

Методы дискретной вейвлет-фильтрации измерительных сигналов: алгоритм выбора метода

Юрий Карлович Тараненко

Частное предприятие «Ликопак», Днепр, Украина, taranen@rambler.ru, <http://orcid.org/0000-0003-4072-011>

Аннотация. При разработке средств измерений с учётом многообразия сигналов и влияющих на погрешности факторов актуальной проблемой является выбор метода дискретной вейвлет-фильтрации измерительных сигналов. Приведены результаты разработки алгоритма выбора метода дискретной вейвлет-фильтрации с учётом характера измерительного сигнала. Исследованы три наиболее распространённых метода дискретной вейвлет-фильтрации с последующим сравнительным анализом для двадцати типов измерительных сигналов. Проанализированы следующие методы вейвлет-фильтрации: с общим порогом для всех уровней декомпозиции; без порога с простым обнулением коэффициентов детализации до момента достижения минимальной среднеквадратичной погрешности фильтрации измерительных сигналов; с универсальным порогом для коэффициентов детализации на каждом уровне декомпозиции. Исследованы измерительные сигналы двадцати типов из библиотеки PyWavelets, к которым аддитивно добавлен некоррелированный нормально распределённый шум с нулевым математическим ожиданием и заданным средним квадратическим отклонением. Критерии для сравнения методов определены для зашумлённых сигналов до фильтрации и для отфильтрованных сигналов. В качестве критериев использованы разность отношений сигнал/шум, разность энтропийных погрешностей, среднеквадратичная погрешность фильтрации и функция измерительного сигнала. Для каждого метода фильтрации критерии сравнения определены из условия минимума среднеквадратичной погрешности, вносимой шумами в измерительный сигнал заданного типа. При выборе метода учитывались как энергетические, так и информационные характеристики сигналов. Циклическим перебором определены параметры фильтрации для достижения минимальной среднеквадратичной погрешности фильтрации. Предложенный алгоритм позволяет определять наиболее эффективные методы дискретной вейвлет-фильтрации в зависимости от характера измерительного сигнала. При этом разработчик решает одновременно две задачи: выбор метода фильтрации и определение параметров фильтрации.

Ключевые слова: среднеквадратичная погрешность, алгоритм численной оптимизации, модельный сигнал, дискретное вейвлет-преобразование, фильтрация шумов, уровень декомпозиции, пороговая фильтрация

Для цитирования: Тараненко Ю. К. Методы дискретной вейвлет-фильтрации измерительных сигналов: алгоритм выбора метода // Измерительная техника. 2021. № 10. С. 14–20. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-10-14-20>

Methods of discrete wavelet filtering of measuring signals: an algorithm for choosing a method

Yuri K. Taranenko

Private enterprise "Likopak", Dnipro, Ukraine, taranen@rambler.ru, <http://orcid.org/0000-0003-4072-011>

Abstract. When developing measuring instruments, taking into account the diversity of signals and factors affecting errors, the actual problem is the choice of the method of discrete wavelet filtering of measuring signals. The results of the development of an algorithm for choosing a discrete wavelet filtering method taking into account the nature of the measuring signal are presented. The three most common methods of discrete wavelet filtering are investigated, followed by a comparative analysis of twenty types of measurement signals. The following wavelet filtering methods are analyzed: with a common threshold for all levels of decomposition; without a threshold with a simple zeroing of the detail ratios until the minimum root-mean-square error of filtering the measurement signals is reached; with a universal threshold for the detail ratios at each decomposition level. We examined twenty types of measurement signals from the PyWavelets library, to which we added uncorrelated normally distributed noise with zero expectation and a given standard deviation. Method comparison criteria are defined for noisy signals before filtering and for filtered signals. The difference in signal-to-noise ratios, the difference in entropy errors, the rms filtering error, and the function of the measuring signal were used as criteria. For each filtering method, the comparison criteria are determined from the condition of the minimum root-mean-square error introduced by noise into the measuring signal of this type. When choosing a method, both energy and informational characteristics of signals were taken into account. The filtering parameters are determined by round-robin search to achieve the minimum root-mean-square filtering error. The proposed algorithm makes it possible to determine the most effective methods of discrete wavelet filtering, depending on the nature of the measuring signal. In this case, the developer simultaneously solves two problems: the choice of the filtration method and the determination of the filtration parameters.

Keywords: rms error, numerical optimization algorithm, model signal, discrete wavelet transform, noise filtering, decomposition level, threshold filtering

Введение. Очистка измерительных сигналов от шума методами дискретного вейвлет-разложения – сложная комплексная задача. В основе данных методов лежит пороговая обработка коэффициентов детализации вейвлет-разложения. Развитие указанных методов сводится в основном к поиску пороговой функции в ограниченной области вейвлет-семейства Добеши и двух пороговых функций *soft* и *hard*. В публикации [1] предложена классификация пороговой обработки коэффициентов детализации вейвлет-разложения по трём группам: глобальный, локальный, блочный, причем каждый метод анализируется по ограниченному числу параметров (вейвлеты Добеши, пороговые функции *soft* и *hard*), что в основном объединяет все направления исследований.

