

Модуль комплексного акустического импеданса воздуха в цилиндрическом замкнутом объёме: расчёт с помощью численного моделирования

Дмитрий Витальевич Головин

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, г. п. Менделеево, Московская обл., Россия, golovin@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9488-6505>

Аннотация. Рассмотрено влияние эффекта теплообмена между внешней средой и воздухом внутри цилиндрического замкнутого объёма с теплопроводными стенками на акустический импеданс воздуха, а также влияние на акустический импеданс волн, отражённых от теплопроводных или теплоизолированных стенок таких объёмов. Для расчёта модуля комплексного акустического импеданса воздуха в замкнутом объёме с теплопроводными стенками использован численный алгоритм, основанный на регуляризованных уравнениях Навье-Стокса с квазигазодинамическим замыканием, в которых учтены вязкость, теплопроводность и сжимаемость воздуха. Установлено хорошее совпадение значений модуля комплексного акустического импеданса воздуха в замкнутом объёме с теплопроводными стенками, рассчитанных численно и аналитически. Формула для аналитического расчёта модуля акустического импеданса воздуха в замкнутом объёме с теплопроводными стенками подтверждена экспериментально для инфразвуковых и низких частот звуковых колебаний. Результаты исследования актуальны как для первичной калибровки измерительных микрофонов на инфразвуковых и низких частотах методом взаимности по давлению и методом пистонфона, так и для изучения акустических процессов в жидких и газообразных средах с применением численного моделирования.

Ключевые слова: воздушная акустика, первичный эталон, измерительный микрофон, метод взаимности, численное моделирование, регуляризованные уравнения Навье-Стокса, квазигазодинамические уравнения

Благодарности: автор выражает глубокую благодарность Елизаровой Т. Г. (Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН) за поддержку и консультации при выполнении данного исследования.

Для цитирования: Головин Д. В. Модуль комплексного акустического импеданса воздуха в цилиндрическом замкнутом объёме: расчёт с помощью численного моделирования // Измерительная техника. 2022. № 11. С. 65–71. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-11-65-71>

Modulus of complex acoustic impedance of air in a cylindrical closed volume: calculation using numerical simulation

Dmitrii V. Golovin

Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering, Mendeleev, Moscow region, Russia, golovin@vniiftri.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9488-6505>

Abstract. The problem of the influence of the effect of heat transfer between air inside a closed volume with heat-conducting walls and the external environment, as well as the influence of waves reflected from the walls, on the magnitude of the acoustic impedance of air in a cylindrical closed volume with heat-conducting and heat-insulated walls is considered using numerical modeling. The numerical algorithm used in the study is based on the regularized Navier-Stokes equations with quasi-gas dynamic approach taking into account the viscosity of the air. The modulus of acoustic impedance of air calculated by simulation in a closed volume with heat-conducting walls showed a good match with the analytical formula confirmed experimentally for low and infrasound frequencies of sound oscillations. The results are relevant both for the primary calibration of measurement microphones by the pressure reciprocity method and the pistonphone method, and for the study of acoustic processes in liquid and gaseous media by numerical simulation.

Keywords: air acoustics, primary etalon, measurement microphones, reciprocity method, numerical simulation, regularized Navier-Stokes equations, quasi-gas dynamic equations

Acknowledgments: the author are deeply grateful to Tatiana G. Elizarova (Keldysh Institute of Applied Mathematics) for support and advice in carrying out this research.

Введение. При первичной калибровке измерительного микрофона определение его коэффициента преобразования (далее – чувствительности) опирается на известные акустические свойства источника звука, среды-проводника

(воздуха или иного газа) и калибруемого микрофона. Эти свойства выражают через понятие акустического импеданса. Рассмотрим стандартизованный способ калибровки измерительных конденсаторных микрофонов типа LS

по давлению – метод взаимности по давлению, описанный в IEC 61094-2:2009¹.

Два микрофона типа LS акустически соединяются через камеру связи, при этом передние полости микрофонов и камера связи образуют цилиндрический замкнутый объём. К конденсаторным микрофонам применима теорема взаимности, поэтому на её основе можно выразить связь чувствительностей M_1 , M_2 двух микрофонов с их электрическим импедансом Z_3 и акустическим импедансом системы Z_a , образованной микрофонами и воздухом внутри замкнутого объёма:

$$M_1 M_2 = Z_3 / Z_a = U / (i Z_a), \quad (1)$$

где U – напряжение на выходных контактах микрофона-приёмника; i – ток, протекающий через микрофон-излучатель.

