

Методика исследования погрешности лазерного динамического гониометра

П. А. Павлов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Российская Федерация, e-mail: pavl-petr@yandex.ru

Предложена методика исследования погрешности лазерного динамического гониометра методом кросс-калибровки с использованием созданного расчётного алгоритма. Алгоритм основан на методе последовательных разворотов многогранной призмы относительно кольцевого лазера из состава гониометра. Представлены результаты применения указанного расчётного алгоритма для оценивания погрешности лазерного динамического гониометра. Определён доминирующий источник погрешности данного гониометра – неравномерность угловой шкалы кольцевого лазера, которая обусловлена наклоном шкалы к оси вращения шпинделя гониометра. Вычислены и введены в расчётный алгоритм корректирующие поправки, что позволило уменьшить систематическую погрешность гониометра до 0,03".

Ключевые слова: угловые измерения, лазерный динамический гониометр, оптическая многогранная призма, погрешность измерения.

Введение. С помощью лазерных динамических гониометров (ЛДГ) можно с высокой точностью и производительностью измерять характеристики как оптических многогранных призм, так и оптических датчиков угла [1]. Принцип действия ЛДГ основан на использовании вращающегося с квазипостоянной скоростью кольцевого лазера, угловая шкала которого сформирована полем интерференции встречных волн и характеризуется высоким разрешением и равномерностью. При разработке и создании ЛДГ определение и подтверждение его погрешности традиционно осуществляется калибровкой по эталонной оптической многогранной призме. Однако в процессе исследования погрешностей установлено, что достаточно эффективным является метод кросс-калибровки [2–4] с применением оптических многогранных призм, точностные характеристики которых априори неизвестны. Процедура кросс-калибровки включает процесс последовательных взаимных разворотов двух угловых датчиков относительно друг друга, накопление массива данных (результатов измерений углов поворотов) и последующий алгоритм расчёта систематической погрешности ЛДГ. Расчётный алгоритм основан на методе последовательных разворотов многогранных призм относительно кольцевого лазера и позволяет в диапазоне 0–360° определить неравномерность угловых шкал, задаваемых как ЛДГ, так и использованной многогранной призмой. Актуальность применения алгоритма определяется тем, что неравномерность угловых шкал фактически определяет систематические погрешности преобразователей на их основе.

Алгоритм расчёта на основе метода последовательных разворотов. Рассмотрим алгоритм определения погрешности ЛДГ при последовательных разворотах многогранных призм относительно кольцевого лазера.

Функциональная схема, поясняющая процесс измерений на примере четырёхгранной призмы, представлена на рис. 1.

На поворотной платформе ЛДГ установлена четырёхгранная призма *I*, вращающаяся совместно с кольцевым лазером *II* против часовой стрелки. На неподвижном основании ЛДГ расположен оптический нуль-индикатор *III*. Измерения углов призмы начинаются с грани 1 после прохождения сигнала нулевой метки *IV* ЛДГ. При этом считывание угловой шкалы кольцевого лазера осуществляется в интервалах, задаваемых импульсами, которые вырабатывает нуль-индикатор при совпадении его оптической оси с нормалью к грани призмы. После каждого разворота призмы относительно кольцевого лазера на межгранный угол против часовой стрелки измерения повторяются. В табл. 1 представлена последовательность измеренных полных углов *P*-гранной призмы после всех разворотов призмы, где *i* – номер измеренного угла призмы в *k*-м положении после разворота призмы на межгранный угол. Из табл. 1 следует, что при каждом новом положении многогранной призмы происходит сдвиг начального угла.

Результат измерения угла многогранной призмы содержит систематические погрешности, вызванные неравномерностями угловых шкал призмы и кольцевого лазера ЛДГ.