Применение метода с адаптивным универсальным порогом для ограничения коэффициентов детализации дискретного вейвлет-разложения (декомпозиции) позволяет упростить алгоритм фильтрации и уменьшить на несколько процентов погрешность. Однако данный эффект проявляется только в случае простых измерительных сигналов (пилообразного, доплеровского, блочного). Поэтому, основной проблемой вейвлет-анализа остаётся разработка алгоритма выбора метода вейвлет-фильтрации с учётом комплексного критерия, включающего характер измерительного сигнала.

При практическом использовании дискретной вейвлет-фильтрации измерительных сигналов разработчик сталкивается с проблемой выбора алгоритма фильтрации по критерию её качества, а затем решает задачу определения параметров выбранного алгоритма. В процессе выбора метода фильтрации (алгоритма обработки сигнала) необходимо определять параметры, обеспечивающие минимальную погрешность. Тогда упрощается задача разработчика средств измерений, поскольку по характеру измерительного сигнала определяется и метод вейвлет-фильтрации, и комплекс оптимальных параметров.

В публикации [2] приведена методика выбора базового вейвлета для уменьшения уровня шума при снятии электрокардиограммы. Влияние шума характеризуется комплексом параметров, в том числе информационной характеристикой сигнала – энтропией [3], и вносимой шумом погрешностью. Поэтому выбор только одного базового вейвлета не решает задачу фильтрации. В работе [4] показано, что фазовая характеристика комплексного вейвлет-спектра, получаемая при непрерывном вейвлет-преобразовании, предпочтительна как при обнаружении слабо выраженных особенностей сигнала, так и для выбора вейвлета. Однако данное решение для оценки эффективности фильтрации приводит к значительным затратам вычислительных ресурсов.

Другое направление исследований, связанное с поиском оптимальных пороговых функций, широко освещено в работах [5–11]. Несмотря на уменьшение погрешности дискретной вейвлет-фильтрации, отсутствие комплексного подхода к выбору метода фильтрации не позволяет существенно улучшить качество фильтрации.

При проведении исследований в области численной оптимизации методов вейвлет-фильтрации важным фактором является выбор системы компьютерной математики. В настоящее время широко используется библиотека свободного доступа SciPy

Python [12, 13]. На базе библиотек SciPy и Jupyter Notebook в работе [14] впервые создан программный модуль оценки характеристик сердечно-сосудистой системы на основе определения характеристик энтропии ЭКГ. Исследования по оптимизации пороговых методов вейвлет-фильтрации с полным набором параметров, влияющих на погрешность, с использованием библиотеки PyWavelets приведены в публикации [15].

Цель статьи – разработка нового алгоритма выбора метода дискретной вейвлет-фильтрации по комплексному критерию, включающему уровень снижения мощности шума, величину уменьшения энтропийной погрешности, функцию измерительного сигнала при общей минимизации среднеквадратичной погрешности. Алгоритм позволит сравнивать методы вейвлет-фильтрации и определять параметры фильтрации в зависимости от характера измерительного сигнала.

Алгоритм выбора метода фильтрации. Выбор метода дискретной вейвлет-фильтрации по комплексному критерию осуществляется по следующему алгоритму:

1. Построение математической модели метода вейвлет-фильтрации с общим порогом для определения базового вейвлета, пороговой функции, величины порога, снижения энтропии сигнала и мощности шума, которые обеспечивают минимальную среднеквадратичную погрешность фильтрации для измерительного сигнала заданного типа.

2. Построение математической модели метода вейвлет-фильтрации без порога для определения вейвлета, уровня вейвлет-разложения (декомпозиции) при котором достигается минимальная среднеквадратичная погрешность для измерительного сигнала данного типа с учётом снижения энтропии сигнала и мощности шума.

3. Построение математической модели метода вейвлет-фильтрации с универсальным порогом для каждого уровня декомпозиции с целью определения вейвлета и пороговой функции, которые обеспечивают минимальную среднеквадратичную погрешность фильтрации шума, снижение уровня шума и энтропии сигнала для измерительного сигнала заданного типа.

4. Выделение групп сигналов с близкими численными значениями снижения шума и энтропии сигнала для измерительных сигналов выбранных типов по каждому методу вейвлет-фильтрации, что позволяет сделать обоснованный выбор метода с учётом комплекса приведенных параметров.

