

2. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970.

3. Телешевский В. И., Шулепов А. В., Красюк О. Ю. Компьютеризация измерительных микроскопов с цифровым анализом изображений // Измерительная техника. 2006. № 8. С. 39—42; Teleshevsky V. I., Shulepov A. V., Krasnyuk O. Yu. Computerization of measuring microscopes with digital analysis of images // Measurement Techniques. 2006. V. 49. N 8. P. 797—802.

4. Телешевский В. И., Шулепов А. В., Роздина Е. М. Метод интеллектуальной компьютерной микроскопии при измерении линейных и угловых размеров изделий // Измерительная техника. 2011. № 8. С. 3—6; Teleshevskii V. I., Shulepov A. V., Rozdina E. M. Smart computer microscopy for measurement of linear and angular dimensions of work pieces // Measurement Techniques. 2011. V. 54. N 8. P. 853—858.

Дата принятия 26.08.2013 г.

ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

621.317.76

Применение фильтра Калмана для измерений частот высокостабильных генераторов по сигналам космических навигационных систем

Г. П. ПАШЕВ

Нижегородский научно-исследовательский приборостроительный институт «Кварц»
им. А. П. Горшкова, Н. Новгород, Россия, e-mail: rvarz_asu@kvarz.com

Рассмотрены особенности применения фильтра Калмана для измерений отклонений частот высокостабильных генераторов и синхронизации по радиосигналам космических навигационных систем. Приведены оценки погрешностей работы фильтра.

Ключевые слова: фильтр Калмана, высокостабильные генераторы, нестабильность частоты, синхронизация, космические навигационные системы.

The application of Kalman filter for measurements of frequency deviation and synchronization of high-stability generators by radio signals of space navigation systems have been considered. The estimation of filter operation errors is presented.

Key words: Kalman filter, high-stability generators, frequency instability, synchronization, space navigation systems.

В [1, 2] исследовано применение цифровых фильтров с прямоугольной импульсной характеристикой для измерений отклонений частот выходных сигналов высокостабильных генераторов — квантовых и кварцевых стандартов частоты (КСЧ). Такие фильтры требуют большой оперативной памяти вычислительных устройств и наиболее приемлемы в эталонах, где ведется постоянное наблюдение за частотой и шкалой времени. В лабораторных и портативных приборах лучше использовать фильтры на основе рекуррентных алгоритмов, более экономичных по оперативной памяти. Наибольший интерес представляют фильтры Калмана, обеспечивающие минимальную случайную погрешность измерения входного сигнала в присутствии внешних помех. Ниже рассмотрено применение фильтра Калмана для измерений отклонений частот КСЧ и синхронизации по радиосигналам космических навигационных систем (КНС).

Математическую модель отклонения частоты выходного сигнала КСЧ на дискретных моментах времени можно представить в виде рекуррентного уравнения

$$x_k = x_{k-1} + \alpha + y_{k-1},$$

где $x_k = \frac{1}{T} \int_{(k-1)T}^{kT} v(t) dt$; $k = 0, 1, 2, \dots$; T — период цифровой последовательности x_k ; $v(t)$ — мгновенное относительное случайное отклонение (шум) частоты сигнала КСЧ; α — постоянное относительное отклонение частоты КСЧ; y_k — случайная составляющая разности $x_k - x_{k-1}$.

Дисперсия величины y_k равна удвоенной дисперсии двухвыборочного случайного относительного отклонения частоты КСЧ (дисперсии Аллана) $\sigma_y^2(T, T)$ [3, 4]. На рис. 1 показаны функции коэффициентов корреляции $R(k)$ последовательности y_k для наиболее характерных видов шумов частоты сигнала КСЧ: белого, фликер и случайных блужданий. Из рис. 1 следует, что зависимости $R(k)$ быстро стремятся к нулю. Поэтому приближенно можно полагать величины y_k некоррелированными, что служит необходимым условием в теории фильтра Калмана.

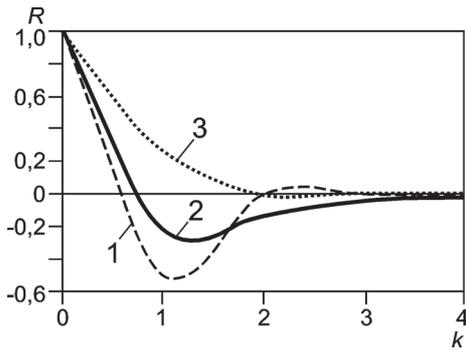


Рис. 1. Коэффициенты корреляции последовательности y_k для шумов — белого (1), фликер (2), случайных блужданий (3)

Результат измерения отклонения частоты по радиосигналам КНС выражается как [2]:

$$z_k = x_k + n_k,$$

где n_k — шум частоты радиосигнала — последовательность некоррелированных случайных величин с дисперсией σ_n^2 , статистически независимых от x_k .

