

## **Математическая модель функционирования мультисенсорного преобразователя бинарных механических сигналов в электрические на основе волоконно-оптического цифроаналогового преобразователя**

**В. М. Гречишников<sup>1</sup>, Е. Г. Комаров<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва, Самара, Российская Федерация, e-mail: gv@ssau.ru

<sup>2</sup>Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация, e-mail: fuzzykom@gmail.com

*Рассмотрена конструкция и принцип действия мультисенсорного преобразователя бинарных механических сигналов в электрические. Данный преобразователь выполнен на основе волоконно-оптического цифроаналогового преобразователя, состоящего из набора оптических аттенюаторов и волоконно-оптического сумматора. Разработана обобщённая математическая модель функционирования мультисенсорного преобразователя, объединяющая в себе частные математические модели функционирования волоконно-оптического цифроаналогового преобразователя, фотоусилителя и преобразователя напряжения в код с двойным интегрированием. Модель представлена в виде аналитических выражений для определения выходного электрического кода в зависимости от значений разрядных цифр входного механического кода с учётом комплекса конструктивных, схемотехнических и энергетических параметров преобразователя. Предложено аналитическое описание преобразованных сигналов частоты в код. Разработан алгоритм численного анализа математической модели функционирования исследуемого устройства, обеспечивающий получение значений предельно допустимых инструментальных погрешностей изготовления элементов преобразователя, при которых реализуется полная достоверность работы устройства. Представленные результаты могут быть использованы для разработки мультисенсорных преобразователей бинарных перемещений систем управления, контроля и мониторинга энергонасыщенных объектов, для которых высокая помехозащищённость, электрическая нейтральность, низкая химическая активность и информационная безопасность имеют первостепенное значение.*

**Ключевые слова:** мультисенсорный преобразователь, цифроаналоговый преобразователь, математическая модель, волоконная оптика, алгоритм, погрешность, достоверность.

**Введение.** Мультисенсорные преобразователи бинарных механических сигналов (МПБС) в электрические относятся к перспективной группе преобразователей информации измерительных и управляющих систем сложных промышленных объектов. Данные мультисенсорные преобразователи предназначены для многоточечного контроля конечных положений объектов управления в 2D- и 3D-пространствах. Примерами таких объектов являются исполнительные механизмы робототехнических комплексов, управляемые по сигналам концевых выключателей и установленные в реперных точках рабочего пространства, автоматы для лазерной и дуговой сварки и резки металлов, сборные металлоконструкции горнодобывающих шахт и спортивных манежей, системы механизации крыла летательных аппаратов и др. [1–3].

Известные конструкции МПБС строятся на основе индуктивных, ёмкостных, электроконтактных и других первичных

преобразователей [4]. В то же время интенсивное развитие элементной базы оптических информационных устройств и систем создало предпосылки для совершенствования преобразователей данного класса, выполненных на основе волоконно-оптических технологий [5, 6]. К основным преимуществам МПБС перед существующими аналогами относятся высокая помехозащищённость, электрическая нейтральность, низкая химическая активность, а также высокая информационная безопасность при дистанционной передаче измерительной информации [7, 8]. Для создания таких преобразователей используют различные технологические платформы, основанные на применении решёток Брэгга, рассеянного излучения Рамана, методов интерферометрии [9–11]. Основные недостатки устройств, выполненных на указанных физических явлениях, – это сложность аппаратуры формирования и обработки измерительных сигналов, а также высокая удельная стоимость сенсорного канала.

В работе [12] в качестве альтернативы существующим конструкциям предложен новый принцип построения МПБС, основанный на использовании в качестве системообразующего элемента волоконно-оптического цифроаналогового преобразователя (ЦАП) с параллельной структурой. Технические возможности МПБС данного типа подробно описаны в работах [13–15]. Проведённые в указанных работах исследования показали, что достоверность преобразования механического кода в электрический во многом зависит от типа аналого-цифрового преобразователя (АЦП) напряжения в код. Применение в известной конструкции АЦП параллельного преобразования, обладающего недостаточной помехоустойчивостью, существенно влияет на достоверность преобразования и ограничивает информационную ёмкость устройства в целом. Более высокую помехоустойчивость имеют преобразователи с двойным интегрированием. Однако разработанные в [13–15] математические модели МПБС не позволяют учесть специфику энергоинформационных преобразований в электронном блоке на основе АЦП указанного типа. Перечисленные факторы обуславливают актуальность разработки математической модели МПБС на основе АЦП с двойным интегрированием и алгоритмов её численного анализа, которые в дальнейшем могут быть положены в основу компьютерного анализа и синтеза данных устройств.

**Конструкция и принцип действия МПБС на основе АЦП с двойным интегрированием.** Функциональная схема МПБС на основе АЦП с двойным интегрированием представлена на рис. 1. Оптический сигнал  $P$

от источника излучения *ИИ* поступает на вход оптического разветвителя  $Y_1$ , осуществляющего равномерное деление оптической мощности излучателя между  $n$  выходными полюсами, подключёнными к оптическим переключателям  $\Pi_0, \dots, \Pi_{n-1}$ . На управляющие входы переключателей подаются бинарные входные сигналы в виде механических перемещений  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ . В простейшем случае переключатель представляет собой подпружиненный шток, внешний торец которого выведен из корпуса наружу, а внутренний расположен внутри корпуса в зазоре между передающим и приёмным световодами. При дискретном механическом воздействии на внешнюю часть штока его внутренняя часть перекрывает оптический канал связи между световодами, что приводит к формированию на выходе приёмного световода дискретного оптического сигнала амплитудой  $P_0$ . Прошедшие через ключи бинарные оптические сигналы поступают на оптические attenuаторы  $A_0, \dots, A_{n-1}$ , коэффициенты ослабления которых выбираются в соответствии с числовым рядом  $q = \{2^{-i}\}$ . В качестве таких элементов могут быть использованы, например, регулируемые оптические attenuаторы [16]. Далее «взвешенные» оптические сигналы суммируются в обратно включённом разветвителе  $Y_2$  (сумматоре). Совокупность оптических attenuаторов и волоконно-оптического разветвителя  $Y_2$  представляет собой волоконно-оптический ЦАП с суммированием весовых коэффициентов. Результирующий оптический сигнал с выхода волоконно-оптического ЦАП с помощью волоконно-оптической линии связи передаётся на фотоприёмник  $\Phi П$ . Далее полученный сигнал обрабатывается в фотоусилителе  $\Phi У$

