

Оценка погрешности построения геометрической модели зеркала антенны по методу Делоне

М. В. ШИРШОВ, Н. К. ЮРКОВ, А. Н. ЯКИМОВ

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия, e-mail: yurkov_nk@mail.ru

Предложен алгоритм построения геометрической модели излучающей поверхности зеркальной параболической антенны больших размеров, основанный на методе триангуляции Делоне. Дана оценка погрешности построения представленной модели.

Ключевые слова: излучающая поверхность, геометрическая модель, антенна, триангуляция, метод Делоне, конечный элемент, пространственная ориентация, фазовая ошибка.

The algorithm of construction of a geometrical model of radiation surface of mirror parabolic big size antenna based on Delone triangulation method — is suggested. The estimation of the presented model error is given.

Key words: radiation surface, geometrical model, antenna, triangulation, Delone method, finite element, spatial orientation, phase error.

Проектирование зеркальных параболических антенн, широко используемых в радиолокационных измерениях координат воздушных объектов, требует создания их математических моделей, которые сокращают время разработки и затраты на проведение натурных испытаний. Значительное место в разработке математической модели такой антенны занимает построение геометрической модели излучающей поверхности зеркала. Перспективным направлением является дискретизация излучающей поверхности зеркала, в результате которой поле излучения антенны представляет суперпозицию полей, формируемых токами, протекающими по граням модели, с учетом амплитуд и фаз волн, распространяющихся от этих граней. Отличие многогранника от параболоида приводит к возникновению фазовых ошибок, которые необходимо минимизировать.

Постановка задачи. При построении геометрической модели излучающей поверхности зеркала параболической антенны широко используют растровые методы. С помощью специально разработанных программ излучающая поверхность зеркала, описываемая формулой параболоида, разбивается на прямоугольные дискретные элементы взаимно перпендикулярными плоскостями, параллельными осям ОХ, ОУ в декартовой системе координат с шагом, равным половине длины излучаемой электромагнитной волны. При этом треугольные элементы дискретизации получаются в результате последующего деления прямоугольных элементов пополам [1].

Наиболее перспективным в достижении минимальных фазовых ошибок полей, формируемых отдельными гранями модели, является метод триангуляции Делоне, обеспечивающий деление излучающей поверхности антенны на равносторонние плоские треугольные конечные элементы [2, 3].

С помощью триангуляции Делоне строят набор составляющих поверхность треугольников, которые стремятся к

равноугольности или равносторонности, что важно при конечно-элементном анализе параболического зеркала антенны. Методу присущи два главных качества: максимальная сумма минимальных углов всех треугольников и минимальная сумма радиусов окружностей, описанных около треугольников, среди всех возможных триангуляций на заданном наборе точек. В триангуляции Делоне выделяют три основных вида объектов: узлы (точки, вершины), ребра (отрезки) и треугольники.

Работе многих существующих алгоритмов триангуляции Делоне и ее анализу часто сопутствуют следующие операции с объектами триангуляции [3]:

треугольник → *узлы* (получение для данного треугольника координат образующих его узлов);

треугольник → *ребра* (получение для треугольника списка образующих его ребер);

треугольник → *треугольники* (получение для данного треугольника списка соседних с ним треугольников);

ребро → *узлы* (получение для ребра координат образующих его узлов);

ребро → *треугольники* (получение для ребра списка соседних с ним треугольников);

узел → *ребра* (получение для узла списка смежных с ним ребер);

узел → *треугольники* (получение для узла списка смежных треугольников).

Предлагаемый алгоритм для построения геометрической модели излучающей поверхности зеркала параболической антенны состоит из трех основных шагов: разбиение параболической поверхности на кольцевые зоны; триангуляция кольцевых зон; объединение элементов дискретизации кольцевых зон в единую модель. Однако при дискретизации поверхности антенны существуют требования, связанные с длиной излучаемых электромагнитных волн, которые необходимо учитывать в алгоритме разбиения излучающей поверхности.

