

Оптимизация числа точек контроля при координатных измерениях характеристик формы, ориентации и месторасположения геометрических элементов изделий

М. Ф. Данилов, А. А. Савельева

Научно-исследовательский институт оптико-электронного приборостроения,
г. Сосновый Бор, Ленинградская обл., Россия, e-mail: DanilovMF@niioer.ru

На основе аналитических моделей оценок погрешностей решены вариационные задачи минимизации числа точек контроля при координатных измерениях характеристик формы, ориентации и месторасположения геометрических элементов изделий при условии ограничения сверху на значение погрешности измерений. Предложенные методы решения проиллюстрированы примерами планирования координатных измерений плоскостности, параллельности и перпендикулярности плоскостей, дистанции между ними, параметров окружности и соосности цилиндров.

Ключевые слова: координатно-измерительная машина, планирование измерений, оптимизация измерений.

В условиях заводской лаборатории, где применяются координатно-измерительные машины (КИМ), время измерений, как правило, ограничено. Поэтому при решении задач контроля геометрических параметров деталей актуальна минимизация времени измерений при обеспечении требуемой точности [1–3]. С этой целью необходимо выбрать рациональную стратегию измерений. Прежде всего, требуется определить оптимальное соотношение числа точек контроля на поверхности детали и количества многократных измерений контролируемого параметра, обеспечивающих необходимую точность.

Поскольку до недавнего времени для большинства задач оценки погрешности координатных измерений геометрических параметров деталей аналитические модели отсутствовали [1], то в качестве основного инструмента решения этих задач использовали метод Монте-Карло. Наиболее полно и последовательно этот метод нашёл применение в концепции, изложенной в работе [4]. Оригинальный вариант употребления метода Монте-Карло для анализа погрешностей координатных измерений предложен в статье [5]. Новизна используемого подхода заключается в том, что при решении задачи имитационного моделирования процесса координатного измерения и разработке эффективных методик измерений предлагается оперировать координатами точек реальной поверхности.

Простые аналитические модели для оценки погрешности координатных измерений параллельности плоскостей и расстояния между ними предложены в работе [6]. Метод, основанный на аналитических оценках погрешности, получил дальнейшее развитие при анализе исходных данных неустойчивых задач координатных измерений. Такие задачи возникают при измерениях геометрических размеров малых сегментов окружностей, цилиндров, сферических поверхностей или соосности двух цилиндров, когда высота базового цилиндра много меньше его радиуса, сравнимого с другими характерными размерами детали [7, 8].

В настоящей работе на основе аналитических моделей оценки погрешности [6, 7] методами вариационного исчисления

решаются задачи минимизации числа точек контроля при координатных измерениях характеристик формы, ориентации и месторасположения геометрических элементов изделий. Решать вариационные задачи поиска минимального числа точек авторы предлагают при условии ограничения сверху на значение погрешности измерений указанных геометрических характеристик. Погрешность среднего значения геометрического параметра, полученного методом многократных независимых измерений при решении неустойчивой задачи, определяется по формуле [7, 9]:

$$\Delta P = \Delta u(n, \mu) / \sqrt{N}, \quad (1)$$

где Δu – погрешность однократного измерения; n – число точек контроля; $\mu = \mu(h, L)$ – число обусловленности, h, L – характерные размеры измеряемых геометрических элементов; N – число многократных измерений.

Число обусловленности μ определяет, насколько погрешность входных данных может повлиять на решение неустойчивой задачи координатных измерений. При $\mu \approx 1$ погрешности входных данных слабо сказываются на решении, и задача считается устойчивой. При $\mu \geq 10$ задачу можно отнести к классу неустойчивых.