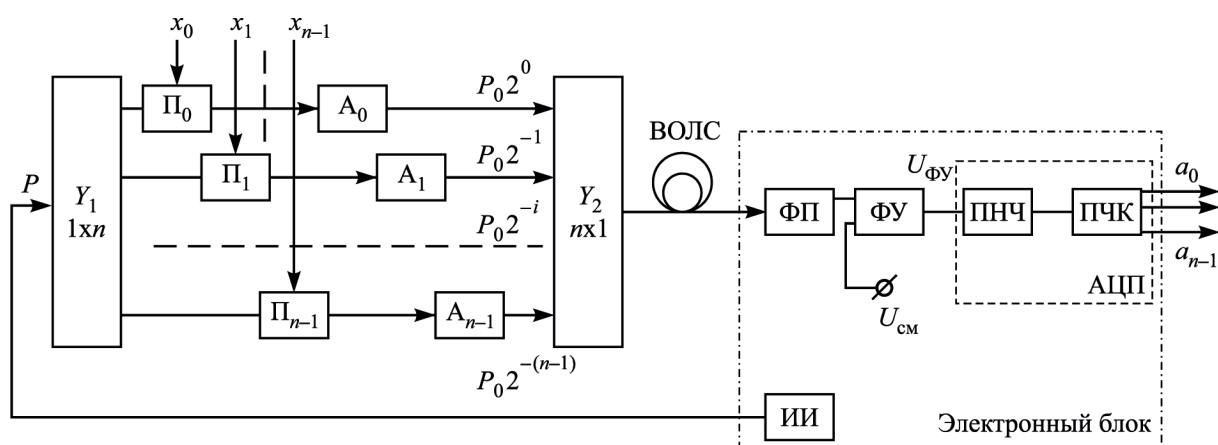


Рис. 1 Функциональная схема МПБС на основе АЦП с двойным интегрированием:

*ИИ* – источник излучения;  $Y_1$  – волоконно-оптический разветвитель;  $\Pi_0, \dots, \Pi_{n-1}$  – оптические переключатели;  $A_0, \dots, A_{n-1}$  – оптические attenuаторы;  $Y_2$  – волоконно-оптический сумматор; *ВОЛС* – волоконно-оптическая линия связи; *ФП* – фотоприёмник; *ФУ* – фотоусилитель; *ПНЧ* – преобразователь напряжения в частоту; *ПЧК* – преобразователь частоты в код

Fig. 1. Functional scheme MPBS on the basis of ADC with double integration:

*AI* – radiation source;  $Y_1$  – fiber-optic splitter;  $\Pi_0, \dots, \Pi_{n-1}$  – optical switches;  $A_0, \dots, A_{n-1}$  – optical attenuators;  $Y_2$  – fiber-optic adder; *FOLC* – fiber-optic line of communication; *FD* – photodetector; *FA* – photo amplifier; *CVF* – voltage to frequency Converter; *CFC* – frequency Converter to code

и преобразуется в линейный квантованный электрический сигнал, который оцифровывается в АЦП в код с двойным интегрированием. Аналого-цифровой преобразователь состоит из последовательно включённых преобразователей: напряжения в частоту ПНЧ и частоты в электрический код ПЧК. В результате работы АЦП формируется цифровой сигнал  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ , который в электрической форме воспроизводит значения входного механического кода.

**Математическая модель функционирования МПБС.** Под математической моделью функционирования МПБС будем понимать уравнение, отображающее связь выходного кодового вектора двоичных электрических сигналов  $\mathbf{a} = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$  с входным кодовым вектором бинарных механических сигналов  $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\}$  через совокупности конструктивных и схмотехнических параметров оптических и фотоэлектронных элементов  $\mathbf{y}$  и преобразователя напряжения в код  $\mathbf{z}$ :

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}), \quad (1)$$

где  $x_i = \overline{0,1}$ ;  $a_i = \overline{0,1}$ ;  $\mathbf{F} = \{F_0, F_1, \dots, F_{n-1}\}$  – упорядоченный набор логических операторов, описывающих формирование разрядных цифр выходного кода МПБС;  $n$  – число входных сигналов МПБС.

