

Научная статья

УДК 519.622.2

<https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-8-41-50>

Косвенная оценка переменных состояния реакционно-регенерационных систем на основе компьютерной симуляции

Гасан Али оглы Нагиев^{1✉}, Ньюбар Алимурад гызы Гулиева²

¹ Институт математики и механики Национальной академии наук Азербайджана, Баку, Азербайджанская Республика, hasannagiev@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0003-4158-6434>

² Сумгаитский государственный университет, г. Сумгаит, Азербайджанская Республика, n.quliyeva@mail.ru

Аннотация. Описана реакционно-регенерационная система, которая является аппаратной частью промышленных производств и характеризуется исключительной особенностью – выраженной нелинейностью в виде множественности стационарных решений модельных дифференциальных уравнений. Такая особенность вынуждает прибегнуть к инженерным решениям, альтернативным прямым измерениям. Рассмотрена проблема косвенной оценки компонент вектора состояния реакционно-регенерационной системы. Показана некорректность косвенной оценки состояния подобного рода объектов на основе теории фильтров Калмана. Некорректность обусловлена неоднозначностью отображения пространства состояний в пространство касательных к траекториям векторов. Предложен подход, основанный на синхронной симуляции в динамике и заключающийся в сравнении двух эволюций «объект – модель» с минимизацией рассогласования. Приведена методика, базирующаяся на включении в функцию рассогласования вторых производных переменных состояния. Рассмотрена методология чувствительности систем косвенного оценивания, основанных на максимизации подобия сравниваемых эволюций «объект – модель» в режиме строгой синхронизации по внешним возмущениям и рычагам управления. Показано, что точность косвенного оценивания физически неизмеряемых координат в большей степени определяется математическими аспектами минимизации функции рассогласования, которая из-за множественности решений модельных уравнений имеет сложную структуру поверхности отклика.

Ключевые слова: косвенное измерение, множественность стационарных состояний, трёхмерный фазовый портрет, реакционно-регенерационная система

Для цитирования: Нагиев Г. А., Гулиева Н. А. Косвенная оценка переменных состояния реакционно-регенерационных систем на основе компьютерной симуляции // Измерительная техника. 2021. № 8. С. 41–50. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-8-41-50>

Indirect estimation of state variables of industrial reaction-regeneration systems based on computer simulation

Hasan A. Nagiyev^{1✉}, Nyubar A. Gulyeva²

¹ Institute of Mathematics and Mechanics, Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, Republic of Azerbaijan, hasannagiev@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0003-4158-6434>

² Sumgait State University, Sumgait, Republic of Azerbaijan, n.quliyeva@mail.ru

Abstract. A reaction-regeneration system is described, which is a hardware part of industrial production and is characterized by an exceptional feature – pronounced nonlinearity in the form of a plurality of stationary solutions of model differential equations. This feature forces one to resort to engineering solutions that are alternative to direct measurements. The problem of indirect estimation of the components of the state vector of the reaction-regeneration system is considered. The incorrectness of the indirect assessment of the state of such objects on the basis of the theory of Kalman filters is shown. The incorrectness is due to the ambiguity of the mapping of the state space into the space of vectors tangent to the trajectories. An approach based on synchronous simulation in dynamics is proposed, which consists in comparing two evolutions “object – model” with minimization of the mismatch. A technique based on the inclusion of the second derivatives of the state variables into the mismatch function is presented. The methodology of the sensitivity of indirect estimation systems based on maximizing the similarity of the compared evolutions “object – model” in the regime of strict synchronization with respect to external disturbances and control levers is considered. It is shown that the accuracy of the indirect estimation of physically unmeasurable coordinates is largely determined by the mathematical aspects of minimizing the mismatch function, which, due to the multiplicity of solutions to model equations, has a complex structure of the response surface.

Keywords: indirect measurement, multiplicity of stationary states, three-dimensional phase portrait, reaction-regeneration system

Введение. Проблема модельного оценивания состояния промышленных реакционно-регенерационных систем, характеризующихся множественностью стационарных состояний. Множественность решений

уравнений математических моделей является одним из существенных отличий нелинейных систем и требует особого внимания в задачах управления. В инженерной практике термин «множественность» чаще употребляется в связи с положениями равновесия систем, т. е. этим термином обозначается класс нелинейных объектов, которые имеют в фазовом пространстве не единственное стационарное состояние. Анализ множественности положений равновесия представляет интерес в основном из-за того, что во многих случаях положения равновесия оказываются центрами притяжения движений динамической системы – так называемыми аттракторами, к которым стягивается ряд семейств траекторий. Кроме того, при проектировании непрерывных производственных процессов, как правило, предполагают их проведение в стационарных условиях при достижении координат состояния равновесия, соответствующих наиболее благоприятным технологическим условиям.

В то же время для подобных систем при одних и тех же внешних условиях существует множество не только равновесных, но и других состояний, не соответствующих нулевой скорости движения систем в заданный момент времени. Такие состояния системы представляют интерес, в частности, в связи с задачей косвенного измерения некоторых координат динамической реакционно-регенерационной системы (PPC) в связи с отсутствием приемлемого физического метода измерения. PPC используются в нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности и являются специфическими объектами управления. Их реализация основана на совместном функционировании двух взаимосвязанных технологических блоков. К характерным чертам данных объектов управления относятся нелинейность этих систем и необходимость применения косвенных измерений.

Каталитический крекинг нефтяных фракций и дегидрирование углеводородов – типичные примеры применения PPC [1, 2]. Регенерации подвергается микросферический твёрдый катализатор, высокопористый алюмосиликат, который в ходе реакции претерпевает быстрое коксование. Высокая скорость образования кокса обуславливает необходимость циркуляционной очистки катализатора путём выжигания. Циркуляционная система двух технологических блоков «реактор – регенератор», предназначенная для непрерывной регенерации катализатора параллельно с крекингом, по сути, из-за динамической связи по коксовому (следовательно, и тепловому) балансу этих блоков фактически представляет собой весьма сложный объект управления [3]. Выраженно нелинейный характер взаимосвязи переменных состояния и параметров режима вызывает множественность положений равновесия данной динамической системы [4, 5], что не позволяет косвенно оценивать указанные переменные. К таким переменным состояния относятся степени закоксованности катализатора – приобретённая после целевой реакции и остаточная, связанная с неполным удалением кокса при регенерации.

Попытки создания аппаратных средств оперативного измерения степеней закоксованности катализатора на выходах реактора и регенератора до сих пор безуспешны [6]. Проблема инженерного обеспечения этих измерений, характерная для большинства химических процессов, усугубляется

рядом специфических препятствий, таких как высокая температура, абразивное воздействие потока катализатора и коксующая среда. Образование коксовых отложений является основным источником тепла в общем энергетическом балансе целевого химического процесса. Кроме того, на качество управления технологическим режимом по-разному влияют поверхностный и глубинный кокс: помимо осаждения на поверхности, кокс проникает вглубь, закупоривая каналы в пористой структуре катализатора и резко уменьшая каталитическое действие [7, 8]. Получение достоверной информации о степени закоксованности как поверхностного, так и глубинного катализатора и в настоящее время остаётся технической задачей первостепенной важности [9–12].

