

Квантовый томограф для измерения и характеристики квантовых состояний бифотонных источников

Д. Н. Фроловцев¹, С. А. Магницкий¹, А. В. Дёмин²

¹Международный лазерный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация, e-mail: frolovtsev@yandex.ru

²Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Российская Федерация, e-mail: demin@vniiofi.ru

В настоящее время актуальна разработка методов и устройств измерения квантовых состояний потоков фотонов. Предложен прототип устройства для характеристики методом квантовой томографии бифотонных источников света на основе спонтанного параметрического рассеяния. Прототип представляет собой экспериментальную реализацию специализированного квантового томографа, который предназначен для измерения квантовых поляризационных состояний излучения, генерируемого бифотонными источниками. Рассмотрен принцип работы устройства для характеристики бифотонных источников света. Описано специально разработанное программное обеспечение, с помощью которого можно определить статистические характеристики измеренного квантового состояния, рассчитать томографическую и наивероятнейшую оценки матрицы плотности и погрешности измерения элементов матрицы плотности, оценить качество квантового состояния бифотонов.

Ключевые слова: фотоника, квантовые состояния, квантовая томография, спонтанное параметрическое рассеяние.

Введение. В последние годы резко возрос интерес к характеристике малофотонных источников света. Это связано с тем, что оптические малофотонные квантовые технологии вышли из стен лабораторий и в настоящее время идёт интенсивная подготовка их внедрения в промышленность. В связи с этим приобрела особую актуальность задача создания методов измерения квантовых состояний потоков фотонов и устройств, способных измерять такие состояния. В статье [1] отмечено, что наиболее полная информация о квантовом состоянии потока фотонов может быть получена с помощью квантовой томографии [2]. К настоящему времени разработаны различные томографические методы (см., например [3, 4]), с использованием которых в принципе можно измерить любые квантовые состояния световых полей, генерируемых источниками одиночных фотонов.

В МГУ им. М. В. Ломоносова создан прототип устройства – квантовый томограф – для характеристики бифотонных источников света в составе разрабатываемых в настоящее время квантовых оптических стандартов [5]. Томограф содержит измеритель квантовых состояний и персональный компьютер со специализированным программным обеспечением – программой QTomography. Данная программа позволяет произвести полную характеристику квантового состояния тестируемых потоков бифотонов, генерируемых источником спонтанного параметрического рассеяния (СПР). Программа вычисляет элементы матрицы плотности, оценивает погрешности измерения элементов матрицы

плотности и рассчитывает значения характеристик измеряемого квантового состояния: чистоты (линейной энтропии и энтропии фон Неймана) и перепутанности (concurrence, tangle и перепутывание формирования).

Устройство и принцип работы квантового томографа. Схема установки для измерений поляризационных квантовых состояний бифотонов представлена на рисунке. Установка содержит два модуля: тестируемый бифотонный источник – *источник коррелированных по времени фотонных пар* и квантовый томограф – *измеритель квантовых состояний*. Модули сопрягаются с помощью юстировочных лазеров ЛЮ. Квантовый томограф может измерять проекции измеряемого квантового состояния на различные заданные измерительные состояния. Технически это достигается установкой различных заранее заданных конфигураций углов поворота четверть- ($\lambda/4$) и полуволновых ($\lambda/2$) пластинок. В квантовом томографе используется томографический протокол, предложенный в [6], согласно которому для измерения квантового состояния необходимо провести 16 измерений в различных конфигурациях поляризационных пластинок. Список конфигураций и соответствующих им проекций состояний приведён в табл. 1, где $|\chi_1\rangle, |\chi_2\rangle$ – состояния поляризации, пропускаемые универсальным поляризатором в первом и втором пучках соответственно; h_1, h_2, q_1, q_2 – углы поворота полу- (h) и четвертьволновых (q) пластинок, установленных в первом и втором пучках соответственно; $|H\rangle, |V\rangle$ – линейные горизонтальная и вертикальная

поляризации в лабораторном базисе соответственно; $|D\rangle = (|H\rangle - |V\rangle)/\sqrt{2}$ – линейная поляризация, направленная под 45° к $|H\rangle$ и $|V\rangle$; $|R\rangle = (|H\rangle - i|V\rangle)/\sqrt{2}$, $|L\rangle = (|H\rangle + i|V\rangle)/\sqrt{2}$ – циркулярная правая и левая поляризации. Практически вычисляется количество коррелированных по времени фотоотсчётов в двух измерительных каналах квантового томографа в течение заданного промежутка времени для каждой конфигурации.