Десятичные эквиваленты входного и выходного кодов, выраженные через компоненты векторов  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{a}$ , определяются следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} N_{\text{вх}} &= \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i; \\ N_{\text{вых}} &= \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

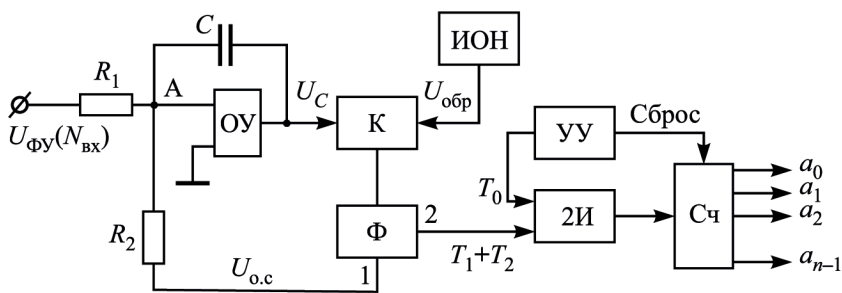


Рис. 2. Функциональная схема АЦП с двойным интегрированием:

ОУ – операционный усилитель; К – компаратор; ИОН – источник образцового напряжения; УУ – управляющее устройство; Сч – двоичный счётчик импульсов; Ф – формирующее устройство

Fig. 2. Functional diagram of the ADC with double integration:

OA – operational amplifier; C – capacitor; SRV – source of the reference voltage; CD – control device; BPC – binary pulse counter; F – forming device

Значения составляющих выходного кода можно выразить через конструктивные и схмотехнические параметры преобразователя:

$$a_i = F_i[P^*(\mathbf{x}), \mathbf{y}, \mathbf{z}], \quad (3)$$

где  $F_i$  – логическая функция формирования  $i$ -го разряда выходного кода АЦП в зависимости от значений разрядных цифр входного кода и параметров аналоговых и цифровых функциональных элементов ( $F \in \mathbf{F}$ );  $P^*(\mathbf{x})$  – нормированная функция преобразования волоконно-оптического ЦАП.

Согласно данным работы [14] нормированная относительно шага квантования функция преобразования волоконно-оптического ЦАП, учитывающая пассивный характер его схемы, может быть представлена в виде полинома

$$P^*(\mathbf{x}) = 2^{-(n-1)} \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i.$$

Для рассматриваемого МПБС комплекс конструктивных и схмотехнических параметров оптических и фотоэлектронных элементов представим как

$$\mathbf{y} = \{P_{\text{ИИ}}, K_{Y_1}, K_{Y_2}, K_B, K_{\text{фр}}, S_{\text{фП}}, K_{\text{фУ}}, U_{\text{см}}, q_i\}, \quad (4)$$

где  $P_{\text{ИИ}}$  – мощность источника излучения;  $K_{Y_1}, K_{Y_2}$  – коэффициенты передачи волоконно-оптических разветвителя и сумматора соответственно;  $K_B$  – коэффициент ввода излучения в разветвитель  $Y_1$ ;  $K_{\text{фр}}$  – коэффициент френелевского отражения от торцов световодов;  $S_{\text{фП}}$  – чувствительность фотоприёмника;  $K_{\text{фУ}}$  – коэффициент усиления фотоусилителя;  $U_{\text{см}}$  – напряжение смещения выходного сигнала фотоусилителя, необходимое для однозначного преобразования его выходного сигнала в цифровой код;  $q_i$  – коэффициенты передачи аттенуаторов.

Параметры, входящие в совокупность  $\mathbf{z}$  зависят от схмотехнического решения АЦП, и для выбранного типа преобразователя будут рассмотрены ниже.

**Математическая модель сигнала фотоусилителя.** Данная модель отображает процесс преобразования входного механического кода в электрический квантованный сигнал с учётом параметров волоконно-оптического ЦАП, фотоприёмника и фотоусилителя. Обозначим через  $U_0$  выходной сигнал фотоусилителя, соответствующий появлению единицы в старшем,  $n-1$  разряде,

входного оптического кода волоконно-оптического ЦАП. Тогда с учётом выражения (4) получим

$$U_0(\mathbf{y}) = 2^0 P_0 K_{Y_1} K_{Y_2} K_B K_{ФП} K_{ФУ},$$

где  $2^0$  – весовой коэффициент старшего разряда волоконно-оптического ЦАП.

Напряжение на выходе фотоусилителя, формируемое  $i$ -м входным сигналом, можно представить в виде

$$U_{ФУ}(x_i) = U_0(\mathbf{y}) x_i 2^{-i}.$$

В этом случае математическую модель сигнала на выходе фотоусилителя запишем как

$$U_{ФУ}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \Delta U(\mathbf{y}) \sum_{i=0}^{i=n-1} x_i 2^i, \quad (5)$$

где  $\Delta U = U_0(\mathbf{y}) 2^{-(n-1)}$  – шаг квантования по уровню выходного сигнала фотоусилителя.

Для уменьшения влияния инструментальных погрешностей функцию (5) необходимо сдвинуть на половину кванта относительно функции преобразования АЦП [17]:

$$U_{ФУ}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \Delta U(\mathbf{y}) \left( \sum_{i=0}^{i=n-1} x_i 2^i + 0,5 \right). \quad (6)$$

Таким образом, выражения (5), (6) отображают связь выходного сигнала фотоусилителя с величинами  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ , входящими в основное уравнение (1). Для создания обобщённой математической модели МПБС, отвечающей формулам (1), (3), необходимо получить аналитические выражения разрядных цифр на выходе АЦП с учётом не только входного напряжения  $U(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , но и схемотехнических параметров  $\mathbf{z}$  АЦП.