В общем случае рассматривается также фазовая составляющая чувствительности микрофона, при этом формулу (1) необходимо дополнить фазами тока i и напряжения U . Таким образом, импедансы Z_3 , Z_a являются комплексными.

Если электрический импеданс Z_3 пары микрофонов можно измерить в процессе калибровки, то акустический импеданс системы Z_a является расчётной величиной. Однако в случае линейной акустики акустический импеданс системы можно рассчитать на основе определения акустического импеданса воздуха Z_b в замкнутом объёме с абсолютно жёсткими стенками и оценки акустических импедансов микрофонов Z_{a1} и Z_{a2} , которыми они обладают из-за упругости и конечной массы мембран (см. IEC 61094-2:2009).

Цель статьи – определение модуля акустического импеданса воздуха в цилиндрическом замкнутом объёме с жёсткими стенками методом взаимности по давлению с помощью численного алгоритма на основе полной системы регуляризованных уравнений Навье-Стокса для сжимаемого вязкого теплопроводного воздуха.

Определение комплексного акустического импеданса воздуха в цилиндрическом замкнутом объёме. Далее для краткости акустический импеданс воздуха в цилиндрическом замкнутом объёме с абсолютно жёсткими стенками будем называть акустическим импедансом воздуха Z_b .

Применительно к цилиндрическим замкнутым объёмам акустический импеданс системы Z_a определяется как отношение звукового давления p' , действующего на мембрану микрофона-приёмника, к объёмной скорости ξ' , воспроизводимой микрофоном-излучателем в режиме короткого замыкания. Запишем выражение для акустического импеданса системы в комплексном виде

$$Z_a = p' / (j \xi') \exp(j\{\varphi' - \varphi'_0\}),$$

где j – мнимая единица; φ' – фаза звукового давления, действующего на мембрану микрофона-приёмника; φ'_0 – начальная фаза колебаний мембраны микрофона-излучателя.

Данное определение акустического импеданса Z_a системы включает в себя акустический импеданс воздуха Z_b и акустические импедансы микрофонов Z_{a1} , Z_{a2} . Им также удобно воспользоваться для определения Z_b : акустический импеданс воздуха равен отношению звукового давления p , действующего на жёсткую плоскость основания цилиндрического замкнутого объёма, в которой в состоянии покоя находится мембрана микрофона-приёмника, и объёмной скорости ξ , воспроизводимой жёсткой плоскостью основания цилиндрического замкнутого объёма, в которой в состоянии покоя находится мембрана микрофона-излучателя.

С учётом фаз входящих величин акустический импеданс воздуха можно выразить как

$$Z_b = p / (j \xi) \exp(j\{\varphi - \varphi_0\}), \quad (2)$$

где φ – фаза звукового давления p ; φ_0 – начальная фаза объёмной скорости ξ .

Для поршневого приближения колебаний мембраны микрофона-излучателя объёмная скорость $\xi = \omega S X$, где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота колебаний излучателя; f – линейная частота колебаний излучателя; S – площадь мембраны микрофона-излучателя; X – амплитуда колебаний излучателя.

Формула (2), хоть и является общей, но её неудобно использовать при определении чувствительности микрофона, калибруемого методом взаимности по давлению. Для цилиндрического замкнутого объёма акустический импеданс воздуха можно рассчитать по формуле

$$Z_b = k \gamma p_c / (j \omega V), \quad (3)$$

где k – поправочный коэффициент; γ – коэффициент адиабаты при условиях калибровки; p_c – статическое давление воздуха; V – замкнутый объём.

Для цилиндрического замкнутого объёма с теплоизолированными стенками (адиабатическое приближение колебаний) поправочный коэффициент k принимает вид

$$k = C = \omega L c^{-1} / \sin(\omega L c^{-1}),$$

где C – коэффициент волнового движения в цилиндрическом замкнутом объёме; L – длина цилиндрического замкнутого объёма; c – скорость звука в воздухе при условиях калибровки.

Для цилиндрического замкнутого объёма с теплопроводными стенками поправочный коэффициент рассчитывают по формуле

$$k = C / \Delta_H,$$

где Δ_H – поправка на теплопроводность стенок.

Введение поправочного коэффициента обусловлено тем, что в замкнутом объёме всегда будут присутствовать обратные волны, отражённые от стенок. Влиянием обратных

¹ IEC 61094-2:2009. Электроакустика. Микрофоны измерительные. Часть 2. Первичный метод градуировки по давлению лабораторных эталонных микрофонов методом взаимности.

волн можно пренебречь на низких частотах, но необходимо учитывать на высоких частотах колебаний.

Кроме того, вследствие теплопроводности воздуха в замкнутом объёме при колебательных процессах сжатие-разрежение воздуха сопровождается температурными волнами. Если стенки замкнутого объёма являются теплопроводными, то теплообмен происходит не только внутри замкнутого объёма, но и через стенки замкнутого объёма с внешней средой. В зависимости от размеров и геометрии замкнутого объёма, а также от частоты колебаний газовый колебательный процесс может быть не только адиабатическим (на высоких частотах колебаний), но и изотермическим (на очень низких частотах колебаний), в среднем диапазоне частот он будет являться неким переходным от изотермического процесса к адиабатическому. Это обстоятельство привело к появлению термоакустической задачи, заключающейся в расчёте изменения звукового давления (и акустического импеданса воздуха) в замкнутом объёме с учётом теплопроводности как воздуха, так и стенок объёма. Предпринималось несколько попыток аналитического решения термоакустической задачи для простейших геометрий замкнутого объёма [1–6]. Как показали экспериментальные исследования по определению чувствительности микрофонов типа LS1 в двух различных по длине камерах связи в диапазоне частот 0,04–100 Гц [7], наиболее точной является предложенная Г. Гербером [5] поправка на теплопроводность стенок замкнутого (цилиндрического) объёма:

$$\Delta_H = \gamma - (\gamma - 1)E_n, \quad (4)$$

где E_n – передаточная функция температуры,

$$E_n = \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N_{nm}}{[1 - M_{nm} \alpha_t j / (2\pi f l_{\Delta}^2)]};$$

$$N_{nm} = [(m + 0,5)^2 x_n^2]^{-1};$$

$$M_{nm} = [(m + 0,5)^2 \pi^2 + x_n^2 R_{\Delta}^2] (2R_{\Delta} + 1)^{-2};$$

$m=0, 1, 2, \dots; n=0, 1, 2, \dots; x_n$ – n -й корень функции Бесселя нулевого порядка; α_t – коэффициент теплопроводности; $l_{\Delta} = V/S$ – отношение внутреннего объёма замкнутого объёма к площади внутренних стенок; $R_{\Delta} = L/D$ – отношение длины L к диаметру $D=2R$ внутреннего объёма замкнутого объёма.

Из формул для поправки на теплопроводность стенок замкнутого объёма следует, что передаточная функция температуры E_n является комплексной величиной, а следовательно, и поправка на теплопроводность стенок замкнутого объёма Δ_H также является комплексной, причем её фаза и модуль зависят от частоты колебаний.

При выводе формул для коэффициента волнового движения S и поправки Δ_H обычно принимают различные предположения и упрощения, например, поршневое приближение колебаний, пренебрежение вязкостью воздуха и распределением газовых величин вдоль радиуса цилиндрического

замкнутого объёма. Допустимость таких упрощений можно разрешить численным моделированием с применением уравнений Навье-Стокса для сжимаемого вязкого теплопроводного газа, однако такое моделирование сталкивается с трудностями. Эффективность численных схем на основе классических уравнений Навье-Стокса сильно зависит от числа Маха, равного отношению некоторой характерной скорости к скорости звука в среде и характеризующего движение воздуха в моделируемой задаче. Моделирование задач акустики можно рассматривать как частный случай моделирования воздушных течений с предельно малыми значениями числа Маха. При этом для различных значений чисел Маха требуется применять разные численные методы [8–19], которые могут оказаться крайне неэффективными при моделировании задач акустики. Результаты исследований [20–22] показали, что численные методы на основе регуляризованных уравнений Навье-Стокса с замыканием в виде квазигазодинамических и квазигидродинамических уравнений [23, 24] применимы для численного решения задач подобного рода и не требуют коренного изменения численного метода.

В [7] сделан вывод о корректности и применимости общего низкочастотного решения Г. Гербера для учёта теплопроводных свойств газа и стенок замкнутого объёма, поэтому путём сравнения численно смоделированного решения с аналитическим (рассчитанным по аналитическим формулам) можно решить две задачи:

1) найти численное решение термоакустической задачи для метода взаимности по давлению, реализуемого на Государственном первичном эталоне единицы звукового давления в воздушной среде и аудиометрических шкал ГЭТ 19-2018 для калибровки измерительных микрофонов типа LS при частотах от 2 Гц до 25 кГц;

2) определить корректность и применимость регуляризованных уравнений Навье-Стокса для моделирования акустических задач в частности и моделирования нестационарных воздушных течений с предельно малыми числами Маха в целом.

Численный алгоритм расчёта модуля акустического импеданса воздуха. В качестве начальных параметров воздуха выбраны стандартные по IEC 61094-2:2009 условия: температура $T_0 = 296,15$ К; статическое давление $p_0 = 101325$ Па; относительная влажность воздуха 50 %. Коэффициент теплопроводности воздуха при расчёте поправки Δ_H на теплопроводность стенок замкнутого объёма для сравнения с модельными данными определён согласно IEC 61094-2:2009, Annex F.

В настоящем исследовании использован численный алгоритм на основе регуляризованных уравнений Навье-Стокса [22]. Алгоритм включает явную схему по времени и равномерную пространственную сетку, пространственные производные аппроксимируются центральными разностями, для граничных условий применяется метод фиктивных узлов, колебания излучателя считаются поршневыми. При этом аналогично [5] предполагается, что температура стенок замкнутого объёма постоянна и равна температуре внешней среды, т. е. теплообмен непосредственно через

стенки замкнутого объема не рассматривается. Это допустимо, поскольку воспроизводимое звуковое давление при калибровке методом взаимности по давлению не превышает нескольких десятков паскалей, и колебания температуры воздуха не превышают десятых долей кельвина. Кроме того, сами микрофоны LS и камеры связи изготавливаются из материалов с высоким коэффициентом теплопроводности.

Регуляризованные уравнения Навье-Стокса отличаются от классической записи определением вектора потока массы $\mathbf{j}_m$, тензора вязкости Π и вектора теплового потока $\mathbf{q}$. В случае классического замыкания уравнения имеют вид

$$\mathbf{j}_m^{\text{NS}} = \rho \mathbf{u};$$

$$\Pi^{\text{NS}} = \mu \{ (\nabla \otimes \mathbf{u}) + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T - 2 \text{div} \mathbf{u} / 3 \};$$

$$\mathbf{q}^{\text{NS}} = -\chi \nabla T,$$

где ρ – плотность газа; $\mathbf{u}$ – вектор скорости газа; μ – коэффициент вязкости газа; χ – коэффициент теплопроводности газа; T – термодинамическая температура газа.

Для квазигазодинамического замыкания используются следующие формулы:

$$\mathbf{j}_m^{\text{QGD}} = \mathbf{j}_m^{\text{NS}} - \tau \{ \text{div}(\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p \};$$

$$\Pi^{\text{QGD}} = \Pi^{\text{NS}} + \tau \mathbf{u} \otimes \{ \rho(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} + \nabla p \} + \tau I \{ (\mathbf{u} \nabla) p + \gamma p \text{div} \mathbf{u} \};$$

$$\mathbf{q}^{\text{QGD}} = \mathbf{q}^{\text{NS}} - \tau \rho \mathbf{u} \left\{ (\mathbf{u} \nabla) \frac{p}{\rho(\gamma-1)} + p(\nabla \mathbf{u}) \frac{1}{\rho} \right\},$$

где τ – параметр релаксации; I – единичная матрица.

Форма записи регуляризованных уравнений Навье-Стокса в виде законов сохранения для массы, импульса и энергии не отличается от формы записи классического случая. Однако в квазигазодинамической записи вектора потока массы $\mathbf{j}_m$, тензора вязкости Π и вектора теплового потока $\mathbf{q}$ присутствуют слагаемые с параметром релаксации τ . Данный параметр обусловлен свойствами газа и с точностью до коэффициента равен максвелловскому времени свободного пробега молекул газа. В настоящем исследовании

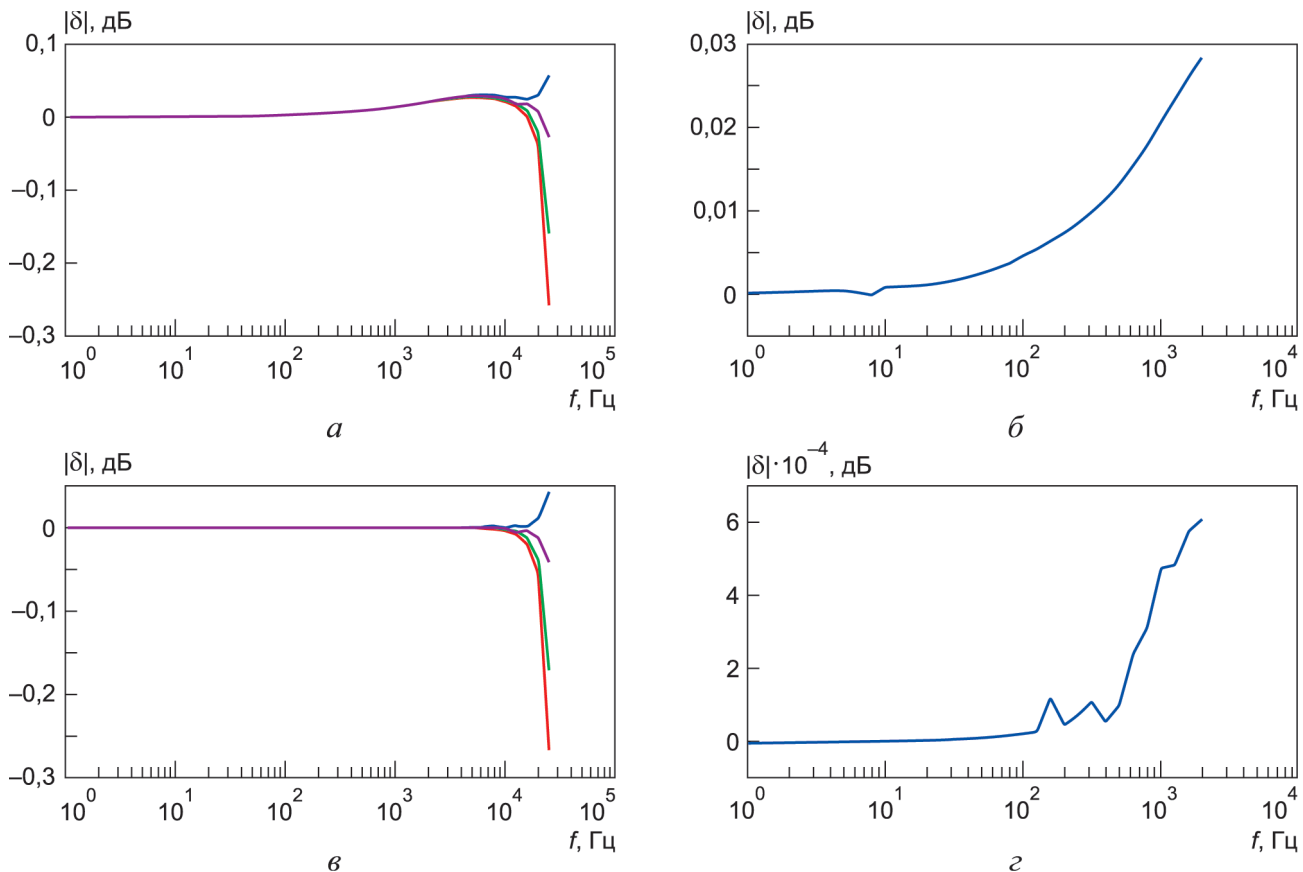


Рис. 1. Модули $|\delta|$ отношения численного и аналитического акустического импеданса воздуха в цилиндрическом замкнутом объеме с теплопроводными стенками (а, б) и теплоизолированными стенками (в, г) для вариантов расчёта V1 (а, в) при различных значениях схемного параметра $\alpha = 0,2$ (—); $0,5$ (—); $0,8$ (—); $1,0$ (—) и V2 (б, г)

Fig. 1. The module of the ratio of numerical and analytical acoustic impedance of air in a cylindrical closed volume with heat-conducting walls in the calculation variant V1 (a), V2 (b) and with thermally insulated walls in the calculation variant V1 (c), $\alpha = 0.2$ (—); 0.5 (—); 0.8 (—); 1.0 (—); V2 (d)

в соответствии с [23] параметр релаксации τ определяется через параметры пространственной сетки:

$$\tau = \alpha h / c,$$

где $\alpha = 0 \dots 1$ – схемный параметр, не изменяющийся в процессе расчёта; h – шаг сетки; c – скорость звука при начальных условиях.

Рассмотрим два цилиндрических замкнутых объёма размерами (диаметр×длина) 9,3×5,7 мм и 9,3×10,4 мм – варианты расчёта V1, V2 соответственно. При определении модуля акустического импеданса воздуха в цилиндрическом замкнутом объёме с жёсткими стенками в диапазонах частот звуковых колебаний 1–25120 Гц (вариант V1) и 1–2000 Гц (вариант V2) используем пространственные сетки размерами 82×100 и 63×140 соответственно. Частоты колебаний для моделирования рассчитаем по формуле $f = 1 \cdot 10^{0,1n}$, $n = 0, 1, \dots, 44$.

Диапазон частот в варианте V1 шире, чем в варианте V2, поэтому для варианта V1 исследуем зависимость численного значения модуля комплексного акустического импеданса воздуха от схемного параметра α . С помощью численного алгоритма на моделируемой частоте колебаний рассчитаем временную зависимость звукового давления и с применением дискретного преобразования Фурье определим значение первой гармоники звукового давления p , действующего на стенку-приёмник замкнутого объёма.

По заданным значениям амплитуды колебаний X (принята равной $4 \cdot 10^{-8}$ м) и частоты f , а также полученному значению первой гармоники звукового давления p , по формулам (2), (3) найдём соответственно численное и аналитическое решения для акустического импеданса воздуха Z_v в замкнутом объёме с теплопроводными стенками. Приняв в качестве характерной скорости процесса амплитуду скорости колебания, получим число Маха $M = 2\pi f X / c$ в моделируемой задаче от $7,3 \cdot 10^{-10}$ до $1,8 \cdot 10^{-5}$.

Для удобства графического представления результатов используем модуль отношения численного и аналитического комплексных акустических импедансов воздуха:

$$|\delta| = |Z_v^p / Z_v^{an}|.$$

Результаты численного решения. Радиальная неравномерность амплитуды первой гармоники звукового давления увеличивается с увеличением частоты колебаний, но в обоих вариантах расчёта не превышает 0,005 дБ (около 0,06 %). В рамках данного исследования этой величиной при вычислении модуля комплексного импеданса воздуха по формуле (2) можно пренебречь.

На рис. 1 приведены модули отношения численного и аналитического акустических импедансов воздуха в замкнутом объёме с теплопроводными стенками для вариантов расчёта V1 (а) при разных схемных параметрах α , V2 (б). В варианте V1 при частотах менее 10 кГц значение $|\delta|$ слабо зависит от схемного параметра α , погрешность численного решения составляет примерно 0,03 дБ (около 0,35 %).

С увеличением частоты возрастает влияние параметра α , но отклонение численного решения от аналитического не превышает 0,26 дБ (около 3 %) на частоте 25,12 кГц. В варианте V2 отклонение численного решения от аналитического не превышает 0,028 дБ (около 0,32 %).

Поскольку численно рассчитанный импеданс воздуха в замкнутом объёме с теплопроводными стенками с достаточно высокой точностью совпал с аналитическим, то можно численно определить модуль поправки на теплопроводность стенок замкнутого объёма. Для этого необходимо вначале численно определить акустический импеданс воздуха в замкнутом объёме с теплоизолированными стенками. На рис. 1, а, б представлены модули отношения акустических импедансов воздуха в замкнутом объёме с теплоизолированными стенками для вариантов расчёта V1, V2 соответственно. В случае теплоизолированных стенок отклонение численного решения от аналитического столь же мало, как и в случае теплопроводных стенок. Кроме того, в варианте V1 на высоких частотах колебаний тоже наблюдается зависимость численного решения от схемного параметра α .

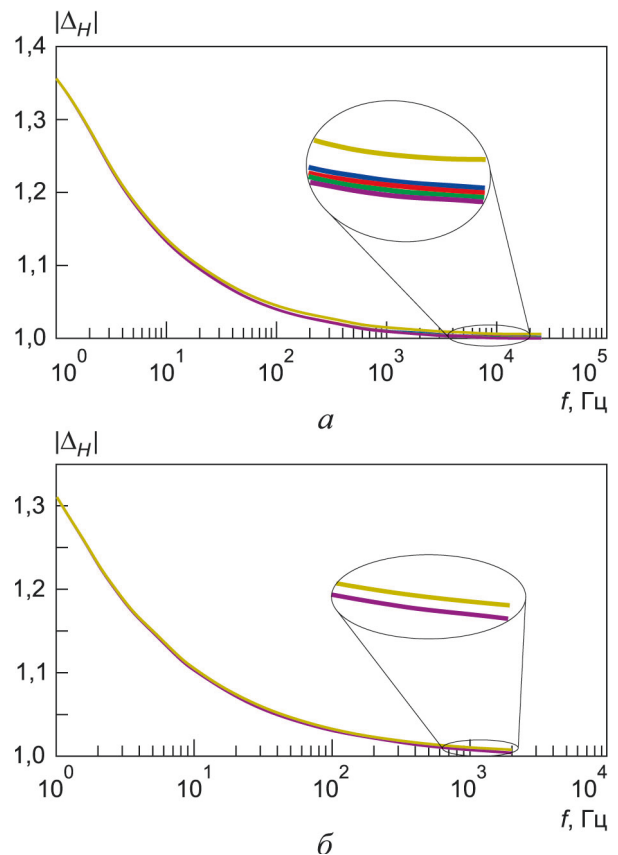


Рис. 2. Модули $|\Delta_H|$ поправки на теплопроводность стенок цилиндрического замкнутого объёма для вариантов расчёта V1 при различных значениях схемного параметра $\alpha = 0,2$ (—); $0,5$ (—); $0,8$ (—); $1,0$ (—) (а), V2 (б); кривая (—) – аналитический расчёт