Определение оптимальных параметров вейвлет-фильтрации с общим порогом для всех уровней декомпозиции. Исходный измерительный сигнал $f(t)$ после декомпозиции по всем уровням разложения и реконструкции до исходного определяется по соотношениям [16]:

$$\left. \begin{aligned} a_{j,k} &= \int_R f(t) \varphi_{j,k}(t) dt; \\ d_{j,k} &= \int_R f(t) \psi_{j,k}(t) dt, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где R – интервал определения функции $f(t)$ сигнала; $a_{j,k}$, $d_{j,k}$ – коэффициенты аппроксимации и детализации дискретного вейвлет-разложения сигнала соответственно; $\varphi_{j,k}$, $\psi_{j,k}$ – отцовский и материнский вейвлеты соответственно; j , k – текущий уровень вейвлет-разложения и порядковый номер

вейвлет-коэффициента в вейвлет-разложении сигнала соответственно.

Сигнал описывается как

$$f(t) = \sum_k [a_{j+j_0,k} \varphi_{j+j_0,k}(t)] + \sum_{j=1}^J \sum_k [d_{j+j_0,k} \psi_{j+j_0,k}(t)], \quad (2)$$

где $a_{j+j_0,k}$, $d_{j+j_0,k}$ – коэффициенты аппроксимации и детализации незашумлённого сигнала соответственно; $\varphi_{j+j_0,k}(t)$, $\psi_{j+j_0,k}(t)$ – отцовский и материнский вейвлеты соответственно; j_0 – начальный уровень вейвлет-разложения.

После аддитивного добавления шума к модельной функции или в реальных условиях к измерительному сигналу, зашумлённый сигнал $\bar{f}(t)$ определяется по соотношению [16]:

$$\bar{f}(t) = \sum_k [\bar{a}_{j+j_0,k} \varphi_{j+j_0,k}(t)] + \sum_{j=1}^J \sum_k [\bar{d}_{j+j_0,k} \psi_{j+j_0,k}(t)], \quad (3)$$

где $\bar{a}_{j+j_0,k}$, $\bar{d}_{j+j_0,k}$ – коэффициенты аппроксимации и детализации зашумлённого сигнала соответственно.

Вейвлет, состоящий из двух функций $\varphi_{j+j_0,k}(t)$, $\psi_{j+j_0,k}(t)$, изменяется согласно набору базовых вейвлетов, а пороговая функция $F(\lambda_j)$ – согласно известным базовым функциям. Значение порога λ_j – в пределах 0,01–2,5. При этом отфильтрованный сигнал определяется по соотношению

$$\hat{f}(t) = \sum_k [\bar{a}_{j+j_0,k} \varphi_{j+j_0,k}(t)] + \sum_{j=1}^J \sum_k [F(\lambda_j) \bar{d}_{j+j_0,k} \psi_{j+j_0,k}(t)], \quad (4)$$

где $F(\lambda_j)$ – пороговая функция для коэффициентов детализации $\bar{d}_{j+j_0,k}$, изменившихся под действием шума.

Среднеквадратичная погрешность E фильтрации сигнала длиной N рассчитывается по формуле

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(t_i) - \hat{f}(t_i)]^2. \quad (5)$$

Сигнал $f(t_i)$ – информационный, а сигнал $\hat{f}(t_i)$ частично содержит флуктуации, поэтому в каждый момент времени t_i оценивается абсолютная погрешность $e = f(t_i) - \hat{f}(t_i)$, которая далее усредняется. Важно отметить, что E не зависит от взаимосвязи между выборками сигнала.

Используя три вложенных цикла для соотношений (4), (5) по переменным (порогу λ_j и вейвлету $\varphi_{j+j_0,k}(t)$, $\psi_{j+j_0,k}(t)$) и пороговую функцию $F(\lambda_j)$, для минимального значения E получим три новых значения указанных параметров $\hat{\lambda}_j$, $\hat{\varphi}_{j+j_0,k}(t)$, $\hat{\psi}_{j+j_0,k}(t)$, $\hat{F}(\lambda_j)$ и соотношение для отфильтрованного сигнала $\bar{\bar{f}}(t_i)$. Подставим указанные параметры в соотношение (4):

$$\bar{\bar{f}}(t) = \sum_k [\hat{a}_{j+j_0,k} \hat{\varphi}_{j+j_0,k}(t)] + \sum_{j=1}^J \sum_k [\hat{F}(\hat{\lambda}_j) \hat{d}_{j+j_0,k} \hat{\psi}_{j+j_0,k}(t)], \quad (6)$$

где $\bar{\bar{f}}(t)$ – отфильтрованный сигнал первой рекурсии; $\hat{a}_{j+j_0,k}$, $\hat{d}_{j+j_0,k}$ – коэффициенты аппроксимации и детализации, полученные из соотношения (1) для отфильтрованного сигнала $\bar{f}(t_i)$.