Для многократных измерений требуется обеспечить независимость измерений [9]. Для этого нужно, чтобы последующие измерения имели новое расположение точек контроля на поверхности детали. Если учесть время, необходимое для обеспечения независимости измерений и последующей статистической обработки результатов, то можно сделать вывод, что однократное измерение по затрачиваемому времени выгоднее, чем многократные измерения. Но при этом в соответствии с формулой (1) для $N=1$ необходимо определить минимальное число n точек контроля для каждого параметра таким образом, чтобы погрешность однократного измерения $\Delta u(n, \mu)$ не превышала допустимую.

Для вывода формул оценки числа точек контроля и погрешности измерений авторы применяли оценки средних квадратических отклонений (СКО) параметров поверхностей и контро-

лируемых параметров детали. Чтобы оценить СКО координат точек поверхности, можно использовать такие характеристики формы поверхности, как плоскостность δP , круглость δO и цилиндричность δC [6]. В дальнейшем будем обозначать эти параметры одной буквой δ . При этом распределение координат точек на контролируемой поверхности детали должно подчиняться нормальному закону. Исследования, проведённые в работе [6], показали, что даже в случае, когда распределение не является нормальным, СКО отличаются на одну единицу в третьем знаке после запятой. Такая точность полностью удовлетворяет требованиям в соответствии с номинальной погрешностью измерений большинства КИМ портального типа, включённых в государственный реестр средств измерений [10].

Если известны допуски на измеряемые параметры детали, то согласно стандарту [11] допустимую погрешность измерений линейного размера до 500 мм задают, используя размеры детали и квалитеты системы допусков. В среднем, погрешность измерений не должна превышать 20–30 % от допуска на параметр. Для упрощения процедуры оценки погрешности при планировании измерений целесообразно выбрать минимальную относительную погрешность измерений, равную 20 %, для всех деталей, подлежащих контролю. Аналогичным образом определяется допустимая погрешность измерений характеристик формы и расположения поверхностей изделий [12]. Если в технической документации отсутствует информация о допусках на измеряемые параметры детали, то эти параметры можно оценить, исходя из предыдущих опытов.

Измерение характеристик формы поверхности. Оценка числа n точек контроля, гарантирующего с вероятностью не меньше 0,99 относительную погрешность измерений параметра δ , определяется по формулам [6]:

$$n = \sqrt{2\pi} x \exp(x^2/2); d\delta = (2,6 - x)/2,6, \quad (2)$$

где x – случайная величина; $d\delta$ – относительная погрешность измерений плоскостности, круглости, цилиндричности.

Для числа точек контроля из формул (2) получим

$$n = 2,6 \sqrt{2\pi} (1 - d\delta) \exp[(2,6 - 2,6 d\delta)^2/2]. \quad (3)$$

Пример. Необходимо измерить плоскостность поверхности детали, при этом допуск на этот параметр составляет 0,02 мм. Тогда при относительной погрешности измерений $d\delta = 0,2$ абсолютная погрешность не должна превышать 0,004 мм. Из формулы (3) следует, что для измерений требуется порядка 45 точек контроля.

Измерение расстояний. Оценка погрешности измерения расстояния ΔL между плоскостями определяется по формуле [6]:

$$\Delta L = 0,5(\delta_0 + \delta_1)/\sqrt{n}, \quad (4)$$

где δ_0, δ_1 – плоскостности базовой и нормируемой плоскости соответственно.

Обобщим формулу (4) для разного числа точек контроля:

$$\Delta L = 0,5(\delta_0/\sqrt{n_0} + \delta_1/\sqrt{n_1}). \quad (5)$$

где n_0, n_1 – точки контроля базовой и нормируемой плоскостей соответственно.