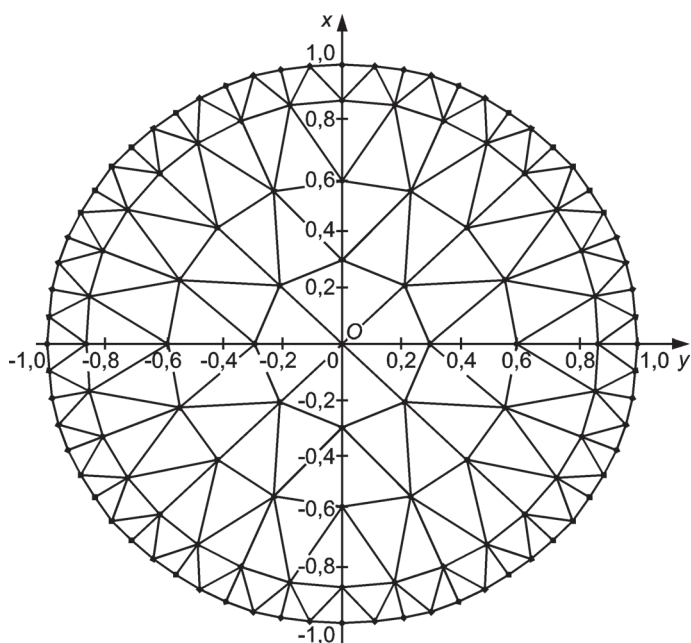


Рис. 1. Результат дискретизации излучающей поверхности антенны в декартовой системе координат

Построение модели. Излучающая поверхность зеркала описывается формулой [4, 5]:

$$z = (x^2 + y^2)/(4f),$$

где x, y, z — пространственные координаты; f — фокусное расстояние.

Разобьем излучающую поверхность на равносторонние треугольники. Для этого выберем уровни сечения параболоида, исходя из рекомендованного для растровой дискретизации шага, длина которого составляет [1]:

$$\Delta L = 0,5\lambda,$$

где λ — длина излучаемых электромагнитных волн.

В векторной интерпретации эта кривая сечения параболоида представляет годограф векторной функции $\mathbf{r}$ скалярных аргументов x, y, z . Учитывая, что параболическое зеркало относится к осесимметричным излучателям, целесообразно осуществить равномерное разбиение излучающей поверхности относительно центра параболы, совмещенного с центром декартовой системы координат. Интервал равномерного разбиения функции при этом определяют как разность $\Delta \mathbf{r}$ радиусов-векторов узловых точек при равномерной дискретизации кривой

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{k-1},$$

где $k = 1, 2, \dots, K$, K — максимальный порядковый номер индекса радиус-вектора узловой точки сечения параболоида в полупространстве ZOX с

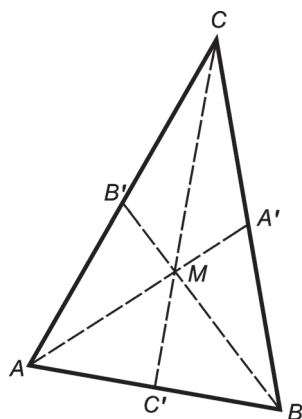


Рис. 2. Определение координат центраида M

положительной координатой x . При этом индекс $k-1=0$ соответствует точке с координатами $x = 0, z = 0$.

В результате получим равномерную линейную дискретизацию годографа векторной функции, описывающей параболический профиль, в декартовой системе координат. Шаг дискретизации запишем как [1]:

$$\Delta L = |\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (z_k - z_{k-1})^2}.$$

В плоскости XOZ сечение параболоида описывают уравнением $z = x^2/(4f)$, значит $z_k = x_k^2/(4f)$; $z_{k-1} = x_{k-1}^2/(4f)$.

Используем полученное значение x_k в плоскости координат XOY как радиус окружности при построении многогранника [6]:

$$x = x_k \cos \alpha, y = x_k \sin \alpha,$$

где α — угол относительно оси OX , образованный вращением прямой вокруг оси OZ , необходимый для определения координат узловых точек граней многогранника: $\alpha = 90^\circ/2^k$.

В итоге получим массив координат узловых точек, определяющих геометрию параболоида и составляющих основу сетки с узловыми точками, размещенными на его поверхности. Далее, используя алгоритм, соединяющий треугольники в единую поверхность, проводим сшивание этой поверхности (рис. 1).

Таким образом по предложенному в работе алгоритму выполним дискретизацию излучающей поверхности параболической антенны; получим совокупности узловых точек, образующих конечные элементы этой поверхности в виде равносторонних треугольников и, соответственно, координаты этих точек. Таких данных вполне достаточно для расчета как полей, формируемых конечными элементами излучающей поверхности антенны, так и для определения их суперпозиции с учетом пространственной ориентации этих элементов и векторного характера электромагнитного поля.

