

Метрологические характеристики измерительного делителя мощности лазерного излучения

А. И. Колпаков¹, А. М. Райцин², М. В. Улановский¹

¹Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Российская федерация, e-mail: 1978fox@mail.ru, ulanovsky@vniiofi.ru

²Московский технический университет связи и информатики, Москва, Российская федерация, e-mail: arcadiyram@rambler.ru

Проанализированы погрешности измерительного оптического делителя мощности лазерного излучения, конструктивно выполненного в виде клина и применяемого для передачи единицы средней мощности высокоинтенсивного лазерного излучения. Определена погрешность коэффициента деления, влияющего на точность передачи единицы. Проведена оценка случайной составляющей погрешности коэффициента деления и показано, что предлагаемый способ его определения, основанный на перестановке местами применяемых средств измерений, даёт наиболее вероятную оценку. Исследована погрешность, обусловленная нелинейностью средств измерений, определяющих коэффициент деления, и оценён её наибольший интервал. Показано, что в случае неизменности коэффициентов преобразования применяемых средств измерений от мощности излучения лазера, способ позволяет исключить зависимость погрешности определения коэффициента деления от упомянутых коэффициентов, а в другом случае снизить их влияние на погрешность передачи. Обоснована возможность при передаче единицы мощности излучения осуществлять контроль коэффициента деления делителя путём определения контрольного параметра и его доверительного интервала, получена формула для вычисления этого интервала в каждом цикле измерений. Показано, что по значению параметра и изменению доверительного интервала можно контролировать достоверность передачи единицы мощности калибруемому средству измерений в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: метрология, методы измерений параметров лазеров, калибровка средств измерений, передача единицы мощности, измерительный делитель мощности, погрешность.

В [1] предложен метод передачи единицы средней мощности высокоинтенсивного лазерного излучения средствам измерений (СИ). В отличие от ранее известных [2–4] метод, описанный в [1], основан на применении измерительного оптического делителя (ОД) мощности лазерного излучения и позволяет обеспечить метрологическую прослеживаемость СИ к Государственному первичному эталону единицы средней мощности ГЭТ 28-2016. ОД конструктивно выполнен в виде клина. Метод также позволяет с необходимой для эталона точностью определять коэффициент деления – основную характеристику ОД – и осуществлять её мониторинг в реальном масштабе времени.

Функциональная схема эталонной аппаратуры для передачи единицы мощности СИ с измерительным ОД и режимы его работы подробно описаны в [1]. Однако точностные характеристики определения коэффициента деления и контрольного параметра ОД, необходимые для применения в эталонах единицы мощности, не исследованы.

В настоящей работе, являющейся продолжением [1], подробно рассмотрены погрешности определения коэффициента деления ОД и его контрольного параметра, определяющие достоверность результатов передачи единицы мощности СИ.

Погрешность определения коэффициента деления с неизменными коэффициентами преобразования СИ. Коэффициент деления ОД представляет собой отношение [1]:

$$K_d = K_{\text{пр}} / K_{\text{отр}}, \quad (1)$$

где $K_{\text{пр}}$ – коэффициент пропускания ОД; $K_{\text{отр}}$ – коэффициент отражения излучения от передней грани ОД.

Для упрощения рассмотрения пренебрегаем зависимостью коэффициентов $K_{\text{пр}}$, $K_{\text{отр}}$ от уровня мощности излучения, поступающего на ОД. Однако заметим, что практически передача единицы мощности предусматривает режим уточнения коэффициента деления в различных точках диапазона мощностей источника и в случае зависимости коэффициентов $K_{\text{пр}}$, $K_{\text{отр}}$ от уровня мощности излучения она будет учтена в процессе проведения измерений.

Считаем, что коэффициенты преобразования СИ1, СИ2 $K_{СИ1}$, $K_{СИ2}$ не зависят от уровня мощности, измеряемой СИ1 и СИ2. Запишем выражения для выходных сигналов СИ1, СИ2 соответственно $U_1(i)$, $i=1, 2, \dots, n_1$, $U_2(i)$, $i=1, 2, \dots, n_1$ [1]:

$$\begin{cases} U_1(i) = P_0(i)K_{отр}K_{СИ1} + \xi_1(i), & i=1, 2, \dots, n_1; \\ U_2(i) = P_0(i)K_{пр}K_{СИ2} + \xi_2(i), & i=1, 2, \dots, n_1; \end{cases} \quad (2)$$

где $P_0(i)$ – мощность источника излучения; $\xi_1(i)$, $\xi_2(i)$ – погрешности измерения мощности СИ1 и СИ2 соответственно; n_1 – серия измерений.