Кроме соотношения (5) рассчитывается уменьшение мощности шума $\Delta U = U_2 - U_1$ по уровням до U_1 и после U_2 фильтрации в децибелах

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 10 \lg \frac{\sum f(t_i)^2}{\sum [f_{\eta}(t_i) - f(t_i)]^2}; \\ U_2 &= 10 \lg \frac{\sum \bar{\bar{f}}(t_i)^2}{\sum [\bar{\bar{f}}(t_i) - f(t_i)]^2}; \\ \Delta U &= 10 \lg \frac{\sum [f_{\eta}(t_i) - f(t_i)]^2}{\sum [\bar{\bar{f}}(t_i) - f(t_i)]^2}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $\sum f(t_i)^2$ – сумма квадратов отсчётов функции $f(t_i)$ чистого сигнала; $\sum f_{\eta}(t_i)^2$ – сумма квадратов отсчётов функции $f_{\eta}(t_i)$ зашумлённого сигнала до фильтрации; $f_{\eta}(t_i) = f(t_i) + \eta$; η – белый нормально распределённый шум; $\sum \bar{\bar{f}}(t_i)^2$ – сумма квадратов отсчётов функции $\bar{\bar{f}}(t)$ сигнала после фильтрации.

Уменьшение энтропийной погрешности $\Delta h = h_1 - h_2$ определяется по разности погрешностей до h_1 и после h_2 фильтрации в дитах:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= 0,5 e^{H_1(d_{1,i})} = 0,5 l_1 n_1 10^{-\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{m_1} n_{1,i} \log(n_{1,i})}; \\ h_2 &= 0,5 e^{H_2(d_{2,i})} = 0,5 l_2 n_2 10^{-\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{m_2} n_{2,i} \log(n_{2,i})}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $H_1(d_{1,i})$, $H_2(d_{2,i})$ – энтропия распределения зашумлённого $f_{\eta}(t)$ и отфильтрованного $\bar{\bar{f}}(t)$ сигналов соответственно; n_1 , n_2 – объёмы распределений; l_1 , l_2 – ширина столбцов гистограмм; m_1 , m_2 – число столбцов гистограмм.

По методу дискретной фильтрации с общим порогом выявлена только одна функция WernerSorrrows, при фильтрации которой отношение сигнал/шум до и после фильтрации остаётся неизменным, при этом энтропийная погрешность уменьшается (табл. 1).

В таблицах модельные функции обозначены: сигнал «блоки» – blocks; сигнал «удары» – bumps; сигнал «тяжёлый» синус – heavisine; доплеровский сигнал – doppler; «пилообразный» сигнал – ramp; функция сигнала $\sin(0,6902N\pi t)$ – hisine; функция сигнала $\sin(0,3333N\pi t)$ – losine; сигнал с линейной частотной модуляцией – linchirp; сигнал с двойной линейной частотной модуляцией – twochirp; сигнал с квадратичной зависимостью частоты от времени – quadchirp; сумма сигналов linchirp+quadchirp+hisine – mishmash; сигнал Вернера – wernersorrrows; сигнал, содержащий две частоты с гиперболическими функциями от времени – hypchirps; сигнал, содержащий две частоты с линейными функциями от времени – linchirps; сумма четырёх сигналов с линейной гиперболической и квадратичной функциями зависимости частот от времени – chirps; две модулированные функции

Таблица 1

Погрешности и параметры вейвлет-фильтрации с общим порогом

Модельная функция	ΔU , дБ	Δh , дит	Вейвлет	$F(\lambda_i)$	λ_j	$E_{\min}$
blocks	9	1,8199	bior1.3	garotte	1,0	0,0245
bumps	6	0,7019	bior2.6	garotte	0,9	0,0406
heavisine	11	0,6885	rbio5.5	garotte	1,2	0,0136
doppler	13	0,6001	sym14	greater	1,4	0,0088
ramp	18	0,8668	bior1.3	greater	1,3	0,0028
hisine	1	0,2737	sym13	soft	0,2	0,1236
losine	5	0,3791	db32	hard	1,1	0,0576
linchirp	2	0,3728	db21	soft	0,3	0,1136
twochirp	1	0,2667	db8	soft	0,2	0,1436
quadchirp	3	0,3272	db31	garotte	0,6	0,0834
mishmash	1	0,2587	db27	soft	0,2	0,1457
wernersorrows	0	0,1464	db10	soft	0,1	0,1455
hypchirps	7	0,6069	db22	garotte	1,0	0,0367
linchirps	4	0,5695	db15	soft	0,5	0,0759
chirps	1	0,3551	db26	soft	0,3	0,1322
gabor	9	0,7562	bior4.4	hard	1,1	0,0215
sineoneoverx	7	0,4734	sym15	garotte	0,8	0,0323
piece-regular	6	1,5207	bior2.2	garotte	0,9	0,0489
piece-polynomial	7	0,9210	rbio1.3	garotte	1,0	0,0291
riemann	49	0,3518	bior1.1	greater	1,4	0,0000

Габо́ра – gabor; синусоидальный сигнал с частотой, обратно пропорциональной времени, – sineoneoverx; обычный импульсный сигнал – piece-regular; кусочно-полиномиальный сигнал – piece-polynomial; недифференцируемая функция Римана – riemann.