**Математическая модель функционирования АЦП с двойным интегрированием.** Рассмотрим методику нахождения значений разрядных цифр на выходе МПБС, использующего АЦП с двойным интегрированием. Упрощённая функциональная схема такого АЦП и его временные диаграммы работы приведены на рис. 2, 3. Принцип действия АЦП основан на преобразовании измеряемого напряжения в частоту следования прямоугольных импульсов, которая измеряется схемой цифрового преобразователя частота – код [18]. Такие устройства ещё называют вольтметрами с двойным интегрированием. Совокупность параметров преобразователя  $\mathbf{z}$ , влияющих на точность преобразования, представим в виде:

$$\mathbf{z} = \{U_{обр}, R_1, C, T_0, n\}, \quad (7)$$

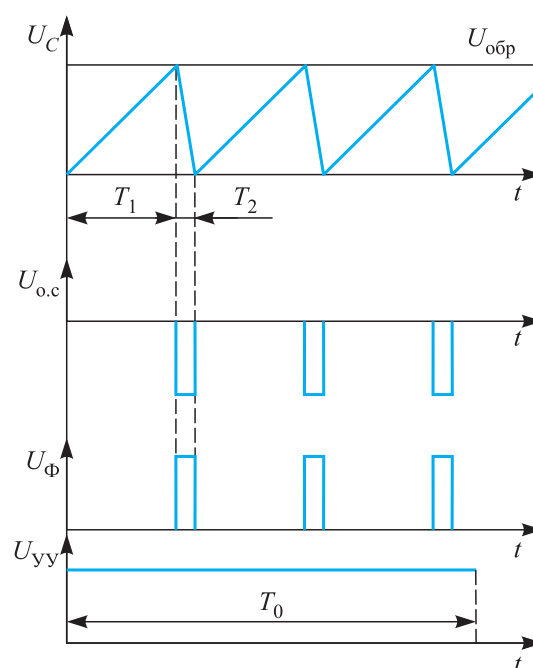


Рис. 3. Временные диаграммы работы АЦП с двойным интегрированием

Fig. 3. Waveform of the operation of the ADC with double integration

где  $U_{обр}$  – образцовое напряжение,  $R_1$ ,  $C$  – времязадающие элементы интегратора на операционном усилителе;  $T_0$  – образцовый временной интервал, определяющий время измерения;  $n$  – число разрядов АЦП.

Напряжение с выхода фотоусилителя, пропорциональное входному коду, поступает на схему интегратора, выполненного из операционного усилителя ОУ,  $R_1$  и  $C$  (см. рис. 2). При  $U_{ФУ} = \text{const}$  выходной сигнал интегратора представляет собой линейную функцию времени

$$U_C = \frac{U_{ФУ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})t}{R_1 C}.$$

В момент времени  $T_1$  напряжение  $U_C$  на ёмкости становится равным напряжению  $U_{обр}$  с выхода образцового источника ИОН (см. рис. 3). При этом справедливо равенство

$$U_C = \frac{U_{ФУ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})T_1}{R_1 C} = U_{обр}; \quad T_1 = \frac{U_{обр} R_1 C}{U_{ФУ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}. \quad (8)$$

В момент  $U_C = U_{обр}$  срабатывает компаратор  $K$ , выходной сигнал которого запускает формирующее устройство  $\Phi$ .

С его первого выхода снимается отрицательный импульс обратной связи  $-U_{o.c}$  длительностью  $T_2$ , который разряжает ёмкость до нуля (см. рис. 3). Далее процесс повторяется с частотой

$$f_X(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \frac{U_{\Phi Y}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{U_{обр} R_1 C + U_{\Phi} T_2}; \{U_{обр}, R_1, C, T_2\} \in \mathbf{z}, \quad (9)$$

где  $U_{\Phi}$  – напряжение формирующего устройства.

Со второго выхода формирующего устройства снимаются импульсы такой же длительности, но положительной полярности (см. рис. 3), которые подаются на преобразователь частота – код, состоящий из логического элемента 2И, устройства управления УУ и двоичного счётчика импульсов Сч. Длительность импульса  $T_0$  с выхода устройства управления определяет время счёта импульсов со второго выхода формирующего устройства (см. рис. 3).

Полагая, что

$$U_{\Phi Y \max} = U_{обр},$$

где

$$U_{\Phi Y \max} = U_0 2^{-(n-1)} \sum_{i=0}^{i=n-1} 2^i = U_0 \left( 2 - \frac{1}{2^{n-1}} \right),$$

из выражения (9) получим, что при  $T_2 \ll R_1 C$  частота импульсов  $f_X$  со второго выхода формирующего устройства прямо пропорциональна измеряемому напряжению. Значение  $f_X$  определяется выражением

$$f_X(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \frac{\Delta U(\mathbf{y})}{U_{обр} R_1 C} \left( \sum_{i=0}^{i=n-1} x_i 2^i + 0,5 \right). \quad (10)$$

Для получения выходного кода импульсы  $U_{\Phi}$  со второго выхода формирующего устройства через логический элемент 2И подаются на счётчик импульсов. На второй вход логического элемента поступает последовательность прямоугольных импульсов с устройства управления  $U_{УУ}$ , длительность которых  $T_0$  определяет время счёта импульсов, а период – частоту смены выходного кода (см. рис. 3).

**Математическая модель преобразователя частота – код.** С учётом формулы (10) эту математическую модель можно представить в виде выходного кода  $N_{\text{вых}}$  как функцию трёх переменных, входящих в правую часть основного уравнения (1):

$$N_{\text{вых}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = T_0 f_X(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \frac{T_0 \Delta U(\mathbf{y})}{U_{обр} R_1 C} \text{int} \left( \sum_{i=0}^{i=n-1} x_i 2^i + 0,5 \right). \quad (11)$$

Для получения значений разрядных цифр кодового вектора  $\mathbf{a} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  можно применить правило перевода десятичного числа в двоичное путём последовательного деления числа  $N_{\text{вых}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  на два с выписыванием остатков. Условия достоверного преобразования кодового вектора  $\mathbf{x}$  в вектор  $\mathbf{a}$  с учётом выражений (2) можно получить из выражения (11), представив его в виде двух уравнений

$$\sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i = \text{int} \left( \sum_{i=0}^{i=n-1} x_i 2^i + 0,5 \right); \quad (12)$$

$$\frac{T_0 \Delta U(\mathbf{y})}{U_{обр} R_1 C} = 1. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что для выполнения равенства (12), т. е. однозначного совпадения значений разрядных цифр входного и выходного кодов необходимо, чтобы время измерения  $T_0$  было во столько раз больше постоянной времени интегратора  $R_1 C$ , во сколько раз шаг квантования выходной характеристики фотоусилителя меньше образцового напряжения  $U_{обр}$ . Выполнение этого требования можно обеспечить за счёт выбора схемотехнических параметров волоконно-оптического ЦАП, фотоусилителя и АЦП.