Оценка погрешности модели. В рамках теории геометрической оптики оценим погрешность построения геометрической модели методом Делоне по отклонению треугольных граней от параболоида в их центроидах по ходу парциального луча излучения зеркальной параболической антенны.

Центроид M , являющийся центром излучающего элемента дискретизации антенны, определим по пересечению медиан AA' и BB' (рис. 2) [7].

Точки A', B' определяют изолусуммы координат вершин треугольника ABC :

$$x_{A'} = (x_C + x_B)/2; y_{A'} = (y_C + y_B)/2; z_{A'} = (z_C + z_B)/2;$$

$$x_{B'} = (x_C + x_A)/2; y_{B'} = (y_C + y_A)/2; z_{B'} = (z_C + z_A)/2.$$

Координаты центроида M найдем совместным решением уравнений, описывающих прямые AA', BB' , исходя из координат соответствующих точек

$$\begin{cases} (x_M - x_A)/(x_{A'} - x_A) = (y_M - y_A)/(y_{A'} - y_A) = (z_M - z_A)/(z_{A'} - z_A); \\ (x_M - x_B)/(x_{B'} - x_B) = (y_M - y_B)/(y_{B'} - y_B) = (z_M - z_B)/(z_{B'} - z_B). \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим координаты y_M, x_M, z_M :

$$x_M = [(y_M - y_A)(x_{A'} - x_A)/(y_{A'} - y_A) + x_A];$$

$$y_M = [(x_B - x_A)(y_A - y_A)(y_B - y_B) + y_A(x_A - x_A)(y_B - y_B) - \\ - y_B(x_B - x_B)(y_A - y_A)] / [(x_A - x_A)(y_B - y_B) - (x_B - x_B)(y_A - y_A)]; \\ z_M = [(x_M - x_A)(z_A - z_A)] / (x_A - x_A) + z_A.$$

Погрешность модели определяется разностью хода парциального луча при отражении от дискретного элемента модели (луч 1 на рис. 3) и параболического зеркала (луч 2). Так как отраженные лучи направлены параллельно оси OZ [6], то погрешность определяется суммой отрезков MS , ES .

Точка S на поверхности параболического зеркала — результат пересечения прямой FM с сечением параболоида в плоскости XOZ . Координаты точки S находим из системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_S - x_F)/(x_M - x_F) = (y_S - y_F)/(y_M - y_F) = (z_S - z_F)/(z_M - z_F); \\ z_S = 0,25x_S^2/z_F, \end{array} \right.$$

где x_F, y_F, z_F — координаты точки F (фокусное расстояние).

Решив систему уравнений, получим точку S отражения парциального луча от поверхности параболического зеркала антенны с координатами x_S, y_S, z_S :

$$x_S = \left[\sqrt{x_M F + (z_M - F/(x_M/F)^{1/2})^2} + z_M - F/(x_M/F)^{1/2} \right] / \left[0, 5(x_M/F)^{1/2} \right];$$

$$y_S = x_S y_M / x_M; z_S = 0,25 x_S^2 / F.$$

Учитывая, что парциальный луч отражается от параболического зеркала параллельно оси OZ , найдем координаты точки E (см. рис. 3), лежащей на одной линии с точкой S , параллельной оси OZ , и на одной линии с точкой M , параллельной оси OX . Координаты точки E являются проекциями точек S , M и составляют

$$x_E = x_S; y_E = y_S; z_E = z_M.$$

Дополнительный фазовый набег электромагнитной волны $\Delta\varphi$ в центроидах элементов дискретизации определяет сумма отрезков MS и SE :

$$\Delta\rho = \Delta\rho_{MS} + \Delta\rho_{SE},$$

где Δp_{MS} , Δp_{SE} — отрезки прямых, описывающих дополнительный фазовый набег,

$$\Delta\rho_{MS} = \sqrt{(x_M - x_S)^2 + (y_M - y_S)^2 + (z_M - z_S)^2};$$

$$\Delta\rho_{SF} = \sqrt{(x_F - x_S)^2 + (y_F - y_S)^2 + (z_F - z_S)^2}.$$

Из теории антенн [4—6] известно, что фазовая ошибка не должна превышать $\Delta\varphi_{\max} = \lambda/16$.