В настоящей работе объектом тестирования выбран вырожденный по частоте неколлинеарный СПР-источник перепутанных по поляризации фотонных пар [7] 1-го типа на кристаллах бета-бората бария (ВВО), собранный на основе двухкристальной схемы [8]. Выбор СПР-источников в качестве источников малофотонного излучения обусловлен их высокой надёжностью. Более того, на взгляд авторов настоящей статьи, СПР-источники с успехом могут служить эталонами квантовых состояний фотонов при разработке квантовых оптических стандартов. Для улучшения чистоты генерируемого СПР-источником квантового состояния применены компенсационные техники [9]. Лазер накачки ЛН

(см. рисунок) в тестируемом СПР-источнике – непрерывный диодный лазер на длине волны 405 нм мощностью около 30 мВт. Излучение этого лазера проходит последовательно через полуволновую пластинку $\lambda/2$, позволяющую поворачивать плоскость поляризации лазера, компенсационную кварцевую пластинку $КвК$, регулирующую временную задержку горизонтально поляризованной составляющей лазера относительно его вертикально поляризованной составляющей, интерференционный светофильтр $ИФ$, отсекающий ненужную засветку, и только затем попадает на двойной кристалл ВВО 2-ВВО. Рождённые в кристаллах ВВО перепутанные по поляризации фотонные пары (бифотоны) с центральной длиной волны 810 нм распространяются под углом 3° по отношению к накачке. Фотоны проходят через пространственные компенсационные кристаллы $ПрК$, компенсирующие зависимость фазы генерируемого состояния от направления рассеяния. Ширина углового спектра пучков рассеянных фотонов регулируется диафрагмами $Д2$, $Д4$. Лучи юстировочных лазеров ЛЮ, совпадающие с направлением

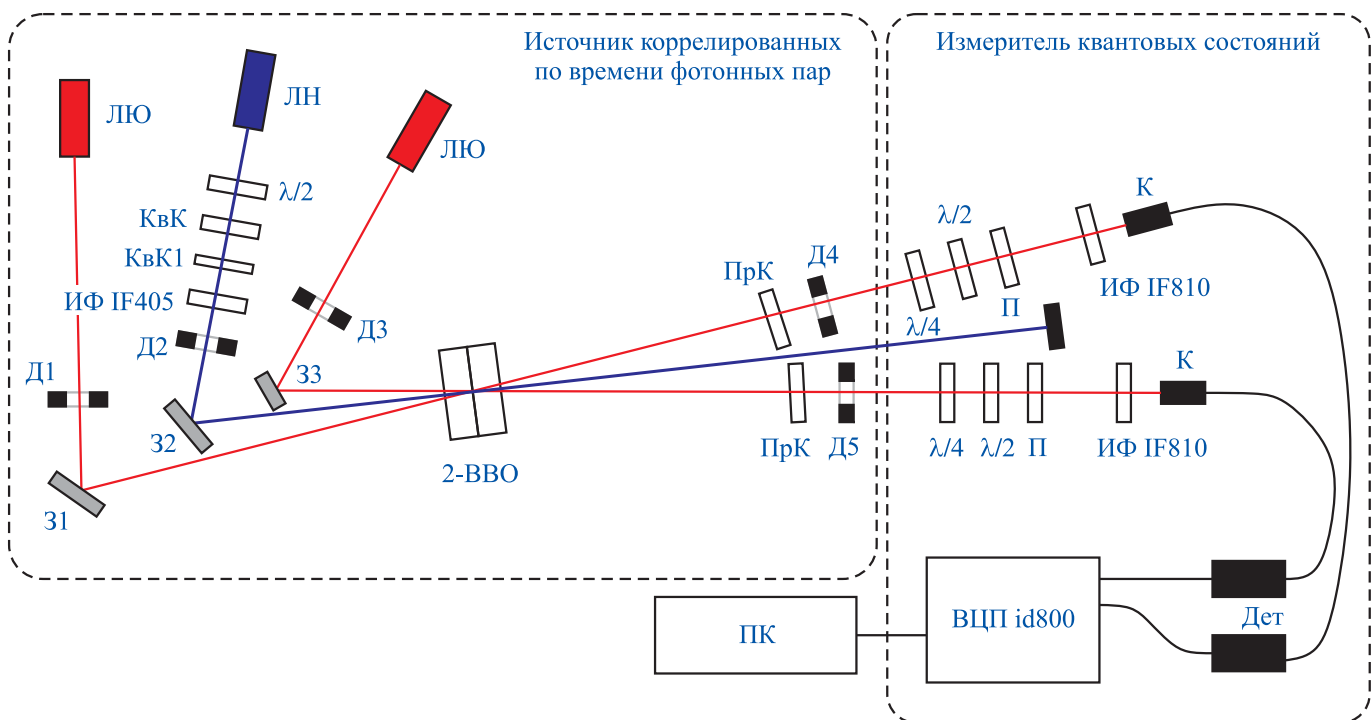


Схема экспериментального стенда:

ЛЮ – лазер юстировочный; ЛН – лазер накачки, 31, 32, 33 – зеркала; КвК, КвК1, ПрК – кварцевые и пространственные компенсационные кристаллы; Д1, ..., Д5 – ирисовые диафрагмы; 2-ВВО – двойной кристалл ВВО; $\lambda/2$, $\lambda/4$ – полу- и четвертьволновые пластинки; П – призма Глана; ИФ IF405, ИФ IF810 – интерференционные полосовые светофильтры с центральной длиной волны пропускания 405 и 810 нм соответственно; К – коллиматор; Дет – детектор одиночных фотонов; ВЦП id800 – время-цифровой преобразователь idQuantique id800; ПК – персональный компьютер

Scheme of the installation consisting of the SPDC source and quantum tomograph:

Laser – alignment laser; Laser 405 nm – pump laser; M1, M2, M3 – mirrors; Q, Q1 – quartz compensation crystals; D1, ..., D5 – iris diaphragms; Comp – spatial compensation crystals; 2-BBO – double BBO crystal; $\lambda/2$, $\lambda/4$ – quarter- and half-wave plates; P – Glan's prism; IF405 and IF810 – interference filters with center wavelengths of 405 nm and 810 nm; C – fiber collimator; PD – single photon detector; id800 – time-to-digital converter (id800, idQuantique); PC – computer

Таблица 1

Состояния поляризации, пропускаемой универсальным поляризатором, и соответствующие положения волновых пластинок при различных томографических измерениях

v	$ \chi_1\rangle$	$ \chi_2\rangle$	$h_1, ^\circ$	$q_1, ^\circ$	$h_2, ^\circ$	$q_2, ^\circ$
1	$ H\rangle$	$ H\rangle$	45	0	45	0
2	$ H\rangle$	$ V\rangle$	45	0	0	0
3	$ V\rangle$	$ V\rangle$	0	0	0	0
4	$ V\rangle$	$ H\rangle$	0	0	45	0
5	$ R\rangle$	$ H\rangle$	22,5	0	45	0
6	$ R\rangle$	$ V\rangle$	22,5	0	0	0
7	$ D\rangle$	$ V\rangle$	22,5	45	0	0
8	$ D\rangle$	$ H\rangle$	22,5	45	45	0
9	$ D\rangle$	$ R\rangle$	22,5	45	22,5	0
10	$ D\rangle$	$ D\rangle$	22,5	45	22,5	45
11	$ R\rangle$	$ D\rangle$	22,5	0	22,5	45
12	$ H\rangle$	$ D\rangle$	45	0	22,5	45
13	$ V\rangle$	$ D\rangle$	0	0	22,5	45
14	$ V\rangle$	$ L\rangle$	0	0	22,5	90
15	$ H\rangle$	$ L\rangle$	45	0	22,5	90
16	$ R\rangle$	$ L\rangle$	22,5	0	22,5	90

ризатор состоит из призмы Глана Π , полу- и четвертьволновой пластинок. Он пропускает фотоны с поляризацией, определяемой положением четверть- и полуволновой пластинок, и поглощает фотоны с ортогональной поляризацией. Универсальный поляризатор можно установить для пропускания любой поляризации (в частности, линейной или циркулярной). После прохождения универсальных поляризаторов количество коррелированных фотонов уменьшается, причём это количество пропорционально доле состояния, пропускаемого поляризаторами, в состоянии, которое генерирует источник. Математически доля равна проекции генерируемого состояния на состояние, пропускаемое универсальными поляризаторами.

Программа QTomography. Для установки различных положений универсальных поляризаторов, а также для обработки, визуализации и сохранения результатов томографических измерений используется программа QTomography. Программа написана в среде LabView. В графической оболочке программы имеются несколько вкладок: Measurements, Density matrices, State Characteristics и Visualization. Программа позволяет задать любую из 16 конфигураций универсального поляризатора, а также обработать экспериментальные данные томографических измерений: получить томографическую и наивероятнейшую оценки матрицы плотности; оценить погрешности полученных значений элементов матрицы плотности; вычислить значения характеристик измеряемого квантового состояния – чистоты (линейную энтропию и энтропию фон Неймана) и перепутанности (concurrence, tangle и перепутывания формирования).

распространения пучков коррелированных фотонов, позволяют настроить волоконные входы детекторов одиночных фотонов *Det* так, чтобы в них проходили одиночные фотоны из тестируемого источника.

Квантовый томограф производит селекцию различных поляризационных состояний бифотонов из общего потока источника с помощью универсальных поляризаторов, расположенных в каждой пучке бифотонной пары. Универсальный поля-

Программа, как и измеритель квантовых состояний, работает в соответствии с томографическим протоколом [6], который предполагает несколько этапов обработки. Сначала вычисляется так называемая томографическая оценка матрицы плотности:

$$\hat{\rho}_{\text{tom}} = \sum_{v=1}^{16} \hat{M}_v n_v / N; \quad (1)$$

$$N = \sum_{v=1}^4 n_v,$$

где $\hat{M}_v$ – матрицы [6]; n_v – количество коррелированных фотоотсчётов в v -м измерении.

На следующем этапе полученная матрица используется в качестве нулевого приближения в вариационной задаче на минимум для вычисления наивероятнейшей оценки матрицы плотности:

$$L(t_1, t_2, \dots, t_{16}) = \sum_{v=1}^{16} \frac{(N \langle \psi_v | \hat{\rho}_p(t_1, t_2, \dots, t_{16}) | \psi_v \rangle - n_v)^2}{2N \langle \psi_v | \hat{\rho}_p(t_1, t_2, \dots, t_{16}) | \psi_v \rangle} \rightarrow \min;$$

$$\hat{\rho}_p(t_1, t_2, \dots, t_{16}) = \frac{\hat{T}^\dagger(t) \hat{T}(t)}{\text{Tr}\{\hat{T}^\dagger(t) \hat{T}(t)\}};$$

$$\hat{T}(t) = \begin{pmatrix} t_1 & 0 & 0 & 0 \\ t_5 + it_6 & t_2 & 0 & 0 \\ t_{11} + it_{12} & t_7 + it_8 & t_3 & 0 \\ t_{15} + it_{16} & t_{13} + it_{14} & t_9 + it_{10} & t_4 \end{pmatrix},$$

где $|\psi_v\rangle$ – состояние, регистрируемое в v -м измерении; † – знак эрмитового сопряжения.

Необходимость вычисления наивероятнейшей оценки матрицы плотности обусловлена тем, что получаемая в результате томографической оценки матрица плотности может не удовлетворять условию положительной определённости. Наивероятнейшая оценка находится методом наивероятнейшего приближения: элементы матрицы плотности слегка «подстраиваются» таким образом, чтобы экспериментальные данные воспроизводились с наибольшей вероятностью. Для нахождения минимума функции $L(t_1, t_2, \dots, t_{16})$ используется метод Пауэлла [10]. Погрешности определения элементов матрицы плотности рассчитываются по выражениям [6]:

$$(\Delta \text{Re} \hat{\rho}_{ij})^2 = \sum_{v=1}^{16} [(\text{Re} \hat{M}_v)_{ij}]^2 \Lambda_v;$$

$$(\Delta \text{Im} \hat{\rho}_{ij})^2 = \sum_{v=1}^{16} [(\text{Im} \hat{M}_v)_{ij}]^2 \Lambda_v,$$

где

$$\Lambda_v = \left[\frac{s_v}{N} + \sum_{i,j=1}^4 \sum_{\varepsilon,\lambda=1}^{16} f_{v,\varepsilon}^{(i)} f_{v,\lambda}^{(j)} s_\varepsilon s_\lambda (\Delta\theta)^2 \right];$$

$$f_{v,\mu}^{(i)} = \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta_{v,i}} \langle \Psi_v | \hat{M}_\mu | \Psi_v \rangle + \langle \Psi_v | \hat{M}_\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta_{v,i}} | \Psi_v \rangle \right\} \right\};$$

$$s_v = n_v / N,$$

индекс i, j обозначают положения фазовых пластинок универсальных поляризаторов.

В матрице плотности содержится вся информация о состоянии потока фотонов. Это означает, что, вычислив матрицу плотности, можно получить любую из характеристик квантового состояния измеряемого ансамбля.

Как указывалось выше, программа QTomography способна вычислить пять количественных оценок чистоты и перепутанности измеряемых состояний. На первом этапе, в соответствии с их определениями [11, 12], вычисляются три базовые оценки состояний:

линейная энтропия $S_L(\hat{\rho}) = 4[1 - \text{Tr}(\hat{\rho}^2)]/3$ принимает значение 0 для чистого состояния и 1 для максимально смешанного (здесь и далее $\hat{\rho}$ – матрица плотности характеризующего состояния);

энтропия фон Неймана $S_N(\hat{\rho}) = -\sum_i p_i \log_2 p_i$ (p_i – собственные значения матрицы плотности) имеет смысл меры неопределённости квантового состояния, т. е. содержащегося в этом состоянии количества информации. Для чистого состояния энтропия принимает значение 0, для максимально смешанного – 2;

concurrence $C(\hat{\rho}) = \max\{0; \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\}$ (λ_i – собственные значения матрицы $\hat{R} = \hat{\rho} \hat{\sigma}_z \hat{\rho}$; $\hat{\sigma}_z = (\hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2) \hat{\rho}^* (\hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2)$; $\hat{\sigma}_2$ – матрица Паули) – параметр перепутанности, имеющий смысл степени инвариантности квантового состояния по отношению к преобразованию переворота спинов [12]. При этом перепутанные квантовые состояния при преобразовании переворота спинов переходят в ортогональные квантовые состояния, а максимально перепутанные переходят в себя с точностью до фазового множителя. Таким образом, $C(\hat{\rho})$ для перепутанных квантовых состояний и для максимально перепутанных равны 0 и 1 соответственно.