Из (2) следует, что результат измерений зависит от $P_0(i)$, погрешностей измерения $\xi_1(i)$, $\xi_2(i)$ и коэффициентов преобразования, влияющих на определение коэффициента деления (1).

Коэффициенты преобразования рассматриваемых СИ отличаются друг от друга. Для снижения влияния их различий на результат (1) предложен способ, при котором СИ1 и СИ2 меняют местами, после чего снова производится серия из n_1 одновременных измерений выходных сигналов СИ1 $\tilde{U}_1(i)$ и СИ2 $\tilde{U}_2(i)$, $i=1, 2, \dots, n_1$:

$$\begin{cases} \tilde{U}_1(i) = \tilde{P}_0(i)K_{пр}K_{СИ1} + \tilde{\xi}_1(i), & i=1, 2, \dots, n_1; \\ \tilde{U}_2(i) = \tilde{P}_0(i)K_{отр}K_{СИ2} + \tilde{\xi}_2(i), & i=1, 2, \dots, n_1; \end{cases} \quad (3)$$

где $\tilde{P}_0(i)$ – значение мощности источника излучения во второй серии n_1 измерений; $\tilde{\xi}_1(i)$, $\tilde{\xi}_2(i)$ – значения погрешностей измерений выходных сигналов соответственно СИ1 и СИ2 во второй серии n_1 измерений.

Таким образом, результатом измерений мощности являются четыре массива отсчётов выходных сигналов (2), (3): $U_1(i)$, $U_2(i)$, $\tilde{U}_1(i)$, $\tilde{U}_2(i)$, $i=1, 2, \dots, n_1$.

Представим

$$P_0(i) = P_0 + \Delta P_0(i), \quad \tilde{P}_0(i) = \tilde{P}_0 + \Delta \tilde{P}_0(i),$$

где $\Delta P_0(i)$, $\Delta \tilde{P}_0(i)$ – связанные с нестабильностью флуктуационные составляющие мощности излучения лазера относительно средних значений P_0 , $\tilde{P}_0$.

Считаем, что

$$\Delta P_0(i), \Delta \tilde{P}_0(i), \xi_1(i), \tilde{\xi}_1(i), \xi_2(i), \tilde{\xi}_2(i), \quad i=1, 2, \dots, n_1,$$

– независимые случайные величины, распределённые по нормальному закону с нулевыми средними значениями M и дисперсиями D соответственно:

$$\begin{aligned} M\{\Delta P_0(i)\} &= M\{\Delta \tilde{P}_0(i)\} = M\{\xi_1(i)\} = \\ &= M\{\tilde{\xi}_1(i)\} = M\{\xi_2(i)\} = M\{\tilde{\xi}_2(i)\} = 0; \\ D\{\xi_1(i)\} &= D\{\tilde{\xi}_1(i)\} = \sigma_1^2; \quad D\{\xi_2(i)\} = D\{\tilde{\xi}_2(i)\} = \sigma_2^2; \\ D\{\Delta P(i)\} &= D\{\Delta \tilde{P}(i)\} = \sigma_P^2. \end{aligned}$$

Тогда с учётом (1) получим

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_1 &= M\{U_1(i)\} = P_0 K_{отр} K_{СИ1}; \\ \bar{U}_2 &= M\{U_2(i)\} = P_0 K_{д} K_{отр} K_{СИ2}; \\ \bar{U}_1^* &= M\{\tilde{U}_1(i)\} = \tilde{P}_0 K_{д} K_{отр} K_{СИ1}; \\ \bar{U}_2^* &= M\{\tilde{U}_2(i)\} = \tilde{P}_0 K_{отр} K_{СИ2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Сформулируем задачу обработки результатов измерений для получения наиболее вероятной оценки коэффициента деления ОД. Для этого необходимо минимизировать суммы квадратов следующих отклонений в зависимости от входящих в (4) параметров [5]:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{n_1} [U_1(i) - \bar{U}_1]^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} [U_1(i) - P_0 K_{отр} K_{СИ1}]^2 \Rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^{n_1} [U_2(i) - \bar{U}_2]^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} [U_2(i) - P_0 K_{д} K_{отр} K_{СИ2}]^2 \Rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^{n_1} [\tilde{U}_1(i) - \bar{U}_1^*]^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} [\tilde{U}_1(i) - \tilde{P}_0 K_{д} K_{отр} K_{СИ1}]^2 \Rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^{n_1} [\tilde{U}_2(i) - \bar{U}_2^*]^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} [\tilde{U}_2(i) - \tilde{P}_0 K_{отр} K_{СИ2}]^2 \Rightarrow \min. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Продифференцируем (5) по параметрам $K_{отр}$, $K_{д}$, $K_{СИ1}$, $K_{СИ2}$ и получим систему для определения оптимальной оценки коэффициента деления ОД:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{n_1} U_1(i) - n_1 P_0 K_{отр} K_{СИ1} &= 0; \\ \sum_{i=1}^{n_1} U_2(i) - n_1 P_0 K_{д} K_{отр} K_{СИ2} &= 0; \\ \sum_{i=1}^{n_1} \tilde{U}_1(i) - n_1 \tilde{P}_0 K_{д} K_{отр} K_{СИ1} &= 0; \\ \sum_{i=1}^{n_1} \tilde{U}_2(i) - n_1 \tilde{P}_0 K_{отр} K_{СИ2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из уравнений системы (6) следует, что оптимальная оценка коэффициента деления ОД:

$$\hat{K}_{д} = \sqrt{\hat{K}_{д1} \hat{K}_{д2}} = \sqrt{\frac{\hat{\tilde{U}}_1^* \hat{\tilde{U}}_2}{\hat{\tilde{U}}_2^* \hat{\tilde{U}}_1}}, \quad (7)$$

где

$$K_{д1} = \mu K_{д} = \tilde{U}_1^* / \tilde{U}_2^*; \quad K_{д2} = K_{д} / \mu = \tilde{U}_2 / \tilde{U}_1; \quad (8)$$

$$\mu = K_{СИ1} / K_{СИ2};$$

$$\hat{U}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} U_1(i); \quad \hat{U}_2 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} U_2(i);$$

$$\hat{U}_1^* = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \tilde{U}_1(i); \quad \hat{U}_2^* = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \tilde{U}_2(i).$$

Таким образом, формула (7) представляет наиболее вероятную оценку коэффициента деления ОД. Из (7), (8) следует, что оценка коэффициента деления ОД не зависит от коэффициентов преобразования $K_{СИ1}$, $K_{СИ2}$ в случае их неизменности, т. е. для линейных СИ, имеющих разные угловые коэффициенты наклона функции преобразования, зависимость K_d от мощности исключена. Учитывая, что измерения мощности проводятся, как правило, на интервалах линейности, полученный вывод подчёркивает преимущество способа определения коэффициента деления, связанного с перестановкой применяемых СИ.

Определим статистические характеристики оценки (7).

Математическое ожидание $\bar{K}_d = M\{\hat{K}_d\}$ и дисперсия $D(\hat{K}_d)$ оценки коэффициента деления $\hat{K}_d$ при условии малых погрешностей измерения величин $K_{д1}$, $K_{д2}$ может быть найдена линеаризацией выражения (7) [6].

Откуда после преобразований следует, что $\bar{K}_d = K_d$,

$$D(\hat{K}_d) = [D(\hat{K}_{д1})/\mu^2 + \mu^2 D(\hat{K}_{д2})]/4. \quad (9)$$

Входящие в (9) дисперсии $D(\hat{K}_{д1})$, $D(\hat{K}_{д2})$ отношений сигналов (8), можно получить по формулам [7]:

$$D(\hat{K}_{д1}) = \mu^2 K_d^2 \left[(\sigma_{\bar{U}_1^*}/\bar{U}_1^*)^2 + (\sigma_{\bar{U}_2^*}/\bar{U}_2^*)^2 - 2\text{cov}(\hat{U}_1^*, \hat{U}_2^*)/(\bar{U}_1^* \bar{U}_2^*) \right]; \quad (10)$$

$$D(\hat{K}_{д2}) = K_d^2/\mu^2 \left[(\sigma_{\bar{U}_1}/\bar{U}_1)^2 + (\sigma_{\bar{U}_2}/\bar{U}_2)^2 - 2\text{cov}(\hat{U}_1, \hat{U}_2)/(\bar{U}_1 \bar{U}_2) \right]. \quad (11)$$

При этом можно записать ковариации, входящие в выражения (10), (11), и дисперсии в следующем виде:

$$\text{cov}(\hat{U}_1^*, \hat{U}_2^*) = \text{cov}(\hat{U}_1, \hat{U}_2) = (\sigma_P^2 K_{пр} K_{отр} K_{СИ1} K_{СИ2})/n_1;$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\bar{U}_1^*}^2 &= (\sigma_P^2 K_{пр}^2 K_{СИ1}^2 + \sigma_1^2)/n_1; \\ \sigma_{\bar{U}_2^*}^2 &= (\sigma_P^2 K_{отр}^2 K_{СИ2}^2 + \sigma_2^2)/n_1; \\ \sigma_{\bar{U}_1}^2 &= (\sigma_P^2 K_{отр}^2 K_{СИ1}^2 + \sigma_1^2)/n_1; \\ \sigma_{\bar{U}_2}^2 &= (\sigma_P^2 K_{пр}^2 K_{СИ2}^2 + \sigma_2^2)/n_1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Подставим (4), (12) в (10), (11) и запишем

$$D(\hat{K}_{д1}) = \mu^2 K_d^2 \left[\frac{\sigma_1^2}{(\tilde{P}_0 K_{пр} K_{СИ1})^2} + \frac{\sigma_2^2}{(\tilde{P}_0 K_{отр} K_{СИ2})^2} \right] / n_1;$$

$$D(\hat{K}_{д2}) = \frac{K_d^2}{n_1 \mu^2} \left[\frac{\sigma_1^2}{(P_0 K_{отр} K_{СИ1})^2} + \frac{\sigma_2^2}{(P_0 K_{пр} K_{СИ2})^2} \right].$$

Тогда для дисперсии оценки коэффициента деления (9) получим

$$D(\hat{K}_d) = K_d^2 (\tilde{\delta}_{СИ1}^2 + \delta_{СИ1}^2 + \tilde{\delta}_{СИ2}^2 + \delta_{СИ2}^2) / (4n_1); \quad (13)$$

$$\tilde{\delta}_{СИ1} = \sigma_1 / (\tilde{P}_0 K_{пр} K_{СИ1});$$

$$\delta_{СИ1} = \sigma_1 / (P_0 K_{отр} K_{СИ1});$$

$$\tilde{\delta}_{СИ2} = \sigma_2 / (\tilde{P}_0 K_{отр} K_{СИ2});$$

$$\delta_{СИ2} = \sigma_2 / (P_0 K_{пр} K_{СИ2}).$$

Входящие в (13) произведения $\tilde{P}_0 K_{пр} K_{СИ1}$, $P_0 K_{отр} K_{СИ1}$, $\tilde{P}_0 K_{отр} K_{СИ2}$ и $P_0 K_{пр} K_{СИ2}$ представляют выходные значения измеренных сигналов СИ1 и СИ2 соответственно, а слагаемые являются относительными дисперсиями измерений этих сигналов. Если случайная погрешность СИ слабо зависит от интенсивности излучения, то можно считать $\tilde{\delta}_{СИ1} \approx \delta_{СИ1}$, $\tilde{\delta}_{СИ2} \approx \delta_{СИ2}$, и для относительной дисперсии оценки коэффициента деления ОД запишем следующее выражение:

$$\delta_{K_d}^2 \approx \frac{D(\hat{K}_d)}{K_d^2} = \frac{\delta_{СИ1}^2 + \delta_{СИ2}^2}{2n_1}.$$

Погрешность определения коэффициента деления с коэффициентами преобразования СИ, зависящими от мощности излучения. Теперь снимем предположение о неизменности коэффициентов преобразований в зависимости от мощности излучения, поступающего на СИ1, СИ2, тогда $K_{СИ1}(P)$ и $K_{СИ2}(P)$ – функции от мощности P .

В соответствии с функциональной схемой [1] на СИ1 поступает сначала отражённое от передней грани излучение мощностью $P_1 = P_0 K_{отр}$, при этом коэффициент преобразования СИ1 равен $K_{СИ1}(P_1)$, далее – излучение мощностью $P_1^* = \tilde{P}_0 K_{пр}$, прошедшее через ОД, коэффициент преобразования $K_{СИ1}(P_1^*)$. Аналогично на СИ2 поступает сначала излучение мощностью $P_2 = P_0 K_{пр}$, прошедшее через ОД, в этом случае коэффициент преобразования составляет $K_{СИ2}(P_2)$, затем отражённое от передней грани излучение мощностью $P_2^* = \tilde{P}_0 K_{отр}$, коэффициент преобразования $K_{СИ2}(P_2^*)$.

В этом случае выражение (7) можно записать в виде

$$\hat{K}_D = \sqrt{K_{D1}K_{D2}} = \gamma K_D,$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{K_{СИ2}(P_2)K_{СИ1}(P_1^*)}{K_{СИ2}(P_2^*)K_{СИ1}(P_1)}}. \quad (14)$$

Параметр γ , в данном случае не равный единице, связан с относительной погрешностью определения коэффициента деления ОД из-за нелинейности СИ $\delta_{нл}$:

$$\delta_{нл} = (\hat{K}_D - K_D) / K_D = \gamma - 1. \quad (15)$$

В случае слабой зависимости $K_{СИ1}(P)$, $K_{СИ2}(P)$ от мощности излучения параметр γ будет близок к единице. При использовании оценки (14) следует применять идентичные СИ, имеющие одинаковый динамический диапазон и близкие значения погрешности измерений.