Из формулы (5) получим суммарное число точек контроля

$$n_{\Sigma} = n_0 + \delta_1^2 n_0 / (2\Delta L \sqrt{n_0} - \delta_0)^2. \quad (6)$$

Решим вариационную задачу нахождения минимального числа n_{Σ} точек контроля в зависимости от числа n_0 точек. Из (6) следует уравнение

$$\frac{\partial n_{\Sigma}}{\partial n_0} = 1 + \frac{\delta_1^2}{(2\Delta L \sqrt{n_0} - \delta_0)^2} - \frac{2\delta_1^2 \Delta L \sqrt{n_0}}{(2\Delta L \sqrt{n_0} - \delta_0)^3} = 0. \quad (7)$$

Нелинейное уравнение (7) можно решить графическим способом. Для этого в пакете Microsoft Excel авторами разработана программа, которая вычисляет значения функций

$$F_0(n_0) = 1 + \frac{\delta_1^2}{(2\Delta L \sqrt{n_0} - \delta_0)^2};$$

$$F_1(n_0) = \frac{2\delta_1^2 \Delta L \sqrt{n_0}}{(2\Delta L \sqrt{n_0} - \delta_0)^3}.$$

С помощью данной программы можно построить графики функций $F_0(n_0), F_1(n_0)$, пересечение которых даёт искоемое значение n_{0min} (рисунок).

Пример. Требуется определить расстояние между двумя плоскостями. Известно, что плоскостность базовой плоскости составляет 0,002 мм, а нормируемой – 0,029 мм. Допуск на расстояние, указанный в карте измерения, равен 0,01 мм. Тогда при относительной погрешности измерений 0,2 абсолютная погрешность не должна превышать 0,002 мм. Графики функций F_0, F_1 пересекаются в точке $n_0 \approx 12 \dots 13$, при этом $n_1 = 72 \dots 71$, а параметр n_{Σ} имеет минимальное значение, равное 84 (см. рисунок а).

Измерение параллельности и перпендикулярности. Согласно стандарту [13] допуск параллельности – поле, ограниченное двумя параллельными плоскостями, которые расположены друг относительно друга на некотором расстоянии. При этом расстояние равно значению допуска, а плоскости параллельны базовой плоскости. Оценка погрешности измерения параллельности вычисляется по следующей формуле [7]:

$$\Delta P \approx \frac{\delta_0 [1 + 2L_1/h_0]}{\sqrt{n_0}} + \delta_1 d\delta_1, \quad (8)$$

где L_1 – размер нормируемой плоскости в направлении, задаваемом короткой стороной базовой плоскости; h_0 – ширина короткой стороны базовой плоскости; $d\delta_1 = d\delta_1(n_1)$ – относительная погрешность измерения плоскостности.

Введём составляющие погрешности измерения параллельности $\Delta P_1, \Delta P_0$, обусловленные параметрами нормируемой и базовой плоскостей:

$$\Delta P_1 = \delta_1 d\delta_1; \Delta P_0 = \Delta P - \delta_1 d\delta_1. \quad (9)$$

Из выражений (9) с учётом (3), (8) получим уравнения для числа точек контроля

$$n_0 = \frac{[1 + 2L_1/h_0]^2 \delta_0^2}{(\Delta P - \delta_1 d\delta_1)^2}, \quad (10)$$

$$n_1 \approx 6,52(1-d\delta_1)\exp[3,38(1-d\delta_1)^2]. \quad (11)$$

Решим вариационную задачу нахождения минимального числа $n_\Sigma = n_0 + n_1$ точек контроля в зависимости от параметра $d\delta_1$. Продифференцируем параметр n_Σ по величине $d\delta_1$ с учётом формул (10), (11), и после преобразований запишем нелинейное уравнение для нахождения искомого значения $d\delta_{1\min}$:

$$\frac{2(1+2L_1/h_0)^2 \delta_0^2 \delta_1}{(\Delta P - \delta_1 d\delta_1)^3} \approx 6,52[1+6,76(1-d\delta_1)^2]\exp[3,38(1-d\delta_1)^2]. \quad (12)$$

Уравнение (12) также можно решить графическим способом. Для этого программа в пакете Microsoft Excel вычисляет значения следующих функций и строит их графики.

$$F_0(d\delta_1) = \frac{2(1+2L_1/h_0)^2 \delta_0^2 \delta_1}{(\Delta P - \delta_1 d\delta_1)^3}; \quad (13)$$