**Разработка алгоритма численного анализа математической модели функционирования МПБС.** Полученные выше математические соотношения можно использовать для разработки алгоритма компьютерной программы для численного анализа математической модели МПБС. Решение данной задачи предполагает несколько этапов:

разработка математического описания сигналов, используемых в численной модели;

разработка общего алгоритма проведения численного анализа модели.

В свою очередь, методика анализа численной модели включает следующие этапы:

верификация модели при номинальных значениях конструктивных параметров элементов МПБС;

определение области предельно допускаемых погрешностей обобщённых частотно-временных параметров схемы, определяющих достоверность преобразования;

оценки предельно допускаемых отклонений конструктивных параметров элементов МПБС по полученным значениям допускаемых погрешностей частотно-временных параметров.

**Математическое описание сигналов преобразователя частота – код.** Для численного моделирования процессов формирования выходного кода АЦП в зависимости от входного механического кода преобразователя зададим входные сигналы на входах логического элемента 2И в следующем виде. Последовательность импульсов со второго выхода формирующего устройства (см. рис. 3) представим как

$$U_{\Phi} = \begin{cases} 1 & \text{при } (j+1)T_{1N} + jT_2 \leq t_k < (j+1)(T_{1N} + T_2); \\ 0 & \text{при } j(T_{1N} + T_2) < t < (j+1)T_{1N} + jT_2, \end{cases} \quad (14)$$

где  $t_k$  – текущее модельное время,  $t_k = k\Delta t$ ,  $\Delta t$  – интервал дискретизации формируемого сигнала по времени,  $k \in [0, M]$ ;  $M$  – число единичных приращений аргумента в периоде счётных импульсов  $T_{1N}$ .

Период счётных импульсов определяется текущим значением входного кода  $N = 1, \dots, (2^n - 1)$ :

$$T_{1N} = \frac{2^{-(n-1)}}{\Delta f \left( \sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^{-(n-1-i)} \right)} = \frac{1}{\Delta f_x N}; \quad (15)$$

$$\Delta f_X = \frac{df_X}{dU_{\Phi V}} \Delta U = \frac{U_0 2^{-(n-1)}}{U_{050} R_1 C},$$

где  $\Delta f_X$  – чувствительность преобразователя напряжения в частоту.

Из формулы (15) следует, что при  $N=0$  значение  $T_{10} = \infty$ , что свидетельствует об отсутствии счётного импульса на втором выходе формирующего устройства. Поэтому выходной код  $N_{\text{вых}}$  счётчика импульсов в этом случае равен нулю. Для всех значений  $N>0$  индекс  $j$  последовательно принимает значения в интервале  $j=0, N-1$ . Например, при  $N=1$  индекс  $j$  принимает одно значение  $j=0$ , что свидетельствует о формировании одного счётного импульса на интервале  $T_0$ . При  $N=7$  индекс  $j$  последовательно принимает семь значений от 0 до 6, что соответствует формированию семи счётных импульсов и т. д. Таким образом, входному коду  $N$  будет соответствовать  $N-1$  периодов формирования счётных импульсов  $T_{1N}$ .

Интервал времени  $T_2$  определяет длительность формируемых импульсов и выбирается из условия  $T_2 \ll T_{1N}$  при  $N = 2^n$ . Необходимая чувствительность АЦП  $\Delta f_X$  может быть задана при выборе схемотехнических параметров в соответствии с выражением (15).

Выходной сигнал управляющего устройства (см. рис. 3) представим в виде прямоугольного импульса  $U_{yy}$  длительностью  $T_{11} + (N-1)T_2$ :

$$U_{yy} = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t_k \leq T_{11} + (N-1)T_2; \\ 0 & \text{при } T_{11} + (N-1)T_2 \leq t_k. \end{cases} \quad (16)$$

Тогда сигнал на входе двоичного счётчика импульсов запишем как

$$U_{\text{cy}} = U_{\Phi} \wedge U_{\text{VV}}. \quad (17)$$

Предположим, что в схеме частотомера используется асинхронный двоичный счётчик, выполненный из последовательно

включённых счётных триггеров ( $T$ -триггеров) [19]. Для получения математической модели счётчика можно применить выражение нахождения значения  $i$ -й разрядной цифры двоичного счётчика [20]:

$$a_j^{k+1} = \bar{t}_j^k a_j^k + t_j^k \bar{a}_j^k, \quad (18)$$

где индекс  $k$  соответствует моменту времени до переключения  $i$ -го триггера, а индекс  $k+1$  – после переключения.

Для получения значения цифры младшего разряда выходного кода АЦП в выражении (18) вместо  $a_i^k$  следует подставить сигнал  $U_{сч}^k$ , определяемый выражением (17):

$$a_0^{k+1} = \bar{U}_{\text{ch}}^k a_0^k + U_{\text{ch}}^k \bar{a}_0^k. \quad (19)$$

С учётом выражений (6)–(8), (14)–(16) и (19) счётный сигнал  $U_{сч}^k$ , а следовательно и значение цифры младшего разряда, являются функциями трёх переменных  $a_0 = F_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ ,  $F_0 \in \mathbf{F}$ .