Таблица 1

Измеренные углы между гранями *P*-гранной призмы при её разворотах

<i>i</i>	<i>k</i>				
	1	2	...	<i>P</i> –1	<i>P</i>
1	2–1	3–2	...	<i>P</i> –(<i>P</i> –1)	1– <i>P</i>
2	3–1	4–2	...	1–(<i>P</i> –1)	2– <i>P</i>
...	...	...	...	...	...
<i>P</i> –1	<i>P</i> –1	1–2	...	(<i>P</i> –2)–(<i>P</i> –1)	(<i>P</i> –1)– <i>P</i>
<i>P</i>	1–1	2–2	...	(<i>P</i> –1)–(<i>P</i> –1)	<i>P</i> – <i>P</i>

Неравномерность шкалы призмы определяется углом b_j между нормальными к j -й грани реальной и регулярной (с идеально равномерной шкалой) многогранной призмы, а неравномерность шкалы кольцевого лазера – углом a_i (см. рис. 1).

В соответствии с табл. 1 результат измерения полных углов P -гранной призмы имеет вид

$$\varphi_{ik} = 2\pi i/P + (b_j - b_k) + (a_{1+i} - a_1); \quad i, k = 1, 2, \dots, P, \quad (1)$$

где $j = i + k$ при $j \leq P$ или $j = (i + k) - P$ при $j > P$; i – номер измеренного угла призмы в k -м положении; P – количество граней призмы.

Первое слагаемое в (1) определяет значения полных углов регулярной многогранной призмы. Второе слагаемое – погрешность измерения угла, вызванная неравномерностью шкалы многогранной призмы. Третье слагаемое –

погрешность, вносимая кольцевым лазером, которая зависит только от измеряемого угла и не зависит от положения призмы. Два последних слагаемых формируют систематическую погрешность измерения углов многогранной призмы. Результатом измерений является матрица систематической погрешности размерностью $P \times P$ с элементами

$$\Delta_{ik} = (b_j - b_k) + (a_{1+i} - a_1), \quad (2)$$

где i – номер строки; k – номер столбца; $i, k = 1, 2, \dots, P$.

Для нахождения погрешностей многогранной призмы и ЛДГ уравнения (2) следует дополнить выражениями, учитывающими, что при полном обороте многогранной призмы погрешности угловых шкал призмы и ЛДГ равны нулю:

$$\sum_{i=1}^P a_i = 0; \quad \sum_{i=1}^P b_i = 0.$$

Элементы матрицы погрешностей (2) P -гранной призмы представлены в табл. 2, где среднее в столбце рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \Delta_{ik} = -b_k - a_1.$$

В табл. 3 приведены результаты вычитания из строк каждого столбца среднего в этом столбце, определяемые по формуле

$$\Delta_{ik} - \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \Delta_{ik} = b_{k+i} + a_{i+1}.$$

После усреднения по строкам вычисляются значения систематических погрешностей ЛДГ в общем виде:

$$a_{i+1} = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P \left(\Delta_{ik} - \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \Delta_{ik} \right). \quad (3)$$

Выражение (3) позволяет находить систематическую погрешность ЛДГ при использовании метода последовательных разворотов.

Для нахождения систематической погрешности многогранной призмы необходимо транспонировать исходную матрицу погрешностей ($\Delta_{ik} \rightarrow \Delta_{ki}$), вычесть из строк каждого столбца среднее значение в этом столбце

($\Delta_{ki} - \frac{1}{P} \sum_k \Delta_{ki}$) и усреднить полученный результат по строкам. Систематическая погрешность P -гранной призмы рассчитывается как

$$-b_i = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \left(\Delta_{ki} - \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P \Delta_{ki} \right). \quad (4)$$

