $\Delta\omega^2$, поэтому решим её также с помощью ММП. Далее алгоритм повторяется до достижения необходимой точности.

Решения для датчиков тангенциального ускорения и датчика угла полностью аналогичны двум предыдущим случаям с тем отличием, что по ММП сначала находят угловое ускорение и угол, а затем, путём интегрирования и дифференцирования – угловую скорость. Таким образом, для определения угловой скорости платформы стенда можно использовать описанную ниже методику.

Методика определения угловой скорости платформы поворотного стенда. Предположим, что перед началом калибровки стенда известна систематическая составляющая $\Delta\alpha_0(\alpha)$ погрешности датчика угла и погрешность задающего генератора $M_{з.г.}$. Перед началом работы стенда будем действовать согласно алгоритму.

1. Для неподвижного стенда (контроль производится по неизменным показаниям датчика угла) определим средние значения величин $\zeta_{\omega,г.}, a_{\omega}^0, a_{\tau}^0$. Найденные значения в дальнейшем используем в качестве начальных приближений.

2. Для фиксированного набора угловых скоростей $\omega_i, i=1, \dots, M$ осуществим разворот на фиксированные углы α_i . При этом значения углов выберем так, чтобы случайная составляющая погрешности $\Delta\alpha\zeta$ оказалась пренебрежимо малой. Время T_i разворота фиксируется.

3. Для каждого датчика методом наименьших квадратов вычислим масштабный коэффициент M_k , причём в качестве оценок постоянной составляющей ξ_k^0 применим величины, найденные на первом этапе:

$$M_k = \frac{\sum_{i=1}^M \omega_i (\tilde{\omega}_{ki} - \xi_k^0)}{\sum_{i=1}^M \omega_i^2}, \quad \omega_i = \alpha_i / T_i.$$

Во время работы стенда выполним следующие действия:

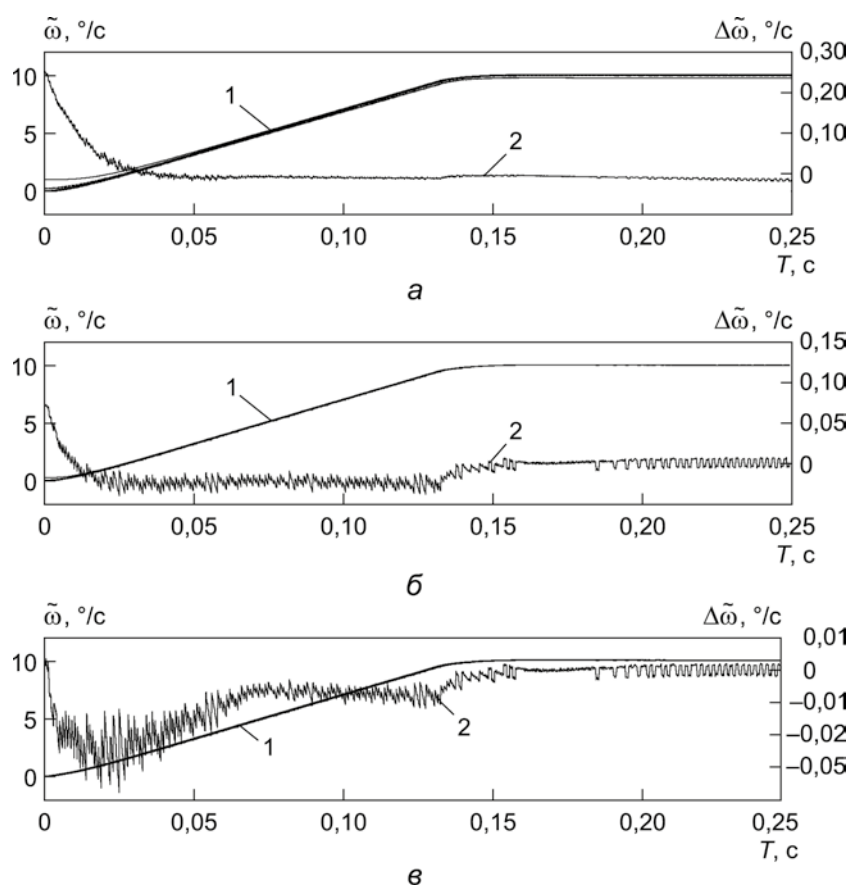
1. Определим с помощью ММП оценки угловой скорости $\hat{\omega}_k$ по показаниям каждого из датчиков, а также вычислим их дисперсии σ_k^2 .