Расчет погрешности был проведен для зеркальной параболической антенны диаметром 1 м, фокусным расстоянием $f = 0,3125$ м и $\lambda = 3$ см. Результаты расчета дополнительного фазового набега электромагнитной волны Δr в центроидах элементов дискретизации при заданных условиях

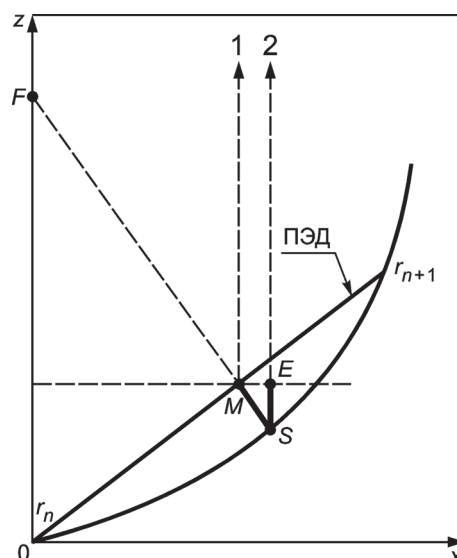


Рис. 3. Определение разности хода парциального луча:

ПЭД — плоскость элемента дискретизации; 1, 2 — лучи, отраженные от дискретного элемента модели и параболического зеркала, соответственно

изображены на рис. 4, на котором $R = \sqrt{x_m^2 + y_m^2}$ — расстояние от оси OZ до центроидов элементов дискретизации в плоскости XOY , кривые 1,...,6 характеризуют зависимость дополнительного фазового набег $\Delta\varphi$ в центроидах элементов дискретизации от расстояния R при шаге дискретизации ΔL , равном 0,5λ; 0,75λ; λ; 1,5λ; 1,75λ и 2λ, соответственно.

Анализ полученных данных показал зависимость максимальной погрешности дискретизации $\Delta r_{\max}$ излучающей поверхности зеркала антенны по методу Делоне от шага дискретизации ΔL (рис. 5): с учетом заданной длины волны $\lambda = 3$ см и максимально допустимой фазовой погрешности $\Delta r_{\max} = \lambda/16 \approx 0,0019$ м, приемлемым можно даже считать шаг дискретизации $\Delta L = 1,8\lambda$. Таким образом, в отличие от растрового метода разбиения метод Делоне обеспечивает дискретизацию излучающей поверхности зеркала параболической антенны при значительно большем шаге дискретизации.

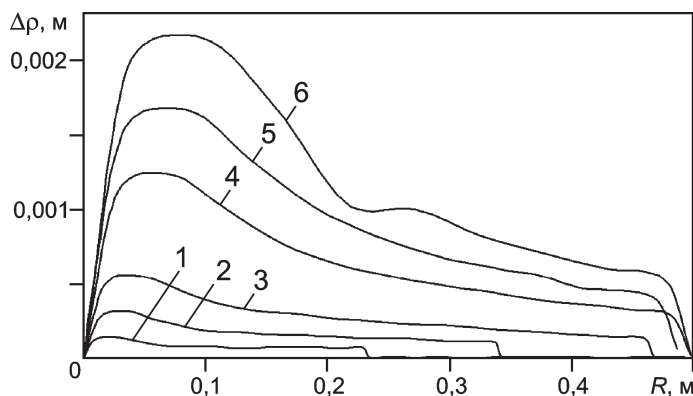


Рис. 4. Зависимость дополнительного фазового набег $\Delta\tau$ в центроидах элементов дискретизации от расстояния R при разных шагах дискретизации $\Delta L = 0,5\lambda; 0,75\lambda; \lambda; 1,5\lambda; 1,75\lambda; 2\lambda$ — кривые 1—6, соответственно

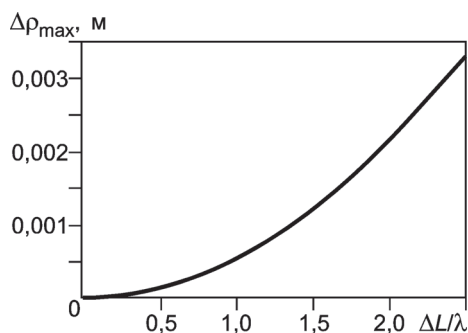


Рис. 5. Погрешность модели при разных шагах дискретизации излучающей поверхности

Выводы. Предложенный алгоритм построения геометрической модели излучающей поверхности зеркальной параболической антенны, основанный на методе триангуляции Делоне, соответствует требованиям к максимально допустимой фазовой погрешности при минимальных вычислительных затратах. Это позволяет использовать модель не только при расчете характеристик излучения параболической антенны [4, 5], но и для оценки влияния внешних воздействий на конструкцию антенны конечно-элементным методом [8—12].