По оптимальным параметрам фильтрации наблюдается следующая особенность: для всех функций с уменьшением шума на один децибел порог изменяется в пределах от 0,1 до 0,3, используются только вейвлеты Добеши и пороговая функция soft. Среднеквадратичная погрешность фильтрации сигнала составляет более 0,1. В табл. 1 отмечены (серым и зелёным цветом соответственно) сигналы Вернера и Римана с минимальным и максимальным значениями снижения мощности шума соответственно, и параметрами фильтрации обеспечивающими минимально возможную для данных сигналов энтропийную и среднеквадратичную погрешности.

Уравнение для модельной функции WernerSorrows измерительного сигнала имеет вид [17]:

$$\left. \begin{aligned} f &= \sin(0,5N\pi t^3); \\ f &= f + \sin(0,6902N\pi t); \\ f &= f + \sin(N\pi t^2). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Определение оптимальных параметров вейвлет-фильтрации без порога. Такой метод фильтрации применяется для экономии вычислительных ресурсов в тех случаях, когда погрешности, вносимые шумами, влияют на коэффициенты детализации первых уровней вейвлет-разложения сигнала. Коэффициенты детализации на этих уровнях обнуляются до тех пор, пока среднеквадратичная погрешность не достигает минимума (иногда это происходит уже на первом уровне разложения). Для математического описания вейвлет-фильтрации без порога во втором слагаемом соотношения (4) первое суммирование $\sum_k [\bar{d}_{j+j_0,k} \psi_{j+j_0,k}(t)]$ необходимо начинать с уровня разложения $J = J_{\text{опт}}$; с первого и до уровня $J = J_{\text{опт}}$ все вейвлет-коэффициенты детализации заменяются нулями. В результате последовательного вейвлет-разложения сигнала на уровне разложения $J = J_{\text{опт}}$ достигается минимальная погрешность фильтрации. Дальнейшее разложение до максимально возможного уровня разложения J_{max} , зависящего от вейвлета и длины сигнала, выполняется без изменения коэффициентов детализации $F(\lambda_i) = 1$.

Соотношение для отфильтрованного сигнала $\tilde{f}(t)$ получим из соотношения (4) при условии $\sum_{j=1}^{J_{\text{опт}}} \sum_k [\bar{d}_{j+j_0,k} \psi_{j+j_0,k}(t)] = 0$, результат представим в следующем виде:

$$\tilde{f}(t) = \sum_k [\bar{a}_{j+j_0,k} \phi_{j+j_0,k}(t)] + \sum_{j=J_{\text{опт}}}^{J_{\text{max}}} \sum_k [\bar{d}_{j+j_0,k} \psi_{j+j_0,k}(t)]. \quad (10)$$

Вводим только одну переменную $\phi_{j+j_0,k}(t)$, $\psi_{j+j_0,k}(t)$ поскольку в этом методе нет порога и пороговой функции, а соотношение (10) используется для определения уровня

разложения $J = J_{\text{опт}}$. Для этого полученный по соотношению (10) отфильтрованный сигнал $\tilde{f}(t)$ применяют в цикле, сменяющем вейвлеты для всех уровней разложения J до достижения минимального значения среднеквадратичной погрешности $E_{\min}$. Проведённый цикл позволяет определить вейвлет и уровень вейвлет разложения $J = J_{\text{опт}}$, которые обеспечивают минимальную ошибку $E_{\min}$. Отфильтрованный сигнал $\tilde{f}(t)$ можно использовать для следующего цикла фильтрации в случае применения рекурсии.

Для метода с простым обнулением коэффициентов детализации до момента достижения минимальной среднеквадратичной погрешности количество модельных функций сигнала, для которых уровень шума и энтропийная погрешность до и после фильтрации остаются неизменными, увеличивается до девяти (табл. 2). Для таких сигналов параметры, обеспечивающие минимальную погрешность фильтрации, следующие: вейвлет bior1.1, оптимальный уровень разложения $J_{\text{опт}} = 1$, а максимальный уровень разложения $J_{\text{max}} = 10$.

В табл. 2 выделены три группы сигналов. Первая группа (голубой цвет) включает тяжёлый синус, пилообразный и доплеровский сигналы. Это простые сигналы, шум для этих сигналов уменьшается от 10 до 14 дБ, минимальная среднеквадратичная погрешность фильтрации сигнала находится в пределах 0,01–0,02. Выделяется пилообразный сигнал – как по информационным характеристикам, так и по снижению мощности шума.