2. Рассчитаем весовые коэффициенты ρ_k как величины, обратные дисперсиям, по формуле

$$\rho_k = 1/\sigma_k^2.$$

3. Окончательную результирующую оценку угловой скорости найдём как средневзвешенную оценку:

$$\tilde{\omega}_{ML} = \frac{\sum_{k=1}^M \rho_k \hat{\omega}_k}{\sum_{k=1}^M \rho_k}.$$



Результирующие оценки $\tilde{\omega}$ (1) угловой скорости, тангенциального и центростремительного ускорений, найденные как среднее арифметическое отдельных оценок (а), с помощью метода наименьших квадратов (б) и по приведённой методике (в), и погрешности (2) $\Delta\tilde{\omega}$ этих оценок

где $\hat{\omega}_k$ – оценка максимального правдоподобия угловой скорости, полученная по данным с k -го датчика.

Результаты математического моделирования динамики поворотного основания с датчиками угла, угловой скорости, тангенциального и центростремительного ускорений представлены на рисунке. Оценка угловой скорости платформы найдена как среднее арифметическое оценок отдельных датчиков (а), методом наименьших квадратов (б) и в соответствии с приведённой выше методикой (в). Показано существенное повышение точности оценки угловой скорости и уменьшение погрешности её измерений при применении авторской методики.

Закключение. Анализ результатов математического моделирования показал, что предложенная методика оценки угловой скорости превосходит по точности известные методы оценивания. На основании этого можно утверждать, что использование совокупной информации с датчиков параметров движения, основанных на различных физических принципах измерения, в сочетании с оптимальными методами обработки полученных экспериментальных данных позволят точнее оценивать и задавать параметры движения прецизионных поворотных платформ.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проект 9.2108.2017/4.6).

Литература

1. Bourmashev M. N., Filatov Y. V., Loukianov D. P., Pavlov P. A., Sinelnikov A. E. Reproduction of plane angle unit in dynamic mode by means of ring laser and holographic optical encoder // Proc. 2nd EUSPEN international conference. Turin, Italy, 2001. P. 322–325.
2. Янковский А. А., Плотников А. В., Савкин К. Б., Козак И. В. Новый эталон единицы плоского угла для области обороны и безопасности государства // Вестник метролога. 2012. № 3. С. 33–35.
3. Калихман Д. М., Калихман Л. Я., Садомцев Ю. В., Полушкин А. В., Депутатова Е. А., Ермаков Р. В., Нахов С. Ф. Прецизионный стенд с гироскопическим датчиком угловой скорости в качестве инерциального чувствительного элемента с цифровой системой управления // Сб. трудов XV Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2008. С. 169–172.

4. Пат. 2378618 РФ. Широкодиапазонный стенд для контроля измерителей угловой скорости / Д. М. Калихман, Л. Я. Калихман, Ю. В. Садомцев, А. В. Полушкин, Р. В. Ермаков, Е. А. Депутатова, С. Ф. Нахов // Измерения. Полезные модели. 2010. № 1.

5. Кондратов Д. В., Ермаков Р. В., Калихман Д. М., Львов А. А. Исследование законов распределения погрешностей датчиков, входящих в состав стендов для задания угловых скоростей // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 3. [Электрон. ресурс]: <http://mathmod.esrae.ru/3-19> (дата обращения: 25.11.2016).

6. Ермаков Р. В. Исследование метрологических характеристик бесконтактного датчика угла Renishaw // Проблемы управления, обработки и передачи информации (АТМ-2013): Сб. трудов III Межд. науч. конф.: в 2 т. / Под ред. А. А. Львова, М. С. Светлова. Саратов: Издательский дом «Райт-Экспо», 2013. Т. 1. С. 249–256.

Дата принятия: 17.10.2018.

Optimal estimation of precision rotary stand parameters of angular motion by maximum likelihood method

R. V. Ermakov¹, A. A. Seranova¹, A. A. L'vov², D. M. Kalikhman³

¹SC "Design Bureau of Industrial Automatics", Saratov, Russia

²Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia

³Branch of Federal State Unitary Enterprise Academician Pilyugin Scientific-production Center of Automatics and Instrument-making – Production Association "Korpus", Saratov, Russia, e-mail: alvova@mail.ru

A technique for angular velocity measurement error reduction of precision rotary stands by combining measuring data from several sensors, which principles of measurements based on different physical laws, is described in the paper. Expressions are given for angular velocity maximum likelihood estimators obtained using the readings of each sensor. The technique for integral angular velocity of the stand platform estimate calculation is described as well. The results of carried out simulation are analyzed that confirmed the expediency of the proposed technique application.

Key words: Angular measurements, optical angular sensor, angular velocity sensor, linear acceleration sensor, maximum likelihood method.