Литература

1. Якимов А. Н. Проектирование микроволновых антенн с учетом внешних воздействий. Пенза: Изд-во ПГУ, 2004.
2. Балуков О. Н., Якимов А. Н. Построение геометрической модели антенны с использованием триангуляции Делоне // Изв. вузов. Поволжский регион. Технические науки, 2009. № 1. С. 109—117.
3. Сворцов А. В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002.

4. Воскресенский Д. И. и др. Антенны и устройства СВЧ. М.: Радиотехника, 2006.
5. Драбкин А. Л., Зузенко В. Л., Кислов А. Г. Антенно-фидерные устройства. М.: Сов. радио, 1974.
6. Вуд П. Анализ и проектирование зеркальных антенн: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984.
7. Понарин Я. П. Элементарная геометрия. М.: МЦНМО, 2004.
8. Горбалысов М. С. Моделирование влияния тепловых воздействий на характеристики излучения зеркальной антенны // Надежность и качество — 2013: Тр. Межд. симп.: Пенза: Изд-во ПГУ, 2013. Т. 1. С. 92—95.
9. Якимов А. Н., Яковлев С. А. Моделирование влияния механических воздействий на характеристики микроволновых антенн // Изв. вузов. Поволж. регион. Технические науки, 2006. № 6. С. 344—351.
10. Шишулин Д. Н. Исследование влияния вибраций на параболическую антенну в ANSYS // Надежность и качество — 2013: Тр. Межд. симп.: Пенза: Изд-во ПГУ, 2013. Т. 1. С. 231—232.
11. Максимов Е. Ю., Юрков Н. К., Якимов А. Н. Конечно-элементная модель тепловых воздействий на микрополосковую антенну // Измерительная техника. 2011. № 2. С. 65—68; Maksimov E. Yu., Yurkov N. K., Yakimov A. N. A finite-element model of the thermal influences on a microstrip antenna // Measurement Techniques. 2011. V. 54. N. 2. P. 207—212.
12. Шишулин Д. Н., Юрков Н. К., Якимов А. Н. Моделирование излучения зеркальной антенны с учетом вибрационных деформаций // Измерительная техника. 2013. № 11. С. 54—56; Shishulin D. N., Yurkov N. K., Yakimov A. N. Modeling the Radiation of a Mirror Antenna taking Vibration Deformations into Account // Measurement Techniques. 2014. V. 56. N. 11. P. 1280—1284.

Дата принятия 09.06.2014 г.

621.317.729

Рассеянное биконической антенной поле

В. А. ТИЩЕНКО, В. И. ТОКАТЛЫ, В. И. ЛУКЬЯНОВ

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево, Россия, e-mail: otd200@vniiftri.ru

Рассмотрено поле, рассеянное тонкой биконической антенной, состоящее из двух слагаемых: одно определяется током в нагрузке антенны, другое — током короткого замыкания. Показано, что диаграммы направленности этих составляющих поля существенно различаются в зависимости от длины антенны, а значение поля зависит от сопротивления нагрузки.

Ключевые слова: биконическая антенна, рассеянное поле, диаграмма направленности, ток короткого замыкания, сопротивление нагрузки.

The field scattered by a thin biconical antenna composed of two components is considered. One is determined by the load current of antenna, another — by the short-circuit current. It is shown that the directivity diagrams of this field components vary significantly depending on the length of antenna and the field size varies depend on the load resistance.

Key words: biconical antenna, scattered field, directivity diagram, short circuit current, load resistance.

Интерес к полю, рассеянному измерительной (приемной) антенной, обусловлен двумя обстоятельствами. Во-первых, такое поле используют для определения эффективной

площади рассеяния отражающих объектов, во-вторых — для учета взаимодействия между генераторной (излучающей) и измерительной антеннами при прецизионных измерениях