В последние годы проблему оперативного контроля состояния использующихся мелкодисперсных катализаторов в циркуляционном потоке в основном удаётся решать косвенно. Оперативные данные о процессе регенерации в большей степени базируются на результатах измерений состава выходящих газов, например, с применением инфракрасного измерителя концентрации углекислого газа CO_2 . Однако данные таких измерений отражают только общую картину реакций горения, при этом остаётся неизвестным происхождение CO_2 : кроме коксовых отложений в горении участвует значительное количество адсорбированных углеводородов, попадающих в регенератор. Заметим, что существующие автоматические или полуавтоматические измерители содержания кокса (углерода) в твёрдых материалах, в том числе катализаторах, в основном являются лабораторными установками (в частности, анализатор серы и углерода LECO CS-230 (Leco Corporation, США)) и не приспособлены к использованию в потоке.

Распространённая методология косвенного оценивания состояния динамических объектов основана на теории фильтров Калмана [13]. Принципиальным для этой теории является то, что размерность вектора состояний наблюдаемой системы (как и в рассматриваемой задаче) может существенно превышать размерность вектора контролируемых переменных. С этой точки зрения алгоритмическая конструкция фильтра Калмана в своей основе направлена на выработку алгоритма дооценивания состояния при использовании сигналов внешних возмущений. Оптимальный наблюдатель, построенный на рекурсивных алгоритмах фильтров Калмана, способен распознавать и учитывать статистические показатели возмущающих факторов и ошибок измерительных устройств, и его введение в технику измерения в ряде случаев превращает данную методологию в удачное средство контроля. Однако ограничение в виде требования линейности контролируемой системы оказывается непреодолимым препятствием при использовании фильтров Калмана для решения задач, не допускающих линеаризацию.

Для решения таких задач перспективным является применение метода математического моделирования динамики системы PPC – достаточно детерминированной с точки зрения тепловых состояний. Именно строгая детерминированность рассматриваемой тепловой системы позволяет контролировать все факторы, влияющие на формирование теплового (коксового) баланса.

Следует отметить, что, хотя динамика PPC и подчинена довольно строгим детерминированным связям между переменными, однако их косвенное оценивание неосуществимо без применения специальных подходов, учитывающих специфику данной задачи. Основная специфика заключается в множественности положений равновесия. Множественность различных структур организаций семейств фазовых траекторий в объектах подобного рода приводит к неоднозначности функций состояния динамической системы.

Цель работы – разработать метод косвенного оценивания вектора состояния динамических систем, характеризующихся множественностью положений равновесия, и представить результаты применения метода на примере PPC.

Математическая модель тепловой динамики реакционно-регенерационной системы. На рис. 1 показана схема PPC, осуществляющей химический процесс в кипящих слоях микросферического катализатора. Тепловое состояние рассматриваемой динамической системы определяют температуры реактора и регенератора, а также степени закоксованности катализатора на их выходах. Режимными параметрами являются показатели расхода сырья и воздуха для реакции выжигания кокса, а также скорость циркуляции катализатора.

Математическую структуру модели динамической PPC можно представить в виде взаимосвязи моделей двух реакторов с псевдооживленными слоями масс катализатора, объединённых материальными и тепловыми потоками.

Состояние псевдооживления и малые размеры частиц катализаторной пыли позволяют применить простые модели идеального смешения по обоим аппаратам. На этой основе составлены модельные уравнения по четырём переменным состояния в соответствии с описанием процесса, т. е. по двум температурам в реакционных зонах аппаратов (реактора и регенератора) и содержанию кокса на частицах отработанного и регенерированного потоков катализатора. Концентрации коксовых отложений выражаются в массовых отношениях. Скорости процессов масштабируются относительно характерного времени PPC порядка 30 мин. Дифференциальные уравнения коксового и теплового баланса, записанные по температурам и содержаниям кокса в аппаратах, а также по их производным во времени, имеют вид [14]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= \frac{n}{\tau_1}(y_2 - y_1) - K_1(y_3, y_1); \\ \frac{dy_2}{dt} &= \frac{n}{\tau_2}(y_1 - y_2) + K_2(y_1, y_2, y_4)\varphi_{в.с}; \\ \frac{dy_3}{dt} &= \frac{n}{\tau_1}(y_4 - y_3) + \frac{K_1(y_3, y_1)q_1}{c_k} + \frac{q_3\varphi_T}{G_1c_k} + \frac{nq_4d_k}{c_k\tau_1} - \\ &\quad - \frac{\varphi_{в.с}y_3}{G_1c_k} + v_1; \\ \frac{dy_4}{dt} &= \frac{n}{\tau_2}(y_3 - y_4) - \frac{q_2}{c_k}K_2(y_1, y_2, y_4)\varphi_{в.с} + \\ &\quad + \frac{c_{с.р}}{G_2c_k}\varphi_{с.р}(y_{с.р} - y_4) + v_2; \end{aligned} \right\} (1)$$

$$K_1(y_3, y_1) = k_{01}e^{-b_1/y_3}y_1^2;$$

$$K_2(y_1, y_2, y_4) = k_{02}e^{-b_2/y_4} \frac{1 + \alpha y_1}{1 + \exp[-\beta(y_2 - y_2^H)]};$$

$$\tau_1 = \varphi_k/Q_1; \quad \tau_2 = \varphi_k/Q_2; \quad \varphi_{в.с} = \varphi_{с.р}/Q_2.$$

В формулах использованы следующие обозначения переменных и параметров.

Фазовые переменные: y_1, y_2 – остаточные закоксованности катализатора после регенератора и на выходе реактора; y_3, y_4 – температуры в реакторе и регенераторе.

Режимные параметры: $n = \varphi_k/\varphi_k^H$ – приведённая к номиналу скорость циркуляции катализатора; $\varphi_k, \varphi_{с.р}, \varphi_{в.с}, \varphi_T$ – массовые скорости соответственно циркуляции катализатора, ввода сырья в реактор, воздуха в регенератор, ввода топлива для подогрева регенератора; $y_{с.р}$ – температура вводимого в реактор сырья.

Неизменные технологические и кинетические параметры, а также константы материального и теплового балансов модели PPC: Q_1, Q_2, τ_1, τ_2 – массы катализатора и постоянные гидродинамического времени по потокам циркуляции катализатора соответственно в регенераторе и реакторе, $\varphi_{в.с}, y_2^H$ – приведённая весовая скорость ввода сырья и номинальное значение закоксованности катализатора на выходе реактора; $K_1(y_3, y_1), K_2(y_1, y_2, y_4)$ – кинетические функции скоростей реакций соответственно горения и образования кокса; $\alpha, \beta, b_1, b_2, k_{01}, k_{02}$ – кинетические параметры, реакций образования и горения кокса; $c_k, c_{с.р}, d_k$ – теплоёмкости катализатора, углеводородного сырья и адсорбционная ёмкость катализатора; $q_1, \dots, q_4$ – тепловые эффекты реакций горения соответственно кокса, целевого химического превращения, теплотворности газового топлива