Следует отметить, что систематическая погрешность, определяемая выражением (4),

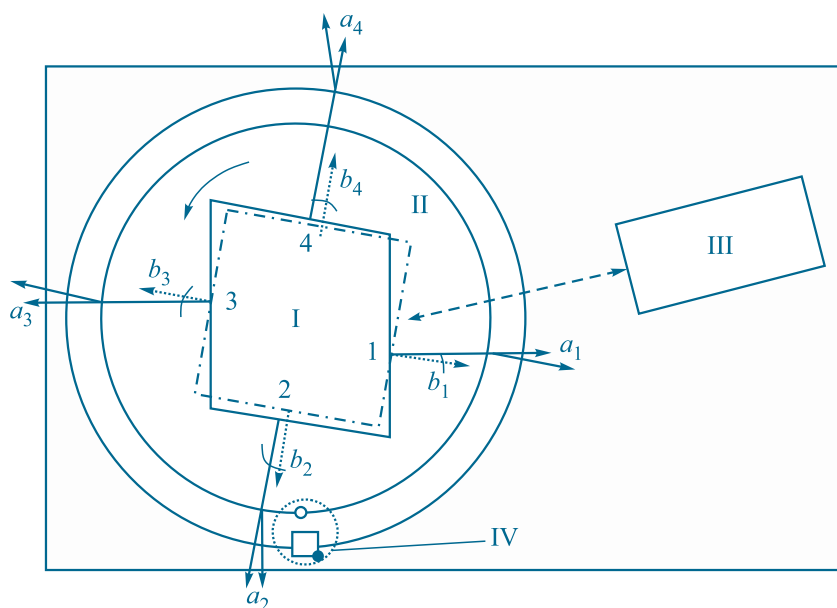


Рис. 1. Функциональная схема измерений углов многогранной призмы с помощью лазерного динамического гониометра:

I – многогранная призма; *II* – кольцевой лазер; *III* – оптический нуль-индикатор; *IV* – нуль-метка; 1–4 – грани призмы

Fig. 1. Functional diagram for measuring polygon angles by a laser dynamic goniometer: *I* – polygon; *II* – ring laser; *III* – optical null-indicator; *IV* – zero mark; 1–4 – polygon faces

Таблица 2

Элементы матрицы погрешности

i	k				
	1	2	...	$P-1$	P
1	$(b_2 - b_1) + (a_2 - a_1)$	$(b_3 - b_2) + (a_2 - a_1)$	...	$(b_P - b_{P-1}) + (a_2 - a_1)$	$(b_1 - b_P) + (a_2 - a_1)$
2	$(b_3 - b_1) + (a_3 - a_1)$	$(b_4 - b_2) + (a_3 - a_1)$	...	$(b_1 - b_{P-1}) + (a_3 - a_1)$	$(b_2 - b_P) + (a_3 - a_1)$
...	...	...	...	...	...
$P-1$	$(b_P - b_1) + (a_P - a_1)$	$(b_1 - b_2) + (a_P - a_1)$	...	$(b_2 - b_3) + (a_P - a_1)$	$(b_{P-1} - b_4) + (a_P - a_1)$
P	$(b_1 - b_1) + (a_1 - a_1)$	$(b_2 - b_2) + (a_1 - a_1)$	...	$(b_3 - b_3) + (a_1 - a_1)$	$(b_P - b_P) + (a_1 - a_1)$
Среднее	$-b_1 - a_1$	$-b_2 - a_1$	...	$-b_{P-1} - a_1$	$-b_P - a_1$

Таблица 3

Результат вычитания среднего по столбцам

i	k					
	1	2	...	P-1	P	Среднее
1	b_2+a_2	b_3+a_2	...	b_P+a_2	b_1+a_2	a_2
2	b_3+a_3	b_4+a_3	...	b_1+a_3	b_2+a_3	a_3
...	...	...	...	...	...	...
P-1	b_P+a_P	b_1+a_P	...	$b_{(P-2)}+a_P$	$b_{(P-1)}+a_P$	a_P
P	b_1+a_1	b_2+a_1	...	$b_{(P-1)}+a_1$	b_P+a_1	a_1

не может быть измерена прямым методом, поскольку является виртуальной. При измерении углов многогранной призмы отличие измеренных углов от их номинальных значений будет определяться разностью значений b_i . Так, разница значения угла между гранями 2 и 1 призмы и его номинального значения составляет $(-b_2+b_1)$, между гранями 5 и 3 эта разница равняется $(-b_5+b_3)$ и т. д. Погрешность, найденная методом последовательных разворотов в соответствие с выражением (4) позволяет найти отличие действительных полных углов многогранной призмы от их номинальных значений вне зависимости от начальной грани и не содержит погрешности, обусловленной нерегулярностью угловой шкалы ЛДГ.