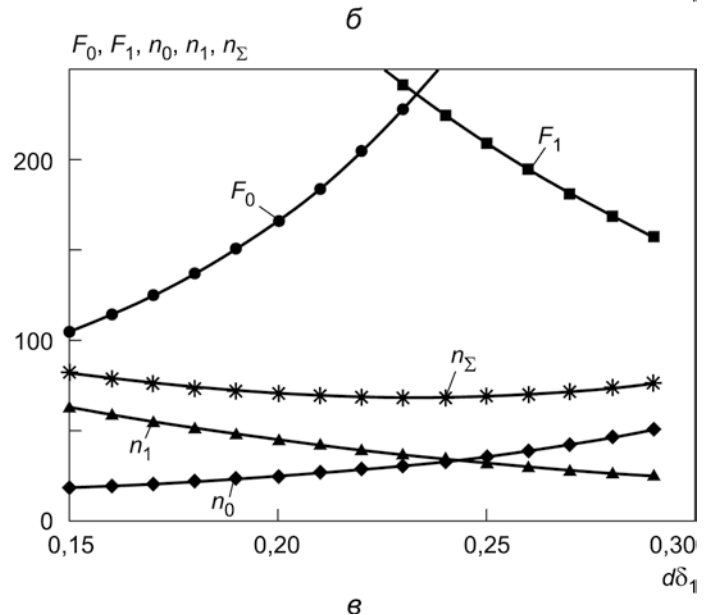
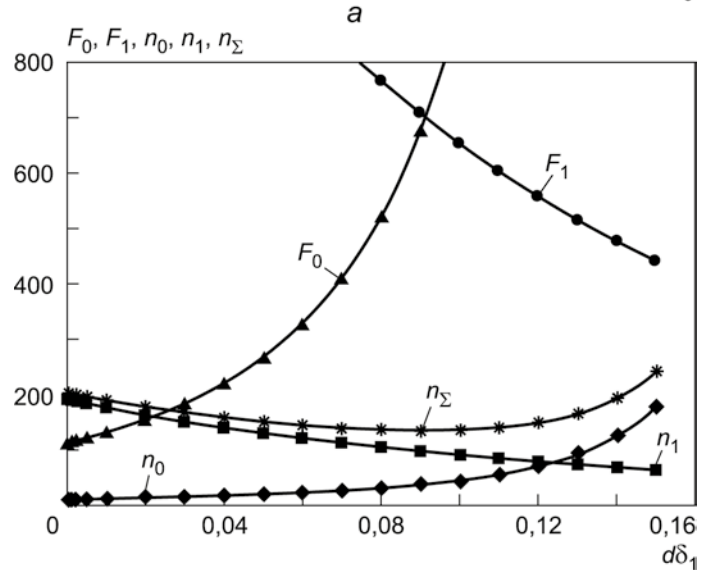
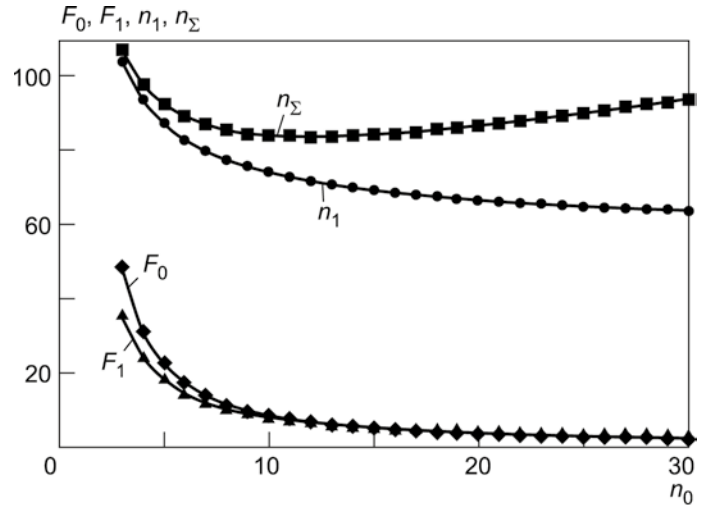
$$F_1(d\delta_1) = 6,52[1+6,76(1-d\delta_1)^2]\exp[3,38(1-d\delta_1)^2]. \quad (14)$$

Пересечение графиков даёт искомое значение $d\delta_{1\min}$ (см. рисунок б). Рассмотрим два примера.