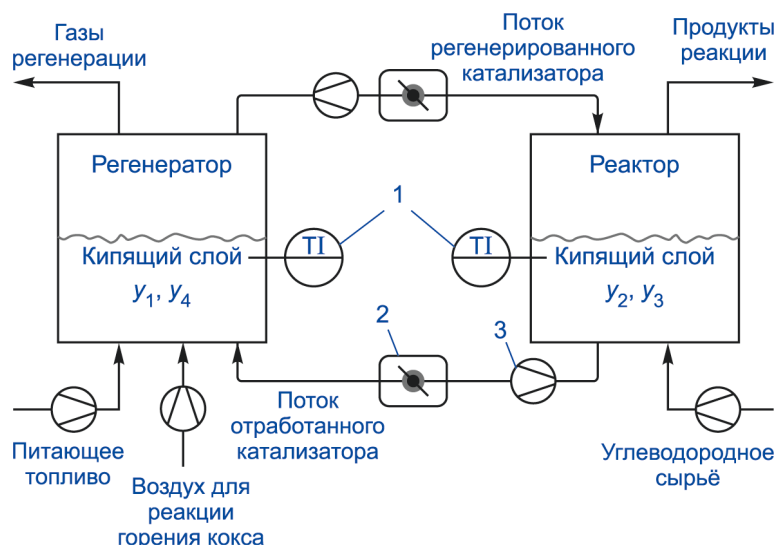


Рис. 1. Функциональная схема реакционно-регенерационной системы: 1 – уровнемеры кипящего слоя; 2 – регулирующий клапан; 3 – расходомер

Fig. 1. Functional diagram of the reaction-regeneration system: 1 – fluidized bed level gauges; 2 – control valve; 3 – flow meter

и углеводородов, адсорбированных в поры катализатора; v_1, v_2 – постоянные величины, учитывающие теплопередачу в окружающую среду, а также приток теплоты извне.

Таким образом, на материальный и тепловой баланс в системе влияют множество автоматически контролируемых параметров. Задачей построенной модели является расчётное (косвенное) установление истинных значений указанных переменных состояния. При этом необходимо учитывать, что решение уравнения динамического баланса потоков теплоты в произвольное время может быть не единственным.

Приведём номинальные значения параметров модели (1): $k_{01}=5083 \text{ ч}^{-1}$; $k_{02}=170 \text{ ч}^{-1}$; $c_K=1,68 \text{ кДж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$; $c_{c.p}=2,22 \text{ кДж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$; $c_B=1,005 \text{ кДж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$; $q_1=29400 \text{ кДж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$; $q_2=350 \text{ кДж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$; $q_3=q_4=45000 \text{ кДж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$; $\varphi_K=560 \text{ Т} \cdot \text{ч}^{-1}$; $\varphi_{c.p}=80 \text{ Т} \cdot \text{ч}^{-1}$; $\varphi_B=860 \text{ Т} \cdot \text{ч}^{-1}$; $n=7$.

Учёт множественности решений модельных уравнений в задаче косвенного оценивания переменных состояния. Представим систему (1) в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{y}}_{12} = \mathbf{f}_{12}(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}, \mathbf{r}); \\ \dot{\mathbf{y}}_{34} = \mathbf{f}_{34}(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}, \mathbf{r}); \\ \left(\begin{array}{c} \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{y}_{34} \end{array} \right) \equiv (y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4)^T; \\ \left(\begin{array}{c} \mathbf{f}_{12} \\ \mathbf{f}_{34} \end{array} \right) \equiv (f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4)^T, \end{array} \right. \quad (2)$$

где вектор состояния $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ разделён на вектор косвенно определяющихся переменных закоксованности катализатора на выходах аппаратов (поверхностный и глубинный кокс) $\mathbf{y}_{12} = (y_1, y_2)$ и вектор измеряющихся переменных состояния (температуры в аппаратах) $\mathbf{y}_{34} = (y_3, y_4)$; $\mathbf{r}$ – вектор режимных переменных.

Предполагается, что симуляция будет проводиться в режиме жёсткой привязки датчиков сигналов к входным устройствам имитирующей системы (модели), эволюционирующей в реальном времени синхронно с управляемым объектом. Состояние оценивается в заданный момент времени, поэтому в системе (2) пропущены скобки, включающие аргумент t .

Функционально система оценивания двух неконтролируемых переменных состояния представляет собой среду имитации, эволюционирующей параллельно с технологическим комплексом и учитывающей все реалии внешних воздействий. При этом в непрерывном потоке осуществляется ввод сигналов измерения режимных параметров $\mathbf{y}_{34}(t_n)$; $u(t_n)$; $r(t_n)$; $t_n = t_0 + nh$; $n=1, 2, \dots$, с выдачей данных о текущих оценках переменных состояния $\mathbf{y}_{12}(t_n)$.

Введём функцию невязки относительно истинного и расчётного значений переменных состояния $\mathbf{y}_{12}(t)$. Зафиксируем в модели измеренные значения переменных состояния, вводя соответствующий вектор-функцию $\mathbf{y}_{34}^*(t)$. Вектор скорости изменения переменных состояния $\dot{\mathbf{y}}_{34}^*(t)$ можно сформировать путём аппроксимации последовательности дискретных измерений, равноотстоящих во времени.

В общем случае для четырёх степеней свободы запишем минимизируемую функцию невязки (функцию индикации):

$$I(\dot{\mathbf{y}}_{12}, \mathbf{y}_{12}) = \sum_{i=1}^2 b_i [\dot{y}_i - f_i(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}^*, r^*)]^2 + \sum_{i=3}^4 b_i [\dot{y}_i^* - f_i(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}^*, r^*)]^2, \quad (3)$$

где $(\dot{y}_1, \dot{y}_2) = \dot{\mathbf{y}}_{12}$ – производная по времени искомого вектора $\mathbf{y}_{12}$; $\mathbf{y}_{34}^*, \dot{\mathbf{y}}_{34}^*$ – векторы измеряющихся переменных состояния; $r^* = (u^*, p^*)^T$ – измеряемые значения режимных параметров; $b_i, i=1, 4$ – весовые коэффициенты.

Вначале рассмотрим данную задачу оценивания в предположении линейности наблюдаемой системы. В этом случае можно констатировать, что достижение минимума функции (3) по переменным $\mathbf{y}_{12}, \dot{\mathbf{y}}_{12}$ является достаточно строгим основанием для принятия полученного решения в качестве искомого. Такое утверждение опирается, с одной стороны, на теорему о единственности траектории, проходящей через заданную точку $\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}^*$, и на допущение о линейности модельной динамической системы – с другой стороны. Каждому касательному вектору из поля скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{y}) \in V$ в линейной системе может соответствовать лишь одна координата состояния $\mathbf{y}$. Рассмотрим простой пример системы с двумя степенями свободы. Исключим время t и запишем систему

$$\frac{dy_2}{dy_1} = \frac{f_2(y_1, y_2)}{f_1(y_1, y_2)}.$$

Этот пример наглядно поясняет полную определённости решения линейной системы в координатном пространстве (пространстве состояний), поскольку любой точке этого пространства соответствует определённый касательный к траектории вектор. В фиксированном времени $t = \tau$ проекциями касательного вектора оказываются векторы скоростей $\mathbf{v}(\tau) = [f_1(\mathbf{y}(\tau)), \dots, f_4(\mathbf{y}(\tau))]$. Отображение пространства состояний автономных дифференциальных уравнений в пространство векторов скоростей однозначно не определено только в особых точках $\mathbf{v}(\mathbf{y}) = 0$ – точках равновесия [15]. Это даёт основание переписать формулу (3) с изъятием аргументов $\dot{\mathbf{y}}_{12}$ из списка варьируемых и оставив в качестве варьируемых только искомым вектор фазовых переменных $\mathbf{y}_{12}$. Следовательно, формулу поиска искомого приближения для линейной системы можно записать в виде

$$\mathbf{y}_{12}(\mathbf{y}_{34}^*, \dot{\mathbf{y}}_{34}^*) = \arg \min_{\mathbf{y}_{12} \in G_{12}} \left\{ \sum_{i=3}^4 b_i [\dot{y}_i^* - f_i(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}^*, r^*)]^2 \right\}, \quad (4)$$

где G_{12} – допустимая область варьируемого вектора.

Однако для рассматриваемых нелинейных систем, характеризующихся множеством стационарных состояний, утверждение об однозначности указанного выше отображения несправедливо по меньшей мере потому, что в этом случае нулевому вектору скоростей будет соответствовать некоторое множество особых точек координатного пространства. Но неоднозначность соответствия допускает любой касательный

вектор, а не только нулевой вектор скоростей, если в заданной области пространства состояний G имеет место множественность стационарных решений системы дифференциальных уравнений. Докажем это утверждение на примере стационарных решений системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$.

Имеем алгебраическую систему $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$ с некоторым множеством решений $\mathbf{x}_k \in G$. В нестационарных (переходных) состояниях в произвольное время справедливо уже уравнение с ненулевой правой частью $\mathbf{F}[\mathbf{x}(t)] = \mathbf{b}(t)$. Зафиксируем время $t = \tau$ и получим алгебраическую систему $\mathbf{F}[\mathbf{x}(\tau)] - \mathbf{b}(\tau) = 0$, число решений которой определено как функцией $\mathbf{F}$ и областью допустимых состояний G , так и вектором $\mathbf{b}(\tau)$. Однако множественность стационарных состояний, имеющая место в области G , уже предвещает множественность и нестационарных состояний.

На рис. 2 показаны проекции семейств фазовых траекторий модели (1) на трёхмерное пространство переменных (y_1, y_2, y_3) . Область, в которую спроецированы семейства фазовых траекторий, соответствует нормативам номинальных режимов промышленной установки дегидрирования изобутана [14]. Сокращение размерности четырёхмерной модели PPC, т. е. системы (1) до геометрически представимой модели третьего порядка стало возможным в силу условия $y_4(t) = y_4^* = \text{const}$, соблюдаемого при построении фазового портрета системы (1). Проецирование множеств траекторий в трёхмерное фазовое пространство в данном случае условно и служит только для удобства геометрических представлений. В фазовом портрете отмечены особые точки O_1, O_2, O_3 – состояния равновесия. Области влияния аттракторов O_1, O_3 (см. рис. 2) имеют вид центров слияния траекторий. Факт сосуществования трёх неподвижных точек (двух аттракторов O_1, O_3 и репеллера O_2 на магистрали стекания потоков траекторий) [16, 17] даёт геометрическое представление о множественности не только стационарных, но и нестационарных состояний. Так, на рис. 2 отмечены два одинаковых вектора скорости движения, касающиеся разных траекторий при разных координатах состояния.

Векторы $\mathbf{v}(\mathbf{y}^*)$, $\mathbf{v}(\mathbf{y}^{**})$, касательные к траекториям в разных точках координатного пространства (с компонентами, определяемыми в (1) векторами скоростей $\mathbf{f}(y_1, \dots, y_4)$), показаны пунктирными линиями. В отличие от линейных систем, для которых любой касательный вектор связан с вектором координат однозначно [16, 17], здесь это положение не сохраняет силу. Отражение данного факта на функции невязки (4) проявит себя в том, что в ней будут присутствовать мало отличающиеся по глубине три числа локальных минимума.

На рис. 3 показана поверхность функции отклика (3) в двухмерной области $G^H = (y_1^{\max} \leq y_1 \leq y_1^{\min}) \times (y_2^{\max} \leq y_2 \leq y_2^{\min})$ при фиксированных остальных векторах состояния $\mathbf{y}_{34}, \dot{\mathbf{y}}_{34}^*, \ddot{\mathbf{y}}_{34}^*$. Два минимума являются прямым признаком неединственности решения, что вынуждает прибегнуть к использованию вторых производных в качестве дополнительных переменных, вводимых в минимизируемую функцию (4). Для этого выписывается ряд Тейлора в окрестности некоторой точки $\mathbf{y}$ пространства состояний.

Продифференцируем систему дифференциальных уравнений по времени:

$$\begin{aligned} (\mathbf{y}'_t)'_t &= [\mathbf{f}(\mathbf{y})]'_t = \mathbf{f}'_y(\mathbf{y})\mathbf{y}'_t = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y_2} & \frac{\partial f_1}{\partial y_3} & \frac{\partial f_1}{\partial y_4} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_4}{\partial y_1} & \frac{\partial f_4}{\partial y_2} & \frac{\partial f_4}{\partial y_3} & \frac{\partial f_4}{\partial y_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dy_1}{dt} \\ \dots \\ \frac{dy_4}{dt} \end{pmatrix} = J(t)\mathbf{f}[\mathbf{y}(t)]. \end{aligned}$$

Введём в формулу (3) рассогласования по вторым производным и получим функцию индикации:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}, \dot{\mathbf{y}}_{34}^*, \ddot{\mathbf{y}}_{34}^*) &= \sum_{i=3}^4 b_{1i} [\dot{y}_i^*(t) - f_i(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}^*, r^*)]^2 + \\ &+ \sum_{i=3}^4 b_{2i} \{ \ddot{y}_i^*(t) - J_i[\mathbf{y}(t)]\mathbf{f}[\mathbf{y}(t)] \}^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где $J_i[\mathbf{y}(t)]$, $i=3, 4$ – соответствующие строки матрицы Якоби в момент времени t для системы (1); $\ddot{y}_i^*(t)$, $i=3, 4$ – компоненты вторых производных от переменных состояния системы (1), вычисленных по измерительным сигналам в моменты времени $t, t+h_t, t+2h_t$.

Запишем формулу минимизации рассогласования неизмеряемой составляющей $\mathbf{y}_{12}$ вектора состояния с его измеряемой составляющей $\mathbf{y}_{34}$ и двумя производными по времени $\dot{\mathbf{y}}_{34}^*, \ddot{\mathbf{y}}_{34}^*$:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{12}(\mathbf{y}_{34}, \dot{\mathbf{y}}_{34}^*, \ddot{\mathbf{y}}_{34}^*) &= \\ &= \arg \min_{\mathbf{y}_{12} \in G_{12}} \left[\sum_{i=3}^4 b_{1i} [\dot{y}_i^*(t) - f_i(\mathbf{y}_{12}, \mathbf{y}_{34}^*, r^*)]^2 + \right. \\ &\left. + \sum_{i=3}^4 b_{2i} \{ \ddot{y}_i^*(t) - J_i[\mathbf{y}(t)]\mathbf{f}[\mathbf{y}(t)] \}^2 \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Оценивание чувствительности и точности метода с использованием поисковых процедур нелинейного программирования. Особенность оценивания метрологических параметров рассматриваемой системы обусловлена необходимостью применения вычислительных процедур минимизации функции (6). Хотя и принятая идеализация о полной детерминированности и адекватности использующейся модели значительно упрощает анализ метрологических характеристик системы, однако на порядок вычисления чувствительности и точности алгоритма решения влияют вычислительно-поисковые процедуры нелинейного программирования.

Чувствительность. Необходимо получить аналитические выражения, устанавливающие зависимость данной характеристики от математической структуры и параметров модели. Так называемая пороговая чувствительность в данном случае теряет какой-либо смысл, поскольку в модели все связи между переменными заданы аналитическими функциями.

Исходя из принятой классификации методов измерения [18] предлагаемый алгоритм оценивания следует отнести к нулевому

методу (null method of measurement), который является одним из вариантов метода сравнения с мерой. В основе предлагаемого алгоритма лежит сравнение векторов текущего состояния с векторами-решениями балансовых уравнений и доведение результирующего эффекта сравнения до близости к нулю. С этой позиции функцию индикации $I(y_{12}, y_{34}, \dot{y}_{34}^*, \ddot{y}_{34}^*)$ (меру расстройки функционала сходимости) в геометрическом

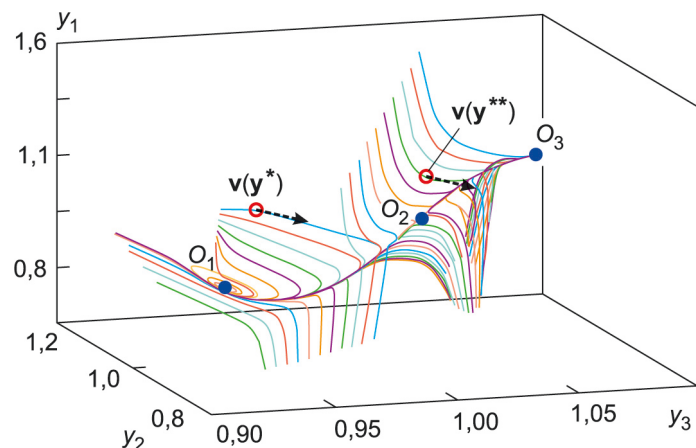


Рис. 2. Проекция семейств фазовых траекторий на трёхмерное пространство состояний модели «реактор – регенератор» при допущении идеальной стабильности одной координаты системы $y_4(t) = \text{const}$

Fig. 2. Projection of families of phase trajectories onto the three-dimensional space of states of the “reactor – regenerator” model under the assumption of ideal stability of one coordinate of the system $y_4(t) = \text{const}$

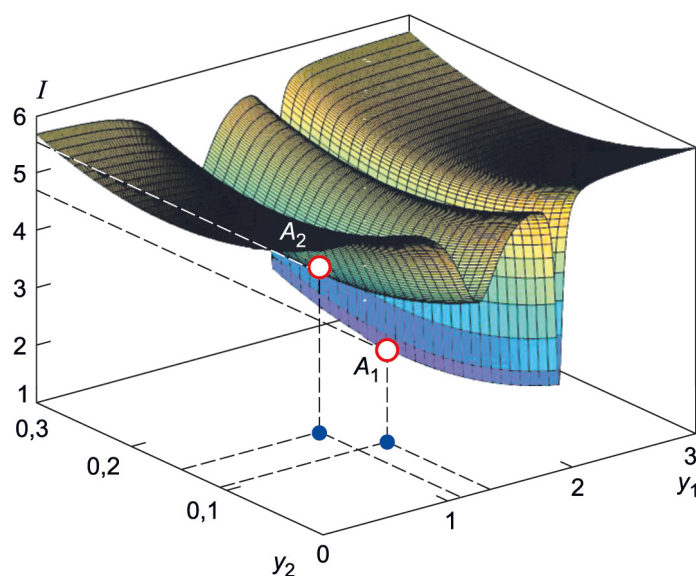


Рис. 3. Графическое представление расположения двух точек минимума A_1, A_2 на поверхности функции (3) вследствие неединственности решений системы (1)

Fig. 3. Graphical representation of the location of two minimum points A_1, A_2 on the surface of function (3) due to the non-uniqueness of solutions to system (1)

представлении можно выразить как параметр глубины минимумов выражения (5) (см. рис. 3). Глубину минимума $\tilde{H}_{\min}$, как и другие свойства этой функции, практически невозможно оценить в широкой области варьирования переменных y_1, y_2 . Косвенное оценивание глубины минимума можно выполнить с использованием понятия «характеристической близости» к точному минимуму.

Запишем формулу для чувствительности, опираясь на функцию минимизации меры рассогласования «модель – среда измерения» (5):

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{\partial I(\cdot)}{\partial y_1}; \\ s_2 &= \frac{\partial I(\cdot)}{\partial y_2}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $I(\cdot)$ определена функциями (5) или (6).

Так как оценивание выполняется на основе фактически всех измерительных сигналов, задействованных в уравнении (5), то дифференциалы (7) должны вычисляться с учётом текущих значений всех фазовых переменных $y(t^*)$, $\dot{y}(t^*)$, $\ddot{y}(t^*)$ и переменных режима $r(t^*)$, описанных ранее в настоящей статье. Векторы скорости и ускорения вычисляются методом аппроксимации данных конечного числа последовательных измерений t_n , $n = 1, 2, 3$. Введём обозначения:

$$s_1 = \frac{\partial}{\partial y_1} I(y, \dot{y}_{34}, \ddot{y}_{34}, r) = \psi_1(\cdot);$$

$$s_2 = \frac{\partial}{\partial y_2} I(y, \dot{y}_{34}, \ddot{y}_{34}, r) = \psi_2(\cdot),$$

где $\psi_1(\cdot)$, $\psi_2(\cdot)$ – функции чувствительности для соответствующих оценок $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2$.

Геометрический смысл функций $\psi_1(\cdot)$, $\psi_2(\cdot)$ можно описать качественно. На рис. 4 представлена двумерная поверхность отклика функции (5) $I(y_1, y_2)$. Варьируемыми переменными являются искомые приближения, обеспечивающие минимум меры рассогласования. В окрестности точки минимума выделена некоторая область $G \subset R^2$, в частности, круг радиусом ε . Кривая, выделяющая область G , отражает меру характеристической близости достигнутой точки к точному минимуму. Двумерная гауссова форма имеет вид

$$I(y_1, y_2) = I_0 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y_1 - a_0)^2 - (y_2 - b_0)^2}{2\sigma_1^2}\right].$$

Для простоты параметры размаха кривой гаусса приняты одинаковыми: $\sigma_1 = \sigma_2$. В этом случае область G является кругом радиусом ε^σ , связанным с характеристическим параметром. Производная

$$\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} = \lim_{\Delta \varepsilon \rightarrow 0} \frac{I(\cdot, \varepsilon + \Delta \varepsilon) - I(\cdot, \varepsilon)}{\Delta \varepsilon} = \psi(\cdot)$$

представляет собой антиградиент функции (5), вычисленный на граничных точках области G . Поэтому чем больше модуль

антиградиента, тем глубже минимум и больше чувствительность данной системы оценивания. Однако функцию $I(y_1, y_2)$, так же как и глубину её точки минимума, определяет ряд параметров модели, влияние которых на чувствительность невелико, тем более, что диапазоны изменения этих параметров, как правило, ограничиваются технологическим регламентом. В данном случае с учётом состояния системы (1) при номинальном векторе режимных переменных получены значения $\psi_1^H = 0,64$; $\psi_2^H = 0,47$.

Точность. Вопрос точности косвенных оценок или уровень погрешности результатов также неотъемлемо связан с решением в системе расчётно-поисковой задачи минимизации. Классический подход к оцениванию погрешностей при косвенном измерении основан на кумулятивном характере их передачи на общий результат измерения [18–20]. Коэффициенты передачи пропорциональны частным производным, взятым по результатам каждого прямого измерения. Абсолютную погрешность общего результата косвенного измерения, обусловленную погрешностью прямого измерения i -й режимной переменной r_i , определим по формуле

$$\Delta_{yi} = \pm \Delta_{ri} \frac{\partial I}{\partial r_i}, \quad i = \overline{1, K},$$

где Δ_{ri} – абсолютная погрешность результата прямого измерения переменных r_i .

Получение частных производных в фиксированных моментах времени, как и производных функции (5) по аргументам y_1, y_2 , неудобно в связи с громоздкостью указанного выражения, но вполне реализуемо с привлечением численных алгоритмов. Предпочтительнее использовать процедуру вычисления частных производных от неявно заданной функции многих переменных [21]:

$$(y_i)'_{r_j} = - \frac{\partial y_i}{\partial r_j} = - \frac{I'_{y_i}(\mathbf{y}^*, \mathbf{r}^*)}{I'_{r_j}(\mathbf{y}^*, \mathbf{r}^*)}; \quad i = \overline{1, 2}; \quad j = \overline{1, K};$$

$$I'_{y_i}(\mathbf{y}^*, \mathbf{r}^*) = \left. \frac{\partial I(\mathbf{y}, \mathbf{r})}{\partial y_i} \right|_{\mathbf{y}^*, \mathbf{r}^*};$$

$$I'_{r_j}(\mathbf{y}^*, \mathbf{r}^*) = \left. \frac{\partial I(\mathbf{y}, \mathbf{r})}{\partial r_j} \right|_{\mathbf{y}^*, \mathbf{r}^*},$$

где звездочки означают векторы, существующие в заданный момент времени.

Кумулятивная абсолютная погрешность косвенного измерения без учёта погрешности расчётов по приближению минимума функции (5) и погрешности конечно-разностной аппроксимации компонент векторов производных $\dot{\mathbf{y}}_{34}, \ddot{\mathbf{y}}_{34}$ может быть выражена в виде [20, 22]:

$$\Delta_y = \pm \left[\sum_{i=3}^4 \left(\frac{\partial I}{\partial y_i^*} \right)^2 \Delta_{y_i^*}^2 + \sum_{i=3}^4 \left(\frac{\partial I}{\partial \dot{y}_i^*} \right)^2 \Delta_{\dot{y}_i^*}^2 + \sum_{i=3}^4 \left(\frac{\partial I}{\partial \ddot{y}_i^*} \right)^2 \Delta_{\ddot{y}_i^*}^2 + \sum_{j=1}^K \left(\frac{\partial I}{\partial r_j^*} \right)^2 \Delta_{r_j^*}^2 \right]^{1/2}.$$

Учёт погрешности приближения к точному минимуму согласно теории итеративных алгоритмов нелинейного программирования основан на учёте точности (погрешности) по аргументу $\delta_{\text{арг}}$ и по функционалу. Погрешность $\delta_{\text{арг}}$ должна соответствовать классу точности измерительных приборов, а именно – систем измерения температуры.

При задании точности по значению функции рассогласования, что характерно для большинства алгоритмов нелинейного программирования, радиус ε отклонения от центра в этом случае можно оценить линейным приближением. Воспользуемся модулем вектора градиента в завершающей точке релаксационного процесса приближения к минимуму и его направлением, проецированным на плоскость (y_1, y_2) , которое определено углом α :

$$\|\text{grad} I\| \cos \alpha \approx \varepsilon = \delta_f,$$

где δ_f – погрешность, вызванная неточностью результата решения задачи НП по функции рассогласования.

Погрешности $\delta_{\dot{y}_i}, \delta_{\ddot{y}_i}$ обусловлены неточностью аппроксимации производных $\dot{\mathbf{y}}_{34}, \ddot{\mathbf{y}}_{34}$ и никак не коррелированы с погрешностями результатов решения задачи НП. Этот источник погрешности, относящийся также к сфере процессов вычислений, принято связывать с погрешностью алгоритмов интерполирования. В теории интерполяции с равномерным шагом дискретности минимизация этого шага сопровождается уменьшением погрешности только до того момента, когда среднее приращение функции становится соизмеримым с погрешностью табличного задания интерполируемой функции [23], т. е. соизмеримым с погрешностью измерения. Таким образом, результирующая погрешность примет вид

$$\delta = \pm \sqrt{\Delta_y^2 + \delta_f^2 + \delta_{\dot{y}_i}^2 + \delta_{\ddot{y}_i}^2}.$$

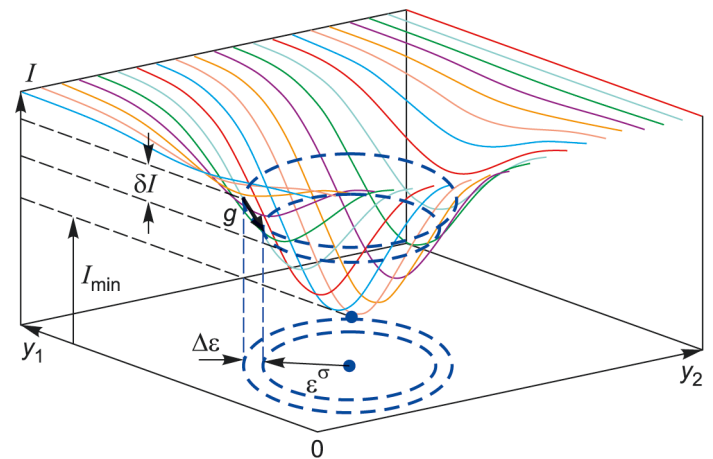


Рис. 4. Мера характеристической близости к точному минимуму и геометрическое представление чувствительности метода косвенного оценивания

Fig. 4. A measure of proximity to an exact minimum and a geometric representation of the sensitivity of the proposed indirect estimation method

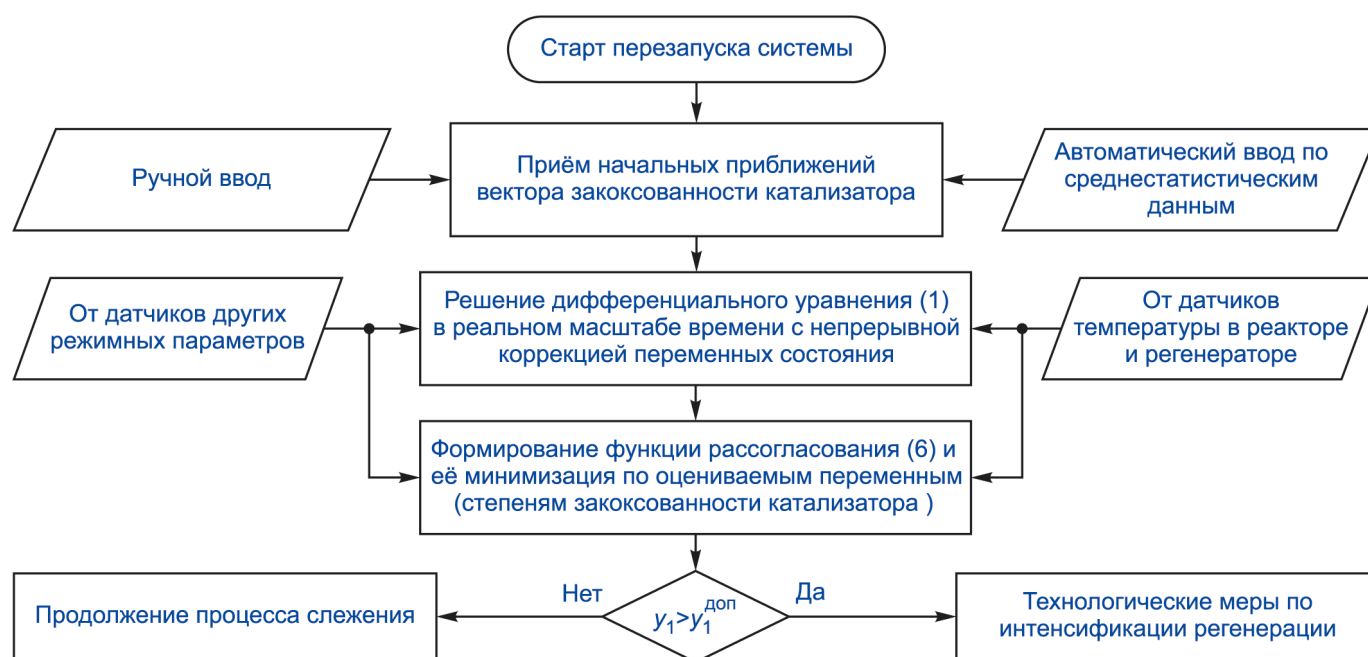


Рис. 5. Функционально-алгоритмическая структура системы мониторинга степени закоксованности катализатора на основе компьютерной симуляции в динамике со сравнением семейств траекторий свободных движений в пространстве состояний; $y_1^{\text{доп}}$ – допустимое значение закоксованности катализатора

Fig. 5. Functional-algorithmic structure of the system for monitoring the degree of coking of a catalyst based on computer simulation in dynamics with a comparison of the trajectories of families of free motions in the state space; $y_1^{\text{доп}}$ – permissible value of the coking of the catalyst

Мониторинг содержания глубинного кокса после регенерации катализатора. Состояние катализатора с точки зрения степени закупоренности микроканалов пористой структуры в промышленных условиях можно оценить только по лабораторным анализам. Глубинный кокс, блокирующий активные центры каталитической системы, имеет значительное влияние на результаты химических процессов в PPC и существенно влияет на формирование составов углекислоты и монооксида углерода в дымовых газах регенерации. Система достаточно сильно чувствительна к уровню глубинного кокса по каналу коксуетости катализатора, что ярко проявляется в модели коксового баланса (1). В этой связи эффективной является система мониторинга степени восстановленности катализатора в динамике течения процессов в PPC, основанная на предлагаемой методике косвенного измерения содержания кокса в выходных потоках аппаратов PPC.

В разработанной самонастраивающейся системе отслеживания степени глубинной закоксованности катализатора после регенерации, состоящей из блоков имитации траекторий тепловых движений PPC и формирования функции рассогласования в траекториях, необходимо задавать начальные состояния катализатора (рис. 5). Предусмотрены автоматический и ручной режимы задания начальных данных для запуска системы имитации. Автоматический режим может функционировать в рамках процедур статистической обработки данных измерительной информации по алгоритмам выделения статических взаимосвязей между переменными. Точный контроль технологического режима обеспечивается по абсолютному

минимуму оценок остаточной закоксованности катализатора после регенерации и закоксованности в выходном потоке из зоны реакции. Автоматизация контроля термического состояния касается как оценивания состояния катализатора и выбора оптимального технологического режима, так и выполнения экстренных мер, когда закоксованность катализатора может превышать допустимое значение $y_1^{\text{доп}}$.

Заключение. Объектами проведения технологических измерений нередко являются динамические процессы с достаточно высокой степенью детерминизма. Типичными примерами можно считать тепловые модели процессов, осуществляемых в PPC химической технологии. Проблему косвенного оценивания не поддающихся к прямому измерению переменных состояния таких объектов составляет в основном нелинейность системы, экстраординарным проявлением которой является неединственность состояний при одних и тех же входных (режимных) параметрах. Если линейные системы в их фазовых пространствах определены однозначно, то для нелинейных систем это утверждение не сохраняет силу и возникает необходимость расширения пространства состояний с включением в функцию индикации, фигурирующей в рамках задачи поиска приближений, также производных высших порядков. Предложенная активная симуляция с функцией рассогласования, которая включает вторые производные от переменных состояния, может оказаться одним из способов надёжного решения описанной проблемы. Оценивание чувствительности и точности результатов приобретает в данном случае особое значение, поскольку подобного рода объекты

и процессы сильно отличаются характерами нелинейностей, т. е. топологическими особенностями семейств траекторий свободных движений в пространстве состояний.

Список литературы

1. Elnashaie S. S., El-Hennawi I. M., *Chem. Eng. Sci.*, 1979, vol. 34, no. 9, pp. 1113–1118.
2. Wgialla R. M., Helal A. M., Elnasaie S. S., *Math. and Comput. Model.*, 1991, vol. 15, no. 1, pp. 17–22.
3. Буровой И. А., Мамедов А. А. Построение структуры модели для идентификации одного класса гетерогенных каталитических процессов // Автоматика и телемеханика. 1970. Т. 31. № 7. С. 100–105.
4. Бесков В. С., Нагиев А. Г., Юсифов Р. Ю. Оптимизация ХТС с учетом множественности и устойчивости стационарных состояний // Тезисы докладов Научной конференции «Методы кибернетики химико-технологических процессов». М.: ЦНИИТЭНЕФТЕХИМ, 1984. С. 106–107.
5. Nagiev A. G., *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2000, vol. 34, no. 3, pp. 274–280. <https://doi.org/10.1007/BF02755975>
6. Xilei Wang, Ning Li, Shaoyuan Li, *36th Chinese Control Conference (CCC)*, Dalian, 2017, pp. 4034–4039. <https://doi.org/10.23919/ChiCC.2017.8027989>
7. Крылов В. А., Ходяшев Н. Б., Подвинцев И. Б., Болотова Е. С., Чиркова Н. А. Влияние характера коксовых отложений на показатели работы платино-рениевого катализатора риформинга // Нефтепереработка и нефтехимия. 2013. № 5. С. 14–18.
8. Nagiev A. G., Khalilov S. A., Agaev U. K., Guseinova A. S., *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76 (12), pp. 2233–2240. <https://doi.org/10.1134/S0005117915120127>
9. Mouzinho L. F., Fonseca Neto J. V. et al., Practical aspects for design of indirect measurement in dynamic systems, *Proceeding XVIII IMEKO World Congress, Metrology for a Sustainable Development*, September, 17–22, 2006, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 46–52.
10. Jonas Linder and Martin Enqvist, *International Journal of Control*, 2017, vol. 90, no. 4, pp. 729–745. <https://doi.org/10.1080/00207179.2016.1222557>
11. Liya Huang, Zhong Wu, Kan Wang, *Sensors*, 2018, vol. 18 (6), p. 1873. <https://doi.org/10.3390/s18061873>
12. Gauthier T., Bayle J., Leroy P., FCC: Fluidization Phenomena and Technologies, *Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP*, 2000, vol. 55, no. 2, pp. 187–207.
13. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси. Детерминированное наблюдение и стохастическая фильтрация: Пер. с нем. В. Б. Колмановского. М.: Наука, 1982. 199 с.
14. Nagiev A. G., Nagiev G. A., Gulieva N. A., *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2019, vol. 53 (1), pp. 29–42. <https://doi.org/10.1134/S0040579519010111>
15. Сю Д., Мейер А. У. Современная теория автоматического управления и её применение: Пер. с англ. В. С. Бочкова и др. / Под ред. д-ра техн. наук, проф. Ю. И. Топчиева. М.: Машиностроение, 1972. 544 с.
16. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб.: Питер, 2005. 335 с.

17. Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Рапопорт Л. Б. Математическая теория автоматического управления. М.: URSS, 2019, 500 с.
18. Жуков В. К. Теория погрешностей технических измерений. Томск: Томский политехнический университет, 2007. 180 с.
19. Земельман М. А. Метрологические основы технических измерений. М.: Изд-во стандартов, 1991. 288 с.
20. Панфилов В. А. Электрические измерения. М.: Академия, 2013. 288 с.
21. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа. В 2-х томах. Т. 1. М.: Наука, 1964. 440 с.
22. Миронов Э. Г., Бессонов Н. П. Метрология и технические измерения. М.: Кнорус, 2015, 422 с.
23. Федоренко Р. П. Введение в вычислительную физику. М.: Изд-во МФТИ, 1994, 528 с.

References

1. Elnashaie S. S., El-Hennawi I. M., *Chem. Eng. Sci.*, 1979, vol. 34, no. 9, pp.1113–1118.
2. Wgialla R. M., Helal A. M., Elnasaie S. S., *Math. and Comput. Model.*, 1991, vol. 15, no. 1, pp. 17–22.
3. Burovoi I. A., Mamedov A. A., Constructing Model Structure for Identification of Certain Class of Heterogeneous Catalytic Processes, *Automation and Remote Control*, 1970, vol. 31, no. 7, pp. 100–105. (In Russ.)
4. Beskov V. S., Nagiev A. G., Yusifov R. Yu., Optimizaciya HTS s uchetom mnozhestvennosti i ustojchivosti stacionarnyh sostoyanij, *Abstracts of the National conference reports “Metody kibernetiki himiko-tehnologicheskikh processov”*, Moscow, CNIITENEFTKHM Publ., 1984, pp. 106–107. (In Russ.)
5. Nagiev A. G., *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2000, vol. 34, no. 3, pp. 274–280. <https://doi.org/10.1007/BF02755975>
6. Xilei Wang, Ning Li, Shaoyuan Li, *36th Chinese Control Conference (CCC)*, Dalian, 2017, pp. 4034–4039. <https://doi.org/10.23919/ChiCC.2017.8027989>
7. Krylov V. A., Hodyashev N. B., Podvintsev I. B., Bolotova E. S., Chirkova N. A., Influence of character of coking depositions on indexes of work platinum-perrenic reforming catalyst, *Neftepererabotka i neftekhimiya*, 2013, no. 5, pp. 14–18. (In Russ.)
8. Nagiev A. G., Khalilov S. A., Agaev U. K., Guseinova A. S., *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76 (12), pp. 2233–2240. <https://doi.org/10.1134/S0005117915120127>
9. Mouzinho L. F., Fonseca Neto J. V. et al., Practical aspects for design of indirect measurement in dynamic systems, *Proceeding XVIII IMEKO World Congress, Metrology for a Sustainable Development*, September, 17–22, 2006, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 46–52.
10. Jonas Linder and Martin Enqvist, *International Journal of Control*, 2017, vol. 90, no.4, pp. 729–745. <https://doi.org/10.1080/00207179.2016.1222557>
11. Liya Huang, Zhong Wu, Kan Wang, *Sensors*, 2018, vol. 18 (6), p. 1873. <https://doi.org/10.3390/s18061873>
12. Gauthier T., Bayle J., Leroy P., FCC: Fluidization Phenomena and Technologies, *Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP*, 2000, vol. 55, no. 2, pp. 187–207.

13. Karl Brammer, Gerhard Siffling, *Kalman-Bucy-filter*, Norwood, MA, Artech House, 1989, 391 p.
14. Nagiev A. G., Nagiev G. A., Gulieva N. A., *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2019, vol. 53 (1), pp. 29–42. <https://doi.org/10.1134/S0040579519010111>
15. Jay C. Hsu, Andrew U. Meyer, *Modern control principles and applications*, New York, McGraw-Hill, 1968.
16. Miroshnik I. V., *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Linejnye sistemy*, S. Petersburg, Piter Publ., 2005, 335 p. (In Russ.)
17. Polyak B. T., Khlebnikov M. V., Rapoport L. B., *Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya*, Moscow, URSS Publ., 2019, 500 p. (In Russ.)
18. Zhukov V. K., *Teoriya pogreshnostej tekhnicheskikh izmerenij*, Tomsk, Tomskij politekhnicheskij universitet Publ., 2007, 180 p. (In Russ.)
19. Zemelman M. A., *Metrologicheskie osnovy tekhnicheskikh izmerenij*, Moscow, Izdatelstvo standartov Publ., 1991, 288 p. (In Russ.)
20. Panfilov V. A., *Elektricheskie izmereniya*, Moscow, Akademiya Publ., 2013, 288 p. (In Russ.)
21. Fichtenholz G. M., *Osnovy matematicheskogo analiza*, in 2 volumes, vol. 1, Moscow, Nauka Publ., 1964, 440 p. (In Russ.)
22. Mironov E. G., Bessonov N. P., *Metrologiya i tekhnicheskie izmereniya*, Moscow, Knorus Publ., 2015, 422 p. (In Russ.)
23. Fedorenko R. P., *Vvedenie v vychislitel'nuyu fiziku*, Moscow, Izdatelstvo MFTI Publ., 1994, 528 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 02.10.2020; принята к публикации 26.02.2021.