Чтобы повысить точность измерения отклонения частоты КСЧ по радиосигналам КНС, нужно отфильтровать шум из результатов измерений z_k . Уравнение цифрового фильтра Калмана [5] для k -го шага вычислений имеет вид

$$x_k^\Phi = x_{k-1}^\Phi + K_k [z_k - x_{k-1}^\Phi], \quad (1)$$

где x_k^Φ — результат фильтрации; K_k — коэффициент усиления Калмана, $0 < K_k < 1$.

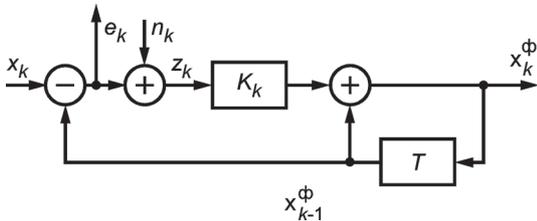


Рис. 2. Структурная схема фильтрации результатов измерений z_k ; e_k — погрешность синхронизации; T — блок задержки

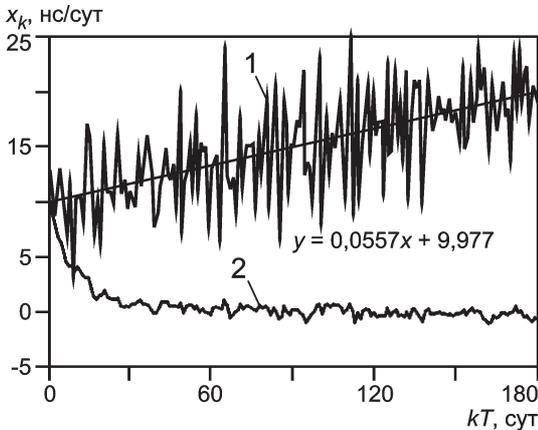


Рис. 3. Иллюстрация работы фильтра Калмана: 1 — по реальным результатам измерений; 2 — погрешность синхронизации

Уравнению (1) соответствует структурная схема рис. 2. Из (1) следует, что для определения отфильтрованного отклонения частоты x_k^Φ нужны только два числа: предыдущий результат фильтрации x_{k-1}^Φ и результат измерений z_k . Поэтому техническое исполнение фильтра получается очень простым.

Случайная погрешность измерения отклонения частоты КСЧ на k -м шаге вычислений представляется формулой

$$\varepsilon_k = x_k - x_k^\Phi = (1 - K_k)(\varepsilon_{k-1} + y_{k-1}) - K_k n_k. \quad (2)$$

В установившемся режиме фильтрации (при $k \rightarrow \infty$) коэффициент усиления $K_k \rightarrow K_0$, а дисперсия погрешности ε_k стремится к минимальному значению $\sigma_{\varepsilon_0}^2$ [5]. На практике шумы частоты радиосигнала значительно превышают шум КСЧ, т. е. справедливо соотношение $\sigma_n^2 \gg \sigma_y^2(T, T)$. При этом

$$K_0 = \sqrt{\sigma_y(T, T) / \sigma_n}, \quad \sigma_{\varepsilon_0}^2 = \sigma_n \sigma_y(T, T). \quad (3)$$

Случайные блуждания дают наибольший вклад в $\sigma_y^2(T, T)$ при больших интервалах T (более суток), а белый шум — при коротких интервалах (менее часа). Минимум $\sigma_y^2(T, T)$ и, следовательно, минимум $\sigma_{\varepsilon_0}^2$ достигается при значениях T на графике функции $\sigma_y^2(T, T)$ в области «фликерного пола» [4].

Для анализа реакции фильтра на постоянное отклонение частоты примем $y_k = 0$, $n_k = 0$, $K_k = K_0$. Тогда из (2) получим

$$x_k^\Phi = (1 - K_0)x_{k-1}^\Phi + x_k,$$

что соответствует затухающей импульсной характеристике фильтра с постоянной времени $(-1)/\ln(1 - K_0)$. В установившемся режиме при постоянном отклонении частоты сигнала КСЧ $x_k = \alpha$ и $k \geq 0$ выходной сигнал фильтра равен α и погрешность синхронизации равна нулю. Линейное изменение частоты КСЧ по закону $x_k = \beta k$ отрабатывается фильтром с запаздыванием $\beta(1 - k)/k$, которое соответствует постоянной погрешности синхронизации.