Пример 1. Требуется определить параллельность двух плоскостей детали. Допуск на параллельность равен 0,01 мм. Следовательно, необходимо измерить данный параметр с погрешностью не более 0,002 мм. Плоскостность базы $\delta_0 = 0,005$ мм. Плоскостность нормируемой плоскости $\delta_1 = 0,01$ мм. Ширина базовой плоскости $h_0 = 100$ мм, размер нормируемой плоскости в направлении короткой стороны базовой плоскости $L_1 = 62$ мм. Из рисунка б следует, что графики функций F_0, F_1 пересекаются в точке $d\delta_1 = 0,09$, при этом $n_0 = 37$, $n_1 = 97$, а параметр n_Σ имеет минимальное значение, равное 134.

Согласно стандарту [13] допуск перпендикулярности – поле, ограниченное двумя параллельными плоскостями, которые расположены друг относительно друга на некотором расстоянии. При этом расстояние между плоскостями равно значению допуска, а плоскости перпендикулярны базовой плоскости. Используя свойство инвариантности расстояний между любыми точками плоскости при повороте на заданный угол [14], можно сделать вывод, что формула оценки погрешности перпендикулярности будет идентична формуле (8). При этом задача нахождения минимального числа $n_\Sigma = n_0 + n_1$ точек контроля в зависимости от параметра $d\delta_1$ решается с использованием формул (9)–(14) методами, описанными в *Примере 1*.

Пример 2. Требуется определить перпендикулярность двух плоскостей. Допуск на перпендикулярность равен 0,01 мм. Следовательно, необходимо измерить данный параметр с погрешностью не более 0,002 мм. Плоскостность базы $\delta_0 = 0,002$ мм, контролируемой плоскости $\delta_1 = 0,004$ мм. Максимальная ширина базовой плоскости $h_0 = 100$ мм, размер нормируемой плоскости в направлении короткой стороны базовой плоскости $L_1 = 100$ мм. Подставим эти величины в формулы (13), (14) и, воспользовавшись указанной выше программой Microsoft Excel, получим $n_0 = 33$; $n_1 = 35$. При этом $n_\Sigma = 68$ (см. рисунок в).



Оптимизация числа точек контроля при измерениях расстояния (а), параллельности (б) и перпендикулярности (в)

Измерение окружности. Плохо обусловленная задача определения параметров окружности возникает тогда, когда для измерений доступен небольшой сегмент окружности [8]. Оценка погрешности однократного измерения координат центра окружности по трём точкам находится по эмпирической формуле [7]:

$$\Delta u_0 \leq \frac{2\Delta u}{0,1h_0^4/L_0^4 + h_0^3/L_0^3 + 10h_0^2/L_0^2 + 0,1h_0/L_0} + \Delta u. \quad (15)$$

Здесь Δu – погрешность однократного измерения координат точек на окружности в полярной системе координат, помещённой в центр окружности; L_0 – основание вписанного в окружность треугольника, образованное максимально удалёнными друг от друга точками; h_0 – высота треугольника.