Так как триггеры счётчика импульсов срабатывают последовательно во времени, а входными сигналами последующих по схеме триггеров являются выходные сигналы предыдущих

$$a_i^{k+1} = a_{i+1}^k, \quad i = 0, \dots, (n-1),$$

то с учётом выражений (18), (19) получим обобщённую математическую модель функционирования МПБС в следующем виде:

[illegible]

Математическая модель (20) отображает связь между входными логическими сигналами  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  и выходными сигналами  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  с учётом схемотехнических, конструктивных и энергетических параметров устройства. Приведённые соотношения конкретизируют математические модели (1), (3) применительно к МПБС на основе преобразователя с двойным интегрированием.

**Общий алгоритм анализа численной модели.** Алгоритм анализа численной модели приведён на рис. 4. Верификацию модели целесообразно выполнить в соответствии с представленным алгоритмом при номинальных значениях конструктивных и схмотехнических параметров преобразователя.

Адекватность модели обеспечивается при полном совпадении всех возможных комбинаций входного **x** и выходного **a** кодов в соответствии с критерием

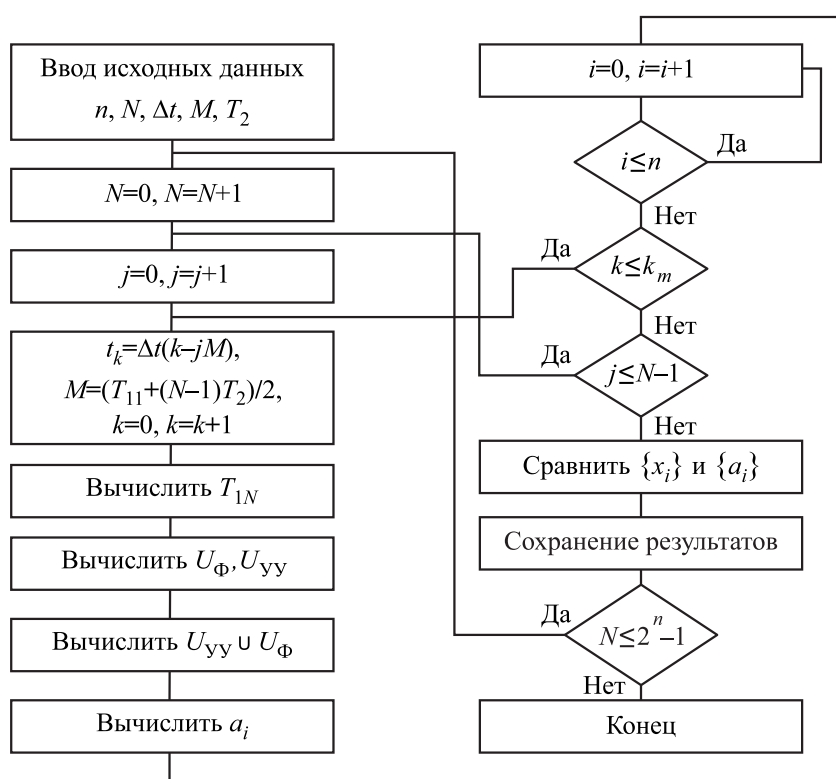


Рис. 4. Блок-схема алгоритма численного анализа математической модели мультисенсорного преобразователя бинарных механических сигналов

Fig. 4. Block diagram of the algorithm for numerical analysis of a mathematical model of a Multisensor Converter of binary mechanical signals

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Несовпадение хотя бы в одной кодовой комбинации свидетельствует либо о некорректном выборе конструктивных параметров устройства, либо об ошибках в программном обеспечении. Для дальнейшей работы с моделью указанные ошибки необходимо исправить.

**Нахождение предельно допускаемых отклонений параметров, определяющих достоверность преобразования.** Такими параметрами являются временные интервалы  $T_{1N}$ ,  $T_2$ , входящие в выражения (14)–(16). Вначале необходимо найти предельно допустимые отклонения по каждому из указанных параметров  $\delta T_{1N}$ ,  $\delta T_2$  при номинальном значении другого. После этого методом дихотомии можно определить область на плоскости параметров  $\delta T_{1N}$ ,  $\delta T_2$ , внутри которой обеспечивается полная достоверность преобразования. Полученные таким образом значения предельно допускаемых отклонений конструктивных параметров элементов МПБС могут быть положены в основу оптимального выбора допусков на параметры элементов МПБС. Для

этого найденные предельно допускаемые погрешности необходимо представить в относительной размерности:

$$\gamma_{T_1} = \frac{\delta T_{1N}}{T_{1N}}; \quad \gamma_{T_2} = \frac{\delta T_2}{T_2},$$

где  $T_{1N}$ ,  $T_2$  – номинальные значения параметров.

Интервал времени  $T_2$  может быть сформирован с использованием типовой схемы одновибратора на операционном усилителе [21]. Зависимость длительности выходного импульса  $T_2$  одновибратора от параметров его времязадающих ёмкости  $C^*$  и активного сопротивления  $R^*$  в простейшем случае имеет вид

$$T_2 = 0,7R^*C^*.$$

Расчётные значения допусков на параметры МПБС, определяющие погрешность формирования интервала  $T_{1N}$ , вычислим по формуле [22]:

$$\gamma_{Tl} = \frac{\gamma_{T_1}}{w_l \sqrt{m}};$$

$$w_l = k_{pl} \frac{\partial T_{1N}}{\partial y_l} \frac{y_{ln}}{T_{1N}},$$

где  $w_l$  – коэффициент влияния параметра  $y \in \mathbf{y}$ ;  $m$ ,  $t$  – количество переменных, входящих в уравнения для  $T_{1N}$ ,  $T_2$ ;  $y_{ln}$  – номинальное значение параметра  $y_l$ ;  $T_{1N}$  – номинальное значение временного интервала при  $N=2^n$ ;  $k_{pl}$  – коэффициент относительного рассеяния, зависящий от вида закона распределения  $l$ -й составляющей погрешности.

Аналогично для допусков, определяющих погрешность формирования интервала  $T_2$ , запишем выражение

$$\gamma_{Ts} = \frac{\gamma_{T_2}}{w_s \sqrt{t}},$$

где

$$w_s = k_{ps} \frac{\partial T_2}{\partial z_s} \frac{z_{sh}}{T_{2h}}; \quad z_s \in \mathbf{z} = \{C^*, R^*\}.$$

**Заключение.** Теоретически обоснована методика получения математической модели мультисенсорного преобразователя бинарных механических перемещений в соответствующий электрический код с помехоустойчивым электронным блоком. Процедура создания

математической модели проиллюстрирована на примере мультисенсорного преобразователя, состоящего из последовательно включённых волоконно-оптического ЦАП, фотоэлектронного усилителя, ВОЛС и аналого-цифрового преобразователя напряжения в код с двойным интегрированием. Получены аналитические выражения, устанавливающие взаимосвязь между значениями разрядных цифр входного механического кода и электрических кодов на выходе преобразователя напряжения в код с двойным интегрированием с учетом комплекса параметров функциональных элементов МПБС. Теоретически обоснованы соотношения между механическими, электрическими и временными параметрами МПБС, при которых обеспечивается полная достоверность преобразования. Алгоритм компьютерной программы численного анализа разработанной математической модели позволяет определить область допустимых инструментальных погрешностей устройства, при которых обеспечивается полная достоверность преобразования. Практическая значимость предложенного подхода к математическому моделированию МПБС заключается в том, что он обеспечивает прослеживаемость от общей постановки задачи исследования к допусковому расчёту устройства, результаты которого могут быть использованы для разработки конструкторской документации на изготовление МПБС.

#### Список литературы

1. Гармаш В. Б., Егоров Ф. А., Коломиец Л. Н., Неугодиных А. П., Пospelov В. И. Возможности, задачи и перспективы волоконно-оптических измерительных систем в современном приборостроении // ФОТОН-ЭКСПРЕСС. 2005. № 6 (46). С. 128–140.
2. Бабин С. А., Глушко С. К., Цыба А. М., Чейдо Г. П., Шелемба И. С., Шакиров С. Р. Концепция многофункциональной системы безопасности угольной шахты с использованием волоконно-оптических технологий // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. Специальный выпуск. С. 95–100.
3. Шишкин В. В., Чуринов А. Е., Харенко Д. С., Шелемба И. С. Система мониторинга несущих конструкций футбольного манежа на основе волоконно-оптических датчиков // ФОТОН-ЭКСПРЕСС. 2013. № 6. С. 22–23.
4. Фрайден Дж. Современные датчики. Справочник. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2006, 592 с.
5. Удд Э. Волоконно-оптические датчики: Пер. с англ. М.: Техносфера, 2008, 526 с.
6. Леонович Г. И., Матюнин С. А., Ливочкина Н. А. Мультисенсорный волоконно-оптический преобразователь давления // Вестник самарского аэрокосмического университета. 2011. №7 (31). С. 123–127.
7. Буймистрюк Г. Волоконно-оптические датчики для экстремальных условий // Control engineering РОССИЯ. 2013. № 3 (45). С. 34–40.
8. Hui R., O'Sullivan M., *Fiber Optic Measurement Techniques*, Amsterdam/London, Academic Press, 2009. 672 p. DOI: 10.1016/B978-0-12-373865-3.X0001-8

9. Варжель С. В. Волоконные брэгговские решетки. СПб.: Университет ИТМО, 2015. 65 с.
10. Samuel Chin-Chong Tseng, US Patent no. 3985423 (12 October 1976).
11. Yong-Kai Chen, Andreas Leven, Kun-Yii Tu, US Patent no. 7061414B2 (1 June 2006).
12. Зеленский В. А. Развитие теории и разработка мультиплексированных волоконно-оптических информационно-измерительных систем мониторинга сложных технических объектов: дис. докт. техн. наук. (МГУПИ, Москва, 2010).
13. Теряева О. В. Мультисенсорные преобразователи информации на основе волоконно-оптических ЦАП: дис. канд. техн. наук (Самарский университет, Самара, 2017).
14. Гречишников В. М., Теряева О. В. Волоконно-оптические преобразователи бортовых датчиков механизации летательных аппаратов // Известия вузов. Авиационная техника. 2016. № 3. С. 12–128.
15. Пат. № 2660623 РФ / Гречишников В. М., Теряева О. В., Арефьев В. В. // Изобретения. Полезные модели. 2018. № 19.
16. Пат. № 173159 РФ / Гречишников В. М., Теряева О. В., Арефьев В. В. // Изобретения. Полезные модели. 2017. № 23.
17. Домрачев В. Г., Мейко Б. С. Цифровые преобразователи угла: Принципы построения, теория точности, методы контроля. М.: Энергоатомиздат, 1984. 328 с.
18. Тихонов Б. Н., Ходжаев И. А. Метрология и электро-радиоизмерения в телекоммуникационных системах: учебное пособие / Под общей редакцией Б. Н. Тихонова. М.: Телеком, 2017. 398 с.
19. Гутников В. С. Интегральная электроника в измерительных устройствах. Л.: Энергоатомиздат, 1988. 304 с.
20. Букреев И. Н., Горячев В. И., Мансуров Б. М. Микроэлектронные схемы цифровых устройств. М.: Техносфера, 2009. 712 с.
21. Муханин Л. Г. Схемотехника измерительных устройств. СПб.: Издательство «Лань», 2009. 288 с.
22. Гречишников В. М., Конюхов Н. Е. Оптоэлектронные цифровые датчики перемещений со встроенными волоконно-оптическими линиями связи. М.: Энергоатомиздат, 1992. 160 с.