Fig. 2. The modulus of correction for the thermal conductivity of the walls of a cylindrical closed volume in the calculation variant V1 (а), $\alpha = 0,2$ (—); $0,5$ (—); $0,8$ (—); $1,0$ (—); V2 (b); analytical calculation (—)

С учётом рассчитанных по формуле (3) акустических импедансов воздуха в замкнутых объёмах с теплопроводными Z_B^{TP} и теплоизолированными Z_B^{TI} стенками для вариантов V1, V2 с необходимым поправочным коэффициентом k запишем поправку Δ_H на теплопроводность стенок замкнутого объёма:

$$\Delta_H = Z_B^{TI} / Z_B^{TP}.$$

Результаты определения модуля поправки Δ_H на теплопроводность стенок замкнутого объёма представлены на рис. 2. При частотах менее 100 Гц отклонение численного решения для поправки Δ_H на теплопроводность стенок замкнутого объёма от аналитического в обоих вариантах расчёта находится в пределах 0,008 дБ (не более 0,09 %). При дальнейшем повышении частоты отклонение численного решения от аналитического увеличивается, но не превышает 0,028 дБ (около 0,3 %).

Заключение. Модуль комплексного акустического импеданса воздуха в цилиндрических замкнутых объёмах с теплопроводными и теплоизолированными стенками определён с применением численного метода на основе регуляризованных уравнений Навье-Стокса. Численно определённая поправка на теплопроводность стенок замкнутого объёма позволяет учитывать влияние теплообмена между воздухом внутри замкнутого объёма и внешней средой. Все полученные численные значения с высокой точностью совпадают с аналитическими результатами, подтверждёнными экспериментально для низких частот. На высоких частотах колебаний наблюдается зависимость численного значения акустического импеданса воздуха от используемого схемного параметра α . Важно заметить, что в варианте V1 при частотах более 10 кГц на длину цилиндрического замкнутого объёма приходится примерно половина длины звуковой волны, и поэтому можно предположить, что на результаты численного моделирования влияет сложение прямой и отражённой звуковых волн.

Полученные результаты позволяют утверждать, что численный метод на основе регуляризованных уравнений Навье-Стокса применим для моделирования задач акустики, а также дополнительно подтвердить вывод эксперимента [7] о необходимости определять поправку на теплопроводность стенок цилиндрического замкнутого объёма по формуле (4). Последнее утверждение напрямую влияет на определение чувствительности микрофонов LS методом взаимности по давлению на низких и инфразвуковых частотах, поскольку рекомендованная в IEC 61094-2:2009 формула для вычисления поправки на теплопроводность стенок цилиндрического замкнутого объёма отличается от формулы (4).

Полученные результаты использованы при сличении Государственного первичного эталона единицы звукового давления и аудиометрических шкал ГЭТ 19-2018 с другими национальными эталонами единицы звукового давления в воздушной среде в рамках ключевых сличений CCAUV.A-K6.

Список источников / References

1. Ballantine S., *Journal of the Acoustical Society of America*, 1931, vol. 3, no. 8. <https://doi.org/10.1121/1.1901925>