Таблица 2

Погрешности и параметры вейвлет-фильтрации без порога

Модельная функция	ΔU , дБ	Δh , дит	Вейвлет	$J_{\text{опт}}$	J_{max}	E_{min}
blocks	3	0,557	bior3.9	3	5	0,0954
bumps	4	0,417	sym14	3	5	0,0645
heavisine	10	0,820	rbio1.3	5	7	0,0172
doppler	10	0,514	db7	6	6	0,0152
ramp	14	0,945	bior1.1	8	10	0,0067
hisine	0	0	bior1.1	1	10	0,1717
losine	3	0,175	coif10	2	4	0,0902
linchirp	0	0	bior1.1	1	10	0,1716
twochirp	0	0	bior1.1	1	10	0,1839
quadchirp	0	0	bior1.1	1	10	0,1686
mishmash	0	0	bior1.1	1	10	0,1718
wernersorrows	0	0	bior1.1	1	10	0,1632
hypchirps	3	0,436	db37	3	3	0,0785
linchirps	3	0,179	coif17	2	3	0,0967
chirps	0	0	bior1.1	1	10	0,1730
gabor	4	0,347	db19	3	3	0,0632
sineoneoverx	3	0,317	db5	3	6	0,0759
piece-regular	0	0	bior1.1	1	10	0,1719
piece-polynomial	0	0	bior1.1	1	10	0,1648
riemann	36	0,847	bior1.1	10	10	0

Вторая группа (серый цвет) сигналов характеризуется нулевым снижением мощности шума. Это сложные сигналы, но нельзя не учитывать высокий уровень аддитивно добавленного шума $\sigma=0,4$. Характерной особенностью этой группы является использование биортогонального вейвлета bior1.1, что следует учесть при работе с шумами меньшей мощности.

Третья группа (зелёный цвет) содержит всего один сигнал, это недифференцируемая функция Римана, которая для всех рассматриваемых методов характеризуется высокой помехоустойчивостью.

Определение оптимальных параметров вейвлет-фильтрации с универсальным порогом. Обработка сигнала по алгоритму с универсальным порогом происходит аналогично алгоритму с общим порогом. Отличие состоит в том, что порог λ_j не задаётся, а вычисляется по следующим соотношениям [16]:

$$\sigma = \text{median}|d_{1,k}|/0,6742; \quad \lambda_j^{\text{univ}} = \sigma \sqrt{2 \ln N_j}, \quad (11)$$

где λ_j^{univ} – универсальный порог; N_j – количество коэффициентов детализации $d_{j,k}$ на j -м уровне разложения; $\text{median}|d_{1,k}|$ – медиана от массива $|d_{1,k}|$ коэффициентов детализации на первом уровне.

Система уравнений (11) используется в соотношении (4), с которым проводят только два вложенных цикла по двум

Таблица 3

Погрешности и параметры вейвлет-фильтрации с универсальным порогом

Модельная функция	ΔU , дБ	Δh , дит	Вейвлет	$F(\lambda_j)$	E_{min}
blocks	8	1,7267	bior1.1	garotte	0,0249
bumps	6	0,5620	bior2.6	garotte	0,0375
heavisine	10	0,6991	rbio4.4	garotte	0,0158
doppler	14	0,5722	sym12	garotte	0,0073
ramp	15	0,6492	rbio1.3	soft	0,0052
hisine	0	0,0000	bior1.1	garotte	0,1694
losine	5	0,4717	sym14	hard	0,0578
linchirp	0	0,0082	sym17	less	0,1797
twochirp	0	0,0000	bior1.1	garotte	0,1863
quadchirp	0	0,5315	bior1.1	garotte	0,1606
mishmash	0	0,0000	bior1.1	garotte	0,1820
wernersorrows	0	0,0000	bior1.1	garotte	0,1722
hypchirps	6	0,5210	db31	hard	0,0398
linchirps	3	0,6446	bior3.7	soft	0,0930
chirps	0	0,0000	db20	less	0,1735
gabor	7	0,8912	db4	garotte	0,0308
sineoneoverx	7	0,4294	rbio5.5	garotte	0,0418
piece-regular	7	2,0241	bior2.4	garotte	0,0389
piece-polynomial	8	0,8583	db2	garotte	0,0277
riemann	18	0,7351	db4	soft	0,0028

переменным вейвлета $\varphi_{j+j_0,k}(t)$, $\psi_{j+j_0,k}(t)$ и пороговой функции $F(\lambda_j)$.

