

Преобразование электромагнитного поля с описанной вокруг антенны замкнутой поверхности на апертуру антенны

Николай Викторович Анютин

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений,
г. п. Менделеево, Московская обл., Россия, anyutin@vniiftri.ru, <http://orcid.org/0000-0002-4957-3606>

Аннотация. Предложен прямой алгоритм восстановления электромагнитного поля на апертуре антенны. Предложенный алгоритм можно использовать для решения задач диагностики и пространственной фильтрации. В основе алгоритма лежит решение уравнений Максвелла через опережающие потенциалы электромагнитного поля. Показано, что сходящиеся электромагнитные волны, являющиеся решением уравнений Максвелла, эквивалентны расходящимся электромагнитным волнам при условии стационарности и линейности параметров среды. Прямой алгоритм формулируется в виде умножения матрицы оператора преобразования на известный вектор электромагнитного поля на замкнутой поверхности. При этом преобразование наружу (в дальнюю зону) или внутрь (на апертуру) поверхности описывается одним и тем же оператором и отличается только знаками входных величин. Прямой алгоритм в отличие от известных алгоритмов не требует сканирования электромагнитного поля на канонических поверхностях или решения большой системы интегральных уравнений. Это делает его оптимальным для использования в новых антенных измерительных комплексах ближней зоны на базе промышленных роботов, беспилотных летательных аппаратов и т. д. Верификация разработанного алгоритма по экспериментальным данным показала возможность восстановления нормированного распределения напряжённости электрического поля на апертуре антенн с погрешностью не более 2 дБ.

Ключевые слова: антенные измерения, ближняя зона, преобразование электромагнитного поля, восстановление поля на апертуре, диагностика антенн, пространственная фильтрация, опережающие потенциалы, теорема об эквивалентном излучении

Для цитирования: Анютин Н. В. Преобразование электромагнитного поля с описанной вокруг антенны замкнутой поверхности на апертуру антенны // Измерительная техника. 2021. № 1. С. 48–55. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-1-48-55>

Electromagnetic field transformation from a surface closed around the antenna to its aperture

Nikolay V. Anyutin

Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering,
Mendeleevo, Moscow Region, Russia, anyutin@vniiftri.ru, <http://orcid.org/0000-0002-4957-3606>

Abstract. The article proposes a direct algorithm for reconstruction the electromagnetic field at the antenna aperture, which can be used to solve problems of diagnostics and spatial filtering. The algorithm is based on the solution of Maxwell's equations in the form of advanced potentials of the electromagnetic field. It is shown that following from it advanced electromagnetic waves are equivalent to retarded electromagnetic waves when the parameters of the medium are stationary and linear. The direct algorithm is formulated as the multiplication of the transformation operator matrix by the known vector of the electromagnetic field on a closed surface. In this case, the transformation outward (far field) or inward (aperture) of the surface is described by the same operator and differs only in the signs of the input quantities. Unlike the known ones, the direct algorithm does not require scanning the electromagnetic field on canonical surfaces or solving a large system of integral equations. This makes it optimal for use in new near-field measurement systems based on industrial robots, unmanned aerial vehicles, etc. Verification of the developed algorithm using experimental data has shown the possibility of reconstruction the normalized distribution of the electric field strength at the antenna aperture with an error less than 2 dB.

Keywords: antenna measurements, near field, electromagnetic field transformation, source reconstruction, antenna diagnostics, spatial filtering, advanced potentials, equivalent sources theorem

Введение. При разработке и серийном производстве антенн и антенных решёток обязателен контроль их

характеристик, основными из которых являются коэффициент усиления и диаграмма направленности. В случае

несоответствия измеренных характеристик тем, что были получены в электродинамической модели и указаны в технической документации, а также при настройке антенных решёток, возникает потребность в восстановлении электромагнитного поля на апертуре антенны. Исходными данными для восстановления электромагнитного поля служат результаты измерений коэффициента передачи между исследуемой и зондовой антенной. При этом зондовая антенна помещается в некоторое множество точек вокруг исследуемой антенны. Такая процедура называется сканированием электромагнитного поля и на практике выполняется на антенных измерительных комплексах ближней зоны (БЗ).

Преобразования электромагнитного поля из области сканирования на апертуру антенны и в дальнюю зону (ДЗ) основаны на одних и тех же уравнениях. Ограниченные возможности вычислительной техники более полувека назад требовали разработки алгоритмов преобразования электромагнитного поля с минимальной вычислительной сложностью. По этой причине классические алгоритмы используют модальное разложение на канонических поверхностях: плоской, цилиндрической и сферической [1]. По известным модам электромагнитное поле можно преобразовывать во все точки свободного пространства, а следовательно, и на апертуру антенны. В литературе описаны следующие преобразования: плоскость-плоскость [2], сфера-сфера [3], сфера-плоскость [4], цилиндр-плоскость [5]. Возможны и другие комбинации, в том числе преобразование с канонической поверхности в произвольные точки свободного пространства.

Стремительный прогресс в вычислительной технике около 30 лет назад позволил преобразовывать электромагнитное поле из произвольных областей сканирования [6]. В этом случае алгоритмы сводятся к решению большой системы интегральных уравнений относительно эквивалентных источников электромагнитного поля. Система интегральных уравнений заменяется эквивалентной системой линейных алгебраических уравнений, для которой требуется найти обратную матрицу. По этой причине назовём такие алгоритмы инверсными [7–9]. Инверсные алгоритмы могут быть сформулированы и для модального разложения электромагнитного поля в случае произвольного расположения точек сканирования [10].

Прогресс в робототехнике и координатных измерениях обусловил появление в последнее десятилетие новых видов антенных измерительных комплексов БЗ. Их общей особенностью является размещение зондовой антенны на произвольной подвижной платформе: промышленном роботе [11–13], мостовом кране [14], беспилотном летательном аппарате [15] или даже человеческой руке [16]. Новые измерительные комплексы в отличие от классических сканируют электромагнитное поле по неканоническим поверхностям, а также не позволяют перемещать зондовую антенну в заранее определённые точки сканирования с точностью, достаточной для модального разложения электромагнитного поля. По этим причинам в них используются инверсные алгоритмы для восстановления электромагнитного поля на апертуре антенны.

Инверсные алгоритмы обладают большой вычислительной сложностью. Внедрение в них быстрых операторов и

других приёмов из вычислительной электродинамики позволяет существенно уменьшить вычислительную сложность [6]. Тем не менее, вычисление обратной матрицы любыми методами будет всегда требовать больше вычислительных ресурсов, чем прямое умножение исходной матрицы на вектор. Прямым преобразованием электромагнитного поля является теорема об эквивалентном излучении [17]. Однако в вычислительной электродинамике и антенных измерениях она формулируется и используется для преобразования только в точки, лежащие вне замкнутой поверхности (в ДЗ).

Прямое преобразование электромагнитного поля в точки, лежащие внутри замкнутой поверхности, т. е. на апертуру антенны, не описано в литературе по следующим причинам. В вычислительной электродинамике решение исходной задачи даёт источники электромагнитного поля. По ним с помощью прямого преобразования электромагнитное поле может быть восстановлено во всех точках пространства. В антенных измерениях результатом сканирования электромагнитного поля являются коэффициенты передачи между исследуемой и зондовой антеннами, по которым требуется восстановить компоненты электромагнитного поля. Сделать это можно либо для модального разложения [1], либо для системы интегральных уравнений [6]. До недавнего времени восстановление электромагнитного поля в БЗ было возможно только в классических и инверсных алгоритмах, и потому разработка прямых алгоритмов преобразования электромагнитного поля не являлась актуальной.

В работе [18] изложена идея восстановления электромагнитного поля в отдельной точке БЗ по результатам измеренных в ней коэффициентов передачи между антеннами. На её основе могут быть разработаны прямые алгоритмы преобразования электромагнитного поля как наружу, так и внутрь замкнутой поверхности сканирования. Использование этих алгоритмов в антенных измерительных комплексах БЗ с произвольной поверхностью сканирования позволит существенно уменьшить требования к их вычислительной подсистеме.

Цель работы – повышение достоверности и уменьшение вычислительной сложности алгоритмов восстановления электромагнитного поля на апертуре антенны по результатам сканирования на произвольной замкнутой поверхности. Для её достижения решается задача разработки прямого алгоритма для преобразования электромагнитного поля с замкнутой поверхности в точки, лежащие внутри этой поверхности.

Симметричные уравнения Максвелла. Высококачественное излучение антенн описывается уравнениями Максвелла при отсутствии электрических зарядов:

$$\begin{pmatrix} \nabla, \mathbf{E} \\ \nabla, \mathbf{H} \end{pmatrix} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} -\mathbf{H} \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} + \frac{4\pi}{c} \begin{pmatrix} -\mathbf{j}_m \\ \mathbf{j}_e \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \nabla, \mathbf{E} \\ \nabla, \mathbf{H} \end{pmatrix} = 0, \quad (2)$$

где $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ – напряжённости электрического и магнитного поля; c – скорость света в вакууме; t – время; $\mathbf{j}_e$, $\mathbf{j}_m$ – объёмные плотности электрических и магнитных токов.

Выбор формы записи уравнений (1), (2) требует пояснений. С точки зрения математики уравнения Максвелла допускают существование магнитных зарядов и их токов. Их введение добавляет уравнениям симметрии. Также из соображений симметрии уравнения (1), (2) записаны в гауссовой симметричной системе единиц. Такой подход упрощает все математические выкладки и алгоритмы.

Запись уравнений (1), (2) и последующих формул можно существенно упростить, введя в рассмотрение векторы электромагнитного поля $\mathbf{F} = \{\mathbf{E} \ \mathbf{H}\}$ и его источников – объёмной плотности токов $\mathbf{j} = \{\mathbf{j}_e \ \mathbf{j}_m\}$:

$$[\nabla, \mathbf{F}] = -\frac{i\sigma_2}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{j} \right), \quad (3)$$

$$(\nabla, \mathbf{F}) = 0. \quad (4)$$

В уравнении (3) и далее используются матрицы Паули:

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Под векторным и скалярным произведением векторов $\mathbf{U} = \{\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2\}$ и $\mathbf{V} = \{\mathbf{V}_1 \ \mathbf{V}_2\}$ следует понимать следующие операции:

$$[\mathbf{U}, \mathbf{V}] = \begin{pmatrix} [\mathbf{U}_1, \mathbf{V}_1] \\ [\mathbf{U}_2, \mathbf{V}_2] \end{pmatrix}, \quad (\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \begin{pmatrix} (\mathbf{U}_1, \mathbf{V}_1) \\ (\mathbf{U}_2, \mathbf{V}_2) \end{pmatrix}.$$

Матрицы Паули σ_α могут быть внесены в скобки только при умножении на следующий вектор $\mathbf{W} = \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_1\}$:

$$\sigma_\alpha [\mathbf{W}, \mathbf{V}] = [\mathbf{W}, \sigma_\alpha \mathbf{V}], \quad \sigma_\alpha (\mathbf{W}, \mathbf{V}) = (\mathbf{W}, \sigma_\alpha \mathbf{V}).$$

Также справедливы следующие тождества:

$$[\sigma_\alpha \mathbf{U}, \sigma_\alpha \mathbf{V}] = [\mathbf{U}, \mathbf{V}], \quad (\sigma_\alpha \mathbf{U}, \sigma_\alpha \mathbf{V}) = (\mathbf{U}, \mathbf{V}).$$

Обратимся к классическому решению системы уравнений (3), (4) в виде векторных потенциалов электромагнитного поля. Представим $\mathbf{F}$ и $\mathbf{j}$ как ротор некоторых векторных функций $\mathbf{A} = \{\mathbf{A}_e \ \mathbf{A}_m\}$ и $\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_e \ \mathbf{B}_m\}$:

$$\mathbf{F} = [\nabla, -i\sigma_2 \mathbf{A}], \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} [\nabla, i\sigma_2 \mathbf{B}].$$

Подставим эти выражения в уравнение (3):

$$[\nabla, [\nabla, -i\sigma_2 \mathbf{A}] + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \mathbf{B}] = 0.$$

Из теории векторного анализа известно, что ротор тождественно равен нулю, если берётся от градиента некоторой скалярной функции $\varphi = \{\varphi_e \ \varphi_m\}$:

$$[\nabla, -i\sigma_2 \mathbf{A}] + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \mathbf{B} = \nabla \varphi.$$

В итоге приходим к следующему выражению:

$$\mathbf{B} = -\nabla \varphi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - [\nabla, i\sigma_2 \mathbf{A}]. \quad (5)$$

Из формулы (5) можно построить следующее решение системы уравнений (3), (4):

$$\mathbf{F} = -\nabla \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - [\nabla, i\sigma_2 \mathbf{A}] \quad (6)$$

при выполнении нормировки Лоренца

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \varphi + [\nabla, \mathbf{A}] = 0.$$

При выводе формулы (6) был введён вектор $\mathbf{B}$, близкий по свойствам вектору электромагнитного поля $\mathbf{F}$. С помощью вектора $\mathbf{B}$ можно ввести эквивалентные источники электромагнитного поля $\mathbf{j}^{eq}$. Если векторный потенциал электромагнитного поля не изменяется во времени

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}^{eq} = 0,$$

то электромагнитное поле $\mathbf{F}^{eq}$ можно заменить эквивалентными источниками:

$$\mathbf{j}^{eq} = \frac{c}{4\pi} [\nabla, i\sigma_2 \mathbf{F}^{eq}]. \quad (7)$$

При этом из равенства нулю производной по времени от $\mathbf{A}^{eq}$ следует равенство нулю производной по времени от $\mathbf{F}^{eq}$. В этом заключается принцип эквивалентности Лава.

Опережающие потенциалы электромагнитного поля. Система уравнений (3), (4) имеет два решения, однако только одно из них считается физическим. Отбор физического решения осуществляется с помощью принципов излучения Зоммерфельда, Мандельштама или других процедур [20]. Решение через опережающие потенциалы, описывающие сходящиеся электромагнитные волны, в которых электромагнитное поле определяется будущим состоянием его источников, по этим критериям не является физическим и потому в теории антенных измерений не рассматривается. В то же время широко используемая лемма Лоренца и теорема о взаимности устанавливают обратимость электромагнитных волн во времени при условии стационарности и линейности среды распространения.

Рассмотрим решение системы уравнений (3), (4) через опережающие потенциалы:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_V \frac{\tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{r}', t')}{R} dV', \quad (8)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ – радиус-вектор от источников электромагнитного поля; $t' = t + R/c$ – время излучения электромагнитного поля; V – объём.

В формуле (8) и далее штрихи обозначают величины в точках, по которым осуществляется интегрирование. Будем считать процесс распространения электромагнитных волн стационарным во времени и изменяющимся по гармоническому закону $\tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}$, где ω – циклическая частота, а звездочкой обозначается стационарное решение, полученное для опережающих потенциалов. В этом случае справедливы следующие тождества:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \varphi = ik\varphi = -(\nabla, \mathbf{A}),$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_V \mathbf{j}^*(\mathbf{r}') \frac{e^{i\omega(t+R/c)}}{R} dV' = \frac{e^{i\omega t}}{c} \int_V \mathbf{j}^*(\mathbf{r}') \frac{e^{ikR}}{R} dV',$$

$$\nabla_\alpha (\nabla, \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) = \frac{e^{i\omega t}}{c} \int_V \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} \frac{\mathbf{j}^{\beta*} e^{ikR}}{R} dV',$$

$$[\nabla, \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)]_\alpha = \frac{e^{i\omega t}}{c} \int_V \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial}{\partial x^\beta} \frac{\mathbf{j}^{\gamma*} e^{ikR}}{R} dV',$$

где $k = \omega/c$ – волновое число.

В итоге от формулы (6) приходим к следующему интегралу:

$$\mathbf{F}^*(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_V (\mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \nabla \mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i\sigma_2) \mathbf{j}^*(\mathbf{r}') dV'. \quad (9)$$

Формула (9) записана с использованием тензорной функции Грина векторного уравнения Гельмгольца [20]:

$$\mathbf{G}_{\beta}^{\alpha*}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -ik \left(\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} + \delta_{\beta}^{\alpha} \right) \frac{e^{ikR}}{R},$$

$$\nabla \mathbf{G}_{\beta}^{\alpha*}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial}{\partial x^\beta} \frac{e^{ikR}}{R}.$$

Теорема об эквивалентном излучении. Формула (9) позволяет восстанавливать вектор электромагнитного поля по известному вектору источников – объёмной плотности токов. На практике же восстанавливать вектор электромагнитного поля приходится по его известным значениям на замкнутой поверхности S – границе объёма V , в котором содержатся все источники электромагнитного поля. Подставим формулу (6) в (8), вычислим дивергенцию, воспользуемся формулой Гаусса и свойством кососимметричности смешанного векторного произведения:

$$\begin{aligned} (\nabla, \mathbf{F}^*(\mathbf{r})) &= \frac{1}{c} \times \\ &\times \int_V \left(-\nabla', (\mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \nabla \mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i\sigma_2) \frac{c}{4\pi} [\nabla', i\sigma_2 \mathbf{F}^*(\mathbf{r}')] \right) dV' = \\ &= \left(\nabla, \frac{1}{4\pi} \oint_S (\mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \nabla \mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i\sigma_2) [\mathbf{n}', i\sigma_2 \mathbf{F}^*(\mathbf{r}')] dS' \right) = 0, \end{aligned}$$

где $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к поверхности S .

В итоге приходим к известной теореме об эквивалентном излучении:

$$\mathbf{F}^*(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_S (\mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \nabla \mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i\sigma_2) [\mathbf{n}', i\sigma_2 \mathbf{F}^*(\mathbf{r}')] dS'. \quad (10)$$

Отметим, что формула (10) получена без прямого обращения к лемме Лоренца.

Операторы преобразования электромагнитного поля.

Вычисление формулы (10) на практике осуществляется для конечной интегральной суммы. Введем следующие векторы, объединяющие величины в N точках:

$$\mathbf{F} = \{E_1^1 \ E_1^2 \ E_1^3 \ H_1^1 \ H_1^2 \ H_1^3 \ \dots \ H_N^3\},$$

$$\mathbf{J} = \{J_{e1}^1 \ J_{e1}^2 \ J_{e1}^3 \ J_{m1}^1 \ J_{m1}^2 \ J_{m1}^3 \ \dots \ J_{mN}^3\},$$

$$\mathbf{S} = \{\delta S_1 \ \delta S_1 \ \delta S_1 \ \delta S_1 \ \delta S_1 \ \delta S_1 \ \dots \ \delta S_N\},$$

где $\mathbf{J} = c/(4\pi) [\mathbf{n}, i\sigma_2 \mathbf{F}]$ – поверхностная плотность эквивалентных токов.

С их помощью формула (10) может быть переписана следующим образом:

$$\mathbf{F}_f^* = \frac{1}{c} (\mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \nabla \mathbf{G}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i\sigma_2) \mathbf{J}_s^* \circ \mathbf{S}_s = \hat{L}_{fs}^* \mathbf{J}_s^* \circ \mathbf{S}_s,$$

где f – индекс, обозначающий область восстановления электромагнитного поля; s – индекс, обозначающий область источников электромагнитного поля; $\hat{L}_{fs}^*$ – оператор преобразования электромагнитного поля; $\circ$ – покомпонентное произведение Адамара.

Начиная с формулы (8), все выкладки можно повторить для запаздывающих потенциалов электромагнитного поля, которые описывают расходящиеся электромагнитные волны и являются физическим решением. Отличия будут заключаться, во-первых, в знаке перед волновым числом k . Во-вторых, должен измениться знак всех членов, полученных после однократного дифференцирования по координатам. К этому же результату приводит изменение направления вектора $\mathbf{R}$ или вектора Пойнтинга. Последний меняет знак после умножения матрицы $-\sigma_3$ на вектор источников электромагнитного поля $\mathbf{j}$. Таким образом, справедливы следующие тождества:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_f^* &= \hat{L}_{fs}^*(k, \mathbf{R}) \mathbf{J}_s^* \circ \mathbf{S}_s = \hat{L}_{fs}^*(-k, -\mathbf{R}) \mathbf{J}_s \circ \mathbf{S}_s = \\ &= -\hat{L}_{fs}(-k, \mathbf{R}) \sigma_3 \mathbf{J}_s \circ \mathbf{S}_s = -\sigma_3 \mathbf{F}_f. \end{aligned} \quad (11)$$

Формула (11) позволяет разработать один алгоритм преобразования электромагнитного поля как наружу (в ДЗ), так и внутрь (на апертуру) замкнутой поверхности, в котором выбор направления преобразования осуществляется знаками входных величин. Основная формула (10) этого алгоритма для преобразования электромагнитного поля

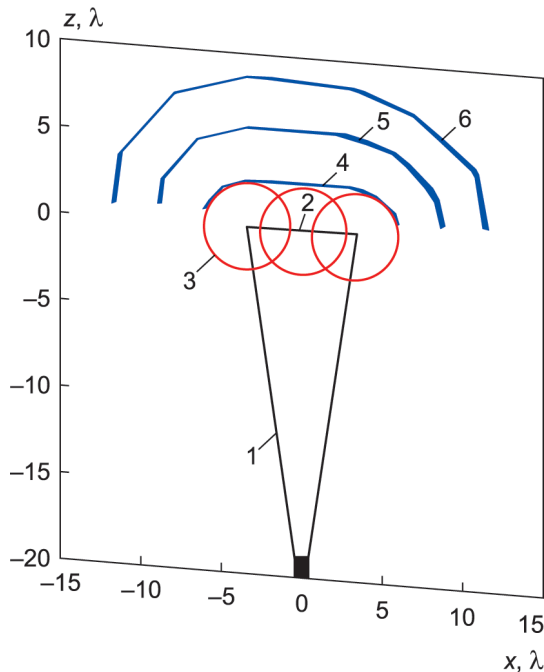


Рис. 1. Схема экспериментов:

1 – рупорная антенна; 2 – поверхность восстановления; 3 – сферы одного радиуса с центрами в точках на поверхности антенны; 4, 5, 6 – поверхности на расстоянии соответственно 3λ , 6λ , 9λ

Fig. 1. Scheme of the experiments:

1 – horn antenna; 2 – reconstruction surface; 3 – spheres of the same radius with centers at points on the antenna surface; 4, 5, 6 – surfaces at a distance of 3λ , 6λ , 9λ

на расстояния более трёх длин волн λ представлена в виде (12), где $\mathbf{v}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_{\alpha\beta} / R_{\alpha\beta}$ – единичный вектор визирования точки $\alpha = 1 \dots M$ из точки $\beta = 1 \dots N$; в записях знаков « $\pm$ », « $\mp$ » верхние знаки относятся к преобразованию электромагнитного поля наружу, а нижние – внутрь замкнутой поверхности.

Описание экспериментов. Верификация формулы (12) для преобразования электромагнитного поля на апертуру антенны была проведена в экспериментах. Схема эксперимента приведена на рис. 1. Коэффициент передачи между антеннами измерялся на частоте 30 ГГц ($\lambda = 1$ см). В качестве исследуемой использовалась рупорная антенна П6-132,

размер апертуры $6,8\lambda \times 5,4\lambda$ (хху). С ней связана декартова система координат с началом в центре раскрытия. Ось ОХ направлена вдоль большей стороны апертуры, ОУ – вдоль меньшей стороны апертуры, ОZ – перпендикулярно апертуре. Зондовой антенной служил открытый конец прямоугольного волновода сечением $0,72\lambda \times 0,34\lambda$ (хху). Сканирование электромагнитного поля проводилось с помощью коллаборативного робота с шестью вращательными степенями свободы в точках поверхностей, построенных следующим образом. Выбирали минимальное расстояние до антенны 3λ , 6λ или 9λ . В точках на поверхности антенны строили сферы соответствующего радиуса, после чего для этого множества сфер строили выпуклую оболочку. Предельными случаями построенных таким образом поверхностей являются выпуклая оболочка антенны и сфера бесконечного радиуса. Поверхности сканирования были разбиты на 818, 2442 и 4522 треугольных facets со сторонами не более $0,65\lambda$. Электромагнитное поле восстанавливалось на квадратной эквидистантной сетке 29×29 точек с шагом $\lambda/4$ в плоскости ОХУ с центром в начале системы координат.

Результаты восстановления электромагнитного поля.

Электромагнитное поле на поверхностях сканирования было восстановлено по методу, изложенному в работе [19]. Восстановление электромагнитного поля на апертуре антенны сначала было выполнено с помощью инверсного алгоритма из той же работы. Суть его заключается в вычислении обратной матрицы из формулы (12) и её умножении на известный вектор электромагнитного поля на поверхности сканирования. При этом для лучшей обусловленности исходной матрицы на поверхности восстановления была использована более грубая сетка 15×15 точек с шагом $\lambda/2$. Результаты восстановления нормированного распределения напряжённости электрического поля в главных сечениях приведены на рис. 2. Здесь же приведены теоретические кривые, полученные с помощью электродинамического моделирования методом обобщённых моментов. Отличия между экспериментальными и теоретическими распределениями в отдельных точках могут достигать 15 дБ. Однако в целом инверсный алгоритм позволил локализовать источники электромагнитного поля.

Те же исходные векторы электромагнитного поля были преобразованы с поверхностями сканирования на поверхность

$$\begin{pmatrix} \pm E_{1x} \\ \pm E_{1y} \\ \pm E_{1z} \\ H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \dots \\ H_{Mz} \end{pmatrix} = \pm \frac{ik}{4\pi} \begin{pmatrix} v_{11x}^2 - 1 & v_{11x}v_{11y} & v_{11x}v_{11z} & 0 & -v_{11z} & v_{11y} \\ v_{11y}v_{11x} & v_{11y}^2 - 1 & v_{11y}v_{11z} & v_{11z} & 0 & -v_{11x} \\ v_{11z}v_{11x} & v_{11z}v_{11y} & v_{11z}^2 - 1 & -v_{11y} & v_{11x} & 0 \\ 0 & v_{11z} & -v_{11y} & v_{11x}^2 - 1 & v_{11x}v_{11y} & v_{11x}v_{11z} \\ -v_{11z} & 0 & v_{11x} & v_{11y}v_{11x} & v_{11y}^2 - 1 & v_{11y}v_{11z} \\ v_{11y} & -v_{11x} & 0 & v_{11z}v_{11x} & v_{11z}v_{11y} & v_{11z}^2 - 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (v_{M1y} - v_{M1x} & 0 & v_{M1z}v_{M1x} & v_{M1z}v_{M1y} & v_{M1z}^2 - 1) \frac{e^{\mp ikR_{M1}}}{R_{M1}} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1Ny} \\ -v_{1Nx} \\ 0 \\ v_{1Nx}v_{1Nz} \\ v_{1Ny}v_{1Nz} \\ (v_{1Nz}^2 - 1) \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \frac{e^{\mp ikR_{1N}}}{R_{1N}} \dots \frac{e^{\mp ikR_{MN}}}{R_{MN}} \begin{pmatrix} (\pm n_{1y}H_{1z} \mp n_{1z}H_{1y}) \\ \pm n_{1z}H_{1x} \mp n_{1x}H_{1z} \\ \pm n_{1x}H_{1y} \mp n_{1y}H_{1x} \\ -n_{1y}E_{1z} + n_{1z}E_{1y} \\ -n_{1z}E_{1x} + n_{1x}E_{1z} \\ -n_{1x}E_{1y} + n_{1y}E_{1x} \\ \dots \\ (-n_{Nx}E_{Ny} + n_{Ny}E_{Nx}) \delta S_N \end{pmatrix} \delta S_1 \quad (12)$$

восстановления путём прямого вычисления формулы (12). Результаты приведены на рис. 3. Отличия между экспериментальными и теоретическими распределениями в пределах апертуры антенны не превышают 2 дБ. Таким образом, прямой алгоритм позволяет восстанавливать вектор электромагнитного поля внутри поверхности сканирования с высокой точностью вне зависимости от обусловленности матрицы в формуле (12).

В отличие от инверсных прямые алгоритмы позволяют восстанавливать электромагнитное поле в любом множестве точек. На рис. 4 приведено нормированное распределение напряжённости электрического поля на прямоугольной эквидистантной сетке 121×41 точек с шагом $\lambda/4$ в плоскости OYZ , восстановленное с поверхности на расстоянии 9λ . Рупорная антенна хорошо локализуется в области $z > -10\lambda$. Существенное излучение за пределами рупорной антенны в области $z < -10\lambda$ объясняется незамкнутостью поверхностей сканирования на рис. 1.

Заключение. Результаты применения инверсных алгоритмов преобразования электромагнитного поля существенно зависят от выбора поверхности восстановления. От радиус-векторов из точек поверхности и нормалей в них зависит обусловленность матрицы оператора преобразования электромагнитного поля. Произвольный выбор поверхности восстановления без исследования и оптимизации матрицы оператора преобразования электромагнитного поля приводит к неудовлетворительным результатам. Таким образом, практическое применение инверсных алгоритмов требует либо использования фиксированной области сканирования и поверхности восстановления с известными хорошо обусловленными матрицами оператора преобразования электромагнитного поля,

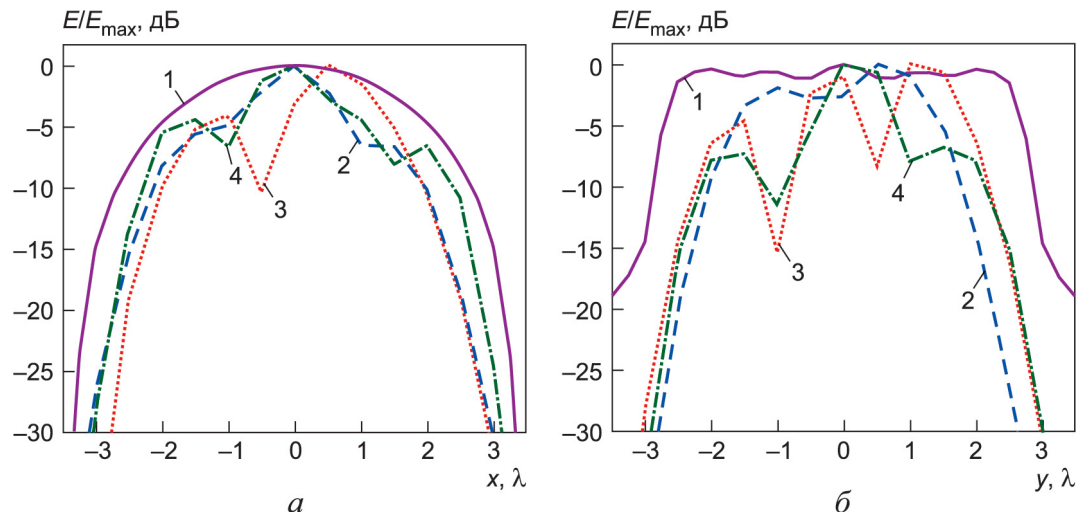


Рис. 2. Нормированные распределения E в сечениях OX (а) и OY (б) апертуры (инверсный алгоритм): 1 – электродинамическое моделирование методом обобщённых моментов; 2, 3, 4 – поверхности соответственно 3λ , 6λ , 9λ

Fig. 2. Normalized E distribution in the OX (a) and OY (b) section of the aperture (inverse algorithm): 1 – electrodynamics model (method of moments); 2, 3, 4 – surfaces 3λ , 6λ , 9λ subsequently

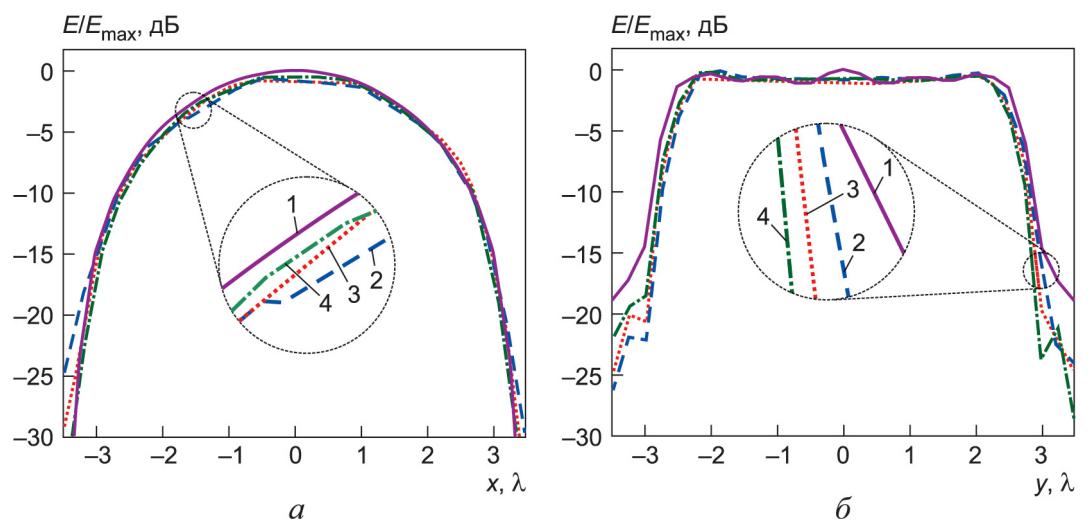


Рис. 3. Нормированные распределения E в сечениях OX (а) и OY (б) апертуры (прямой алгоритм): 1 – электродинамическое моделирование методом обобщённых моментов; 2, 3, 4 – поверхности соответственно 3λ , 6λ , 9λ

Fig. 3. Normalized E distribution in the OX (a) and OY (b) section of the aperture (direct algorithm): 1 – electrodynamics model (method of moments); 2, 3, 4 – surfaces 3λ , 6λ , 9λ subsequently

либо разработки алгоритма поиска поверхности восстановления для произвольной области сканирования. При этом неоспоримым преимуществом инверсных алгоритмов является возможность сканирования электромагнитного поля во множестве точек, не лежащих на одной поверхности.

Результаты применения прямых алгоритмов преобразования электромагнитного поля не зависят от обусловленности матрицы соответствующего оператора. Таким образом, на практике для известного вектора электромагнитного поля на произвольной поверхности прямые алгоритмы

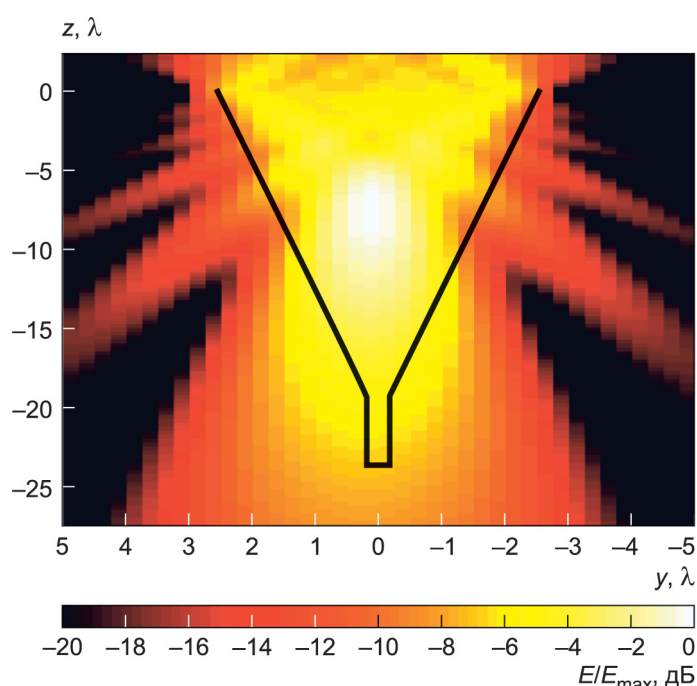


Рис. 4. Нормированное распределение E в плоскости OYZ (прямой алгоритм)

Fig. 4. Normalized E distribution in the OYZ surface (direct algorithm)

характеризуются меньшими методическими погрешностями в сравнении с инверсными алгоритмами. При этом неизбежные отклонения положения зондовой антенны от заданных значений можно компенсировать построением по достигнутым значениям новой поверхности сканирования. В противоположность инверсным, прямые алгоритмы позволяют восстанавливать электромагнитное поле в произвольном множестве точек, что является более актуальным для решения практических задач. Всё это, а также значительно меньшая вычислительная сложность, делает прямые алгоритмы восстановления электромагнитного поля оптимальными для использования в новых видах антенных измерительных комплексов ближней зоны.

Список литературы

1. Yaghjian A., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, January 1986, vol. 34, no. 1, pp. 30–45. <https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143727>
2. Rahmat-Samii Y., *Radio Science*, 1984, vol. 19, no. 05, pp. 1205–1217. <https://doi.org/10.1029/RS019i005p01205>
3. Hess D. W., *Inverse Methods in Electromagnetic Imaging. NATO ASI Series (Series C: Mathematical and Physical Sciences)*, 1985, vol. 143, pp. 1255–1266, Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-009-5271-3_33
4. Cappellin C., Frandsen A., Breinbjerg O., *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2008, vol. 50, no. 5, pp. 204–213. <https://doi.org/10.1109/MAP.2008.4674761>
5. Курпанев А. В., Назаров В. С. Диагностика плоских антенных решеток по сверхширокополосным измерениям цилиндрическим сканером // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: сборник тезисов конференции, Санкт-Петербург, 04 марта 2019 г. 2019. С. 112–115.
6. Eibert T. F., Kilic E., Lopez C., Mauermayer R. A. M., Neitz O., and Schnattinger G. T., *Progress in Electromagnetics Research*, 2015, vol. 151, pp. 127–150. <https://doi.org/10.2528/PIER14121105>
7. Las-Heras F., Pino M. R., Loredó S., Alvarez Y., and Sarkar T. K., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Aug. 2006, vol. 54, no. 8, pp. 2198–2207. <https://doi.org/10.1109/TAP.2006.879190>
8. Alvarez Y., Las-Heras F., Pino M. R., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007, vol. 55, no. 12, pp. 3460–3468. <https://doi.org/10.1109/TAP.2007.910316>
9. Eibert T. F., Schmidt C. H., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, vol. 57, no. 4, pp. 1178–1185. <https://doi.org/10.1109/TAP.2009.2015828>
10. Varela F. R., Iragüen B. G., Sierra-Castaner M., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, vol. 68, no. 1, pp. 500–508. <https://doi.org/10.1109/TAP.2019.2935108>
11. Gordon J. A. et al., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2015, vol. 63, no. 12, pp. 5351–5362. <https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2496110>
12. D. J. van Rensburg, Walkenhorst B., Ton Q., and Demas J., *A Robotic Near-Field Antenna Test System Relying on Non-Canonical Transformation Techniques, 2019 Antenna Measurement Techniques Association Symposium (AMTA)*, San Diego, CA, USA, 2019, pp. 1–5. <https://doi.org/10.23919/AMTAP.2019.8906358>
13. Slater P. A., Downey J. M., Piasecki M. T., and Schoenholz B. L., *Portable Laser Guided Robotic Metrology System, 2019 Antenna Measurement Techniques Association Symposium (AMTA)*, San Diego, CA, USA, 2019, pp. 1–6. <https://doi.org/10.23919/AMTAP.2019.8906337>
14. Geise A. et al., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, vol. 67, no. 5, pp. 3346–3357. <https://doi.org/10.1109/TAP.2019.2900373>
15. Garcia-Fernandez M., Lopez Y. A., Andres F. L. H., *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2019, vol. 13, no. 13, pp. 2224–2231. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2018.6167>
16. Alvarez Narciandi G. et al., *Portable Freehand System for Real-time Antenna Diagnosis and Characterization, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020. <https://doi.org/10.1119/TAP.2020.297893>
17. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма / Пер. М. С. Рабинович и В. М. Харитонов; под ред. проф. С. М. Рытова. М.: Л.: Гостехиздат, 1948 (Л.: тип. им. Евг. Соколовой). 539 с.
18. Анютин Н. В., Малай И. М., Озеров М. А., Титаренко А. В., Шкуркин М. С. Коррекция измеренного амплитудно-фазового распределения поля в ближней зоне по диаграмме направленности зонда // Измерительная техника. 2018. № 1. С. 50–53. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2018-1-50-53>
19. Anyutin N., Malay I., and Malyshev A., *2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW)*, Divnomorskoe, Russia, 2019, pp. 293–296. <https://doi.org/10.1109/RSEMW.2019.8792778>
20. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные

среды) // Успехи физических наук. 1974. Т. 114. Вып. 4. С. 569–608. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0114.197412a.0569>

References

1. Yaghjian A., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, January 1986, vol. 34, no. 1, pp. 30–45. <https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143727>
2. Rahmat-Samii Y., *Radio Science*, 1984, vol. 19, no. 05, pp. 1205–1217. <https://doi.org/10.1029/RS019i005p01205>
3. Hess D. W., *Inverse Methods in Electromagnetic Imaging. NATO ASI Series (Series C: Mathematical and Physical Sciences)*, 1985, vol. 143, pp. 1255–1266, Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-009-5271-3_33
4. Cappellin C., Frandsen A., Breinbjerg O., *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2008, vol. 50, no. 5, pp. 204–213. <https://doi.org/10.1109/MAP.2008.4674761>
5. Kirpanev A. V., Nazarov V. S., *Metrologicheskoe obespechenie innovatsionnykh tekhnologii*, Abstracts of Papers, St. Petersburg, 2019, pp. 112–115.
6. Eibert T. F., Kilic E., Lopez C., Mauermayer R. A. M., Neitz O., and Schnattinger G. T., *Progress in Electromagnetics Research*, 2015, vol. 151, pp. 127–150. <https://doi.org/10.2528/PIER14121105>
7. Las-Heras F., Pino M. R., Loredo S., Alvarez Y., and Sarkar T. K., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Aug. 2006, vol. 54, no. 8, pp. 2198–2207. <https://doi.org/10.1109/TAP.2006.879190>
8. Alvarez Y., Las-Heras F., Pino M. R., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007, vol. 55, no. 12, pp. 3460–3468. <https://doi.org/10.1109/TAP.2007.910316>
9. Eibert T. F., Schmidt C. H., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, vol. 57, no. 4, pp. 1178–1185. <https://doi.org/10.1109/TAP.2009.2015828>
10. Varela F. R., Iragüen B. G., Sierra-Castaner M., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, vol. 68, no. 1, pp. 500–508. <https://doi.org/10.1109/TAP.2019.2935108>
11. Gordon J. A. et al., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2015, vol. 63, no. 12, pp. 5351–5362. <https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2496110>
12. D. J. van Rensburg, Walkenhorst B., Ton Q., and Demas J., A Robotic Near-Field Antenna Test System Relying on Non-Canonical Transformation Techniques, *2019 Antenna Measurement Techniques Association Symposium (AMTA)*, San Diego, CA, USA, 2019, pp. 1–5. <https://doi.org/10.23919/AMTAP.2019.8906358>
13. Slater P. A., Downey J. M., Piasecki M. T., and Schoenholz B. L., Portable Laser Guided Robotic Metrology System, *2019 Antenna Measurement Techniques Association Symposium (AMTA)*, San Diego, CA, USA, 2019, pp. 1–6. <https://doi.org/10.23919/AMTAP.2019.8906337>
14. Geise A. et al., *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, vol. 67, no. 5, pp. 3346–3357. <https://doi.org/10.1109/TAP.2019.2900373>
15. Garcia-Fernandez M., Lopez Y. A., Andres F. L. H., *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2019, vol. 13, no. 13, pp. 2224–2231. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2018.6167>
16. Alvarez Narciandi G. et al., Portable Freehand System for Real-time Antenna Diagnosis and Characterization, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020. <https://doi.org/10.1119/TAP.2020.297893>
17. Stratton J. A., *Electromagnetic theory*, John Wiley & Sons, 2007.
18. Anyutin N. V., Malai I. M., Ozerov M. A., et al., *Measurement Techniques*, 2018, vol. 61, no. 1, pp. 67–71. <https://doi.org/10.1007/s11018-018-1389-2>
19. Anyutin N., Malay I., and Malyshev A., 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW), Divnomorskoe, Russia, 2019, pp. 293–296. <https://doi.org/10.1109/RSEMW.2019.8792778>
20. Boris M. Bolotovskii and Stanislav N. Stolyarov, 1975 *Sov. Phys. Usp.* (vol.) 17 (no. 6) 875–895. <https://doi.org/10.1070/PU1975v017n06ABEH004403>

Статья поступила в редакцию 06.10.2020;
принята к публикации 24.11.2020.