Определим наибольший диапазон значений для погрешности (15). Считая, что отсутствуют данные о функциональной зависимости коэффициентов преобразования от мощности излучения, ограничимся тем, что в результате эксперимента определены только наибольшие абсолютные отклонения результатов измерений мощности СИ1, СИ2 от некоторого общего среднего значения $\bar{K}$, равные $\Delta K_{СИ1} > 0$, $\Delta K_{СИ2} > 0$.

Тогда имеют место неравенства

$$\bar{K} - \Delta K_{СИ2} \leq K_{СИ2}(P) \leq \bar{K} + \Delta K_{СИ2};$$

$$\bar{K} - \Delta K_{СИ1} \leq K_{СИ1}(P) \leq \bar{K} + \Delta K_{СИ1},$$

и для параметра γ справедлива оценка

$$\sqrt{\frac{1-\theta_{СИ2}}{1+\theta_{СИ2}} \frac{1-\theta_{СИ1}}{1+\theta_{СИ1}}} \leq \gamma \leq \sqrt{\frac{1+\theta_{СИ2}}{1-\theta_{СИ2}} \frac{1+\theta_{СИ1}}{1-\theta_{СИ1}}}, \quad (16)$$

где $\theta_{СИ1} = \Delta K_{СИ1} / \bar{K}$, $\theta_{СИ2} = \Delta K_{СИ2} / \bar{K}$ – относительные погрешности нелинейности СИ (рисунок).

Обозначив $\theta^* = \max(\theta_{СИ1}, \theta_{СИ2})$ и считая, что $\theta_{СИ2}, \theta_{СИ1} \ll 1$, для оценок (15), (16) приближённо запишем

$$1 - 2\theta^* \leq \gamma \leq 1 + 2\theta^* \Rightarrow -2\theta^* \leq \delta_{нл} \leq 2\theta^*. \quad (17)$$

Из (17) следует, что наибольший возможный разброс значений параметра γ составляет $4\theta^*$, что определяет интервал значений погрешности нелинейности $\delta_{нл}$. Если рассматривать её как неисключённую систематическую погрешность, считая закон распределения параметра γ равномерным, для его относительного среднего квадратического отклонения получим $\sigma_{нл} = 2\theta^* / \sqrt{3} \approx 1,15\theta^*$. Так, для достижения $\sigma_{нл} < 0,5\%$ необходимо, чтобы $\theta^* < 0,43\%$.

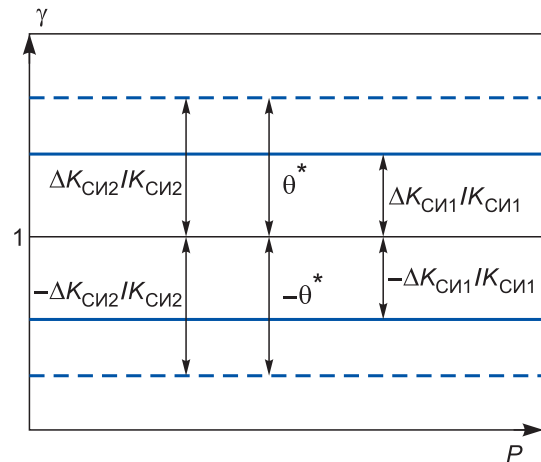
Заметим, что данная оценка представляет наихудший результат, когда не устанавливается зависимость коэффициентов преобразования СИ от мощности. При необходимости эта зависимость может быть получена в процессе предварительных экспериментальных исследований СИ1, СИ2 в точках передачи единицы и определено более точное значение погрешности нелинейности.

Определение контрольного параметра и его доверительного интервала. Конструкция ОД позволяет в реальном масштабе времени отслеживать его характеристики при передаче единицы мощности и в случае необходимости принимать решение о приостановке измерений.

В режиме передачи единицы мощности функциональная схема изменяется [1]. На пути пучка, отражённого от передней грани ОД, размещается эталонный преобразователь (ЭП), на пути пучка, отражённого от задней грани ОД, устанавливается дополнительное средство измерений (ДСИ) мощности излучения, а в пучок, проходящий через ОД, устанавливается калибруемое СИ. Для определения контрольного параметра $\hat{K}_{к.п}(i)$, $i = 1, 2, \dots, n_2$ в процессе передачи единицы мощности СИ измеряется мощность излучения ДСИ $P_{ДСИ}(i)$, $i = 1, 2, \dots, n_2$ и вычисляется отношение текущих показаний ЭП и ДСИ:

$$\hat{K}_{к.п}(i) = P_{ЭП}(i) / P_{ДСИ}(i), \quad i = 1, 2, \dots, n_2. \quad (18)$$