#### References

1. Garmash V. B., Egorov F. A., Kolomiets L. N., Neugodnikov A. P., Pospelov V. I., *Photon Express*, 2005, no. 6 (46), pp. 128–140 (in Russian).
2. Babin S. A., Glushko S. K., Tsyba A. M., Cheido G. P., Shelemba I. S., Shakirov S. R., *Computational technologies*, 2013, vol. 18, Special issue, pp. 95–100 (in Russian).
3. Shishkin V. V., Churin A. E., Harenko D. S., Shelemba I. S., *Photon Express*, 2013 no. 6, pp. 22–23 (in Russian).
4. Frieden J., *Modern sensor. Handbook*, Moscow, Technosphere Publ., 2006, 592 p. (in Russian).
5. Udd E., *Fiber optic sensors*, Moscow, Technosphere Publ., 2008, 526 p. (in Russian).
6. Leonovich, G. I., Matyunin S. A., Levochkina N. A., *Vestnik of Samara aerospace University*, 2011, no. 7 (31), pp. 123–127.

7. Buymistruk G., *Control engineering RUSSIA*, 2013, no. 3 (45), pp. 34–40 (in Russian).
8. Hui R., O'Sullivan M., *Fiber Optic Measurement Techniques*, Amsterdam/London, Academic Press, 2009, 672 p. DOI: 10.1016/B978-0-12-373865-3.X0001-8
9. Vargel S. V., *Fiber Bragg gratings*. St. Petersburg: ITMO University, 2015, p. 65 (in Russian).
10. Samuel Chin-Chong Tseng, US Patent no.3985423 (12 October 1976).
11. Yong-Kai Chen, Andreas Leven, Kun-Yii Tu., US Patent no. 7061414B2 (1 June 2006).
12. Zelensky V. A., Doctoral dissertation (in Technical Science). (MGUPI, Moscow, 2010).
13. Teryaeva O. V., Candidate's dissertation (in Technical Science). (Samara University, Samara, 2017).
14. Grechishnikov V. M., Teryaeva O. V., *Russian aeronautics*, 2016. no. 3, pp. 122–128.
15. Grechishnikov V. M., Teryaev O. V., Aref'ev V. V., Patent RF no. 2660623, *Byull. Izobret.*, no. 19 (2018).
16. Grechishnikov V. M., Teryaev O. V., Aref'ev V. V., Patent RF no. 173159, *Byull. Izobret.*, no. 23 (2017).
17. Domrachev V. G., Meiko B. S., *Digital angle converters: principles of construction, accuracy theory, control methods*, Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984, 328 p. (in Russian).
18. Tikhonov B. N., Khodzhaev I. A., *Metrology and electro-radio measurements in telecommunication systems: monografiya*, Moscow, Telecom Publ., 2017, 398 p. (in Russian).
19. Gutnikov V. S., *Integrated electronics in measuring devices*, Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1988, 304 p. (in Russian).
20. Boukreev I. N., Goryachev V. I., Mansurov B. M., *Micro-electronic circuits digital device*, Moscow, Technosphere Publ., 2009, 712 p. (in Russian).
21. Mukhanin L. G. *Circuitry of measuring devices*, Saint-Petersburg, LAN Publ., 2009, 288 p. (in Russian).
22. Grechishnikov V. M., Konyukhov N. E., *Optoelectronic digital displacement sensors with integrated fiber-optic communication lines*, Moscow, Energoatomizdat Publ., 1992, 160 p. (in Russian).

Дата поступления: 01.10.2019.

Дата принятия: 08.11.2019.

## Mathematical model of functioning of multisensor converter of binary mechanical signals in electric on the basis of fiber-optic digital-to-analog converter

V. M. Grechishnikov<sup>1</sup>, E. G. Komarov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara national research University named after academician S. P. Korolev, Samara, Russian Federation, e-mail: gv@ssau.ru

<sup>2</sup>Moscow Bauman state technical University (national research University), Moscow, Russian Federation, e-mail: fuzzykom@gmail.com

The design and operation principle of a multisensor converter of binary mechanical signals into electrical signals consisting of a fiber-optic digital-analog converter, a photo amplifier and a voltage-to-code converter with double integration are considered. A generalized mathematical model of multisensor converter functioning has been developed, which combines particular mathematical models of fiber-optic digital-to-analog converter, photo-amplifier and voltage-to-code converter with double integration. The mathematical model of functioning of the multisensor converter in the form of analytical expressions for definition of the output electric code depending on values of bit digits of the input mechanical code taking into account a complex of constructive, circuit and power parameters of the converter is developed. The analytical description of the signal in the frequency converter in code, using which an algorithm is developed for numerical analysis of mathematical models of the functioning of the devices under study, providing the maximum permissible values of the instrumental errors of manufacture of the transducer elements in which is implemented the complete accuracy of the device. The presented results can be used for the development of multisensor converters of binary displacements of control systems, control and monitoring of energy-saturated objects, for which high noise immunity, electrical neutrality, low chemical activity and information security are of paramount importance.

**Key words:** multisensor converter, digital to analog converter, mathematical model, fiber optics, algorithm, error, reliability.