Случайная погрешность синхронизации

$$e_k = x_k - x_{k-1}^\Phi = x_{k-1} + y_k - x_{k-1}^\Phi = e_{k-1} + y_k.$$

В установившемся режиме $\sigma_{\varepsilon_{k-1}}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2$, поэтому

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \sigma_{\varepsilon}^2 + \sigma_y^2(T, T). \quad (4)$$

На рис. 3 проиллюстрирован реальный режим синхронизации водородного КСЧ с $\sigma_y(T, T) = 5 \cdot 10^{-16}$, $T = 1$ сут при сличении с радиосигналом КНС в случае использования одноканального приемника, дающего результаты измерений с погрешностью $\sigma_n = 3,9 \cdot 10^{-14}$. В (3) коэффициент усиления фильтра $K_0 = 0,11$ и согласно (4) расчетная погрешность синхронизации $\sigma_{\varepsilon} = 4,4 \cdot 10^{-14}$. Реальная погрешность синхронизации, рассчитанная по данным рис. 3 при $kT > 100$ сут, равна $4,8 \cdot 10^{-15}$, что хорошо согласуется с расчетом.

Заключение. Проведенный анализ показал высокую эффективность применения фильтра Калмана для измерений отклонений частоты КСЧ и синхронизации по радиосигналам КНС. Показана возможность простых расчетов оптимальных коэффициента усиления фильтра и погрешностей измерений указанных частот. Для расчетов достаточно знать среднее квадратическое двухвыборочное случайное относительное отклонение частоты КСЧ (вариацию Аллана) $\sigma_y^2(T, T)$ и среднее квадратическое значение шума частоты радиосигнала КНС.

Литература

1. Smaliy Y. S., Ibarro-Manzano O., Arceo-Miquel L. Efficient Predictive Steering of Local Clocks in GPS — based Timekeeping // Proc. Europ. Frequency and Time Forum, 2009. P. 727—732.

2. Пашев Г. П. Хранение единицы частоты и шкалы времени высокостабильным генератором при его синхронизации по радиосигналу космических навигационных систем // Измерительная техника. 2012. № 12. С. 26—31; Pashev G. P. Frequency and Time — keeping by High-stability Generator Synchronized by Radio Signal from Space Navigation Systems // Measurement Techniques. 2012. V. 55. N 12. P. 1379—1387.

3. ГОСТ 8.967—99. ГСИ. Измерения времени и частоты.

4. Рютман Ж. Характеристики частоты и фазы сигналов высокостабильных генераторов // ТИИЭР. Т. 66. № 9. 1978. С. 70—102.

5. Первачев С. В. Радиоавтоматика. М.: Радио и связь, 1982.

Дата принятия 13.10.2013 г.

МЕХАНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

53.089.6:625.254.6/3.001.4:531.73:006.354

Уточнение поправки к вместимости вертикального резервуара, обусловленной воздействием гидростатического давления

В. М. МИГРАНОВ

Всероссийский научно-исследовательский институт расходомерии, Казань, Россия,
e-mail: vniir.nio-7@yandex.ru

Представлены формулы для определения поправок к вместимости вертикальных стальных цилиндрических резервуаров, обусловленных изменением гидростатического давления столба жидкости в пределах каждого пояса резервуара.

Ключевые слова: вместимость, гидростатическое давление, градуировочная таблица.

The relationships for determination of corrections to the storage capacity of vertical steel cylinder tanks due to a change of hydrostatic pressure of liquid column within the each tank ring limits are presented.

Key words: storage capacity, hydrostatic pressure, calibration table.

Вертикальные стальные цилиндрические резервуары, предназначенные для хранения нефти и нефтепродуктов (далее — жидкости), представляют собой тонкостенную конструкцию. Изменение деформации стенки резервуара и увеличение его вместимости под действием гидростатического давления жидкости по высоте резервуара носят нелинейный характер.

Цилиндрическая часть резервуара состоит из отдельных поясов, высота которых равна ширине листовой стали 1500—3000 мм. Толщина стенки поясов t в зависимости от вместимости резервуаров составляет 4—32 мм. При этом

толщина первого (нижнего) пояса максимальная, затем, по мере увеличения номера пояса, его толщина уменьшается. Число поясов 4—12 зависит от вместимости резервуаров, которая составляет 100; 200; 300; 400; 700; 1000; 2000; 3000; 5000; 10000; 15000; 20000; 30000; 50000; 100000 м³.

Для обеспечения единства измерений объема и массы жидкости, находящейся в резервуаре, важно уточнять изменение вместимости резервуара в пределах каждого пояса (см. рисунок).

Поправку к объему при наполнении i -го пояса вычисляют по формуле (Г.54), приведенной в [1]: