

Способ измерения добротности миниатюрных открытых диэлектрических резонаторов на сверхвысоких частотах

Владимир Мушегович Геворкян¹✉, Юрий Алексеевич Казанцев², Александр Вадимович Шутов³

^{1, 2, 3} Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия

¹GevorkianVM@mpei.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-6080-5586>

²KazantsevYA@mpei.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3954-1851>

³ShutovAV@mpei.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5706-4609>

Аннотация. Рассмотрены вопросы повышения достоверности измерения высоких (более 5000) добротностей миниатюрных открытых диэлектрических резонаторов. Предложен способ достоверного определения добротности открытого диэлектрического резонатора и представлен алгоритм определения добротности резонатора из материала с тангенсом угла диэлектрических потерь менее 10^{-4} в экранированной области. Алгоритм основан на измерении параметров электромагнитно связанной системы объёмных металлического и открытого диэлектрических резонаторов. Аналитически обоснован предложенный способ определения добротности открытого диэлектрического резонатора в электродинамическом и цепном представлениях. Рассмотрены варианты влияния металлического объёма на эффективную собственную добротность открытого диэлектрического резонатора в зависимости от его электрофизических характеристик. Оценены факторы, влияющие на полученную эффективную собственную добротность открытого диэлектрического резонатора, и показана область ожидаемых погрешностей измерений. Достоинство предложенного способа определения добротности открытого диэлектрического резонатора – высокая точность аналитических соотношений для определения добротности, отсутствие повышенных требований к точности изготовления измерительных секций и качеству внутренних поверхностей металлического резонатора, простота реализации измерения, связанная с применением ординарного оборудования и элементной базы.

Ключевые слова: добротность, связанная система, объёмный резонатор, металлический резонатор, открытый диэлектрический резонатор, математическая среда

Для цитирования: Геворкян В. М., Казанцев Ю. А., Шутов А. В. Способ измерения добротности миниатюрных открытых диэлектрических резонаторов на сверхвысоких частотах // Измерительная техника. 2021. № 6. С. 29–36. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-6-29-36>

Method for measuring the Q-factor of miniature open dielectric resonators at ultrahigh frequencies

Vladimir M. Gevorkyan¹✉, Yury A. Kazantsev², Aleksandr V. Shutov³

^{1, 2, 3} National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia

¹GevorkianVM@mpei.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-6080-5586>

²KazantsevYA@mpei.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3954-1851>

³ShutovAV@mpei.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5706-4609>

Abstract. A simple algorithm for reliably determining the Q-factor of an open dielectric resonator made of a material with a $\tan\delta$ less than 0.0001 in the shielded region is presented, based on measuring the parameters of an electromagnetically coupled system of bulk metal and open dielectric resonators. The analytical substantiation of the considered method for determining the Q-factor of an open dielectric resonator in electrodynamic and electrotechnical representations is carried out. The variants of the influence of the metal volume on the effective Q-factor of an open dielectric resonator depending on its electrophysical characteristics are considered. The factors affecting the effective Q-factor of an open dielectric resonator obtained using this measurement method are evaluated, and the range of expected measurement errors is shown. The advantage of the method for determining the Q-factor of an open dielectric resonator is the high accuracy of the obtained analytical ratios for determining the Q-factor, the absence of increased requirements for the accuracy of the measurement sections and the quality of the internal surfaces of the metal resonator, the simplicity of the measurement process, based on the use of ordinary equipment and element base.

Keywords: Q-factor, coupled system, cavity resonator, metal resonator, dielectric resonator, mathematical environment

Введение. Достижение последних десятилетий – создание новых керамических материалов с уникальными

свойствами: сочетание высокой относительной диэлектрической проницаемости ($\epsilon_r \approx 30...80$), малых потерь (тангенс

угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta \leq 10^{-4}$) и высокой температурной стабильности параметров в широком диапазоне частот, включая СВЧ-компонентов, изготавливаемых из таких керамик – миниатюрные открытые диэлектрические резонаторы (ДР) [3]. Для разработчиков СВЧ-устройств актуальным является достоверное измерение высокой (более 5000) добротности ДР.

Известны различные методы измерения добротности ДР, применяемые для различных диапазонов добротностей таких резонаторов. В волноводных методах измерения добротности ДР в полом металлическом волноводе по частотным зависимостям элементов матрицы рассеяния ДР определяется нагруженная добротность Q_n , по которой затем рассчитывается собственная эффективная добротность $Q_{\text{эфф}} = Q_n(1 + \beta)$, где β – коэффициент связи ДР с волноводом по основному (распространяющемуся) виду волны в волноводе на резонансной частоте ДР [4]. Эффективная добротность определяется не только собственной добротностью ДР $Q_0 \sim 1/\text{tg}\delta$, связанной с потерями в диэлектрике, но и потерями в стенках волновода, а также энергией, запасённой во внешних полях ДР. Внешние поля обусловлены высшими, «нераспространяющимися» волнами, возбуждаемыми вблизи ДР.

Согласно оценкам авторов работ [4, 5] в сантиметровом диапазоне длин волн внешняя добротность сравнима с собственной добротностью и зависит от размеров, положения и ориентации диэлектрического образца ДР в волноводе, а также поверхностного сопротивления материала стенок волновода.

При размещении ДР в волноводе всегда существует так называемое «нерезонансное возмущение» полей волновода, которое приводит к несимметрии резонансной кривой элементов матрицы рассеяния, т. е. её отличию от классической («лоренцевой») резонансной кривой [6]. Нерезонансное возмущение может быть приближённо учтено, но это требует дополнительной аналитической аппроксимации нерезонансного возмущения по экспериментальным кривым [7]. При этом нерезонансное возмущение зависит от размеров, положения, ориентации ДР в волноводе и от параметров материала ДР.

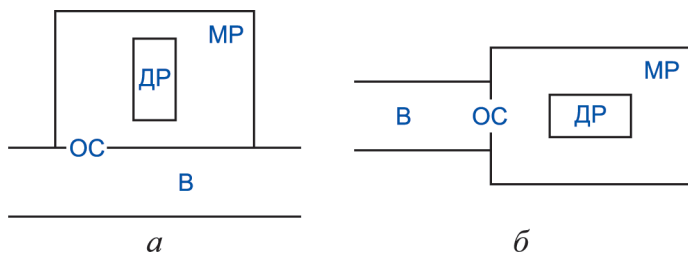


Рис. 1. Схема конструкции связанной системы МР-ДР с проходным (а) и короткозамкнутым (б) волноводами:

В – волновод; МР – объёмный металлический резонатор; ОС – окно связи резонатора; ДР – миниатюрный открытый диэлектрический резонатор

Fig. 1. Schematic design of a coupled MR-DR system with a pass-through waveguide (a) and a short-circuited waveguide (b):

W – waveguide; MR – metal resonator; CW – resonator coupling window; DR – miniature open dielectric resonator

Цель настоящей работы – показать целесообразность использования для измерения высоких добротностей миниатюрных ДР связанной системы, состоящей из полого металлического резонатора (МР) и расположенного в нём ДР.

Свойства системы в приближении теории поля. Рассмотрим связанную систему, в которой с линией передачи (волноводом) связан только МР, как показано на рис. 1, а внутри него на достаточном удалении от стенок расположен ДР. Принципы расчёта таких систем приведены в [8, 9]. При анализе связанной системы будем считать, что являются близкими собственные резонансные частоты ω_{01} , ω_{02} (соответственно одного из видов колебаний МР и одного из видов колебаний ДР) и большими (гораздо более единицы) собственные добротности Q_{01} , Q_{02} этих резонаторов. Также будем считать, что отсутствуют вырождения рассматриваемых видов колебаний обоих резонаторов и малое возмущение собственных полей МР за счёт ДР (при отсутствии связи этих резонаторов). Это достигается, например, специальным размещением ДР в узле электрического поля рассматриваемого вида колебаний МР.

Возбуждение полей МР $\mathbf{E}_1$ токами поляризации ДР $\mathbf{J}_n$ вблизи резонансной частоты МР ω_{01} определяется выражением [10]:

$$\mathbf{E}_1 = - \left[\frac{Q_{01}(\omega/\omega_{01})}{N_{01}(1+j\xi_1)} \int_V \mathbf{J}_n(\mathbf{E}_1^{(o)})^* dV \right] \mathbf{E}_1^{(o)}, \quad (1)$$

где $\xi_1 = Q_{01}[(\omega^2 - \omega_{01}^2)/\omega_{01}^2]$ – обобщённая расстройка резонансной частоты МР; $\mathbf{E}_1^{(o)}$, N_{01} – соответственно структура и норма электромагнитного поля рассматриваемого вида колебаний МР; нижнее подчёркивание символов здесь и далее означает комплексное представление величин.

Возбуждение токов поляризации ДР $\mathbf{J}_n = j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mathbf{E}_2$ полями МР ($\mathbf{E}_1$) вблизи резонансной частоты ДР (ω_{02}) определяется соотношением [6]:

$$\mathbf{J}_n = \left[\frac{Q_{01}(\omega/\omega_{02})}{N_{02}(1+j\xi_2)} \int_V (\mathbf{J}_n^{(o)})^* \mathbf{E}_1 dV \right] \mathbf{J}_n^{(o)}, \quad (2)$$

где $\xi_2 = Q_{02}[(\omega^2 - \omega_{02}^2)/\omega_{02}^2]$ – обобщённая расстройка частоты ДР; $\mathbf{J}_n^{(o)} = j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\mathbf{E}_2^{(o)}$, N_{02} – соответственно структура тока поляризации ДР, определяемая структурой собственного электрического поля $\mathbf{E}_2^{(o)}$ колебаний ДР рассматриваемого вида, и его норма; ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость изотропного материала ДР.

Частота связи системы МР-ДР определяется из условия равенства нулю детерминанта системы уравнений (1), (2):

$$-(1+j\xi_1)(1+j\xi_2) = k_{\text{CB}}^2 Q_{01} Q_{02} \omega^2 / (\omega_{01} \omega_{02}); \quad (3)$$

$$k_{\text{CB}} = \frac{1}{\sqrt{N_{01} N_{02}}} \left| \int_V (\mathbf{J}_n^{(o)})^* \mathbf{E}_1^{(o)} dV \right|, \quad (4)$$

где k_{CB} – коэффициент связи МР и ДР.

С учётом соотношения для ξ_1, ξ_2 из (3) получим уравнение для определения частот связи ω_1, ω_2 системы МР-ДР:

$$\frac{1}{Q_{01}Q_{02}} - \frac{(\omega^2 - \omega_{01}^2)(\omega^2 - \omega_{02}^2)}{(\omega_{01}\omega_{02})^2} + j\left(\frac{\omega^2 - \omega_{01}^2}{Q_{02}\omega_{01}^2} + \frac{\omega^2 - \omega_{02}^2}{Q_{01}\omega_{02}^2}\right) + \frac{\omega^2}{\omega_{01}\omega_{02}}k_{CB}^2 = 0. \quad (5)$$

Рассмотрим решение уравнения (5) для случая комплексных частот $\underline{\omega}_{1,2} = \omega'_{1,2} + j\omega''_{1,2}$ при условии $Q_{01}, Q_{02} \gg 1$ и равенстве резонансных частот МР и ДР $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$.

Введём коэффициент затухания $d = Q_{01}^{-1} + Q_{02}^{-1} \ll 1$ и запишем уравнение (5) в виде

$$(\underline{\omega}/\omega_0)^4 - (2 + k_{CB}^2 + jd)(\underline{\omega}/\omega_0)^2 + (1 + jd) = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) получим

$$\begin{aligned} (\underline{\omega}/\omega_0)^2 &= 1 + k_{CB}^2/2 + jd/2 \mp \\ &\mp k_{CB}\sqrt{1 + k_{CB}^2/4 - [d/(2k_{CB})]^2 + jd/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

При условиях $k_{CB} \ll 1$; $d/(2k_{CB}) \ll 1$ из (7) получим

$$\underline{\omega}_{1,2} = \omega_0\sqrt{1 \mp k_{CB}[1 + (jd/4)(1 \pm k_{CB}/2)]} \quad (8)$$

или

$$\begin{cases} \omega'_{1,2} = \omega_0\sqrt{1 \mp k_{CB}} \approx \omega_0(1 \mp k_{CB}/2); \\ \omega''_{1,2} = (\omega_0 d/4)\sqrt{1 \mp k_{CB}}(1 \pm k_{CB}/2). \end{cases} \quad (9)$$

Коэффициент связи k_{CB} , определяемый формулой (4), используется при анализе связанных резонансных контуров [11]. Расчёт k_{CB} для ДР из керамики с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r \approx 40 \dots 80$ при возбуждаемых колебаниях $H_{11\delta}$ (прямоугольный ДР), $H_{10\delta}$ (цилиндрический ДР) [12], H_{102} и H_{104} (прямоугольный МР) показал, что достижимы значения $k_{CB} \approx 0,1$.

Из системы (9) следует равенство

$$k_{CB} = [(\omega'_2)^2 - (\omega'_1)^2] / (2\omega_0^2). \quad (10)$$

При условии $\omega_0 - \omega'_1 = \omega'_2 - \omega_0$, т. е. при $(\omega'_2 + \omega'_1)/2 = \omega_0$ получим

$$k_{CB} = \frac{\omega'_2 + \omega'_1}{2} \frac{\omega'_2 - \omega'_1}{\omega_0^2} \approx \frac{\omega'_2 - \omega'_1}{\omega_0}. \quad (11)$$

Формально, по формуле (9) можно согласно, например [10], определить добротность связанной системы на частотах связи:

$$Q_{1,2} = \frac{\omega'_{1,2}}{2\omega''_{1,2}} = \frac{2}{d(1 \pm k_{CB}/2)} = \frac{Q_{эфф}}{(1 \pm k_{CB}/2)}, \quad (12)$$

где $Q_{эфф} = 2Q_{01}Q_{02}/(Q_{01} + Q_{02})$ – эффективная добротность.

Однако, чтобы использовать формулу (12), необходимо доказать, что форма резонансной кривой связанной системы на частотах связи соответствует классической форме резонансной кривой одиночного резонатора с резонансной частотой ω_p и добротностью Q_p . Эта кривая с учётом (1), (2) при нормировке к единице имеет вид

$$\underline{H}(j\omega) = \{1 + jQ_p[(\omega^2 - \omega_p^2)/\omega_p^2]\}^{-1}$$

или

$$H(\omega) = \{1 + Q_p^2[(\omega^2 - \omega_p^2)/\omega_p^2]^2\}^{-1/2}.$$

При $H(\omega) = 1/\sqrt{2}$ получим

$$\omega_{1p} = \omega_p\sqrt{1 - Q_p^{-1}}; \quad \omega_{2p} = \omega_p\sqrt{1 + Q_p^{-1}}$$

или

$$Q_p = 2\omega_p^2 / (\omega_{1p}^2 - \omega_{2p}^2). \quad (13)$$

При симметричной резонансной кривой, т. е. при $\omega_p - \omega_{1p} = \omega_{2p} - \omega_p$ получим равенство

$$Q_p = \omega_p / (\omega_{2p} - \omega_{1p}) = \omega_p / (2\Delta\omega),$$

которое выполняется при $Q_p \gg 1$. Параметр $2\Delta\omega$ называют полосой пропускания или шириной резонансной характеристики резонансного контура по уровню «половинной мощности».

Рассмотрим смысл условия $d/2k_{CB} \ll 1$, использованного при выводе соотношения для комплексных частот связи (8). Для этого оценим величину, называемую фактором связи:

$$\frac{2k_{CB}}{d} = \frac{2Q_{01}Q_{02}}{Q_{01} + Q_{02}}k_{CB} = Q_3k_{CB} = k_\Phi \gg 1. \quad (14)$$

Здесь $k_\Phi = 1$ определяют как параметр «критической связи», а при $k_\Phi > 1$ связь называют «бóльшей критической», при которой форма резонансной кривой системы связанных контуров становится «двугорбой» (с выраженными частотами связи). При $k_\Phi \gg 1$ связь можно назвать сильной и это фактически означает, что ширина резонансной кривой $2\Delta\omega_{CB}$ на частоте связи много меньше, чем разность частот связи, а именно, $2\Delta\omega_{CB} = \omega_0/Q_3 \ll \omega_1 - \omega_2 \approx \omega_0k_{CB}$.

Свойства системы в схемном представлении. Далее целесообразно вместо МР и ДР использовать эквивалентные R-, L-, C-схемы замещения, что распространено при анализе СВЧ-устройств [13, 14]. Связи RLC-контуров опишем с помощью индуктивной связи. Это обусловлено тем, что ДР, возбуждаемые на низшем $H_{11\delta}$ ($H_{10\delta}$) колебании, максимально связаны с электродинамическими системами в пучности магнитного поля [12], так как токи поляризации низших колебаний ДР имеют вид замкнутых линий (окружностей). Схема, эквивалентная рассматриваемой системе МР-ДР (см. рис. 1, б), приведена на рис. 2. Эквивалентная схема МР имеет вид параллельного резонансного контура $R_1L_1C_1$, который с помощью идеального трансформатора

с коэффициентом трансформации n связан с линией передачи с волновым сопротивлением Z_B . ДР заменён параллельным резонансным контуром $R_2 L_2 C_2$. Связь между МР и ДР индуктивная, с взаимной индуктивностью M , коэффициент связи при этом определяется соотношением $k_{CB} = M/\sqrt{L_1 L_2}$. При рассмотрении этой системы введём обозначения параметров МР и ДР ($i=1,2$, индексы 1, 2 относятся к МР и ДР соответственно):

$$\omega_{0i} = \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}}; Q_{0i} = \frac{R_i}{\omega_{0i} L_i} = \frac{R_i}{\sqrt{L_i C_i^{-1}}}; \xi_i = Q_{0i} \left(\frac{\omega}{\omega_{0i}} - \frac{\omega_{0i}}{\omega} \right)$$

– резонансная частота, собственная добротность и обобщённая расстройка соответственно. Коэффициент отражения S_{11} в рассматриваемой системе в сечении 1–1' запишем в виде

$$S_{11} = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B} = -1 + \frac{2}{1 + Z_B Y_H} = -1 + \frac{2}{1 + Z_B n^2 Y_K}; \quad (15)$$

$$Z_H = \frac{U_H}{I_H} = \frac{1}{n^2} \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} Z_K = \frac{1}{n^2 Y_K} = \frac{1}{Y_H};$$

где Y_K – входная проводимость связанных контуров; Z_H , Y_H – соответственно сопротивление и проводимость нагрузки линии.

Предварительно рассмотрим собственные характеристики связанных контуров, записав уравнения Кирхгофа для этой системы (см. рис. 2):

$$\begin{cases} \underline{U}_1(1 + Y_1/Y_{L1}) + \underline{U}_2(Z_M Y_2) = 0; \\ \underline{U}_1(Z_M Y_1) + \underline{U}_2(1 + Y_2/Y_{L2}) = 0; \end{cases} \quad (16)$$

$$Y_{1,2} = R_{1,2}^{-1} + j\omega C_{1,2}; Y_{L1,2} = (j\omega L_{1,2})^{-1}; Z_M = j\omega M.$$

Собственные частоты найдём из условия равенства нулю детерминанта системы (16):

$$(1 + Y_1/Y_{L1})(1 + Y_2/Y_{L2}) - Z_M^2 Y_1 Y_2 = 0$$

или

$$(1 + j\xi_1)(1 + j\xi_2) = k_{CB}^2 \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{01}} Q_{01} \right) \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{02}} Q_{02} \right). \quad (17)$$

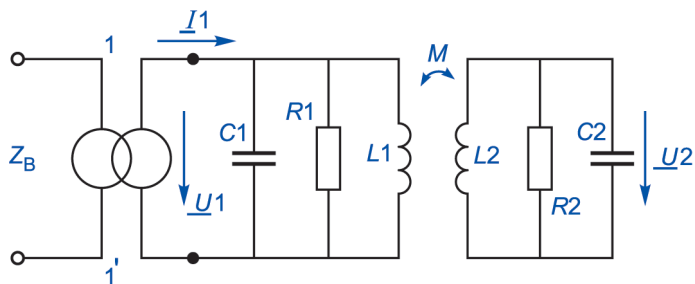


Рис. 2. Эквивалентная схема связанной системы МР-ДР с применением идеального трансформатора

Fig. 2. Equivalent circuit of the considered system using an ideal transformer

Полученное выражение (17) эквивалентно аналогичному выражению (3) для связанной системы МР-ДР. Отличаются (чрезвычайно незначительно при $\omega \approx \omega_{01}$ и $\omega \approx \omega_{02}$) только обобщённые расстройки ξ_1, ξ_2 . Для случая $\omega_0 = \omega_{01} = \omega_{02}$ и при условиях

$$\left. \begin{aligned} k_{CB} &\ll 1; \\ Q_{01}, Q_{02} &\gg 1; \\ k_{\phi 1, \phi 2} = Q_{01, 02} k_{CB} &\gg 1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

из выражения (17) найдём комплексные частоты связи $\omega_{1,2} = \omega'_{1,2} + j\omega''_{1,2}$:

$$\omega'_{1,2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 \pm k_{CB}}} \approx \omega_0 \left(1 \mp \frac{k_{CB}}{2} \right); \quad (19)$$

$$\omega''_{1,2} = \omega_0 / (2Q_{\text{эфф}}). \quad (20)$$

Из выражений (19), (20), как и ранее из (12), можно получить добротность резонансных кривых на частотах связи

$$Q_{1,2} = \frac{\omega'_{1,2}}{2\omega''_{1,2}} = \frac{Q_{\text{эфф}}}{\sqrt{1 \pm k_{CB}}} \approx \frac{Q_{\text{эфф}}}{(1 \pm k_{CB}/2)}. \quad (21)$$

Из формулы (21) найдём добротность

$$Q_{\text{эфф}} = \sqrt{2Q_1 Q_2 / (Q_1 + Q_2)} \approx (Q_1 + Q_2)/2. \quad (22)$$

Проанализируем частотную зависимость коэффициента отражения S_{11} , определённого формулой (15). Из (15) следует, что достаточно проанализировать частотную зависимость входной проводимости Y_K связанных контуров и пренебречь частотной зависимостью волнового сопротивления Z_B и коэффициента связи МР с линией передачи, что справедливо при $k_{CB} \ll 1$. При $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$ получим

$$\begin{aligned} Y_K(j\omega) &= \frac{I_1}{\underline{U}_1} = \frac{1}{R_1} + j\omega C + \left[j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + R_2(1 + j\omega R_2 C_2)^{-1}} \right]^{-1} = \\ &= \frac{1}{R_1} \left\{ 1 + Q_{01} Q_{02} \left[Q_{02}^2 \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} (1 - k_{CB}^2) - 1 \right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (1 - k_{CB}^2)^2 \right]^{-1} \times \right. \\ &\times (k_{CB}^2 - 2) + j\frac{\omega}{\omega_0} Q_{01} \left[1 - \left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2} (1 - k_{CB}^2) - 1 \right] \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) - 1 + k_{CB}^2 \right] \times \\ &\times \left. \left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2} (1 - k_{CB}^2) - 1 \right]^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{1 - k_{CB}^2}{Q_{02}^2} \right]^{-1} \left. \right\} = G_K(\omega) + jB_K(\omega), \quad (23) \end{aligned}$$

где G_K, B_K – действительная и мнимая части проводимости.

Частоты связи $\omega_{1,2}$ находят с учётом равенства $B_K(\omega) = 0$, что при выполнении условий (18) приводит к уравнению

$$\left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2} (1 - k_{CB}^2) - 1 \right] - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right] = 0, \quad (24)$$

решение которого совпадает с (19).

Вблизи частот связи $\omega \approx \omega_{1,2}$ и с учётом условий для обобщённых расстройек $\xi_1^2 = Q_{01}^2 k_{св}^2 (\omega/\omega_0)^2 \gg 1$; $\xi_2^2 = Q_{02}^2 k_{св}^2 (\omega/\omega_0)^2 \gg 1$ выражение (23) можно преобразовать к виду

$$Y_k(j\omega) = \frac{1}{R_1} \left(1 + \frac{Q_{01}}{Q_{02}} \right) \left[1 + j \frac{Q_{эфф}}{\sqrt{1 \pm k_{св}}} \left(\frac{\omega}{\omega_{1,2}} - \frac{\omega_{1,2}}{\omega} \right) \right]. \quad (25)$$

Выражение (25) эквивалентно соответствующему выражению для одиночного параллельного RLC-контура при $R^{-1} = R_1^{-1}(1 + Q_{01}/Q_{02})$, добротности $Q_{1,2} = Q_{эфф}/\sqrt{1 \pm k_{св}}$ и резонансной частоте $\omega_{1,2} = \omega_0/\sqrt{1 \pm k_{св}}$.

Проведено численное сравнение выражений (23) и (25) вблизи частот связи для различных значений Q_{01} , Q_{02} , $k_{св}$, удовлетворяющих условиям (18). При $k_{ф1} \geq 50$ и $k_{ф2} \geq 50$ относительная погрешность – различие данных, полученных по точной (25) и приближённой (23) формулам, в полосе $2\Delta\omega_{св}$ вблизи частот связи составляет менее 10^{-4} .

Алгоритм определения добротности диэлектрического резонатора. Рассмотрим алгоритм определения добротности ДР на примере системы МР-ДР, изображённой на рис. 3. ДР размещается в узле электрического поля МР (например, при H_{102} или H_{104} колебаниях МР – в центре резонатора). ДР возбуждается на низших колебаниях $H_{11\delta}$ или $H_{10\delta}$ соответственно для прямоугольного или дискового ДР.

Добротность Q_{01} МР определяют при $k_{св} = 0$ (это достигается поворотом ДР в положение $\varphi = 90^\circ$) по частотной резонансной характеристике модуля коэффициента отражения $S_{11}(\omega)$. При этом по значению $S_{11}(\omega = \omega_{01}) = S_{11p}$ на резонансной частоте определяется коэффициент β связи МР с волноводом, а по ширине резонансной кривой по уровню «половинной мощности» этой частотной зависимости определяется нагруженная добротность Q_H . Коэффициент связи $\beta = (1 + S_{11p})/(1 - S_{11p})$ и $\beta = (1 - S_{11p})/(1 + S_{11p})$ при $\beta \geq 1$ и $\beta \leq 1$ соответственно. Тогда добротность МР $Q_{01} = Q_H(1 + \beta)$.

Затем устанавливают конечное значение коэффициента связи $k_{св}$ в пределах $0 - 0,01$ при равенстве резонансных частот МР и ДР ($\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$). Указанное равенство частот контролируется по равенству уровней затухания на частотах связи $S_{11}(\omega_1) = S_{11}(\omega_2)$, которое определяется соотношением (25).

Собственные добротности связанной системы Q_1 , Q_2 на частотах связи ω_1 , ω_2 определяется по нагруженной добротности и коэффициенту связи на частотах связи. Далее по формуле (22) определяется $Q_{эфф}$ и из выражения (20) рассчитывается добротность ДР:

$$Q_{02} = Q_{01} Q_{эфф} / (2Q_{01} - Q_{эфф}). \quad (26)$$

Рассмотренный алгоритм связан только с измерением добротностей, а значит с измерением частот и затуханий на резонансных частотах и не требует создания эталонных МР. Современные цифровые анализаторы цепей позволяют проводить такие измерения с высокой точностью [15].

Необходимое условие реализации алгоритма $Q_{01,02} k_{св} \gg 1$ просто реализуется для рассматриваемых медных МР и высокодобротных ДР.

Для системы, изображённой на рис. 3, проведено численное моделирование алгоритма. Модельный ДР выполнен в виде диска радиусом $R = 2,45$ мм и толщиной $2h = 2,4$ мм из изотропного диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 40$. Резонансная частота низших колебаний $H_{10\delta}$ такого ДР $f_{02} \approx 10$ ГГц. МР выполнен из меди и имеет размеры $A \times B \times L = 28,0 \times 12,0 \times 71,715$ мм при $f_{01} \approx 10$ ГГц для колебания H_{104} . В такой системе $k_{св} = 0,0783$ при $\varphi = 83^\circ$. Результаты численного моделирования для различных значений $Q_0 = (\text{tg} \delta)^{-1}$ материала ДР приведены в табл. 1.

Добротность ДР Q_{02} в рассматриваемой экранированной системе может быть как больше, так и меньше Q_0 . Это связано, как указано ранее, с внешними собственными полями ДР и с дополнительными потерями в металлических стенках системы. Поскольку добротность резонатора определяется отношением запасённой энергии W_3 к мощности потерь P на резонансной частоте ω_0 , то в рассматриваемом случае, разбив поле ДР на внутреннее в диэлектрике и наружное, можно записать

$$Q_{02} = \frac{\omega_0 W_3}{P} = \frac{\omega_0 W_{3, \text{внт}} + \omega_0 W_{3, \text{внш}}}{P_{\text{внт}} + P_{\text{внш}}}. \quad (27)$$

Здесь запасённая энергия $W_{3, \text{внт}}$ и потери в материале $P_{\text{внт}}$ внутри ДР определяются внутренними полями ДР, а запасённая энергия $W_{3, \text{внш}}$ и потери $P_{\text{внш}}$ в металле стенок определяются внешними полями ДР. Введём обозначение $K_P = P_{\text{внш}}/P_{\text{внт}}$ и из формулы (27) получим добротность ДР

$$Q_{02} = Q_{\text{внт}} \left(\frac{1 + K_P Q_{\text{внш}}/Q_{\text{внт}}}{1 + K_P} \right) = Q_0 \left(\frac{1 + K_P Q_{\text{внш}}/Q_0}{1 + K_P} \right), \quad (28)$$

где $Q_{\text{внш}}$, $Q_{\text{внт}}$ – соответственно «внешняя» и «внутренняя» добротности ДР; $Q_{\text{внт}} = Q_0 = (\text{tg} \delta)^{-1}$.

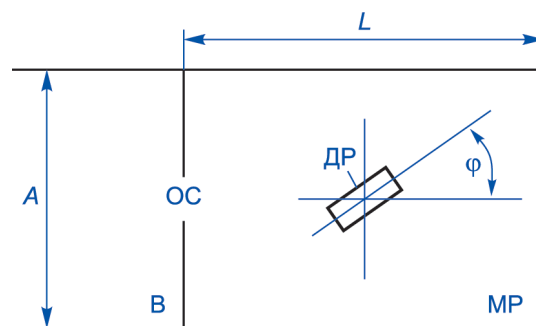


Рис. 3. Схема конструкции измерительной системы; обозначения те же, что на рис. 1

Fig. 3. Schematic design of the measuring system; the symbols are the same as in Fig. 1

Таблица 1

Результаты численного моделирования характеристик связанной системы при различных Q_0

Q_0	Q_{01}	$Q_{эфф}$	Q_{02}
5000	11910	7540	5517
10000	12134	11206	10410
15000	12160	13131	14270
20000	12206	14466	17762

Из равенства (28) можно вывести следующие условия:

если $Q_{\text{внш}}/Q_0 > 1$, то $Q_{02} > Q_0$;

если $Q_{\text{внш}}/Q_0 = 1$, то $Q_{02} = Q_0$;

если $Q_{\text{внш}}/Q_0 < 1$, то $Q_{02} < Q_0$.

Эффективная собственная добротность ДР Q_{02} в данной экранированной системе зависит от параметров ДР и экрана, а также от их взаимного расположения. Аналогичный эффект наблюдается и при измерении добротности ДР в волноводе.

Анализ показателей точности оценки значений добротности ДР. Оценка показателя точности (погрешности) определения эффективной добротности открытого диэлектрического резонатора в экранируемой полости, частным случаем которой является конструкция, показанная на рис. 3, основана на анализе погрешности расчёта эффективной добротности ДР Q_{02} по формуле (26).

Расчётный параметр $Q_{\text{эфф}}$ связан с добротностями частот связи системы формулой (22) и примерно равен

$$Q_{\text{эфф}} \approx Q_1 \approx Q_2 = Q_{1,2}. \quad (29)$$

Связь относительной погрешности δQ_{02} с относительными погрешностями δQ_{01} , $\delta Q_{\text{эфф}}$ соответственно собственной добротности МР и расчётного параметра $Q_{\text{эфф}}$ выразим формулой

$$\begin{aligned} \delta Q_{02} &= \frac{\delta Q_{01}}{(2Q_{01}/Q_{\text{эфф}} - 1)} + \frac{\delta Q_{\text{эфф}}}{(1 - Q_{\text{эфф}}/[2Q_{01}])} \approx \\ &\approx \frac{\delta Q_{01}}{(2Q_{01}/Q_{1,2} - 1)} + \frac{\delta Q_{1,2}}{(1 - Q_{1,2}/[2Q_{01}])}. \end{aligned} \quad (30)$$

Характеристики $Q_{1,2}$ частот связи частотной кривой связанной системы в общем виде опишем выражением

$$Q_p = \frac{\omega_p}{\omega_{2p} - \omega_{1p}} = \frac{\omega_p}{2\Delta\omega}. \quad (31)$$

Из формулы (31) найдём относительную погрешность определения характеристики $Q_{1,2}$ частот связи частотной кривой связанной системы:

$$\delta Q_{1,2} \approx \delta\omega_p + \delta(2\Delta\omega) \approx 3\delta\omega_p.$$

Относительная погрешность $\delta\omega_p \approx \delta f_p$ даже для аналоговых анализаторов цепей в диапазоне частот 10 ГГц не превышает значений 10^{-3} , а для цифровых современных приборов в узком диапазоне сканирования реализуется в пределах 10^{-4} .

Таблица 2

Зависимость расчётного параметра $Q_{\text{эфф}}$ от модуля коэффициента отражения S_{11} на частотах связи f_1, f_2

S_{11} (при f_1), дБ	S_{11} (при f_2), дБ	f_1 , ГГц	f_2 , ГГц	Q_1	Q_2	$Q_{\text{эфф}}$
-2,6941	-2,7013	9,4981	9,5835	11292	11220	11256
-2,5307	-3,0885	9,5048	9,5905	11230	11314	11272

При этом погрешность измерения $Q_{1,2}$ обусловлена неопределённостью алгоритма определения кривых частот связи, основанного на равенстве их коэффициентов затухания или равенстве отстроек их резонансных частот (в процессе регулирования их связи) относительно собственной резонансной частоты МР или ДР. При этом резонансные частоты МР и ДР предполагаются равными в пределах погрешности установки частот анализатора цепей, т. е. в пределах 10^{-4} . Погрешность установки уровней сигналов по оси абсцисс в цифровых анализаторах цепей в зависимости от диапазона сканирования может составить менее 0,1 дБ, а погрешность регулировки связи МР-ДР определяется возможностями системы регулировки угла поворота образца ДР (см. рис. 3).

Методами математического моделирования оценены возможные отклонения значений $Q_{1,2}$. Установлено, что при реальных погрешностях формирования частотных кривых связанной системы относительная погрешность $\delta Q_{1,2}$ (см. формулу (30)) не превысит десятых долей процента. В табл. 2 представлены результаты анализа влияния различия значений модуля коэффициента отражения S_{11} на частотах связи 1, 2 на расчётный параметр $Q_{\text{эфф}} = Q_{1,2}$ при параметрах ДР $\varepsilon_r = 30$; $(\text{tg} \delta)^{-1} = 10000$.

Собственная добротность Q_{01} является интегральной характеристикой МР, определяемой вариацией размеров полости, включением («телом» ДР) и его электрофизическими свойствами. Неопределённость собственной добротности МР учитывается интегральной характеристикой и не сказывается на результатах применения алгоритма определения эффективной собственной добротности ДР. Относительная погрешность δQ_{01} измерения собственной добротности МР определяется двумя факторами. Первый из них связан с относительной «случайной» погрешностью измерения частоты (см. выводы из формулы (31)), а второй (при фиксированном МР) обусловлен неопределённостью воздействия на резонансную частоту МР «тела» ДР и вариацией его ориентации (при изменении угла φ , см. рис. 3).

Напомним, что измерение собственной добротности МР проводится в режиме отсутствия электромагнитной связи МР и ДР. Отсутствие электромагнитной связи МР-ДР может быть реализовано на практике тремя способами: отсутствием ДР в МР; отсутствием связи между МР и ДР (в случае нахождения ДР внутри МР), достигаемого выбором положения и ориентации образца ДР в МР; в результате принудительной расстройки собственных резонансных частот резонаторов. Оценим указанные способы с применением математических моделей.

Влияние на собственную добротность МР образца ДР (см. рис. 3) при $\varphi = 90^\circ$, т. е. в отсутствие связи, иллюстрирует табл. 3., где Q_{01}^* , Q_{01}^{**} – собственные добротности МР соответственно в случаях отсутствия и присутствия ДР. В табл. 3 размеры МР и их собственные добротности без ДР отличны за счёт применяемых настроек и не влияют на результат исследований. Относительные отклонения добротности МР, связанные с присутствием ДР, при нулевой связи не превышают единиц процента в широком диапазоне изменений характеристик материала ДР.

Таблица 3

Относительные отклонения добротности МР, связанные с присутствием ДР, при нулевой связи

ε_r	Q_0	Q_{01}^*	Q_{01}^{**}	$\delta Q, \%$
30	5000	12119	11866	2,110
	10000	12119	12182	0,519
	15000	12119	12286	1,370
	20000	12119	12339	1,800
40	5000	12329	12633	2,440
	10000	12329	12865	4,460
	15000	12329	12945	4,870
	20000	12329	12984	5,180
60	5000	12344	12079	2,170
	10000	12344	12161	1,490
	15000	12344	12170	1,420
	20000	12344	12169	1,430
80	5000	12641	12639	0,0158
	10000	12641	12730	0,702
	15000	12641	12763	0,961
	20000	12641	12781	1,100

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (уникальный идентификатор: RFMEFI60719X0324).

Список литературы

1. *Ненашева Е. А.* Состояние и перспективы развития изделий из микроволновой керамики для отечественной СВЧ аппаратуры // *Электронная промышленность*. 2014. № 2. С. 84–91.
2. *Редозубов С. С.* Исследование электрофизических свойств керамических материалов на основе титанов, танталов и ниобатов щелочноземельных элементов для применения в СВЧ-электронике: автореф. дисс. канд. техн. наук. (ОАО «НИИ «Гириконд», Санкт-Петербург, 2015).
3. *Коломин В. М., Рыбкин В. Н., Иовдальский В. А., Соколов И. А.* Диэлектрические резонаторы для изделий электронной техники СВЧ-диапазона: Учебное пособие / под ред. С. В. Щербакова. М.: КУРС, 2021. 150 с.
4. *Алексейчик Л. В., Геворкян В. М., Казанцев Ю. А., Краюшкин В. В.* Расчёт линии передачи с диэлектрическими резонаторами при учете ближнего поля // *Электронная техника, Электроника СВЧ*. 1979. № 8. С. 15–27.
5. Zhou L., Yin W. Y., Wang J., Wu L. S., Dielectric resonators with high q-factor for tunable low phase noise oscillators, *IEEE Trans. on CPMT*, 2013, vol. 3, no. 6, pp. 1008–1015.
6. *Працюк Б. Б., Прокопенко Ю. В., Поплавко Ю. М.* Коэффициент связи составного диэлектрического резонатора с прямоугольным волноводом // *Электроника и связь*. 2011. № 3. С. 60–63.
7. *Егоров В. Н.* Характеристики резонаторов сверхвысоких частот с нерезонансным просачиванием мощности // *Известия вузов. Радиофизика*. 2010. Том LIII. № 8. С. 493–503.
8. *Давидович М. В.* Диэлектрические резонаторы: интегральные и интегро-дифференциальные уравнения // *Известия Саратовского университета*. 2008. Т. 8. Сер. Физика. № 1. С. 3–14.

При модельном исследовании зависимости собственной добротности МР от ориентации образца ДР в МР согласно рис. 3 установлено, что в процессе измерения кривых частот связи системы изменение в небольших пределах положения образца ДР (для ДР и материала с $\varepsilon_r = 40$ ось симметрии «тела» ДР поворачивается на угол 5–7°) влияет на относительное изменение собственной резонансной частоты и добротность МР в пределах 10^{-4} и 10 % соответственно. Моделирование проведено при некотором изменении размеров ДР, необходимом для отстройки его резонансной частоты от частоты МР, практически исключаяющей их взаимную связь.

Согласно данным о добротностях системы МР-ДР (см. табл. 1) относительная погрешность эффективной собственной добротности ДР в соответствии с формулой (30) с применением предложенного алгоритма составляет 7; 13; 18 и 22 % для Q_0 , равной соответственно 5000; 10000; 15000 и 20000. При этом согласно табл. 1 эффективная добротность ДР Q_{02} в экранированной полости отличается от Q_0 соответственно на 10,3; 4,0; 4,8 и 11,9 %. Таким образом, систематическая погрешность измерения добротности при данном алгоритме определения добротности ДР, обусловленная измерением собственной добротности МР, превалирует над остальными случайными факторами погрешности измерений.

Кроме того, можно заметить, что при полученных значениях погрешности измерений предложенный алгоритм приемлем для оценки не только эффективной собственной добротности ДР в экранирующей полости, но и для оценки тангенса угла диэлектрических потерь материала ДР. Этот вывод следует из сравнения полученных погрешностей с погрешностями, приведёнными в ГОСТ Р 8.623-2015 «Относительная диэлектрическая проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь твёрдых диэлектриков».

Заключение. Измерение добротности ДР – этап рационального применения этого элемента СВЧ-цепей при построении устройств различного функционального назначения. Причём практический интерес разработчиков СВЧ-устройств, как правило, связан со свойствами ДР в экранированных объёмах или линиях, ограничивающих радиационные потери. С этой точки зрения весьма актуален предложенный алгоритм измерения добротности ДР. К достоинствам предложенного способа измерения относится не только достоверное измерение абсолютных значений эффективной добротности ДР в экранированных системах, но и указание (на основе данных численного анализа) направлений коррекции селективных свойств конструкций с ДР.

Важно, что алгоритм измерения добротности высокодобротных резонаторов, построенных на диэлектриках с $\text{tg} \delta < 10^{-4}$, основан на измерении параметров связанной системы объёмных МР и ДР без повышенных требований к точности выполнения измерительных секций и качества внутренних поверхностей МР, что упрощает процесс измерения.

Проведённое численное моделирование задачи показало высокую достоверность применения рассмотренного алгоритма расчёта добротности диэлектрического резонатора на основе связанной системы с объёмным металлическим резонатором.

9. Геворкян В. М., Казанцев Ю. А., Шутов А. В. Добротность миниатюрного диэлектрического резонатора, связанного с полым металлическим резонатором СВЧ // Труды XVIII Международной научно-технической конференции «Электротехника, электротехнологии, электротехнические материалы и компоненты», М., Россия, 27 ноября 2020. М.: Знак, 2020. С. 246–254.

10. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Изд-во «URSS», 2017. 544 с.

11. Попов В. П. Основы теории цепей: Учеб. для вузов. Изд. 4-е, испр. М.: Высшая школа, 2003. 575 с.

12. Ильченко М. Е., Трубин А. А. Электродинамика диэлектрических резонаторов. Киев: Наукова думка, 2004. 265 с.

13. Альтман Дж. Устройства СВЧ. М.: Изд-во «Мир», 1968. 487 с.

14. Vladimir M. Gevorkyan, Yuri A. Kazantsev, Low noise oscillator based on a conventional dielectric resonator, *Microwave Journal*, 2020, vol. 63, no. 10, pp. 86–96.

15. Михаэль Хибель. Основы векторного анализа цепей / Пер. с англ. проф. С. М. Смольского под ред. Уте Филипп. М.: Издательский дом МЭИ, 2009. 500 с.

References

1. Nenasheva E. A., *Jelektronnaja promyshlennost'*, 2014, no. 2, pp. 84–91. (In Russ.)

2. Redozubov S. S., Extended abstract of candidate's dissertation in Technical Sciences (JSC "Research Institute" Girikond", St. Petersburg, 2015).

3. Kolomin V. M., Rybkin V. N., Iovdal'skij V. A., Sokolov I. A., *Dielektricheskie rezonatory dlja izdelij jelektronnoj tehniki SVCh-diapazona [Dielectric resonators for microwave electronics products]*, Moscow, KURS, 2021, 150 p. (In Russ.)

4. Aleksejchik L. V., Gevorkjan V. M., Kazancev Ju. A., Kra-jushkin V. V., *Jelektronnaja tehnika, Elektronika SVCh*, 1979, no. 8, pp. 15–27. (In Russ.)

5. Zhou L., Yin W. Y., Wang J., Wu L. S., Dielectric resonators with high q-factor for tunable low phase noise oscillators, *IEEE Trans. on CPMT*, 2013, vol. 3, no. 6, pp. 1008–1015.

6. Pracjuk B. B., Prokopenko Ju. V., Poplavko Ju. M. Ko-efficient svyazi sostavnogo dielektricheskogo rezonatora s pryamougol'nym volnovodom, *Jelektronika i svjaz'*, 2011, no. 3, pp. 60–63. (In Russ.)

7. Egorov V. N., Harakteristiki rezonatorov sverhvyso-kh chas-tot s nerezonansnym prosachivaniem moshchnosti, *Izvestija vu-zov, Radiofizika*, 2010, vol. 53, no. 8, pp. 493–503. (In Russ.)

8. Davidovich M. V., Dielektricheskie rezonatory: integral'nye i integro-differencial'nye uravneniya, *Izvestija Saratovskogo uni-versiteta*, 2008, vol. 8 ser. Fizika, no. 1, pp. 3–14. (In Russ.)

9. Gevorkjan V. M., Kazancev Ju. A., Shutov A. V., Dobrot-nost' miniaturnogo dielektricheskogo rezonatora, svyazannogo s polym metallicheskim rezonatorom SVCh, *Jelektrotehnika, jelektrotehnologii, jelektrotehnicheskie materialy i komponenty, Proceedings of the XVII International Scientific and Technical Conference*, Moscow, Russia, November 27, 2020, Moscow, Znak Publ., 2020, pp. 246–254. (In Russ.)

10. Nikol'skij V. V., Nikol'skaja T. I., *Jelektrodinamika i raspros-tranenie radiovoln [Electrodynamics and radio wave propaga-tion]*, Moscow, URSS Publ., 2017, 544 p. (In Russ.)

11. Popov V. P., *Osnovy teorii cepej [Fundamentals of circuit theory]*, Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2003, 575 p. (In Russ.)

12. Il'chenko M. E., Trubin A. A., *Jelektrodinamika dijelek-tricheskikh rezonatorov [Electrodynamics of dielectric resonators]*, Kiev, Naukova dumka Publ., 2004, 265 p. (In Russ.)

13. Jerome L. Altman., *Microwave Circuits*, Princeton, N. J., Van Nostrand, 1964, 462 p.

14. Vladimir M. Gevorkyan, Yuri A. Kazantsev, Low noise os-cillator based on a conventional dielectric resonator, *Microwave Journal*, 2020, vol. 63, no. 10, pp. 86–96.

15. Michael Hiebel, *Fundamentals of Vector Network Analy-sis*, Rohde & Schwarz, 2008, 419 p.

Статья поступила в редакцию 10.02.2021; принята к публикации 26.04.2021.