В результате возможных дестабилизирующих факторов, действующих во время передачи единицы мощности, могут изменяться коэффициенты отражения от передней и задней граней ОД, что приведёт к изменению коэффициента деления ОД и контрольного параметра. Выход контрольного параметра в i -м измерении за пределы, определённые доверительным интервалом с заданной доверительной вероятностью, рассматривается как нарушение достоверности



Интервалы изменения относительной погрешности нелинейности средств измерений

Intervals of change in the relative error of the nonlinearity of the measuring instruments

калибровки СИ и требует её приостановки до выяснения причин. Одновременно с изменением коэффициентов отражения изменяется и доверительный интервал, поэтому в каждом цикле измерений его значение необходимо уточнять.

В соответствии с алгоритмом определения контрольного параметра запишем [1]:

$$\left. \begin{aligned} P_{ДСИ}(i) &= P(i)K_{отр.1} + \xi_{ДСИ}(i), \quad i=1, 2, \dots, n_2; \\ P_{ЭП}(i) &= P(i)K_{отр} + \xi_{ЭП}(i), \quad i=1, 2, \dots, n_2, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где $P(i) = P + \Delta P(i)$, $\Delta P(i)$ – связанная с нестабильностью флуктуационная составляющая мощности излучения лазера относительно среднего значения P ; $\xi_{ДСИ}(i)$, $\xi_{ЭП}(i)$, – погрешности измерения мощности излучения ДСИ и ЭП соответственно; $K_{отр.1}$ – коэффициент отражения излучения от задней грани ОД.

Считаем $\Delta P(i)$, $\xi_{ДСИ}(i)$, $\xi_{ЭП}(i)$, $i=1, 2, \dots, n_2$ независимыми случайными величинами, распределёнными по нормальному закону с нулевыми средними значениями и дисперсиями:

$$D\{\Delta P(i)\} = \sigma_P^2; \quad D\{\xi_{ДСИ}(i)\} = \sigma_{ДСИ}^2; \quad D\{\xi_{ЭП}(i)\} = \sigma_{ЭП}^2.$$

Ширина доверительного интервала $d_{к.п}$ заданной вероятности α для контрольного параметра (18), представляющего отношение случайных величин η_1 и η_2 с математическими ожиданиями $M(\eta_1)$, $M(\eta_2)$ и дисперсиями $\sigma^2(\eta_1)$, $\sigma^2(\eta_2)$, где $\eta_1 = P_{ЭП}(i)$, $\eta_2 = P_{ДСИ}(i)$, определяется по формуле [7, 8]:

$$d_{к.п} \approx 2zm \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 r};$$

$$m = M(\eta_1)/M(\eta_2);$$

$$\gamma_1 = \frac{\sigma(\eta_1)}{M(\eta_1)}; \quad \gamma_2 = \frac{\sigma(\eta_2)}{M(\eta_2)},$$

где m – медиана распределения; r – коэффициент корреляции; z – решение уравнения:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt = \frac{\alpha}{2}.$$

Запишем дисперсии величин, входящих в (19):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{P_{ДСИ}}^2 &= \sigma_P^2 K_{отр.1}^2 + \sigma_{ДСИ}^2; \\ \sigma_{P_{ЭП}}^2 &= \sigma_P^2 K_{отр}^2 + \sigma_{ЭП}^2. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Из (18) и (19) следует:

$$m = K_{отр}/K_{отр.1}; \quad r = \sigma_P^2 K_{отр} K_{отр.1};$$

$$M(\eta_1) = PK_{отр}; \quad \sigma^2(\eta_1) = \sigma_{P_{ЭП}}^2;$$

$$M(\eta_2) = PK_{отр.1}; \quad \sigma^2(\eta_2) = \sigma_{P_{ДСИ}}^2.$$

Тогда с учётом (20) имеем

$$d_{к.п} \approx \frac{2zK_{отр}}{K_{отр.1}} \sqrt{\delta_{ЭП}^2 + \delta_{ДСИ}^2}, \quad (21)$$

где $\delta_{ЭП}^2 = (\sigma_{ЭП}/PK_{отр})^2$, $\delta_{ДСИ}^2 = (\sigma_{ДСИ}/PK_{отр.1})^2$ – относительные дисперсии случайных погрешностей измерения мощности ЭП и ДСИ соответственно.

Для нахождения доверительного интервала по формуле (21) в каждом цикле передачи единицы мощности экспериментально определяются и запоминаются до следующего цикла измерений медиана m распределения контрольного параметра и относительные дисперсии распределения величин $\eta_1 = P_{ЭП}(i)$, $\eta_2 = P_{ДСИ}(i)$ в серии из n_2 измерений ($n_2 > 30$):

$$m = m\{\hat{K}_{к.п}(i)\} = \bar{P}_{ЭП}/\bar{P}_{ДСИ};$$

$$\delta_{ЭП}^2 = \sum_{i=1}^{n_2} (P_{ЭП}(i) - \bar{P}_{ЭП})^2 / (\bar{P}_{ЭП}^2 n_2);$$

$$\delta_{ДСИ}^2 = \sum_{i=1}^{n_2} (P_{ДСИ}(i) - \bar{P}_{ДСИ})^2 / (\bar{P}_{ДСИ}^2 n_2),$$

где

$$\bar{P}_{ЭП} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} P_{ЭП}(i); \quad \bar{P}_{ДСИ} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} P_{ДСИ}(i).$$

В соответствии с [7] для среднеквадратического отклонения контрольного параметра при малых погрешностях измерения также справедлива следующая оценка:

$$\sigma_{к.п} \approx \frac{K_{отр}}{K_{отр.1}} \sqrt{\delta_{ЭП}^2 + \delta_{ДСИ}^2} \Rightarrow d_{к.п} \approx 2z\sigma_{к.п}.$$

Так, считая $\alpha = 0,995$, получим $z = 2,81$, откуда $d_{к.п} \approx 5,62\sigma_{к.п}$. Тогда с вероятностью $\alpha = 0,995$ контрольный параметр в каждом измерении находится в доверительном интервале

$$m - 2,81\sigma_{к.п} < \hat{K}_{к.п}(i) < m + 2,81\sigma_{к.п}, \quad i = 1, 2, \dots, n_2. \quad (22)$$

Если значение контрольного параметра выходит за пределы интервала (см. (22)), то процесс передачи единицы должен быть приостановлен для уточнения значения коэффициента деления ОД.

Определим зависимость ширины доверительного интервала от изменения коэффициентов отражения от передней и задней граней ОД.

Так как $\delta_{\text{ЭП}}^2 \ll \delta_{\text{ДСИ}}^2$, то из (21) следует

$$d_{\text{к.п}} \approx (2z\delta_{\text{ДСИ}}K_{\text{отр}})/K_{\text{отр.1}}.$$

В результате действия дестабилизирующих факторов могут измениться коэффициенты отражения от передней и задней граней ОД $K_{\text{отр}}$, $K_{\text{отр.1}}$ на $\Delta K_{\text{отр}}$, $\Delta K_{\text{отр.1}}$ соответственно. Исходя из (21) можно показать, что при условии $\Delta K_{\text{отр}}/K_{\text{отр}} \ll 1$, $\Delta K_{\text{отр.1}}/K_{\text{отр.1}} \ll 1$ доверительный интервал также изменится:

$$\hat{d}_{\text{к.п}} \approx d_{\text{к.п}} \left(1 + \frac{\Delta K_{\text{отр}}}{K_{\text{отр}}} - \frac{\Delta K_{\text{отр.1}}}{K_{\text{отр.1}}} \right).$$

Изменение относительной ширины интервала определим как

$$\delta_{\text{к.п}} = \left| \frac{\hat{d}_{\text{к.п}} - d_{\text{к.п}}}{d_{\text{к.п}}} \right| \approx \left| \frac{\Delta K_{\text{отр}}}{K_{\text{отр}}} - \frac{\Delta K_{\text{отр.1}}}{K_{\text{отр.1}}} \right|.$$

Изменение ширины доверительного интервала $\delta_{\text{к.п}}$ сверх установленного в результате исследования метрологических характеристик ОД значения $\delta_{\text{уст}}$ ($\delta_{\text{к.п}} > \delta_{\text{уст}}$) свидетельствует об изменении характеристик ОД и также требует уточнения коэффициента деления ОД.

Заключение. Предложенная оценка коэффициента деления (7) является наиболее вероятной, минимизирующей суммы квадратов отклонений (5), и уменьшает влияние коэффициентов преобразования применяемых СИ на результат.

Наибольший интервал погрешности оценки коэффициента деления, обусловленной нелинейностью чувствительности применяемых СИ, определяется выражением (17). При необходимости, для уменьшения погрешности нелинейности следует устанавливать вид функции преобразования применяемых СИ или их коэффициентов преобразования от мощности излучения в точках передачи единицы мощности.

Оценка контрольного параметра и ширины его доверительного интервала позволяет в реальном масштабе времени контролировать достоверность передачи единицы мощности калибруемым СИ.

Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП высокоточных измерительных технологий в области фотоники (скр.vniiiofi.ru), созданного на базе ФГУП «ВНИИОФИ» и поддержанного Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения № 05.595.21.0005 (уникальный идентификатор RFMEF159519X0005).

Список литературы

1. Колпаков А. И., Райцин А. М., Улановский М. В. Метод передачи единицы мощности высокоинтенсивного

лазерного излучения // Измерительная техника. 2020. № 6. С. 17–21. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-6-17-21>

2. Горноста́й А. В., Оди́ноков С. Б. Метод расчета дифракционных делителей пучков лазерного излучения со спектральной селекцией на основе бихромированной желатины // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 1. С. 45–50. <https://doi.org/10.18287/2412-6179-2016-40-1-45-50>

3. Длу́гунович В. А., Иса́евич А. В., Кру́плевич Е. А., На́сенник Л. Н. Влияние характеристик излучения лазеров на точность калибровки средств измерений // Приборы и методы измерений. 2015. Т. 6. № 1. С. 31–38.

4. Длу́гунович В. А., Иса́евич А. В., Кру́плевич Е. А. Методика калибровки средств измерений средней мощности лазерного излучения // Материалы VIII Международной научно-технической конференции «Метрология и измерительная техника» (Метрология 2012), Харьков 2012. С. 315–318.

5. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962, 352 с.

6. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука. 1969, 576 с.

7. Райцин А. М. Измерение отношения двух нормально распределённых случайных величин // Измерительная техника. 2012. № 9. С. 7–11.

8. Кендалл М., Стюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966, 588 с.

References

1. Kolpakov A. I., Raitsin A. M., Ulanovskii M. V., *Izmeritel'naya Tekhnika*, 2020, no. 6, pp. 17–21 (in Russian). <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-6-17-21>

2. Gornostai A. V., Odinkov S. B., *Computer Optics*, 2016, vol. 40, no. 1, pp. 45–50 (in Russian). <https://doi.org/10.18287/2412-6179-2016-40-1-45-50>

3. Dlugunovich V. A., Isaevich A. V., Kruplevich E. A., Nasennik L. N., *Devices and Methods of Measurements*, 2015, vol. 6, no. 1, pp. 31–38 (in Russian).

4. Dlugunovich V. A., Isaevich A. V., Kruplevich E. A., *Proceedings of the VIII International Conference "Metrologiya i izmeritel'naya tekhnika"* (Metrologiya 2012), Khar'kov 2012, pp. 315–318 (in Russian).

5. Linnik Yu. V., *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nablyudenii*, Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 352 p.

6. Venttsel' E. S., *Teoriya veroyatnostei*, Moscow, Nauka Publ., 1969, 576 p.

7. Raitsin A. M., *Measurement Techniques*, 2012, vol. 55, no. 9, pp. 971–977. <https://doi.org/10.1007/s11018-012-0084-y>

8. Kendall M., Stuart A., *Teoriya raspredelenii*, M., Moscow, Nauka Publ., 1966, 588 p.

Дата поступления: 13.03.2020.

Дата принятия: 22.04.2020.

Metrological characteristics of measuring laser power divider

Aleksandr I. Kolpakov¹, Arkady M. Raitsin², Michael V. Ulanovskii¹

¹All-Russian Research Institute of Optical and Physical Measurements, Moscow, Russian Federation,
e-mail: 1978fox@mail.ru, ulanovsky@vniiofi.ru

²Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russian Federation,
e-mail: arcadiyram@rambler.ru

An analysis of the errors of the measuring optical power divider of laser radiation, which is used to transmit a unit of average power of high-intensity laser radiation and is structurally made in the form of a wedge, is carried out. The error of the division ratio, which affects the accuracy of the unit transmission, is determined. The estimation of the random component of the division coefficient error is carried out and it is shown that the proposed method for its determination, based on the rearrangement of the used measuring instruments, gives the most probable estimate. The error caused by the nonlinearity of the measuring instruments that determine the division coefficient is investigated, and its largest interval is estimated. It is shown that in the case of invariability of the conversion coefficients of the used measuring instruments on the laser radiation power, the method makes it possible to exclude the dependence of the error in determining the division coefficient on the mentioned coefficients, and in another case, to reduce their influence on the transmission error. The possibility of controlling the division factor of the divider by determining the control parameter and its confidence interval when transmitting a unit of radiation power is substantiated; a formula for calculating this interval in each measurement cycle is obtained. It is shown that the value of the parameter and the change in the confidence interval can be used to control the reliability of the transmission of the unit of power to the calibrated measuring instrument in real time.

Key words: metrology, methods for measuring laser parameters, calibration of measuring instruments, transmission of a unit of power, measuring power divider, error.