Если число точек контроля $n \gg 3$, то следуя правилу «корня из n », изложенному в стандарте [9], и формулам, представленным в работе [6], получим выражение для погрешности среднего значения координат, вычисленного по n измерениям:

$$\Delta u = 0,5\delta/\sqrt{n}. \quad (16)$$

На практике редко встречаются малые сегменты окружностей, когда $h_0/L_0 \ll 1$, поэтому в частном случае для $h_0/L_0 \sim 1$ из формул (15), (16) выведем уравнение

$$\Delta u_0 \approx 1,2\Delta u = 0,6\delta/\sqrt{n}. \quad (17)$$

Из уравнения (17) определим число точек контроля на окружности:

$$n \approx [0,6\delta/\Delta u_0]^2, \quad (18)$$

где δ – круглость окружности.

Пример. Требуется определить параметры окружности диаметром 106 мм, допустимое отклонение диаметра от номинального значения находится в интервале $[-0,022; 0]$ мм, круглость окружности $\delta = 0,03$ мм. При этом погрешность измерения диаметра окружности $\Delta u_0 = 0,004$ мм. Тогда из формулы (18) получим $n \approx 20$.

Измерение соосности. Согласно стандарту [13] выявленная средняя линия нормируемого цилиндра должна располагаться внутри цилиндрической зоны, ось которой совпадает с базовой осью и имеет диаметр, равный допуску на соосность. Как показано в работе [7], средняя квадратическая погрешность (СКП) Δq однократного измерения соосности двух цилиндров зависит от погрешности Δu_0 измерения координат центра окружности, высоты h_z базового цилиндра, расстояния L_z от базового цилиндра до контролируемого (для $h_z \ll L_z$) следующим образом:

$$\Delta q \leq 2\Delta u_0 L_z / h_z. \quad (19)$$

Обобщим формулу (19) на случай произвольных значений параметров h_z, L_z с учётом формулы (17):

$$\Delta q \leq \sqrt{\frac{\delta_0^2 L_z^2}{n_0 h_z^2} + \frac{\delta_1^2}{n_1}}. \quad (20)$$

Решим вариационную задачу нахождения минимального числа точек $n_\Sigma = n_0 + n_1$ контроля в зависимости от числа точек контроля на поверхности базового цилиндра n_0 . Из формулы (20) получим:

$$n_1 = \delta_1^2 n_0 / (\Delta q^2 n_0 - \delta_{0z}^2); \quad (21)$$

$$n_\Sigma = n_0 + \delta_1^2 n_0 / (\Delta q^2 n_0 - \delta_{0z}^2), \quad (22)$$

где $\delta_{0z}^2 \equiv \delta_0^2 L_z^2 / h_z^2$.

Продифференцируем параметр n_Σ по величине n_0 и приравняем производную к нулю. После преобразований получим квадратное уравнение для нахождения искомого значения n_0 и его решение:

$$\Delta q^4 n_0^2 - 2\Delta q^2 \delta_{0z}^2 n_0 + \delta_{0z}^2 (\delta_{0z}^2 - \delta_1^2) = 0; \\ n_{0\min} = \delta_{0z} (\delta_{0z} \pm \delta_1) / \Delta q^2. \quad (23)$$

Чтобы определить положительное значение числа точек контроля в формуле (23) необходимо взять знак «+». Подставим уравнение (23) в формулы (21), (22) и после преобразований получим

$$n_{1\min} = \delta_1 (\delta_{0z} + \delta_1) / \Delta q^2, \quad (24)$$

$$n_{\Sigma\min} = (\delta_{0z} + \delta_1)^2 / \Delta q^2. \quad (25)$$

Пример. Требуется определить соосность двух цилиндров. Высота базового цилиндра А равна 8 мм, а высота нормируемого цилиндра Б – 10 мм. Расстояние L_z от базового цилиндра до нормируемого составляет 18 мм. Цилиндричность А равна 0,06 мм, цилиндричность Б – 0,05 мм, а допуск на соосность составляет 0,1 мм. Следовательно, погрешность измерений не должна превышать 0,02 мм. Подставим в формулу (23)–(25) исходные данные и получим $n_0 = 62$, $n_1 = 24$, $n_\Sigma = 86$.

Проведение эксперимента. Для экспериментальной проверки представленных выше формул авторы настоящей статьи использовали метод многократных измерений [9] с последующей статистической обработкой в программе Excel. Измерения проводили на типовых геометрических элементах, чаще всего встречающихся при контроле на КИМ: плоскостях и цилиндрах. На первом этапе измеряли реальное отклонение формы поверхности от номинальной. Для этого число точек контроля выбирали $n > 100$. После оценки характеристик δ формы поверхности и определения допусков на параметры, задавали теоретические погрешности $\Delta L, \Delta P, \Delta Q$ определения контролируемых параметров, и переходили к расчёту теоретического числа точек контроля n по формулам (3)–(25). Затем путём многократных измерений, выполненных для рассчитанного числа точек контроля, получали экспериментальные значения параметров.

С помощью экспорта данных из программы PC-DMIS в программу Excel и стандартной библиотеки «Анализ данных. Описательная статистика» в Excel вычисляли среднее арифметическое значение и СКО:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i;$$

Контроль характеристик геометрических элементов изделий

Характеристика	Номер варианта	h_0 , мм	L_1 , мм	δ_0 , мм	δ_1 , мм	n_0	n_1	Δ , мм	Δ_3 , мм
Параллельность плоскостей	1	350	60	0,002	0,007	16	48	0,002	0,002
	2	350	300	0,002	0,029	23	152	0,002	0,002
	3	350	300	0,002	0,029	15	97	0,004	0,004
Перпендикулярность плоскостей	1	100	100	0,005	0,010	90	140	0,002	0,001
	2	100	100	0,003	0,003	48	36	0,002	0,002
	3	100	100	0,002	0,004	30	40	0,002	0,002
Соосность цилиндров	1	8	18	0,060	0,050	63	24	0,020	0,022
Расстояние между плоскостями	1	–	–	0,002	0,029	12	72	0,002	0,001
	2	–	–	0,002	0,007	12	24	0,001	0,001
	3	–	–	0,029	0,007	101	39	0,002	0,002

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 / (N-1)},$$

где x_i – i -й результат измерений; N – число измерений.

Затем находили СКП ΔL_3 , ΔP_3 , ΔQ_3 однократного измерения по формуле

$$\Delta_3 = tS,$$

где Δ_3 – СКП однократного измерения, полученная из экспериментальных результатов измерений выбранного параметра; t – коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы $N-1$. Значение коэффициента Стьюдента t определяется из таблицы, представленной в стандарте [9].

Результаты экспериментальных проверок для различного числа многократных измерений $N=4\ldots 27$ приведены в таблице. Представленные параметры с индексами «0» относятся к базовому геометрическому элементу детали, а с индексами «1» – к нормируемому элементу; h , L – характерные размеры геометрических элементов (для цилиндров h_z , L_z); δ – характеристика формы поверхности (плоскостность и цилиндричность); n – число точек контроля; Δ – расчётные погрешности измерения параллельности, перпендикулярности, соосности и расстояния, а те же параметры с индексами «э» – экспериментальные погрешности измерения. Для вычисления погрешности измерения расстояния между плоскостями параметры h , L не используются.

Отметим, что по результатам, представленным в таблице, наблюдается хорошее согласие между теоретическими и экспериментальными значениями погрешностей контролируемого параметра: в трёх случаях из 10 экспериментальные значения погрешности отличаются от расчётных в третьем знаке после запятой, а в остальных – в четвёртом знаке.

Заключение. Предложены методы планирования координатных измерений, направленные на минимизацию общего времени контроля геометрических характеристик изделий, включая время на подготовку к измерениям и статистическую обработку полученных результатов. Сокращение времени достигается за счёт перехода от многократных измерений геометрических характеристик к однократным при обеспечении

требуемой точности измерения за счёт обоснованного выбора числа точек контроля с помощью аналитических моделей оценки погрешности. Такой результат становится возможным при условии, что основным источником случайной погрешности является сам объект контроля. В первую очередь, это относится к неустойчивым задачам координатных измерений геометрических параметров деталей [7].

Предложенные авторами методы планирования измерений апробированы при контроле таких характеристик геометрических элементов, как параллельность, перпендикулярность плоскостей, дистанция между ними, параметры окружности и соосность цилиндров. Необходимо отметить, что соответствие расчётных и экспериментальных значений погрешностей однократных измерений наблюдается при условии нормальных распределений контролируемого параметра и координат точек на поверхности базового и нормируемого элементов. Когда нормальное распределение координат отсутствует, то наиболее существенное влияние на расхождение теоретических оценок и экспериментальных данных оказывает коэффициент эксцесса. Если этот коэффициент больше нуля, то следует ожидать, что экспериментально установленная погрешность будет меньше теоретической оценки. В противном случае экспериментальная погрешность может превышать теоретическую.

Литература

1. **Болотов М. А., Чевелева А. О., Жидяев А. Н.** Оптимизация методик измерения геометрических параметров деталей ГТД при их контроле на КИМ // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2011. № 3 (27). С. 100–105.
2. **Maheshwari N.** On the selection of CMM based inspection methodology for circularity tolerances. Amsterdam: Elsevier, 2001.
3. **Flack D.** CMM measurement strategies // NPL Measurement good practice guide. 2001. № 41. P. 99.
4. **Wilhelmi R. G., Hocken R., Schwenke H.** Task Specific Uncertainty in Coordinate Measurement. Amsterdam: Elsevier, 2003. P. 553–563.

5. Чевелева А. О., Болотов М. А. Исследование влияния технологической наследственности на формирование методики выполнения измерения на координатно-измерительной машине при выявлении неплоскостности деталей авиастроения // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2012. № 5 (36). С. 118–124.
6. Данилов М. Ф., Иванова А. П., Савельева А. А. Оценка погрешности координатных измерений геометрических параметров деталей на основе априорной информации // Измерительная техника. 2018. № 3. С. 23–27.
7. Данилов М. Ф., Савельева А. А. Анализ исходных данных неустойчивых задач координатных измерений геометрических параметров деталей // Измерительная техника. 2018. № 6. С. 41–45.
8. Суслин В. П., Джунковский А. В. Применение метода регуляризации для решения плохо обусловленных задач координатных измерений // Измерительная техника. 2009. № 7. С. 23–26.
9. ГОСТ Р 8.736–2011. Измерения прямые и многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.
10. Государственный реестр средств измерений. Машины трёхкоординатные измерительные GLOBAL. Регистрационный № 22428-05 от 21.08.2005. [Электрон. ресурс]: https://info.metrologu.ru/grsi/?cur_cc=1405&curPos=14160 (дата обращения: 25.06.2018).
11. ГОСТ 8.051–81. Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм.
12. ГОСТ 28187–89. Отклонения формы и расположения поверхностей. Общие требования к методам измерений.
13. ГОСТ Р 53442–2015. Характеристики изделий геометрические. Установление геометрических допусков. Допуски формы, ориентации, месторасположения и биения.
14. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука, 1980.

Дата принятия: 23.08.2018.

Optimization of a number of control points at coordinate measurements of shape, orientation and location characteristics of geometric elements of products

M. F. Danilov, A. A. Savelieva

Joint-Stock Company "Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering",
Sosnovy Bor, Leningrad region, Russia, e-mail: DanilovMF@niioep.ru

The variational problems of minimization of a number of control points at coordinate measurements of shape, orientation and location characteristics of geometric elements of products are solved in terms of the analytical models of uncertainty estimation under upper limitation of the measurement uncertainty magnitude. The proposed solution methods are illustrated with the particular examples of planning the coordinate measurements of flatness, parallelism and perpendicularity of the planes, the distance between them, the circumference parameters and coaxiality of the cylinders.

Key words: coordinate measuring machine, scheduling of measurements, measurements optimization.