Исследование неравномерности угловой шкалы ЛДГ. Погрешность ЛДГ находили методом последовательных разворотов. Кольцевой лазер (внутри корпуса ЛДГ) и юстируемый столик жёстко закреплены на шпинделе ЛДГ. Восьмигранная призма в оправе расположена на площадке юстируемого столика. На площадке корпуса ЛДГ установлен оптический нуль-индикатор интерференционного типа, предусмотрена возможность его юстировки. Нуль-индикатор чувствителен к угловому перемещению только в плоскости, перпендикулярной оси вращения шпинделя ЛДГ, поэтому для юстировки призмы, выполняемой перед началом измерений, использован внешний автоколлиматор. Погрешности юстировки призмы в диапазоне $\pm 20''$ достаточно для измерения углов на уровне сотых долей угловой секунды. Развороты призмы на межгранные углы относительно юстируемого столика контролировались тем же автоколлиматором. С учетом априорных знаний о характере систематической погрешности кольцевого лазера [1], развороты осуществлялись вручную с погрешностью на уровне $\pm 10'$.

На рис. 2 представлены результаты исследований неравномерности угловой шкалы ЛДГ, выполненных методом последовательных разворотов с использованием рассмотренного выше алгоритма вычислений. Систематическая погрешность ЛДГ определяется неравномерностью шкалы, которая находится из разности $a_i - a_{360}$. Так, при разности углов 0 и 45° погрешность составит примерно $0,08''$, а максимальная погрешность $0,12''$ наблюдается при разности углов 0 и 225° .

Обсуждение результатов. Основной вопрос заключается в установлении источника погрешности. При измерениях необходимо соблюдать параллельность плоскостей угловых

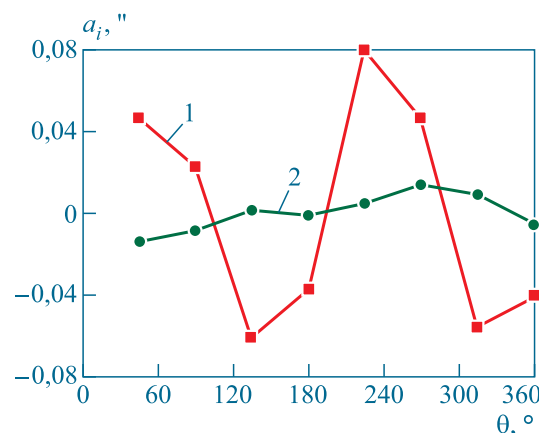


Рис. 2. Первоначальная (1) неравномерность шкалы лазерного динамического гониометра и неравномерность (2) после введения корректирующих поправок в алгоритм

Fig. 2. Initial (1) irregularity of the laser dynamic goniometer scale and the irregularity (2) after introducing corrective corrections to the algorithm

шкал эталонного и исследуемого датчиков. Непараллельность угловых шкал приводит к систематической погрешности.

Рассмотрим случай, когда плоскость многогранной призмы, перпендикулярная оси вращения шпинделя, составляет малый угол β с плоскостью угловой шкалы кольцевого лазера. При повороте призмы на угол φ нуль-индикатор вырабатывает импульс считывания с угловой шкалы кольцевого лазера, которая повернулась на угол θ . Разность углов $\theta - \varphi$ определяет погрешность измерения. Для нахождения этой разности воспользуемся преобразованием координат в предположении, что поворот на угол β осуществляется вокруг оси Ox системы координат, связанной с призмой [4]:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

При этом справедливы равенства:

$$\operatorname{tg}\theta = y'/x'; \operatorname{tg}\varphi = y/x.$$

После соответствующих вычислений получим

$$\operatorname{tg}\theta - \operatorname{tg}\varphi = (\cos\beta - 1)\operatorname{tg}\varphi. \quad (5)$$

С учётом равенства $\theta = \varphi + \Delta$ при $\Delta \ll 1$ выражение (5) можно упростить:

$$\Delta = \beta^2 \operatorname{tg}\varphi \cos^2\varphi / 2 = \beta^2 \sin 2\varphi / 4. \quad (6)$$

Таким образом, погрешность, вызванная непараллельностью плоскостей угловых шкал многогранной призмы и кольцевого лазера, распределена на второй гармонике вращения и пропорциональна квадрату угла наклона. Спектральный анализ кривой 1 на рис. 2 показал, что амплитуда второй гармоники составляет около $0,07''$. По выражению (6), находим угол наклона, равный примерно $4'$. Наклон угловой шкалы

кольцевого лазера к оси вращения шпинделя ЛДГ носит конструктивный характер и является характерной особенностью данного экземпляра ЛДГ. Это обстоятельство позволяет ввести в алгоритм вычислений поправочные коэффициенты для уменьшения неравномерности шкалы и тем самым уменьшить погрешность ЛДГ. На рис. 2 (кривая 2) представлена неравномерность шкалы ЛДГ после введения соответствующих поправок, погрешность ЛДГ теперь не превышает $0,03''$.

Заключение. Применение алгоритма вычислений в методе последовательных разворотов позволил выявить неравномерность угловой шкалы лазерного динамического гониометра, обусловленную её наклоном к оси вращения шпинделя, определить корректирующие поправки, ввести их в алгоритм вычислений и уменьшить систематическую погрешность ЛДГ до $0,03''$.

Список литературы

1. Burnashev M. N., Pavlov P. A., Filatov Yu. V., *Quantum Electronics*, 2013, vol. 43, no. 2, pp. 130–138. DOI: 10.1070/QE2013v043n02ABEH015045
2. Sim P. J., *Modern Techniques in Metrology*. Singapore, World Scientific, 1984. pp. 102–121.
3. Probst R., Wittekopf R., Krause M., Dangschat H., Ernst A., *Meas. Sci. Technol.*, 1998, no. 9, pp. 1059–1066.

4. Павлов П. А. Особенности метода кросс-калибровки в лазерной гониометрии // *Измерительная техника*. 2015. № 9. С. 21–24.

5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров): Пер. с англ. М.: Наука, 1974. 832 с.

References

1. Burnashev M. N., Pavlov P. A., Filatov Yu. V., *Quantum Electronics*, 2013, vol. 43, no. 2, pp. 130–138. DOI: 10.1070/QE2013v043n02ABEH015045
2. Sim P. J., *Modern Techniques in Metrology*. Singapore, World Scientific, 1984. pp. 102–121.
3. Probst R., Wittekopf R., Krause M., Dangschat H., Ernst A., *Meas. Sci. Technol.*, 1998, no. 9, pp. 1059–1066.
4. Pavlov P. A., *Measurement Techniques*, 2015, vol. 58, no. 9, pp. 970–974. DOI 10.1007/s11018-015-0827-7
5. Korn G. A., Korn T. M., *Mathematical handbook for scientist and engineers. Definitions, theorems and formulas for reference and review*, New York, McGraw-Hill Book Company, 1968.

Дата поступления: 15.11.2019.

Дата принятия: 15.12.2019.

Method for investigating the error of a laser dynamic goniometer

Petr A. Pavlov

St. Petersburg Electrotechnical University ETU, Saint-Petersburg, Russian Federation, e-mail: pavl-petr@yandex.ru

A method for investigating the error of a laser dynamic goniometer by cross-calibration using a new calculation algorithm is proposed. The algorithm is based on the method of serial angle shifts of a polygon relative to ring laser of the goniometer. The results of using this algorithm for estimating the error of a laser dynamic goniometer are presented. The dominant source of error of this goniometer is determined – the irregularity of the angular scale of the ring laser, which is caused by the slope of the scale to the axis of rotation of the goniometer spindle. Corrective corrections were calculated and introduced into the calculation algorithm, which allowed reducing the systematic error of the goniometer to $0.03''$.

Key words: angular measurements, laser dynamic goniometer, optical polygon, measurement error.