2. Daniels F. B., *Journal of the Acoustical Society of America*, 1947, vol. 19, no. 4, pp. 569–571. <https://doi.org/10.1121/1.1916522>
3. Русаков И. Г. Термодинамическая поправка в методе насоса // Труды комиссии по акустике. 1955. Т. 8. С. 76–81. [Rusakov I. G., *Termodinamicheskaia popravka v metode nasosa*, *Trudy komissii po akustike*, 1955, vol. 8, pp. 76–81. (In Russ.)]
4. Burkhard M. D., Biagi F., Cook R. K., Corliss E. L. R., Koidan W., *Journal of the Acoustical Society of America*, 1954, vol. 26, no. 5, p. 935. <https://doi.org/10.1121/1.1927953>
5. Gerber H., *Journal of the Acoustical Society of America*, 1964, vol. 36, no. 8, pp. 1427–1434. <https://doi.org/10.1121/1.1919219>
6. Frederiksen E., Reduction of Heat Conduction Error in Microphone Pressure Reciprocity Calibration, *Bruel and Kjaer Technical Review*, 2001, no. 1, pp. 14–23.
7. Vincent P., Rodrigues D., Larssonier F. et al., *Metrologia*, 2019, vol. 56, no. 1, 015003. <https://doi.org/10.1088/1681-7575/aaee28>
8. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н. и др. Методы ускорения газодинамических расчётов на неструктурированных сетках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 536 с. [Volkov K. N., Derugin Yu. N., Emelianov V. N., et. al., *Metody uskoreniia gazodinamicheskikh raschetov na nestrukturnirovannykh setkakh* [*Methods of acceleration of gas dynamic calculations on unstructured grids*], Moscow, Fizmatlit Publ., 2014, 536 p. (In Russ.)]
9. Абалакин И. В., Бобков В. Г., Козубская Т. К. Разработка метода расчёта течений с малыми числами Маха на неструктурированных сетках в программном комплексе NOISEtte // Математическое моделирование. 2017. Т. 29. № 4. С. 101–112. [Abalakin I. V., Bobkov V. G., Kozubskaya T. K., *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2017, no. 9, pp. 688–696. <https://doi.org/10.1134/S2070048217060023>]
10. Turkel E., *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1999, vol. 31, pp. 385–416. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.31.1.385>
11. Chorin A. J., *J. of Computational Physics*, 1967, vol. 2, no. 1, pp. 12–26. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(67\)90037-X](https://doi.org/10.1016/0021-9991(67)90037-X)
12. Rogers S. E., Kwak D., Kiris C., *AIAA Journal*, 1991, vol. 29, no. 4, pp. 603–610. <https://doi.org/10.2514/3.10627>
13. Rogers S. E., Kwak D., *Applied Numerical Mathematics*, 1991, vol. 8, no. 1, pp. 43–64. [https://doi.org/10.1016/0168-9274\(91\)90097-J](https://doi.org/10.1016/0168-9274(91)90097-J)
14. Roe P. L., *J. of Computational Physics*, 1981, vol. 43, no. 2, pp. 357–372. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90128-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90128-5)
15. Rieber F., *J. of Computational Physics*, 2011, vol. 230, no. 13, pp. 5263–5287. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.03.025>
16. Li X-S., Gu C-W., *J. of Computational Physics*, 2008, vol. 227, no. 10, pp. 5144–5159. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.01.037>
17. Liou M.-S., Steffen C. J., *J. of Computational Physics*, 1993, vol. 107, no. 1, pp. 23–39. <https://doi.org/10.1006/jcph.1993.1122>
18. Liou M.-S., *J. of Comp. Phys.* 1996, vol. 129, no. 2, pp. 364–382. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0256>
19. Liou M.-S., *J. of Computational Physics*, 2006, vol. 214, no. 1, pp. 137–170. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.09.020>
20. Балашов В. А., Савенков Е. Б. Численное исследование квазигидродинамической системы уравнений для расчёта течений при малых числах Маха // Журнал вычислительной

математики и математической физики. 2015. Т. 55. № 10. С. 1773–1782. <https://doi.org/10.7868/S0044466915100063> [Balashov V. A., Savenkov E. B., *Comput. Math. and Math. Phys.*, 2015, vol. 55, pp. 1743–1751. <https://doi.org/10.1134/S0965542515100061>]

21. Головин Д. В. Моделирование инфразвукового пистонфона // Труды Института системного программирования РАН. 2020. Т. 32. № 5. С. 181–198.

[https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2020-32\(5\)-14](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2020-32(5)-14) [Golovin D. V., Simulation of infrasound pistonphone, *Proceedings of ISP RAS*, 2020, vol. 32, iss. 5, pp. 181–198. (In Russ.)]

22. Головин Д. В. Численное моделирование звукового давления для системы калибровки измерительных микрофонов типа LS // Математическое моделирование. 2021. Т. 33. № 10. С. 96–108. <https://doi.org/10.20948/mm-2021-10-07>

[Golovin D. V., *Math. Models Comput. Simul.*, 2022, no. 14, pp. 419–426. <https://doi.org/10.1134/S2070048222030061>]

23. Елизарова Т. Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчёта вязких течений. М.: Научный Мир, 2007 [Elizarova T. G., *Quasi-Gas Dynamic Equations*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009, 286 p.

<https://doi.org/10.1007/978-3-642-00292-2>]

24. Шеретов Ю. В. Динамика сплошных сред при пространственно-временном осреднении. М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 400 с. [Sheretov Yu.V., *Dinamica sploshnyh sred pri prostranstvenno-vremennom osrednenii* [Dynamics of continuous environments with space-time averaging], Moscow, Izhevsk, NITS “Reguliarnaia i haoticheskaia dinamika” Publ., 2009, 400 p. (In Russ.)]

Статья поступила в редакцию 10.06.2022; одобрена после рецензирования 02.08.2022; принята к публикации 03.08.2022.
The article was submitted 10.06.2022; approved after reviewing 02.08.2022; accepted for publication 03.08.2022.