После вычисления этих характеристик, программа вычисляет ещё две характеристики, являющиеся производными от concurrence: tangle $T(\hat{\rho}) = C(\hat{\rho})^2$ и перепутывание формирования $E(\hat{\rho}) = h\left[\left(1 + \sqrt{1 - C(\hat{\rho})^2}\right)/2\right]$, где $h(x) = -x \log_2 x - (1-x) \log_2 (1-x)$. Tangle имеет такой же смысл и значения как и concurrence: 0 и 1 для перепутанных и максимально перепутанных состояний соответственно. Перепутывание формирования характеризует квантовое состояние фотонных пар с информационной точки зрения. Это понятие широко используется в квантовой теории информации и показывает степень неопределённости квантового состояния одной из подсистем (одного из фотонов пары) по сравнению с неопределённостью квантового состояния всей системы. В случае максимально перепутанного состояния состояние всей системы определено, а

состояние подсистем является максимально неопределённым, и $E(\hat{\rho}) = 1$. В случае перепутанного состояния определённость состояния всей системы не может превышать определённость состояния подсистем, и $E(\hat{\rho}) = 0$.

Вместе со значениями описанных характеристик программа QTomography рассчитывает погрешности линейной энтропии, энтропии фон Неймана и concurrence соответственно:

$$(\Delta S_L)^2 = \sum_{v=1}^{16} \left(\frac{8}{3} \sum_{\mu=1}^{16} \text{Tr}(\hat{M}_\mu \hat{M}_v) s_\mu \right)^2 \Lambda_v;$$

$$(\Delta S_N)^2 = \sum_{v=1}^{16} \left(\sum_{a=1}^4 \langle \varphi_a | \hat{M}_v | \varphi_a \rangle \frac{1 + \ln p_a}{\ln 2} \right)^2 \Lambda_v;$$

$$(\Delta C)^2 = \sum_{v=1}^{16} \left[\sum_{a=1}^4 \sum_{\mu=1}^{16} \text{sign}\left(\frac{3}{2} - a\right) \frac{1}{2\sqrt{r_a}} \langle \xi_a | \hat{q}_{\mu v} s_\mu | \zeta_a \rangle \right]^2 \Lambda_v,$$

где $p_a, |\varphi_a\rangle$ – собственные значения и собственные векторы характеризующей матрицы плотности; $\text{sign}(x)$ – функция знака: $\text{sign}(x) = 1$ при $x > 0$, $\text{sign}(x) = -1$ при $x < 0$ и $\text{sign}(x) = 0$ при $x = 0$; $|\xi_a\rangle, |\zeta_a\rangle, r_a$ – левые и правые собственные векторы и собственные значения матрицы $\hat{R}$, соответственно; $\hat{q}_{\mu v} = \hat{M}_\mu \hat{\Sigma} \hat{M}_v \hat{\Sigma} + \hat{M}_v \hat{\Sigma} \hat{M}_\mu \hat{\Sigma}$; $\hat{\Sigma} = \hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2$.

Погрешности определения tangle и перепутывания формирования соответственно рассчитываются как

$$\Delta T = 2C\Delta C;$$

$$\Delta E = \frac{C}{\sqrt{1-C^2}} h' \left(\frac{1 + \sqrt{1-C^2}}{2} \right) \Delta C.$$

Отметим, что для вычисления величин, зависящих от элементов матрицы плотности, берётся её наимвероятнейшая оценка.

Результаты характеристики СПР-источника. Описанный выше СПР-источник протестирован на квантовом томографе. Для различных положений волновых пластинок измерено количество коррелированных фотоотсчётов во временном интервале около 8 нс. Результаты приведены в табл. 2, где принято стандартное квантовомеханическое обозначение $|\varphi_a \varphi_b\rangle = |\varphi_a\rangle \otimes |\varphi_b\rangle$;

Таблица 2

Количество коррелированных фотоотсчётов (совпадений) при томографических измерениях

v	Проецируемое состояние	Количество совпадений
1	$ HH\rangle$	1916
2	$ HV\rangle$	26
3	$ VV\rangle$	2027
4	$ VH\rangle$	36
5	$ RH\rangle$	1121
6	$ RV\rangle$	1013
7	$ DV\rangle$	1192
8	$ DH\rangle$	1105
9	$ DR\rangle$	913
10	$ DD\rangle$	2133
11	$ RD\rangle$	743
12	$ HD\rangle$	938
13	$ VD\rangle$	1110
14	$ VL\rangle$	946
15	$ HL\rangle$	1155
16	$ RL\rangle$	2030

⊗ – тензорное произведение; $|\varphi_{a,b}\rangle$ – состояние поляризации, пропускаемое универсальным поляризатором (см. табл. 1).

С использованием полученных данных в программе QTomography определено квантовое состояние исследуемого бифотонного излучения. Согласно алгоритму обработки рассчитаны томографическая оценка матрицы плотности, наивероятнейшая оценка матрицы плотности и матрица погрешностей измерения элементов матрицы плотности (погрешность выставления поворота волновых пластинок $\Delta\theta=1^\circ$) соответственно:

$$\hat{\rho}_{\text{tom}} = \begin{pmatrix} 0,478 & -0,08-0,046i & 0,032+0,036i & 0,468-0,13i \\ -0,08+0,046i & 0,0065 & 0,012-0,04i & 0,041-0,003i \\ 0,032-0,036i & 0,012+0,04i & 0,0090 & 0,020+0,021i \\ 0,468+0,13i & 0,041+0,003i & 0,020-0,021i & 0,506 \end{pmatrix};$$

$$\hat{\rho}_{\text{th}} = \begin{pmatrix} 0,486 & 0,006-0,024i & 0,031+0,012i & 0,426-0,13i \\ 0,006+0,024i & 0,0085 & -0,004-0,01i & 0,035+0,009i \\ 0,031-0,012i & -0,004+0,01i & 0,0102 & 0,022+0,007i \\ 0,426+0,13i & 0,035-0,009i & 0,022-0,007i & 0,495 \end{pmatrix};$$

$$\delta\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0,011 & 0,018+0,028i & 0,017+0,027i & 0,036+0,04i \\ 0,018+0,028i & 0,0027 & 0,036+0,04i & 0,018+0,027i \\ 0,017+0,027i & 0,036+0,04i & 0,021 & 0,017+0,027i \\ 0,036+0,04i & 0,018+0,027i & 0,017+0,027i & 0,011 \end{pmatrix}.$$

На основании найденной матрицы плотности проведена характеристика тестируемого СПР-источника. Получены следующие значения характеристик квантового состояния потока бифотонов: $S_L(\hat{\rho})=0,15\pm0,08$; $S_N(\hat{\rho})=0,33\pm0,11$; $C(\hat{\rho})=0,89\pm0,08$; $T(\hat{\rho})=0,78\pm0,14$; $E(\hat{\rho})=0,84\pm0,11$. Указанных характеристик достаточно для характеристики бифотонных СПР-источников с точки зрения их поляризационных свойств. Они, совместно с матрицей плотности, полностью описывают квантовое поляризационное состояние потока бифотонов, находящихся как в перепутанном, так и в перепутанном чистом и смешанном состояниях.

Явный вид матриц $\hat{M}_n$. В статье [6] некоторые опубликованные матрицы имеют опечатки, поэтому при расчётах в настоящей работе использованы следующие матрицы:

$$\hat{M}_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -(1-i) & -(1+i) & 1 \\ -(1+i) & 0 & i & 0 \\ -(1-i) & -i & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -(1-i) & 0 & 1 \\ -(1+i) & 2 & i & -(1+i) \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 1 & -(1-i) & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & i & -(1+i) \\ 0 & -i & 0 & -(1-i) \\ 1 & -(1-i) & -(1+i) & 2 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_4 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -(1+i) & 1 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ -(1-i) & -i & 2 & -(1-i) \\ 1 & 0 & -(1+i) & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_5 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2i & -(1+i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 0 \\ -2i & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_6 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 2i \\ 0 & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & -2i & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_7 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 2 \\ 0 & -(1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_8 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1-i) & 0 \\ 2 & -(1+i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{12} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & -(1+i) \\ 2 & 0 & -(1+i) & 0 \\ 0 & -(1-i) & 0 & 0 \\ -(1-i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{13} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1+i) \\ 0 & 0 & -(1+i) & 0 \\ 0 & -(1-i) & 0 & 2 \\ -(1-i) & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{14} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -(1-i) \\ 0 & 0 & (1-i) & 0 \\ 0 & (1+i) & 0 & -2i \\ -(1+i) & 0 & 2i & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{15} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2i & 0 & -(1-i) \\ 2i & 0 & (1-i) & 0 \\ 0 & (1+i) & 0 & 0 \\ -(1+i) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{M}_{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обсуждение. Из приведённых результатов следует, что с помощью созданного квантового томографа можно определять квантовое состояние поляризационно перепутанного потока бифотонов, генерируемых неколлинеарными СПР-источниками 1-го типа на вырожденной длине волны 810 нм. Однако томограф может работать и с другими источниками, например: СПР-источниками перепутанных по поляризации фотонных пар [14]; источником перепутанных по поляризации фотонных пар, основанным на СПР 2-го типа [15]; СПР-источниками, основанными на нелинейных кристаллах с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллах) [16]. Кроме того, томограф можно применять при работе с фотонами на любой длине волны, для которой детекторы одиночных фотонов имеют достаточную эффективность, а также при работе с источниками, фотоны которых имеют разные центральные длины волн [17]. Для этого требуется подобрать соответствующие волновые пластинки, интерференционные фильтры и волоконную оптику (разветвители и волокна).

Одно из целевых применений квантового томографа – характеристика бифотонных СПР-источников с точки зрения возможности их использования в строящихся оптических линиях связи с квантовым распределением криптографического ключа, в коммерческих системах квантовой информатики (в частности, квантовых оптических компьютерах) и в оптических модулях устройств искусственного интеллекта.

Для этого в конструкцию томографа необходимо внести несколько несущественных изменений, связанных с автоматизацией. При этом волновые пластинки универсального поляризатора требуется установить на моторизованных вращателях, управляемых компьютером, а квантовый томограф оснастить волоконным входом с целью его механического соединения с тестируемым источником без каких-либо дополнительных юстировок. Такое автоматизированное устройство способно произвести полноценную характеристику тестируемого источника с помощью матрицы плотности или любой из описанных выше характеристик квантового состояния.

Благодарности. Авторы выражают благодарность профессору А. С. Чиркину за плодотворное обсуждение, П. П. Гостеву, Е. А. Мамонову и Д. П. Агапову – за помощь, оказанную на разных этапах выполнения работы. Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (стипендия № 18-2-6-189-1) и РФФИ (грант № 18-02-00849). Работа частично выполнена с применением оборудования Центра коллективного пользования высокоточных измерительных технологий в области фотоники (skr.vniiofi.ru), созданного на базе ВНИИОФИ и поддержанного Минобрнауки России в рамках выполнения соглашения № 05.595.21.0005 (уникальный идентификатор RFMEFI59519X0005).

Список литературы

1. Магницкий С. А., Фроловцев Д. Н., Агапов Д. П., Дёмин А. В., Крутиков В. Н., Левин Г. Г. Метрология одиночных фотонов для квантовых информационных технологий // Измерительная техника. 2017. № 3. С. 24–29. DOI: 10.32446/0368-1025it.2017-3-24-29
2. D'Ariano G. M., Paris M. G., Sacchi M. F., *Advances in Imaging and Electron Physics*, 2003, vol. 128, pp. 206–309.
3. Straupe S. S., Ivanov D. P., Kalinkin A. A. et al., *Physical Review A*, 2011, vol. 83, no. 6, p. 060302. DOI: 10.1103/PhysRevA.83.060302
4. Thew R. T., Nemoto Kae, White Andrew G., Munro William J., *Physical Review A*, 2002, vol. 66, no. 1, p. 012303. DOI: 10.1103/PhysRevA.66.012303
5. ETSI GS QKD 012 V1.1.1 (2019-02) Quantum Key Distribution (QKD); Device and Communication Channel Parameters for QKD Deployment, *ETSI*, 2019.
6. James D. F. V., Kwiat P. G., Munro W. J., White A. G., *Physical Review A*, 2001, vol. 64, no. 5, p. 052312. DOI: 10.1103/PhysRevA.64.052312
7. Пат. № 2636808 РФ / Д. Н. Фроловцев, С. А. Магницкий // Изобретения. Полезные модели. 2018. № 2016126342.
8. Kwiat Paul G., Waks Edo, White Andrew G. et al., *Physical Review A*, 1999, vol. 60, no. 2, p. R773. DOI: 10.1103/PhysRevA.60.R773
9. Rangarajan R., Goggin M., Kwiat P., *Optics express*, 2009, vol. 17, no. 21, pp. 18920–18933. DOI: 10.1364/OE.17.018920
10. Powell M. J., *The computer journal*, 1964, vol. 7, no. 2, pp. 155–162. DOI: 10.1093/comjnl/7.2.155

11. Wootters W. K., *Physical Review Letters*, 1998, vol. 80, no. 10, p. 2245. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.2245
12. Wootters W. K., *Quantum Information & Computation*, 2001, vol. 1, no. 1, pp. 27–44.
13. Ekert A. K., *Physical Review Letters*, 1991, vol. 67, no. 6, p. 661. DOI: 10.1103/PhysRevLett.67.661
14. Kaneda Fumihito, Garay-Palmett Karina, U'Ren Alfred B., Kwiat Paul G., *Optics express*, 2016, vol. 24, no. 10, pp. 10733–10747. DOI: 10.1364/OE.24.010733
15. Kwiat Paul G., Mattle Klaus, Weinfurter Harald et al., *Physical Review Letters*, 1995, vol. 75, no. 24, p. 4337. DOI: 10.1103/PhysRevLett.75.4337
16. Kim T., Fiorentino M., Wong F. N., *Physical Review A*, 2006, vol. 73, no. 1, p. 012316. DOI: 10.1103/PhysRevA.73.012316
17. Hentschel Michael, Hübel Hannes, Poppe Andreas, Zeilinger Anton, *Optics express*, 2009, vol. 17, no. 25, pp. 23153–23159. DOI: 10.1364/OE.17.023153

References

1. Magnitskii S. A., Frolovstev D. N., Agapov D. P. et al., *Measurement Techniques*, 2017, vol. 60, no. 3, pp. 235–241. DOI: 10.1007/s11018-017-1179-2
2. D'Ariano G. M., Paris M. G., Sacchi M. F., *Advances in Imaging and Electron Physics*, 2003, vol. 128, pp. 206–309.
3. Straupe S. S., Ivanov D. P., Kalinkin A. A. et al., *Physical Review A*, 2011, vol. 83, no. 6, p. 060302. DOI: 10.1103/PhysRevA.83.060302
4. Thew R. T., Nemoto Kae, White Andrew G., Munro William J., *Physical Review A*, 2002, vol. 66, no. 1, p. 012303. DOI: 10.1103/PhysRevA.66.012303
5. ETSI GS QKD 012 V1.1.1 (2019-02) Quantum Key Distribution (QKD); Device and Communication Channel Parameters for QKD Deployment, ETSI, 2019.

6. James D. F. V., Kwiat P. G., Munro W. J., White A. G., *Physical Review A*, 2001, vol. 64, no. 5, p. 052312. DOI: 10.1103/PhysRevA.64.052312
7. Frolovstev D. N., Magnitskij S. A., RF Patent no. 2636808, *Bull. Izobret.*, no. 2016126342 (2018).
8. Kwiat Paul G., Waks Edo, White Andrew G. et al., *Physical Review A*, 1999, vol. 60, no. 2, p. R773. DOI: 10.1103/PhysRevA.60.R773
9. Rangarajan R., Goggin M., Kwiat P., *Optics express*, 2009, vol. 17, no. 21, pp. 18920–18933. DOI: 10.1364/OE.17.018920
10. Powell M. J., *The computer journal*, 1964, vol. 7, no. 2, pp. 155–162. DOI: 10.1093/comjnl/7.2.155
11. Wootters W. K., *Physical Review Letters*, 1998, vol. 80, no. 10, p. 2245. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.2245
12. Wootters W. K., *Quantum Information & Computation*, 2001, vol. 1, no. 1, pp. 27–44.
13. Ekert A. K., *Physical Review Letters*, 1991, vol. 67, no. 6, p. 661. DOI: 10.1103/PhysRevLett.67.661
14. Kaneda Fumihito, Garay-Palmett Karina, U'Ren Alfred B., Kwiat Paul G., *Optics express*, 2016, vol. 24, no. 10, pp. 10733–10747. DOI: 10.1364/OE.24.010733
15. Kwiat Paul G., Mattle Klaus, Weinfurter Harald et al., *Physical Review Letters*, 1995, vol. 75, no. 24, p. 4337. DOI: 10.1103/PhysRevLett.75.4337
16. Kim T., Fiorentino M., Wong F. N., *Physical Review A*, 2006, vol. 73, no. 1, p. 012316. DOI: 10.1103/PhysRevA.73.012316
17. Hentschel Michael, Hübel Hannes, Poppe Andreas, Zeilinger Anton, *Optics express*, 2009, vol. 17, no. 25, pp. 23153–23159. DOI: 10.1364/OE.17.023153

Дата поступления: 12.12.2019.

Дата принятия: 12.01.2020.

Quantum tomograph for measurement and characterization of quantum states of biphoton sources

Dmitry N. Frolovstev¹, Sergey A. Magnitskiy¹, Andrey V. Demin²

¹International laser center, M. V. Lomonosov Moscow state university, Moscow, Russian Federation, e-mail: frolovstev@yandex.ru

²The All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements Federal State, Moscow, Russian Federation, e-mail: demin@vniiofi.ru

The method and prototype of a device for characterizing of biphoton light sources based on spontaneous parametric down-conversion by quantum tomography are described. The prototype is an experimental implementation of a specialized quantum tomograph designed to measure the quantum polarization states of radiation generated by biphoton sources. Specially developed software will determine the statistical characteristics of the measured quantum state, calculate the tomographic and likelihood estimations of the density matrix, calculate the measurement errors of the density matrix elements and evaluate the quality of the quantum state of biphotons.

Key words: photonics, quantum states, quantum tomography, spontaneous parametric down-conversion.