По методу с универсальным порогом количество функций сигнала, для которых мощность шума и энтропийная погрешность до и после фильтрации неизменна, равно пяти. Здесь характерными параметрами является вейвлет bior1.1 и две пороговых функции garotte и less. Среднеквадратичная погрешность фильтрации достигает 0,2 (табл. 3).

В табл. 3 отмечены сигналы с нулевым снижением шума (серый цвет) и сигнал Римана (зелёный цвет), что можно пояснить тем, что метод с универсальным порогом не имеет особых преимуществ перед остальными.

Закключение. Предложенный алгоритм позволил не только выбрать метод, но и определить оптимальные параметры фильтрации. По оптимальным параметрам фильтрации для метода с общим порогом ограничения вейвлет-коэффициентов детализации выявлена следующая особенность: для всех функций с уменьшением шума на один децибел порог изменяется в пределах 0,1–0,3, используются только вейвлеты Добеши и пороговая функция soft. Среднеквадратичная погрешность фильтрации составляет более 0,1. Этот метод применим для фильтрации сигналов с высоким уровнем шума. По методу с универсальным порогом количество функций сигнала, для которых мощность шума и энтропийная погрешность до и после фильтрации неизменны, равно пяти.

Характерными параметрами являются вейвлет bior1.1 и две пороговых функции garotte и less. Среднеквадратичная погрешность фильтрации достигает 0,2. Для метода с простым обнулением коэффициентов детализации до момента достижения минимальной среднеквадратичной погрешности количество модельных функций сигнала, для которых уровень шума и энтропийная погрешность до и после фильтрации остаются низкими, увеличивается до девяти. Параметры, обеспечивающие минимальную погрешность для указанных функций, следующие: вейвлет bior1.1, оптимальный уровень разложения $J_{\text{опт}}$ первый, а максимальный равен десяти. Показано, что сигналы hisine, lincirp, lincirp, twochirp, quadchirp, mishmash, wernersorrows, chirps имеют среднеквадратичную погрешность фильтрации от 0,1 до 0,2, а для остальных сигналов погрешность менее 0,06.

Список источников

1. Беспалов Д. А. Вейвлет-фильтрация сигналов с адаптивными порогами // Известия высших учебных заведений. Северо-кавказский регион. Технические науки. 2007. № 2. С. 13–16.
2. Hong H., Yonghong T., Yuxia W., *Entropy*, 2015, vol. 17, no. 9, pp. 6093–6109. <https://doi.org/10.3390/e17096093>
3. Лосихин Д. А., Олейник О. Ю., Черная Е. С. Автоматизация расчёта энтропийной погрешности измерения // Метрология та прилади. 2018. № 5. С. 50–55. [https://doi.org/10.33955/2307-2180\(5\)2018.50-55](https://doi.org/10.33955/2307-2180(5)2018.50-55)
4. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Вейвлет-анализ модельных сигналов с особенностями. 2. Аналитическое и дискретное вейвлет-преобразования // Радиофизика и радиоастрономия. 2007. Т. 12. № 3. С. 278–294.
5. Воскобойников Ю. Е. Вейвлет-фильтрация с двухпараметрическими пороговыми функциями: выбор функции и оценивание оптимальных параметров // Автоматика и программная инженерия. 2016. № 1 (15). С. 69–78.
6. Huang Q., Liu B., Zhang W., *Sci. China Technol. Sci.*, 2018, vol. 61, pp. 809–818. <https://doi.org/10.1007/s11431-016-9098-3>
7. Sheng G., Gao G., Zhang B., *Micromachines*, 2019, vol. 10, no. 9, 608. <https://doi.org/10.3390/mi10090608>
8. Zhang N., Lin P., Xu L., *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 5th International Conference on Mechanical and Aeronautical Engineering (ICMAE 2019), 12–15 December 2019, Sanya, China, IOP Publishing, 2020, vol. 751, no. 1, 012073. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/751/1/012073>
9. Shen Y., *International Society for Optics and Photonics*, 2019, vol. 11179, 1117910. <https://doi.org/10.1117/12.2540098>
10. Gao H.-Y., Bruce A. G., *Statistica Sinica*, 1997, vol. 7, pp. 855–874.
11. Hai Qiu, Jay Lee, Jing Lin, *Journal of sound and vibration*, 2006, vol. 289, no. 4–5, pp. 1066–1090. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.03.007>
12. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T. E., *Nat Methods*, 2020, vol. 17, pp. 261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>

13. Дауни А. Б. Цифровая обработка сигналов на языке Python: Пер. с англ. Под ред. А. Э. Бряндинского. ДМК-Пресс, 2017. 162 с.

14. Капкаев Э. Н., Зулкарнеев Р. Х., Насыров Р. В. Программный модуль оценки характеристик сердечнососудистой системы на основе определения характеристик энтропии ЭКГ // VII Всероссийская научная конференция «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений», Уфа, Россия, 28–30 мая 2019. Уфа УГАТУ. 2019. С. 134–138.

15. Тараненко Ю. К. Эффективность использования вейвлет-преобразований при фильтрации шумов в сигналах измерительных преобразователей // Измерительная техника. 2021. № 2. С. 16–21. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-2-16-21>

16. Воскобойников Ю. Е., Гочаков А. В., Колкер А. Б. Фильтрация сигналов и изображений: Фурье и вейвлет-алгоритмы (с примерами в Mathcad): монография. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2010. 188 с.

17. Donoho D. L., Johnstone I. M., Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage, *Biometrika*, 1994, vol. 81, no. 3, pp. 425–455.

References

1. Bespalov D. A., Wavelet filtration of the signals by adaptive thresholds, *University news, North-Caucasian region, technical sciences series*, 2007, vol. 2, pp. 13–16. (In Russ.)
2. Hong H, Yonghong T., Yuxia W., *Entropy*, 2015, vol. 17, no. 9, pp. 6093–6109. <https://doi.org/10.3390/e17096093>
3. Losikhin D., Oliynyk O., Chorna O., *Metrology and instruments*, 2018, no. 5, pp. 50–55. (In Russ.) [https://doi.org/10.33955/2307-2180\(5\)2018.50-55](https://doi.org/10.33955/2307-2180(5)2018.50-55)
4. Lazorenko O. V., Lazorenko S. V., Chernogor L. F., Wavelet Analysis of the Model Signals with Peculiarities. 2. Analytical and Discrete Wavelet Transforms, *Radio Physics And Radio Astronomy*, 2007, vol. 12, no. 3, pp. 278–294. (In Russ.)
5. Voskoboinikov Yu. E., Veivlet-fil'tratsiya s dvukhparametricheskimi porogovymi funktsiyami: vybor funktsii i otsenivanie optimal'nykh parametrov [Wavelet filtering with two-parameter threshold functions: function selection and estimation of optimal parameters], *Automation and Software Engineering*, 2016, vol. 1 (15), pp. 69–78. (In Russ.)
6. Huang Q., Liu B., Zhang W., *Sci. China Technol. Sci.*, 2018, vol. 61, pp. 809–818. <https://doi.org/10.1007/s11431-016-9098-3>
7. Sheng G., Gao G., Zhang B., *Micromachines*, 2019, vol. 10, no. 9, 608. <https://doi.org/10.3390/mi10090608>
8. Zhang N., Lin P., Xu L., *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 5th International Conference on Mechanical and Aeronautical Engineering (ICMAE 2019), 12–15 December 2019, Sanya, China, IOP Publishing, 2020, vol. 751, no. 1, 012073. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/751/1/012073>
9. Shen Y., *International Society for Optics and Photonics*, 2019, vol. 11179, 1117910. <https://doi.org/10.1117/12.2540098>
10. Gao H.-Y., Bruce A. G., *Statistica Sinica*, 1997, vol. 7, pp. 855–874.

11. Hai Qiu, Jay Lee, Jing Lin, *Journal of sound and vibration*, 2006, vol. 289, no. 4–5, pp. 1066–1090.
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.03.007>
12. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T. E., *Nat Methods*, 2020, vol. 17, pp. 261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
13. Allen B. Downey, *Think DSP: Digital Signal Processing in Python*, Green Tea Press, Needham, Massachusetts, 2014, 162 p.
14. Kapkayev E. N., Zulkarneyev R. K., Nasyrov R. V., Programmnyi modul' otsenki kharakteristik serdechnososudistoi sistemy na osnove opredeleniya kharakteristik entropii EKG [Software module for assessing the characteristics of the cardiovascular system based on determining the characteristics of the ECG entropy], VII All-Russian Scientific Conference "Information Technologies of Intellectual Support decision making", Ufa, Russia, May 28–30, 2019, Ufa, USATU Publ., 2019, pp. 134–138.
15. Taranenko Y. K., *Measurement Techniques*, 2021, vol. 64, pp. 94–99. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01902-8>
16. Voskoboynikov Y. Y., *Fil'tratsii signalov i izobrazheniy: Fur'ye i veyvlet-algoritmy (s primerami v Mathcad): monografiya [Filtering signals and images: Fourier and wavelet algorithms (with examples in Mathcad): monograph]*, Novosibirsk, NGASU (Sibstrin) Publ., 2010, 188 p.
17. Donoho D. L., Johnstone I. M., Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage, *Biometrika*, 1994, vol. 81, no. 3, pp. 425–455.

Статья поступила в редакцию 06.07.2021; одобрена после рецензирования 30.08.2021; принята к публикации 06.09.2021.
The article was submitted 06.07.2021; approved after reviewing 30.08.2021; accepted for publication 06.09.2021.